Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования
«Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

На правах рукописи

Карманов Александр Арсланович

МОДЕЛЬ И АЛГОРИТМ ПРЕДИКТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫМ РЕЖИМОМ ИНЕРЦИОННЫХ ТЕПЛОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель — Никитин Петр Владимирович,
кандидат педагогических наук, доцент

Москва – 2026

Оглавление

Введение 4
Глава 1 Особенности инерционных теплоэнергетических систем и анализ существующих подходов к моделированию и предиктивному управлению . 15
1.1 Инерционные теплоэнергетические системы как объекты предиктивного управления 15
1.2 Анализ существующих математических моделей и методов расчета температурных и энергетических характеристик 18
1.3 Анализ существующих схем модельно-предиктивного управления и их вычислительной реализации 21
1.4 Направления совершенствования математического моделирования и предиктивного управления инерционными теплоэнергетическими системами 26
1.5 Постановка научной задачи исследования 29
Глава 2 Математическая модель динамики температурных и энергетических характеристик инерционной теплоэнергетической системы для предиктивного управления 34
2.1 Назначение, требования и границы применимости математической модели 34
2.2 Структура математической модели и ее расчетная функция 39
2.3 Выбор параметрического семейства расчетной функции 44
2.4 Определение параметров расчетной функции по критерию уменьшения составной целевой функции 50
2.5 Отличительные свойства разработанной математической модели 61
Глава 3 Алгоритм нелинейного модельно-предиктивного управления температурным режимом инерционной теплоэнергетической системы 64
3.1 Постановка задачи формирования траектории управления 64
3.2 Блочная параметризация траектории управления и технические ограничения 65

3.3 Критерии формирования траектории управления 69
3.4 Последовательное решение задач управления 73
3.5 Алгоритм нелинейного модельно-предиктивного управления и его свойства 77
3.6 Численное решение задач алгоритма 83
Глава 4 Реализация математической модели, исследование эффективности алгоритма нелинейного модельно-предиктивного управления и комплекс программ 90
4.1 Объект апробации, исходные данные и временное разбиение 90
4.2 Вычислительная реализация и проверка математической модели 99
4.3 Исследование эффективности разработанного алгоритма нелинейного модельно-предиктивного управления 117
4.4 Комплекс программ предиктивного управления 128
4.5 Практические рекомендации и границы применимости результатов .. 137
Заключение 140
Список сокращений и условных обозначений 143
Список литературы 144
Приложение А Характеристики данных, состав признаков и конфигурации расчетных функций 170

Введение

Актуальность темы исследования. Инерционные теплоэнергетические системы должны поддерживать требуемый температурный режим при рациональном расходовании энергии. Режим работы оборудования влияет и на потребляемую мощность, и на теплообмен, но температуры изменяются с запаздыванием и зависят от внешних факторов. Поэтому управление по текущим измерениям без оценки его будущих последствий может привести к длительным температурным отклонениям или избыточному расходу энергии.

Данные эксплуатационного мониторинга описывают реакцию системы на уже реализованное управление. Они не показывают непосредственно, какими будут температурные и энергетические характеристики при других траекториях управления. Для их сопоставления требуется по одной и той же истории наблюдений совместно рассчитывать будущие характеристики с учетом внешних факторов.

Такой расчет должен выполняться многократно при выборе управления. При этом необходимо учитывать температурные требования и технические ограничения, проверять найденную траекторию и укладываться в период обновления управления. Поэтому актуальна разработка математической модели динамики температурных и энергетических характеристик, алгоритма нелинейного модельно-предиктивного управления и комплекса программ для их совместного применения.

Степень разработанности темы исследования. Идентификация динамических систем и анализ временных рядов рассмотрены J.D. Hamilton, G.E.P. Box, G.M. Jenkins, G.C. Reinsel и G.M. Ljung. Тепловую динамику зданий по данным исследовали P. Bacher, H. Madsen, Y. Li и Z. O’Neill; тепловой режим зданий и систем отопления рассмотрен в работах С.В. и В.И. Панферовых, А.А. Захарова и соавторов. Контроль

и прогнозирование теплопереноса рассмотрены Н.М. Япаровой, оптимизация тепловых и гидравлических режимов – А.П. Шуравиным.

Динамические предиктивные модели инерционных систем исследованы Л.А. Мыльниковым и соавторами. Многошаговое прогнозирование рассмотрено G. Chevillon, S. Ben Taieb, R.J. Hyndman, G. Bontempi и A.F. Atiya. Гибридное моделирование и учет физических сведений исследовали D.C. Psichogios, L.H. Ungar, G.E. Karniadakis, T.X. Nghiem, J. Drgoňa и C. Jones. G. Gokhale, B. Claessens и C. Develder применили физические связи при определении параметров нейросетевых моделей тепловой динамики зданий.

Модельно-предиктивное управление и его вычислительная реализация систематизированы М.В. Сотниковой, Е.И. Веремеем, M. Morari, J.H. Lee, E.F. Camacho, C. Bordons, J.B. Rawlings, D.Q. Mayne и M.M. Diehl. Прогнозное управление теплоснабжением рассмотрено А.А. Басалаевым, упреждающее управление тепловыми процессами при заданной температурной области – М.М. Тверским и Д.В. Румянцевым. Приоритетное модельно-предиктивное управление исследовали D. He, L. Wang, J. Sun, Y. Zhang и S. Yu, его применение к отоплению зданий с разделением задач оптимизации тепловой нагрузки и энергоснабжения – E. O'Dwyer и соавторы.

Программные средства нелинейного модельно-предиктивного управления и динамической оптимизации представлены в работах F. Fiedler, B. Karg, B. Houska, H.J. Ferreau, L.D.R. Beal, J.D. Hedengren и A. Zanelli; средства автоматического дифференцирования и формирования оптимизационных задач – в работах J.A.E. Andersson и J. Gillis. Средства совместного моделирования и испытания систем управления развивали P. Haves, P. Xu, M. Wetter, T. Nouidui и D. Blum. Их применение требует определения модели объекта, критериев выбора управления и порядка проверки полученного результата.

Указанные исследования формируют основу математического моделирования, предиктивного управления и его программной реализации.

Дальнейшая разработка в принятой постановке связана с согласованием прямого совместного расчета температурных и энергетических характеристик по данным эксплуатационного мониторинга и задаваемой траектории управления, приоритетного выбора этой траектории и проверки результатов численного решения. Такое согласование должно обеспечивать выполнение вычислительной процедуры в пределах периода обновления управления.

Цель исследования заключается в уменьшении отклонений от требуемого температурного режима и снижении энергопотребления инерционных теплоэнергетических систем.

Для достижения цели исследования поставлены следующие задачи:

1) разработать математическую модель динамики температурных и энергетических характеристик инерционных теплоэнергетических систем, устанавливающую зависимость расчетных траекторий указанных характеристик от данных эксплуатационного мониторинга и траектории управления оборудованием системы;

2) разработать алгоритм нелинейного модельно-предиктивного управления, формирующий технически допустимую траекторию управления оборудованием инерционных теплоэнергетических систем на основе последовательного решения трех задач: уменьшения отклонения от требуемого температурного режима, снижения расчетного энергопотребления и выбора траектории управления;

3) разработать комплекс программ, обеспечивающий расчет температурных и энергетических характеристик по математической модели, формирование технически допустимой траектории управления по алгоритму и подготовку расчетного протокола до следующего момента формирования управления.

Объектом исследования являются инерционные теплоэнергетические системы, функционирующие в условиях нелинейной динамики, технологических ограничений и влияния внешних факторов.

Предметом исследования являются математические модели динамики температурных и энергетических характеристик, алгоритмы нелинейного модельно-предиктивного управления инерционными теплоэнергетическими системами, а также средства их воспроизводимой программной реализации.

Область исследования диссертации соответствует п. 3. «Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента»; п. 8. «Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента» Паспорта научной специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (технические науки).

Научная новизна выносимых на защиту положений заключается в том, что:

1) разработана математическая модель динамики температурных и энергетических характеристик инерционных теплоэнергетических систем, отличающаяся от математических моделей, используемых Н.М. Япаровой при контроле и прогнозировании процессов теплопереноса [6] и А.П. Шуравиным при оптимизации тепловых и гидравлических режимов зданий [5], а также от моделей G. Gokhale, B. Claessens и C. Develder для расчета тепловой динамики зданий [57], тем, что:

– математическая модель устанавливает функциональную зависимость расчетной траектории температурных и энергетических характеристик от данных эксплуатационного мониторинга за предшествующий интервал, характеризующих динамику инерционной теплоэнергетической системы при реализованном управлении ее оборудованием и влиянии на нее внешних факторов, а траектория управления этим оборудованием задается как самостоятельный аргумент данной зависимости при прямом расчете характеристик на всем заданном горизонте;

– для каждой задаваемой траектории управления расчетная функция математической модели одновременно определяет значения температурных и энергетических характеристик на всем заданном горизонте управления. Полученные значения образуют совместный выход модели и используются для определения отклонения от требуемого температурного режима, разности температур, характеризующей теплообменный процесс, и расчетного энергопотребления системы;

– параметры модели определяются в результате численной минимизации составной целевой функции, объединяющей составляющую соответствия расчетных температурных и энергетических характеристик данным эксплуатационного мониторинга и балансовую составляющую. Балансовая составляющая задается нормированными невязками дополнительной дискретной связи. Для расчетной температуры, используемой для оценки соблюдения требуемого режима, эта связь задана между ее изменением за единицу времени и разностью расчетных температур, характеризующей теплообменный процесс. Коэффициенты указанной связи предварительно определяются численным методом по данным эксплуатационного мониторинга и фиксируются при последующем определении параметров модели.

2) разработан алгоритм нелинейного модельно-предиктивного управления, отличающийся от алгоритмической схемы упреждающего управления при заданной температурной области, предложенной М.М. Тверским и Д.В. Румянцевым [19; 22], и от реализации приоритетного предиктивного управления с разделением задач оптимизации тепловой нагрузки и энергоснабжения, представленной E. O’Dwyer и соавторами [103], совокупностью следующих признаков:

– продолжением поиска менее энергозатратной траектории управления при отсутствии найденной технически допустимой траектории, обеспечивающей соблюдение требуемого температурного режима на всем расчетном горизонте. Вместо непосредственного перехода к граничному

управляющему действию решается энергетическая задача при условии непревышения достигнутого значения температурной целевой функции. Допустимым начальным приближением служит траектория управления, принятая в температурной задаче;

– формированием и последовательным численным решением температурной и энергетической задач нелинейной оптимизации, в которых переменными оптимизации являются значения управления теплоэнергетическим оборудованием на расчетном горизонте. Целевые функции обеих задач определяются по температурным и энергетическим характеристикам, совместно рассчитанным разработанной математической моделью для каждой рассматриваемой траектории управления. Полученная траектория принимается после проверки технической допустимости и выполнения установленных ограничений. При непринятии очередного результата выбирается исходная либо последняя принятая технически допустимая траектория управления.

3) разработан комплекс программ предиктивного управления оборудованием инерционных теплоэнергетических систем, отличающийся от программного средства нелинейного модельно-предиктивного управления do-mpc [56] тем, что в единую вычислительную процедуру объединены подготовка и проверка данных эксплуатационного мониторинга, совместное выполнение разработанных модели и алгоритма, проверка технической допустимости итоговой траектории управления и формирование расчетного протокола. Протокол содержит исходные данные, результаты решения задач, сведения о выполненных проверках и основания принятия итоговой траектории управления, что позволяет воспроизводить порядок получения расчетного результата.

Теоретическая значимость работы заключается в том, что, в отличие от результатов, полученных другими исследователями, разработанные модель и алгоритм позволяют согласованно решать задачи поддержания температурного режима и снижения энергопотребления с сохранением

приоритета температурного режима, в том числе в условиях, когда его соблюдение не обеспечивается. Решение поставленной научной задачи способствует развитию теоретической и методологической базы предиктивного управления с учетом тепловой инерции, внешних факторов и технологических ограничений.

Практическая значимость работы заключается в том, что разработанные модель, алгоритм и комплекс программ обеспечивают расчетное обоснование управляющих воздействий на теплоэнергетическое оборудование с учетом требований к температурному режиму и энергопотреблению. Полученные результаты позволяют сопоставлять варианты управления и оценивать их температурные и энергетические последствия до применения на объекте.

Методология и методы исследования. В исследовании использованы методы математического моделирования динамических систем, параметрической идентификации моделей по данным и численного решения задач нелинейной оптимизации с ограничениями. При разработке алгоритма использованы методы нелинейного модельно-предиктивного управления. При разработке комплекса программ использованы функциональное проектирование и программная реализация вычислительных процедур. Проверка разработанных модели, алгоритма и комплекса программ выполнена средствами вычислительного эксперимента.

Информационную базу исследования составили данные эксплуатационного мониторинга теплоэнергетической системы ледовой арены, материалы вычислительных экспериментов и научные публикации по теме исследования.

Положения, выносимые на защиту. В соответствии с поставленными задачами, положения, выносимые на защиту, включают в себя следующее:

1) математическая модель динамики температурных и энергетических характеристик инерционных теплоэнергетических систем, отличающаяся от известных моделей использованием данных

эксплуатационного мониторинга и задаваемой траектории управления как самостоятельных аргументов при прямом совместном расчете температурных и энергетических характеристик на всем горизонте, а также определением параметров численной минимизацией составной целевой функции соответствия данным и балансовой согласованности. Балансовая составляющая задается нормированными невязками дополнительной дискретной связи при предварительно определенных и фиксированных коэффициентах связи. На интервале независимой проверки включение балансовой составляющей уменьшило нормированную балансовую невязку на 30,29 % при увеличении значений показателей ошибки расчета температурных и энергетических характеристик не более чем на 1,90 % (С. 34-63; 99-117);

2) алгоритм нелинейного модельно-предиктивного управления, отличающийся от предметно адаптированной схемы Тверского и Румянцева продолжением поиска менее энергозатратной траектории при ненулевом достигнутом значении температурной целевой функции с использованием этого значения как верхней границы ограничения энергетической задачи. Температурная и энергетическая задачи формируются и последовательно решаются численно по разработанной математической модели относительно значений управления оборудованием. Принятие результатов сопровождается проверкой ограничений и резервным выбором технически допустимой траектории управления. В вычислительном эксперименте относительно указанного аналога расчетное энергопотребление уменьшено на 10,87 %, интегральное температурное отклонение – на 25,30 %, доля времени вне требуемого диапазона – на 10,43 процентного пункта (С. 64-89; 117-127);

3) комплекс программ предиктивного управления оборудованием инерционных теплоэнергетических систем, отличающийся от программного средства нелинейного модельно-предиктивного управления do-mpc тем, что в единую вычислительную процедуру объединены подготовка и проверка данных эксплуатационного мониторинга, совместное выполнение

разработанных модели и алгоритма, проверка технической допустимости итоговой траектории управления и формирование расчетного протокола. Протокол содержит исходные данные, результаты решения задач, сведения о выполненных проверках и основания принятия итоговой траектории управления, что позволяет воспроизводить порядок получения расчетного результата. В зафиксированной программной и аппаратной среде максимальная измеренная продолжительность процедуры составила 3,81 с, или 1,27 % периода обновления управления, равного 300 с (С. 128-136).

Степень достоверности, апробация и внедрение результатов исследования. Достоверность результатов исследования подтверждается вычислительными экспериментами на данных эксплуатационного мониторинга ледовой арены. Точность и балансовая согласованность модели проверены на отдельном временном интервале после фиксации ее параметров. Варианты управления сопоставлены при одинаковых исходных условиях с проверкой технической допустимости решений алгоритма и сохранения достигнутых значений целевых функций. Полученные количественные оценки относятся к условиям принятой модельной постановки.

Основные положения и результаты рассмотрены и одобрены на следующих научных мероприятиях: на Международном конгрессе «Современные проблемы компьютерных и информационных наук» (Москва, МГУ, 30 ноября – 2 декабря 2023 г.); на XXII открытой Всероссийской конференции «Преподавание информационных технологий в Российской Федерации» (г. Тверь, Ассоциация предприятий компьютерных и информационных технологий, 16-17 мая 2024 г.); на III Международной научно-практической конференции студентов и аспирантов «Цифровизация экономики и финансов: модели, методы и технологии» (Москва, Финансовый университет, 23-24 апреля 2025 г.); на научно-практической конференции «Применение технологий искусственного интеллекта в прикладных областях» (Москва, Финансовый университет, 23 июня 2025 г.); на Международном

конгрессе «Современные проблемы компьютерных и информационных наук» (Москва, МГУ, 20-22 ноября 2025 г.).

Результаты диссертационного исследования Карманова А.А. использовались при разработке программ для ЭВМ:

– «Программа для ЭВМ по прогнозированию температурного режима и оптимизации энергопотребления на основе автоэнкодера» (Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ в Реестре Роспатента № 2025618035 от 01.04.2025; автор: Карманов А.А.; правообладатель: ООО «ИНДЕПЕНДЕНТ ЭНЕРДЖИ»);

– «Автоматизированная интеллектуальная система предиктивной аналитики IoT-данных энергопотребления на основе больших языковых моделей» (Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ в Реестре Роспатента № 2025681392 от 13.08.2025; автор: Карманов А.А.; правообладатель: ООО «ИНДЕПЕНДЕНТ ЭНЕРДЖИ»);

– «Предиктивная интеллектуальная система на основе физических уравнений и трансформерной архитектуры для прогнозирования систем энергопотребления» (Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ в Реестре Роспатента № 2025681393 от 13.08.2025; автор: Карманов А.А.; правообладатель: ООО «ИНДЕПЕНДЕНТ ЭНЕРДЖИ»).

Материалы диссертации используются в практической деятельности ООО «ИНДЕПЕНДЕНТ ЭНЕРДЖИ» в проекте по автоматизации управления инженерно-техническими сооружениями при разработке и апробации средств прогнозирования и расчетной поддержки управления энергопотреблением теплоэнергетических объектов. Разработанные математическая модель, алгоритм и комплекс программ используются для подготовки данных мониторинга, многошагового прогноза, расчета допустимых управляющих воздействий и анализа вычислительных сценариев. Результаты позволяют воспроизводимо сопоставлять расчетные сценарии температурного режима и энергопотребления и проверять допустимость рассчитанных управляющих воздействий до их натурной апробации на объектах.

Результаты исследования используются Кафедрой искусственного интеллекта Факультета информационных технологий и анализа больших данных Финансового университета в преподавании учебной дисциплины «Рекомендательные системы и коллаборативная фильтрация» для обучающихся по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Апробация и внедрение результатов исследования подтверждены соответствующими документами.

Публикации. Основные научные результаты диссертации опубликованы в 6 статьях общим объемом 6,90 п.л. (авторский объем – 6,43 п.л.), в том числе 4 статьи общим объемом 3,80 п.л. (авторский объем – 3,65 п.л.) опубликованы в рецензируемых научных изданиях, определенных ВАК при Минобрнауки России, а также 1 статья общим объемом 1,60 п.л. (авторский объем – 1,28 п.л.) опубликована в издании, индексируемом в международной цитатно-аналитической базе Scopus.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка сокращений и условных обозначений, списка литературы из 140 наименований и одного приложения. Текст диссертации изложен на 175 страницах и содержит 14 таблиц и 17 рисунков.

Глава 1

Особенности инерционных теплоэнергетических систем и анализ существующих подходов к моделированию и предиктивному управлению

1.1 Инерционные теплоэнергетические системы как объекты предиктивного управления

Инерционная теплоэнергетическая система – система, температурные характеристики которой изменяются с запаздыванием относительно изменения управления и внешних воздействий. Накопление и передача теплоты определяют отложенную реакцию температуры на изменение режима работы [16]. Такие свойства характерны для систем отопления и охлаждения зданий, холодильных установок и других объектов с непрерывным поддержанием температурного режима [28-29; 51; 83].

В настоящем исследовании объектом является инерционная теплоэнергетическая система, описываемая измеряемыми температурными и энергетическими характеристиками. Управляющая переменная задает режим работы оборудования, от которого зависят потребляемая мощность и условия теплообмена. Внешние факторы характеризуют условия функционирования системы; их значения измеряются, но не выбираются алгоритмом управления.

Температурный режим характеризуется значениями температуры в выбранных областях системы. Под областью системы понимается физически выделенная часть объекта – пространственная зона, элемент конструкции или участок технологической среды, для которой по данным измерений определяется температурная характеристика. Энергетическая нагрузка характеризуется средней мощностью выбранных единиц или групп оборудования за установленный интервал. Энергопотребление определяется суммой произведений средней мощности на длительность соответствующего

интервала. Одинаковый температурный режим может поддерживаться при различной нагрузке оборудования, поэтому при оценке управления необходимо рассчитывать обе группы характеристик [104; 115; 120; 123].

Исходные значения физических величин регистрируются измерительными каналами. Несколько каналов могут относиться к одной области системы или группе оборудования и объединяться при предобработке. Полученные значения образуют компоненты вектора характеристик в фиксированных единицах измерения. Последовательность таких векторов по времени задает траекторию характеристик.

Тепловая инерция ограничивает оценку управления по текущей температуре. Значение управления, приемлемое в момент расчета, может привести к выходу температуры за установленные границы позднее, а изменение управления после возникновения отклонения – оказаться несвоевременным. Требуется заранее рассчитывать температурный отклик и энергетическую нагрузку на интервале будущего времени – расчетном горизонте [51; 104; 115; 120]. Для этого задается последовательность значений управления на всем горизонте.

На динамику характеристик влияют климатические условия, режим эксплуатации, внутренние теплопритоки и нагрузки смежных инженерных подсистем [25; 29; 70; 81]. Зарегистрированные значения этих факторов входят в данные эксплуатационного мониторинга. По мере поступления новых данных расчет повторяется.

Требуемый температурный режим задается диапазоном температуры. Технические ограничения определяют допустимый диапазон управляющей переменной и предел ее изменения между соседними значениями. В известных постановках температурные границы включаются в ограничения либо учитываются в критерии управления. При сопоставлении траекторий температурное отклонение и энергопотребление должны оцениваться на общей временной основе.

Продолжительность вычислений ограничена периодом обновления управления. До следующего момента его формирования необходимо подготовить данные, рассчитать характеристики при альтернативных траекториях, выбрать управление и проверить результат [51; 120]. Это требование относится ко всей вычислительной процедуре, включая многократные обращения к модели.

В качестве репрезентативного объекта для последующей апробации рассматривается теплоэнергетическая система ледовой арены, в которой взаимосвязаны холодильная нагрузка, тепловой режим покрытия и энергопотребление [75; 133; 139]. Объект сочетает тепловую инерцию, непрерывную работу холодильного контура и событийные изменения нагрузки под влиянием климатических условий, вентиляции, подготовки поверхности льда и эксплуатационной активности [75; 86; 105; 114; 135]. Для других объектов данного класса применимость постановки требует переопределения состава характеристик, управляющей переменной, внешних факторов, ограничений и дополнительной дискретной балансовой связи. Обобщение количественных оценок на другие объекты требует самостоятельной проверки.

Переход от описания системы к научной задаче соответствует разграничению содержательной и абстрактной постановок с последующей конкретизацией для выбранного объекта у Г.Н. Мальцева, А.Ю. Онуфрея и А.В. Разумова [15, с. 11]. Сначала устанавливаются физический смысл управления и требуемый результат, затем – пространства данных и функциональные зависимости, после чего уточняются состав компонент и условия конкретного объекта. У каждого обозначения должны быть определены физический смысл, временная привязка и роль в постановке.

Для оценки достижения цели из характеристик формируются показатели. Целевая функция сопоставляет траектории управления числовое значение показателя, а критерий задает правило предпочтения при установленных ограничениях. Такое разграничение отделяет

рассчитываемые температуры и мощность от правил, по которым алгоритм сравнивает управление.

1.2 Анализ существующих математических моделей и методов расчета температурных и энергетических характеристик

Модели теплоэнергетических систем различаются составом рассчитываемых величин, способом задания управления и определением параметров. Для предиктивного управления требуется изменять будущую траекторию управления при одних и тех же исходных данных и получать соответствующие траектории температурных и энергетических характеристик. По этому требованию далее сопоставляются основные группы моделей.

В литературе представлены физические, статистические, серые и гибридные модели [28-29; 83; 107]. Отдельное направление образуют модели, в которых физическая информация включается в структуру или процедуру определения параметров [73; 79; 98]. Возможность применения каждой группы определяется составом доступных данных, точностью расчета на горизонте и вычислительной сложностью.

Физические модели описывают тепловые и энергетические процессы на основе законов тепло- и массообмена при заданных начальных условиях, управлении и внешних нагрузках [20; 21; 97]. Для их построения необходимы конструктивные данные и параметры, часть которых для действующего объекта неизвестна. В задачах управления используются редуцированные описания, допускающие многократный расчет на горизонте [28-29; 83].

Модели ледовых арен описывают тепловой режим покрытия [20; 21; 97; 139], холодильный контур и энергетическую нагрузку [58; 75; 133], вентиляцию, влажностные процессы и осушение [105; 114; 136]. Эти работы дают основание для выбора характеристик и балансовых связей. При использовании моделей отдельных подсистем необходимо согласовать их

входы, выходы и временные интервалы, чтобы рассчитывать совместную траекторию при изменении управления.

Статистические модели и модели временных рядов определяют зависимости по предшествующим значениям величин, метеорологическим, календарным и эксплуатационным признакам [41-42; 70; 81]. Они используются для расчета будущей нагрузки, энергопотребления или температуры [33; 65; 71; 84]. Одношаговую постановку [38; 60; 71] развивают прямые, рекурсивные и смешанные многошаговые стратегии [33-34; 45-46]. Нелинейные и вероятностные зависимости описываются методами машинного обучения и гауссовскими процессами [110]. Будущее управление становится самостоятельным аргументом такой модели при его явном включении во вход.

Для временных последовательностей применяются сети с долгой краткосрочной памятью (англ. Long Short-Term Memory, LSTM) [67; 84; 112] и трансформерные схемы [84; 124; 129], глубокие модели энергопотребления [82; 116], тепловой и холодильной нагрузки [55; 61; 80]. Свойства трансформеров обобщены в [137]. Название архитектуры характеризует способ вычислений, но само по себе не определяет состав аргументов и выхода математической модели.

Применение методов глубокого обучения к управлению энергопотреблением спортивных объектов рассмотрено в работе автора [10]. В отдельном исследовании автора предложено прогнозирование температуры поверхности льда на основе перепрограммирования предобученной языковой модели [12].

Сравнение вычислительных конфигураций требует единого временного разбиения и сопоставимых условий оценки. Если различаются также входные признаки, целевая функция или бюджет настройки, результат характеризует конфигурации в целом. Вывод о влиянии только типа архитектуры требует отдельного сопоставления при фиксации остальных условий. Для управления существенны ошибки на всем горизонте,

в переходных режимах и при изменении траектории управления [33-34; 45-46; 65].

Рекурсивная схема многократно применяет одношаговую модель, подставляя ранее рассчитанные значения, и может накапливать ошибку. Прямая схема рассчитывает весь горизонт без такой подстановки, но требует репрезентативных данных [33-34; 45-46]. В обоих случаях для сравнения альтернатив необходимо задавать управление на всем горизонте. Прогноз нагрузки или отдельной температуры [41-42; 70] должен быть дополнен расчетом тех характеристик, по которым оцениваются оба показателя цели.

Серые модели объединяют редуцированную физическую структуру с параметрами, определяемыми по данным [28-29; 83]. Они применяются для описания тепловой динамики зданий [76; 85; 96; 121], учета скрытых эксплуатационных факторов [128] и модельно-предиктивного управления [102; 132]. Явно заданные физические связи облегчают интерпретацию модели. При неполной наблюдаемости сохраняется задача выбора структуры и определения коэффициентов [85; 96; 128].

Гибридные модели дополняют физическое описание обучаемой составляющей, которая представляет неизвестные воздействия или остаточную ошибку [29; 73; 83; 98; 107]. В моделях с физической информацией уравнения, балансовые соотношения либо ограничения включаются в структуру или процедуру определения параметров [73; 98; 109]. Применения к тепловому режиму зданий представлены в [43-44; 54; 57]. При многократном расчете требуется согласовать компоненты модели и оценить затраты на их совместное вычисление.

В работе автора [13] для прогнозирования температуры льда предложена трансформерная архитектура с физически-информированной функцией потерь на основе теплового баланса.

G. Gokhale, B. Claessens и C. Develder [57] совместно рассчитывают температуру помещения и потребляемую мощность, а также оценивают ненаблюдаемую температуру тепловой массы здания. Модели используют

предшествующие измерения и задаваемое управление; многошаговая траектория формируется рекурсивным применением одношаговой зависимости. Физическая составляющая целевой функции связывает оценку ненаблюдаемой температуры с тепловым соотношением, параметры которого уточняются при обучении. Эта конструкция позволяет сопоставлять модели по способу расчета на горизонте, составу температурных характеристик и порядку определения балансовых коэффициентов.

Уменьшение невязки балансового соотношения не означает уменьшения ошибки относительно измерений. Обе величины оцениваются раздельно; перед включением в составную целевую функцию балансовая невязка нормируется [54; 73; 98]. Дополнительная дискретная балансовая связь должна иметь обоснованную область применения и коэффициенты, определяемые по соответствующим ей данным.

К модели для решения поставленной задачи предъявляются три требования: совместный расчет температурных и энергетических характеристик, независимое задание траектории управления при фиксированных исходных данных и определение параметров по составной целевой функции соответствия данным и балансовой согласованности. Первые два требования задают входы и выход расчетной функции. Третье определяет способ получения ее параметров.

1.3 Анализ существующих схем модельно-предиктивного управления и их вычислительной реализации

Модельно-предиктивное управление использует расчет траекторий характеристик на конечном горизонте для выбора управления [39; 94; 108; 111]. На ближайшем интервале применяется первый участок выбранной траектории. После поступления новых данных горизонт сдвигается и задача решается повторно. Неиспользованная часть предыдущей траектории может служить начальным приближением следующего расчета. Практика применения и вычислительные ограничения подхода рассмотрены в [47; 87;

104; 115], аппарат численной оптимизации – в [100], отечественные схемы модельно-упреждающего и компенсационно-предиктивного управления тепловым режимом зданий – в [7; 14].

Модель рассчитывает характеристики при заданном управлении. Алгоритм вычисляет по этим характеристикам показатели, сравнивает варианты по установленным критериям и выбирает траекторию. Поэтому точность модели и выполнение алгоритмом ограничений проверяются раздельно.

В линейно-квадратичной постановке используются линейная модель и квадратичный критерий. Ее применение к теплоэнергетической системе зависит от того, насколько линейное описание передает связь характеристик с управлением в исследуемых режимах. В нелинейном модельно-предиктивном управлении эта связь задается нелинейной прогнозирующей моделью [3; 32; 69; 113].

В отечественной теории автоматического управления линейные и нелинейные системы разграничиваются по виду зависимостей, описывающих их динамику [1; 2]. Аналогичное разграничение прогнозирующих моделей используется М.В. Сотниковой и Е.И. Веремеем [3]. Применение нелинейной модели в задачах выбора управления требует численного решения соответствующих задач с ограничениями на скользящем горизонте. Определение параметров модели по данным и оптимизация траектории управления представляют разные вычислительные задачи.

Горизонт должен охватывать отложенный температурный отклик. Его увеличение повышает объем вычислений и влияние ошибки модели, поэтому длина горизонта согласуется с динамикой объекта, периодом обновления управления и доступным временем расчета [51; 104; 115; 120].

Специализированные схемы нелинейного управления различаются способом учета неопределенности и организацией вычислений [49-50; 90-91; 117]. Известные постановки для зданий и холодильных систем учитывают энергетические показатели и технические ограничения [32; 48; 69; 95; 131].

Их вычислительная реализация требует многократного решения нелинейной задачи в пределах периода обновления управления.

Экономическое модельно-предиктивное управление включает стоимость ресурса или энергопотребление в целевую функцию [123]. Температурный режим задается ограничением либо оценивается отдельной составляющей. Для инерционной теплоэнергетической системы выбор между этими способами существенен, поскольку снижение энергопотребления должно оцениваться с учетом достигаемого температурного результата.

В схемах с обучаемыми моделями динамика объекта определяется по данным [27; 52; 77; 130]. Такие модели используются при управлении зданиями и системами охлаждения [37; 52; 66; 89; 118; 140], а также для аппроксимации нелинейного управления [23-24; 53; 122]. Для их применения требуется проверить расчет при траекториях управления, отличающихся от реализованных в исходных данных, и оценить балансовую согласованность. Испытания и полевые внедрения показывают зависимость результатов управления от качества модели, ограничений и условий эксплуатации [36; 74].

Применение глубокого обучения с подкреплением к оптимизации энергопотребления ледовой арены рассмотрено в ранней работе автора [11].

А.А. Басалаев [4] рассматривает прогнозное управление теплоснабжением зданий. По архивным данным о температурах помещений, наружного воздуха и подаваемого теплоносителя рассчитываются будущие температуры помещений при различных коэффициентах температурного графика. Затем формируется последовательность задания температуры теплоносителя и применяется ее следующий шаг. В этой постановке прогноз требуемой мощности формируется отдельно, а управление определяется параметрами температурного графика. Для настоящего исследования требуется совместная расчетная траектория температурных и энергетических характеристик при независимом задании будущего управления.

Целевые функции температурного отклонения, энергопотребления и изменения управления имеют разные единицы измерения и отражают требования различного приоритета. Во взвешенной сумме уменьшение одной составляющей может компенсировать увеличение другой. Если требуется сохранять достигнутый температурный результат, необходимо задать его отдельным ограничением энергетической задачи.

М.М. Тверской и Д.В. Румянцев [22] сформулировали задачу управления тепловым режимом здания с комбинированной системой отопления на скользящем горизонте. Допустимый температурный диапазон и технические требования включены в ограничения, а целевая функция выражает стоимость тепловой и электрической энергии.

В последующей работе Д.В. Румянцева и М.М. Тверского [19] описан алгоритм упреждающего управления, который на каждом шаге решает задачу линейного программирования и применяет первое рассчитанное действие. До решения энергетической задачи проверяется возможность соблюдения температурной области на всем горизонте. При ее недостижимости используется вспомогательная задача и формируется граничное управляющее действие.

Общий принцип последовательного решения задач с сохранением достигнутых значений приоритетных целевых функций рассмотрен D. He, L. Wang и J. Sun [63]. В их постановке используются допустимые приближения и ограничения на ухудшение предшествующих результатов. Развитие приоритетного управления представлено также в работе D. He, Y. Zhang и S. Yu [64].

В алгоритме E. O’Dwyer и соавторов [103] сначала уменьшается нарушение температурного комфорта, затем определяется тепловая нагрузка при сохранении достигнутого результата. Задача энергоснабжения решается отдельно для найденной нагрузки. Температурный результат здесь также передается в последующую задачу; особенности реализации определяются разделением оптимизации тепловой нагрузки и энергоснабжения.

Техническая допустимость определяется диапазоном управляющей переменной и пределом ее изменения между соседними значениями. Температурный критерий оценивает выход расчетной температуры за установленные границы; внутри диапазона значение его функции равно нулю. Такое разделение позволяет сравнивать технически допустимые траектории и тогда, когда найденное управление не устраняет температурное отклонение полностью.

Для численного решения локальных задач с ограничениями применяются методы последовательного квадратичного программирования, в том числе метод последовательного квадратичного программирования на основе наименьших квадратов (англ. Sequential Least Squares Programming, SLSQP) [78; 100]. Во время поиска модель вызывается многократно. При выборе численных средств требуется учитывать суммарное время этих вызовов и проверки ограничений.

Программные средства предиктивного управления различаются по назначению и уровню предоставляемых функций. do-mpc объединяет средства задания модели, построения нелинейного или робастного контроллера и моделирования его работы [56]. GEKKO представляет Python-платформу для задания алгебраических и дифференциальных уравнений, оценивания параметров и динамической оптимизации, в том числе модельно-предиктивного управления [31]. В обоих случаях предметная реализация требует согласовать входные данные, модель, целевые функции, ограничения и обработку результатов.

ACADO Toolkit предоставляет алгоритмы динамической оптимизации и средства генерации кода для задач управления [68]. FORCES Pro формирует специализированные решатели, включая FORCES NLP, и вычислительный код по заданной оптимизационной постановке [134]. CasADi обеспечивает автоматическое дифференцирование и формирование оптимизационных задач [26]. Эти средства различаются способом представления модели

и организацией численных вычислений; их выбор не определяет прикладные правила проверки данных и принятия управления.

BCVTB, механизм FMU и библиотека Modelica Buildings используются для совместного моделирования зданий и систем управления [62; 101; 125-126]. Spawn развивает сопряжение Modelica Buildings и EnergyPlus [127]; результаты разных средств моделирования сопоставлены в [88]. BOPTEST предназначен для воспроизводимого тестирования стратегий управления зданиями [35; 138]. Эти средства решают задачи сопряжения моделей и испытания контроллеров.

Для программной реализации поставленной задачи необходимо обеспечить подготовку данных, совместное выполнение модели и алгоритма, итоговую проверку траектории и формирование расчетного протокола. В качестве прямого программного аналога выбран do-mpc [56], объединяющий средства задания модели, построения контроллера и обработки результатов расчета. При разработке комплекса программ требуется определить входные данные, последовательность задач и состав протокола, а вычислительную оперативность оценивать по продолжительности всей процедуры.

1.4 Направления совершенствования математического моделирования и предиктивного управления инерционными теплоэнергетическими системами

Совместное применение математической модели, алгоритма и комплекса программ требует согласования состава рассчитываемых характеристик, порядка применения критериев и требований к программному выполнению.

Модели Н.М. Япаровой [6], А.П. Шуравина [5] и G. Gokhale с соавторами [57] сопоставлены в таблице 1 по выходу, заданию будущего управления и определению параметров.

Модель PhysCon [43], модели теплового режима здания и системы отопления [8; 18], динамическая модель отопительных приборов и систем [17] и модель с физической регуляризацией [44] представляют отдельные способы расчета характеристик и включения физической информации. Эти работы следует учитывать при выборе математической конструкции и способа определения ее параметров.

Для сопоставления альтернативных траекторий управления требуется прямой совместный расчет температурных и энергетических характеристик на всем горизонте по данным предшествующего интервала и независимо задаваемому управлению. Температурные характеристики должны определять отклонение от требуемого режима и разность температур, характеризующую теплообмен. Балансовую составляющую целевой функции следует формировать по нормированным невязкам дискретной связи этих характеристик, предварительно определяя и фиксируя ее коэффициенты и масштаб нормирования.

Таблица 1 – Сопоставление известных математических моделей

Источник	Результат расчета	Задание управления	Определение параметров
Н.М. Япарова [6]	Тепловые характеристики; без совместного расчета температурной и энергетической траекторий	Внешний режим теплового воздействия; без траектории на скользящем горизонте	Решение обратной задачи с регуляризацией
А.П. Шуравин [5]	Равновесные температуры, расходы и тепловые потоки	Сопротивления клапанов; изменение после установления равновесия	Физические и проектные параметры
G. Gokhale, B. Claessens, C. Develder [57]	Температуры помещения и тепловой массы, потребляемая мощность	Управление в одношаговой зависимости; рекурсивный расчет на горизонте	Соответствие данным и физическая составляющая; уточнение тепловых коэффициентов

Источник: составлено автором по материалам [5; 6; 57].

При выборе направления разработки алгоритма необходимо сопоставить действия известных схем в случае отсутствия найденной траектории, обеспечивающей требуемый температурный режим. Соответствующие правила приведены в таблице 2. В работе D. He, L. Wang и J. Sun рассматривается общий подход к приоритетному управлению, а не специальный алгоритм поддержания температуры.

Таблица 2 – Сопоставление известных алгоритмических схем управления

Источник	Температурный приоритет	При недостижимости температурного требования	Учет энергии
М.М. Тверской, Д.В. Румянцев [19; 22]	Температурная область как ограничение	Граничное управляющее действие	Минимизация стоимости энергии
E. O'Dwyer и соавторы [103]	Первоочередное снижение температурного дискомфорта	Сохранение достигнутого температурного результата	Раздельная оптимизация тепловой нагрузки и энергоснабжения
D. He, L. Wang, J. Sun [63]	Общая иерархия критериев	Зависит от ограничений постановки	Зависит от целевых функций

Источник: составлено автором по материалам [19; 22; 63; 103].

В схемах Тверского и Румянцева [19; 22] и O'Dwyer и соавторов [103] применяется ближайшее рассчитанное управляющее действие. В подходе He, Wang и Sun [63] итоговая траектория последовательно уточняется с сохранением приоритетных результатов.

Приоритетное сохранение результатов известно по [63; 103]. Для инерционной теплоэнергетической системы требуется согласовать этот принцип с моделью совместного расчета температурных и энергетических характеристик и блочным представлением управления.

Энергетический поиск должен продолжаться и при ненулевом температурном отклонении, сохраняя достигнутый результат. Необходимо также определить проверку ограничений и сохранение исходной либо

последней принятой технически допустимой траектории при непринятии очередного численного результата.

Для совместного выполнения модели и алгоритма необходимо разработать комплекс программ с определенным составом входных данных и расчетного протокола.

Его вычислительная процедура должна завершаться проверенной технически допустимой траекторией до следующего момента формирования управления. Это требование определяет третье направление исследования.

1.5 Постановка научной задачи исследования

Целью диссертационного исследования является уменьшение отклонений от требуемого температурного режима и снижение энергопотребления инерционных теплоэнергетических систем.

Научная задача состоит в разработке математической модели динамики температурных и энергетических характеристик инерционных теплоэнергетических систем, алгоритма нелинейного модельно-предиктивного управления и комплекса программ, совместно обеспечивающих формирование технически допустимой траектории управления теплоэнергетическим оборудованием на основе расчета значений указанных характеристик.

К моменту расчета t доступны данные эксплуатационного мониторинга за предшествующий интервал: зарегистрированные температурные и энергетические характеристики, фактически реализованное управление и внешние факторы.

Их подготовленное представление задается матрицей $X_t^L \in \mathbb{R}^{L\times p}$, где L – число временных срезов, p – число признаков в одном срезе. Будущие значения внешних факторов не используются.

На горизонте из H дискретных шагов рассматривается траектория управления $U_{t+1:t+H} \in \mathcal{U}_t \subseteq \mathbb{R}^H$.

Множество $\mathcal{U}_t$ определяется допустимым диапазоном управляющей переменной и пределом ее изменения между соседними значениями, включая переход от действующего управления u_t. Ограничение по диапазону задает нижнюю и верхнюю границы каждого значения управления на расчетном горизонте.

Ограничение по изменению устанавливает максимально допустимую величину разности между последовательными значениями и применяется ко всем переходам внутри задаваемой траектории. Далее U обозначает эту траекторию в краткой записи.

Требуется разработать математическую модель динамики температурных и энергетических характеристик по формуле (1)

$$M = (\mathbb{R}^{L\times p}, \mathbb{R}^{H}, \mathbb{R}^{H\times n_y}, F_{\theta^*}), \quad (1)$$

где n_y – число компонент вектора рассчитываемых характеристик;

F_{θ^*} – расчетная функция, параметры θ^* которой требуется определить при построении модели.

Температурные характеристики представляют температуры выбранных областей системы, энергетические – среднюю мощность выбранных единиц или групп оборудования.

В модель должны входить пространства исходных данных, траекторий управления и расчетных траекторий характеристик.

Расчетная зависимость должна иметь вид по формуле (2)

$$\hat{Y}_{t+1:t+H}(U) = F_{\theta^*}(X_t^L, U_{t+1:t+H}), \quad (2)$$

где $\hat{Y}_{t+1:t+H}(U) \in \mathbb{R}^{H\times n_y}$ – расчетная траектория температурных и энергетических характеристик.

Параметры функции необходимо определять численной минимизацией составной целевой функции. В ней следует учитывать соответствие расчетных характеристик данным мониторинга и балансовую согласованность расчетных температурных характеристик.

Для оценки траектории управления необходимо определять по выходу модели показатели отклонения от требуемого температурного диапазона и расчетного энергопотребления.

Алгоритм должен формировать технически допустимую траекторию с приоритетом температурного результата. Снижение расчетного энергопотребления допускается при непревышении достигнутого значения показателя температурного отклонения, в том числе когда требуемый режим не обеспечен полностью.

При последующем выборе траектории следует учитывать изменение управления с сохранением достигнутых температурного и энергетического результатов.

Искомый алгоритм A должен формировать траекторию и значение управления для ближайшего интервала в виде, представленном формулой (3)

$$U^{\star}_{t+1:t+H} = A(X^{L}_{t}, M, \mathcal{U}_{t}), \qquad u^{\star}_{t} = [U^{\star}_{t+1:t+H}]_{1}. \tag{3}$$

Комплекс программ должен подготавливать данные, совместно выполнять модель и алгоритм, проверять результат и формировать расчетный протокол. Его вычислительная процедура должна завершаться до следующего момента формирования управления по формуле (4)

$$C(X^{L}_{t}, M, A) = (U^{\star}_{t+1:t+H}, u^{\star}_{t}, r_{t}), \qquad \tau^{\max}_{\text{calc}} < \Delta t_{\text{ctrl}}, \tag{4}$$

где C – вычислительная процедура комплекса программ;

r_t – расчетный протокол;

$\tau_{\text{calc}}^{\max}$ – максимальная измеренная продолжительность процедуры в проведенной серии расчетов, с;

Δt_{ctrl} – период обновления управления, с.

После применения $u_t^{\star}$ и поступления новых данных необходимо повторять расчет на сдвинутом горизонте.

Для решения научной задачи необходимо выполнить следующие частные задачи:

1) разработать математическую модель динамики температурных и энергетических характеристик инерционных теплоэнергетических систем, устанавливающую зависимость расчетных траекторий указанных характеристик от данных эксплуатационного мониторинга и траектории управления оборудованием системы;

2) разработать алгоритм нелинейного модельно-предиктивного управления, формирующий технически допустимую траекторию управления оборудованием инерционных теплоэнергетических систем на основе последовательного решения трех задач: уменьшения отклонения от требуемого температурного режима, снижения расчетного энергопотребления и выбора траектории управления;

3) разработать комплекс программ, обеспечивающий расчет температурных и энергетических характеристик по математической модели, формирование технически допустимой траектории управления по алгоритму и подготовку расчетного протокола до следующего момента формирования управления.

Количественную проверку необходимо провести по расчетным показателям при одинаковых исходных условиях сопоставляемых алгоритмов. Для подтверждения возможности достижения цели на действующем объекте потребуется натурная апробация.

Выводы по главе 1

1) тепловая инерция, внешние факторы и ограничения оборудования обусловливают необходимость расчета температурных и энергетических характеристик на заданном горизонте. Для предиктивного управления требуется учитывать отложенный температурный отклик и завершать вычисления в пределах периода обновления управления. Теплоэнергетическая система ледовой арены рассматривается как репрезентативный объект последующей апробации;

2) модель должна прямо рассчитывать совместную траекторию температурных и энергетических характеристик на всем горизонте по предшествующим данным мониторинга и независимо задаваемой траектории управления. Для определения ее параметров требуется составная целевая функция соответствия данным и балансовой согласованности с предварительно определенными коэффициентами связи и масштабом нормирования;

3) предметная адаптация известных приоритетных схем требует формирования температурной и энергетической задач по совместному выходу модели при блочном представлении управления. Необходимо определить порядок проверки ограничений и сохранения технически допустимой траектории при непринятии очередного численного результата;

4) требуется разработать математическую модель, алгоритм управления и комплекс программ и проверить их средствами вычислительного эксперимента при сопоставимых исходных условиях.

Глава 2
Математическая модель динамики температурных и энергетических характеристик инерционной теплоэнергетической системы для предиктивного управления

Для предиктивного формирования технически допустимой траектории управления требуется расчет температурных и энергетических характеристик системы при задаваемом управлении. Математическая модель типа «вход–выход» связывает расчетную траекторию характеристик с исходными данными за предшествующий интервал и задаваемой траекторией управления. Ее построение включает задание пространств входных и выходных величин, выбор расчетной функции и определение ее параметров.

2.1 Назначение, требования и границы применимости математической модели

Для задаваемой траектории управления модель рассчитывает траектории температурных и энергетических характеристик инерционной теплоэнергетической системы. По полученным значениям определяются показатели отклонения от требуемого температурного режима и расчетного энергопотребления системы.

В совместной работе с П.В. Никитиным [72] исследована модель холодильной системы ледовой арены, рассчитывающая температурные и энергетические характеристики при заданной будущей траектории управления.

Значение управляющей переменной задает режим работы теплоэнергетического оборудования. С режимом связаны потребляемая мощность и условия теплообмена, а изменение температуры вследствие тепловой инерции развивается с задержкой. Внешние факторы изменяют тепловую нагрузку и условия функционирования. Поэтому модель использует

зарегистрированную динамику температур, мощности, управления и внешних факторов.

Время рассматривается дискретно с шагом $\Delta t > 0$. Через t обозначается индекс последнего временного среза, доступного к началу расчета; фактически реализованное значение управления u_t относится к завершившемуся интервалу и является действующим перед выбором нового управления. Исходные данные охватывают $L \in \mathbb{N}$ моментов $t - L + 1, \dots, t$, а расчетный горизонт – $H \in \mathbb{N}$ моментов $t + 1, \dots, t + H$.

Пусть $n_m \in \mathbb{N}$ – число численно представленных компонент эксплуатационного мониторинга. Временной срез содержит все зарегистрированные данные, необходимые для модели, и задается вектором по формуле (5)

$$m_t = \left(m_{t,1}, \dots, m_{t,n_m}\right)^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^{n_m}. \tag{5}$$

Значения температуры и мощности поступают из измерительных каналов; фактически реализованное управление и внешние факторы – из соответствующих каналов и эксплуатационных записей. Один канал определяет источник значения, а компонента $m_{t,j}$ – его положение в векторе, $j = 1, \dots, n_m$. До формирования временного среза данные приводятся к общей временной сетке.

Пусть $I_m = \{1, \dots, n_m\}$ – множество индексов компонент, $n_G \in \mathbb{N}$ – число групп, а G_k – непустая группа индексов данных общей физической или функциональной природы. Группы образуют разбиение по формуле (6)

$$G_k \subseteq I_m, \qquad \bigcup_{k=1}^{n_G} G_k = I_m, \qquad G_k \cap G_\ell = \varnothing \quad (k \neq \ell), \qquad k, \ell \in \{1, \dots, n_G\}. \tag{6}$$

Группы температуры и мощности объединяют значения соответствующего вида физической величины для разных областей системы или единиц оборудования. Управление и эксплуатационные события группируются по функциональной роли. Число каналов определяет детализацию данных внутри группы, а принадлежность к группе – физическую или функциональную природу данных.

Пусть n_y и n_d – числа компонент используемых моделью характеристик и внешних факторов. Отображение Φ задает выбор данных и предобработку внутри групп по формуле (7)

$$\Phi\colon \mathbb{R}^{n_m} \to \mathbb{R}^{n_y} \times \mathbb{R}^{n_d} \times \mathbb{R}, \qquad \Phi(m_t) = (y_t, d_t, u_t), \tag{7}$$

где $d_t \in \mathbb{R}^{n_d}$ – зарегистрированные внешние факторы;

$u_t \in \mathbb{R}$ – фактически реализованное управление.

Вектор температурных и энергетических характеристик имеет вид, приведенный в формуле (8)

$$y_t = \left(y_{t,1}, \dots, y_{t,n_y}\right)^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^{n_y}. \tag{8}$$

Температурные компоненты представляют значения температуры в выбранных областях системы; энергетические – значения средней мощности выбранных единиц или групп оборудования за интервал Δt. Значения фиксируются в установленных для каждой компоненты единицах. Предобработка может объединять каналы одной области или группы оборудования, сохраняя физический смысл формируемой характеристики. Энергопотребление определяется по траектории мощности с учетом длительности интервалов.

На расчетном горизонте задаваемая траектория управления представляет собой упорядоченную последовательность значений управляющей переменной, а расчетная траектория температурных и энергетических характеристик – упорядоченную последовательность рассчитанных векторов характеристик. Элементы обеих траекторий соотносятся с моментами $t+1, \dots, t+H$.

Пусть $p \in \mathbb{N}$ – число признаков в одном временном срезе после предобработки. Исторический вход формируется отображением Φ_L по данным мониторинга за предшествующий интервал по формуле (9)

$$\Phi_L : (\mathbb{R}^{n_m})^L \to \mathbb{R}^{L \times p}, \qquad X_t^L = \Phi_L(m_{t-L+1}, \dots, m_t). \tag{9}$$

Его результат представляет собой матрицу по формуле (10)

$$X_t^L \in \mathbb{R}^{L \times p}, \tag{10}$$

строки которой соответствуют последовательным временным срезам. При формировании матрицы используются значения $y_{t-L+1}, \dots, y_t$, $d_{t-L+1}, \dots, d_t$ и $u_{t-L+1}, \dots, u_t$, полученные отображением Φ, а также признаки, вычисленные по тем же данным. Зарегистрированные внешние факторы входят в расчетную функцию через X_t^L. Будущие значения внешних факторов не используются; их последующее изменение учитывается после поступления новых данных при следующем формировании входа.

Правило Φ_L фиксирует состав и порядок признаков, их временную привязку, агрегирование и масштабирование. Параметры предобработки определяются по интервалу определения параметров модели. Производные признаки используют только доступные данные, а управление на будущем горизонте задается отдельно.

Задаваемая траектория управления имеет вид, приведенный в формуле (11)

$$U_{t+1:t+H} = (u_{t+1}, u_{t+2}, \dots, u_{t+H})^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^{H}, \tag{11}$$

где $h = 1, \dots, H$ – номер шага;

u_{t+h} – значение управления, действующее на переходе к характеристикам в момент $t + h$.

Далее U используется как краткая запись $U_{t+1:t+H}$.

Расчетная траектория температурных и энергетических характеристик представляется матрицей по формуле (12)

$$\hat{Y}_{t+1:t+H}(U) = \begin{bmatrix} \hat{y}_{t+1}^{\mathsf{T}} \\ \hat{y}_{t+2}^{\mathsf{T}} \\ \vdots \\ \hat{y}_{t+H}^{\mathsf{T}} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{H \times n_y}, \tag{12}$$

где $\hat{y}_{t+h}$ – вектор характеристик, рассчитанных для момента $t + h$.

К математической модели предъявляются следующие требования:

1) исходные данные за предшествующий интервал должны характеризовать динамику температурных и энергетических характеристик системы при реализованном управлении ее оборудованием и влиянии внешних факторов;

2) задаваемая траектория управления должна выступать самостоятельным аргументом расчетной функции;

3) выходом расчетной функции для каждой задаваемой траектории управления должна являться расчетная траектория температурных и энергетических характеристик на установленном горизонте;

4) выход расчетной функции должен содержать характеристики, необходимые для определения показателей отклонения от требуемого температурного режима и расчетного энергопотребления;

5) параметры расчетной функции должны определяться по критерию уменьшения составной целевой функции, учитывающему соответствие расчетных характеристик данным эксплуатационного мониторинга и балансовую согласованность расчетной траектории.

Границы применимости модели определяются составом и диапазонами исходных данных, а при использовании модели в алгоритме – также множеством технически допустимых траекторий управления $\mathcal{U}_t \subseteq \mathbb{R}^H$, задаваемым техническими ограничениями. В матрицу X_t^L входят только данные, доступные до момента t включительно. Наблюдения с расчетного горизонта при формировании признаков не используются. Траектория управления задается для расчета характеристик; ее выбор и оптимизация относятся к алгоритму.

2.2 Структура математической модели и ее расчетная функция

Пусть $\theta = \left(\theta_1, \dots, \theta_{n_\theta}\right)^{\mathsf{T}}$ – вектор параметров расчетной функции, $n_\theta \in \mathbb{N}$ – их число, а $\Theta \subseteq \mathbb{R}^{n_\theta}$ – множество допустимых значений. Параметры задают числовые коэффициенты выбранной структурной формы зависимости; по данным определяется вектор θ^*, который фиксируется до применения модели. Входящая в модель функция принадлежит выбранному семейству по формуле (13)

$$F_{\theta^*} \in \mathcal{F}, \qquad \mathcal{F} = \{F_\theta \mid \theta \in \Theta\}. \tag{13}$$

В математическую модель M входят пространства исходных данных, траекторий управления и расчетных траекторий характеристик. Связь между

входными и выходными величинами задает расчетная функция F_{θ^*}. Модель записывается кортежем по формуле (14)

$$M = (\mathbb{R}^{L\times p}, \mathbb{R}^{H}, \mathbb{R}^{H\times n_y}, F_{\theta^*}). \quad (14)$$

Первые три компонента кортежа определяют математическую форму входа и выхода: матрицы исходных данных за предшествующий интервал принадлежат $\mathbb{R}^{L\times p}$, траектории управления на расчетном горизонте – $\mathbb{R}^{H}$, а расчетные траектории температурных и энергетических характеристик – $\mathbb{R}^{H\times n_y}$. По конкретным значениям входных величин функция F_{θ^*} рассчитывает выходную траекторию.

При определенных параметрах расчетная функция имеет вид, приведенный в формуле (15)

$$F_{\theta^*}: \mathbb{R}^{L\times p} \times \mathbb{R}^{H} \to \mathbb{R}^{H\times n_y}. \quad (15)$$

Для аргументов X_t^L и $U_{t+1:t+H}$ расчетная зависимость записывается формулой (16)

$$\hat{Y}_{t+1:t+H}(U) = F_{\theta^*}(X_t^L, U_{t+1:t+H}). \quad (16)$$

Матрица исходных данных системы за предшествующий интервал и задаваемая траектория управления являются самостоятельными аргументами расчетной функции. При фиксированной матрице X_t^L каждой задаваемой траектории $U_{t+1:t+H}$ функция F_{θ^*} ставит в соответствие расчетную траекторию $\hat{Y}_{t+1:t+H}(U)$. Все ее строки формируются прямым расчетом на всем горизонте, без подстановки ранее рассчитанных характеристик во вход для следующего шага этого же горизонта. Альтернативные траектории управления сопоставляются при одних и тех же исходных данных.

Параметры θ^* определяются до применения модели и при расчете траекторий характеристик остаются фиксированными. Задаваемая траектория управления изменяется как аргумент расчетной функции без повторного определения ее параметров.

При фиксированных аргументах и параметрах расчетная функция детерминирована. Внешние факторы учитываются через зарегистрированную предысторию, включенную в X_t^L; вероятностный закон их будущего изменения в принятой постановке не задается.

Нелинейность по траектории управления определяется при фиксированных X_t^L и θ^*. Для используемой прогнозирующей модели принимается, что отображение $U \mapsto F_{\theta^*}(X_t^L, U)$ не является аффинным на $\mathcal{U}_t$, то есть не представляется на всем этом множестве суммой линейного отображения U в пространство $\mathbb{R}^{H \times n_y}$ и постоянной матрицы. Постоянная составляющая допускается при определении аффинности, поскольку исходные данные за предшествующий интервал фиксированы.

Для проверки условия при зафиксированных параметрах конкретной функции сравниваются выходы для допустимых траекторий и их допустимых выпуклых комбинаций, которые аффинное отображение должно сохранять. Численная проверка выполняется по условию (90).

Для определения показателей достижения цели из расчетной траектории выделяются температурная компонента, определяющая соблюдение требуемого режима, и компонента средней мощности, используемая для определения энергопотребления по формуле (17)

$$\hat{T}_h(U) = \hat{y}_{t+h,i_T}(U), \qquad \hat{P}_h(U) = \hat{y}_{t+h,i_P}(U), \qquad h = 1, \dots, H, \tag{17}$$

где i_T – индекс выбранной температурной компоненты;

i_P – индекс компоненты средней мощности.

Индексы удовлетворяют условиям $i_T, i_P \in \{1, \dots, n_y\}$, $i_T \neq i_P$. Последовательности $\hat{T}_1(U), \dots, \hat{T}_H(U)$ и $\hat{P}_1(U), \dots, \hat{P}_H(U)$ являются расчетными траекториями выбранных компонент на горизонте.

Для фиксированной матрицы исходных данных X_t^L расчетным результатом математической модели, соответствующим задаваемой траектории управления $U_{t+1:t+H}$, является выход расчетной функции $\hat{Y}_{t+1:t+H}(U)$. Расчетный результат объединяет траектории характеристик системы, полученные для рассматриваемой траектории управления. Каждая компонента выходного вектора представляет расчетное значение соответствующей характеристики, а результат в целом характеризует ожидаемую динамику системы на расчетном горизонте.

Показателем называется числовая оценка расчетного результата и соответствующей ему траектории управления, используемая для оценки степени достижения цели или сопоставления альтернативных траекторий управления. Для фиксированных t и u_t вводятся m целевых функций J_q, $q = 1, \dots, m$. Правило g_q вычисляет числовую оценку по расчетной траектории характеристик и траектории управления. Значение q-го показателя определяется выражением (18)

$$J_q(U) = g_q\left(\hat{Y}_{t+1:t+H}(U), U_{t+1:t+H}\right), \qquad q = 1, \dots, m, \tag{18}$$

где g_q – правило вычисления q-го показателя;

m – число учитываемых показателей.

Аргумент $\hat{Y}_{t+1:t+H}(U)$ позволяет определять показатели по расчетным характеристикам, а аргумент $U_{t+1:t+H}$ – вычислять показатель изменения управления непосредственно по последовательности ее значений.

Критерием называется правило оценки вариантов по значениям выбранных показателей. Критерий пригодности задает область допустимых значений показателя по формуле (19)

$$J_q(U) \leq j_q, \tag{19}$$

где j_q – заданное либо достигнутое граничное значение показателя.

Критерий оптимальности устанавливает направление улучшения показателя по формуле (20)

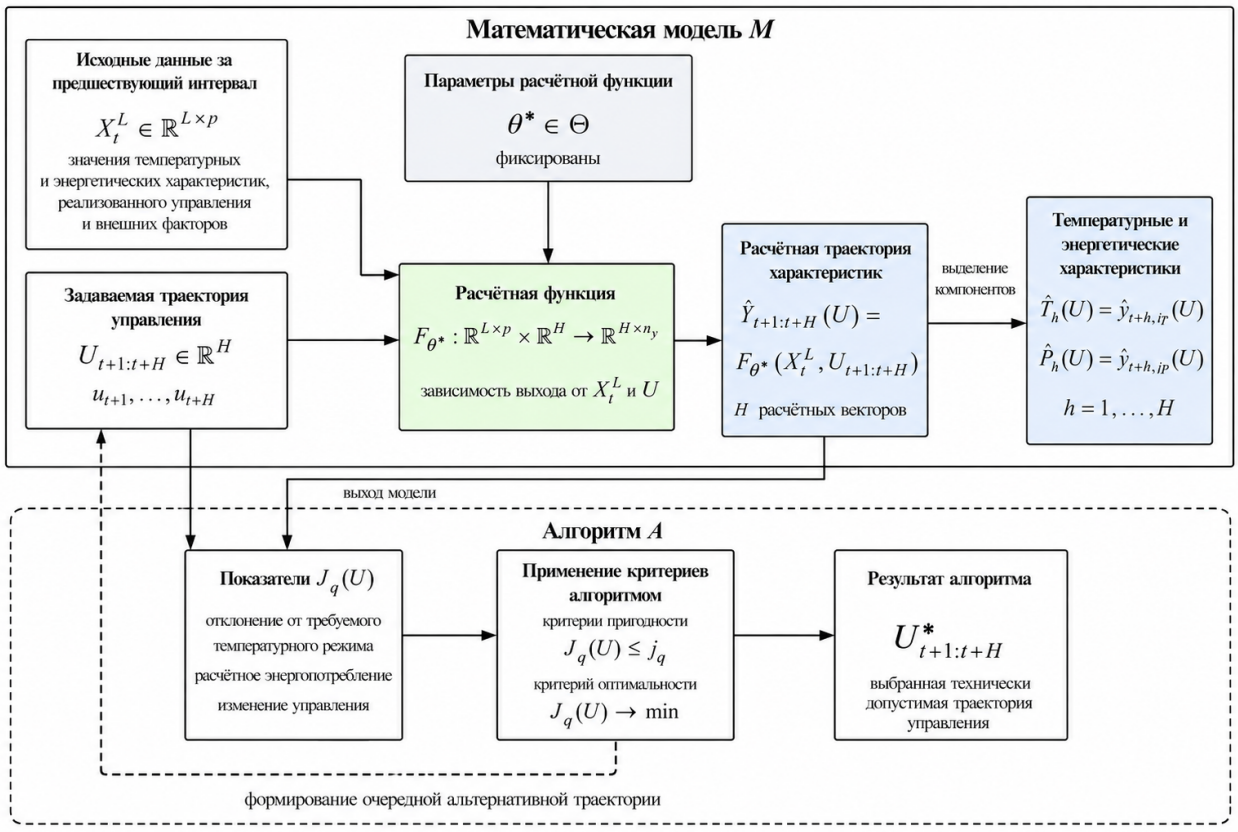
$$J_q(U) \to \min. \tag{20}$$

В принятой постановке результативность выражается степенью соблюдения требуемого температурного режима, а ресурсоемкость – расчетным энергопотреблением. Соответствующие показатели определяются по расчетным температурным и энергетическим характеристикам. Оперативность характеризуется продолжительностью вычислительной процедуры относительно периода обновления управления и оценивается при проверке комплекса программ.

Математическая модель M формирует расчетный результат, представленный траекторией характеристик. Состав показателей, функции их вычисления, критерии, последовательность их применения и правила формирования технически допустимой траектории управления задаются алгоритмом A. Структурно-логическая схема математической модели M и ее связи с алгоритмом A представлена на рисунке 1.

Сплошной границей обозначена модель M, пунктирной – алгоритм A. По матрице X_t^L и заданной траектории $U_{t+1:t+H}$ модель рассчитывает выход $\hat{Y}_{t+1:t+H}(U)$. Алгоритм вычисляет показатели $J_q(U)$ по этому выходу

и соответствующей траектории управления, применяет критерии и формирует очередную альтернативную траекторию. После завершения выбора выдается технически допустимая траектория $U^{\star}_{t+1:t+H}$.



Источник: составлено автором.

Рисунок 1 – Структурно-логическая схема математической модели и ее связи с алгоритмом управления

2.3 Выбор параметрического семейства расчетной функции

Для построения расчетной функции F_{θ^*} сначала выбирается параметрическое семейство, определяющее структуру зависимости расчетной траектории характеристик от аргументов.

Семейства сопоставляются по показателям ошибки расчета. Затем в выбранном семействе определяются параметры по критерию уменьшения составной целевой функции.

Данные эксплуатационного мониторинга разделяются в хронологическом порядке на три непересекающихся временных интервала: определения параметров, выбора и независимой проверки. Перемешивание

данных не выполняется. В пределах каждой части разбиения формируются расчетные интервалы.

Расчетному интервалу с номером i соответствует момент t_i, разделяющий предшествующий интервал длины L и расчетный горизонт длины H.

Предшествующий интервал представляется матрицей $X_{t_i}^{L}$, а на расчетном горизонте задается фактически реализованная траектория управления $U_{t_i+1:t_i+H}$. Для тех же моментов используются наблюдаемые значения температурных и энергетических характеристик. Каждый расчетный интервал целиком принадлежит одной части разбиения; расчетные интервалы, пересекающие границы частей, не используются.

Рассматривается n_s параметрических семейств расчетных функций. Для сопоставления полных расчетных функций семейства имеют одинаковые пространства аргументов и результатов, соответствующие структуре математической модели, но могут различаться способом преобразования аргументов, внутренней структурой функции и числом определяемых параметров.

При предварительном выборе способа обработки предшествующего интервала допускается сопоставление конфигураций с сокращенным общим входом. В таком сопоставлении траектория управления фиксирована либо не варьируется отдельным аргументом; полученные показатели характеризуют только проверенные конфигурации.

После включения самостоятельного аргумента управления и окончательного состава признаков параметры итоговой функции определяются заново.

Если предварительные конфигурации различаются также целевыми функциями определения параметров, их сопоставление характеризует конфигурации в целом при зафиксированных условиях. Предварительное сопоставление и проверка полной зависимости имеют разные назначения.

Для семейства с номером s задается пространство параметров по формуле (21)

$$\Theta_s \subseteq \mathbb{R}^{d_s}, \qquad s = 1, \dots, n_s, \tag{21}$$

где d_s – число параметров функций данного семейства.

Параметром расчетной функции называется числовая величина, входящая в установленную структуру функции и влияющая на формируемый ею результат при фиксированных значениях аргументов. Упорядоченная совокупность параметров представляется вектором по формуле (22)

$$\theta = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \dots \quad \theta_{d_s}]^{\mathsf{T}} \in \Theta_s. \tag{22}$$

В отличие от матрицы исходных данных X_t^L и задаваемой траектории управления $U_{t+1:t+H}$, вектор θ не является аргументом, изменяемым при каждом расчете. Его значение определяется по данным до применения расчетной функции и после этого фиксируется.

Параметрическое семейство с номером s задается формулой (23)

$$\mathcal{F}_s = \left\{ F_\theta^{(s)} \;\middle|\; \theta \in \Theta_s \right\}. \tag{23}$$

Каждая входящая в семейство функция имеет пространства аргументов и результата, установленные выражением (15). Функции одного семейства имеют общую структурную форму и различаются значениями вектора θ. Изменение s означает переход к другой структурной форме зависимости, а изменение θ определяет конкретную функцию внутри семейства.

Для сопоставления семейств на интервале определения параметров для каждого из них получают расчетную функцию при едином разбиении

данных и заранее установленных условиях численной процедуры для каждого семейства.

На расчетном интервале i матрица $X_{t_i}^{L}$ и траектория $U_{t_i+1:t_i+H}$ являются аргументами функции $F_{\theta}^{(s)}$, которая в соответствии с зависимостью (16) формирует расчетную траекторию $\hat{Y}_i^{(s)}(\theta)$.

Полученной расчетной траектории сопоставляется наблюдаемая траектория Y_i, содержащая значения характеристик в моменты $t_i + 1, \dots, t_i + H$.

Для каждого параметрического семейства сначала решается внутренняя задача определения параметров расчетной функции. Используемая в этой задаче целевая функция зависит от вектора θ, вычисляется на интервале определения параметров и непосредственно используется градиентным методом численной оптимизации.

Наблюдаемые значения траектории Y_i и соответствующие им значения траектории $\hat{Y}_i^{(s)}(\theta)$ образуют сопоставляемые пары.

Перед объединением разнородных характеристик их значения стандартизуются с параметрами, определенными на интервале определения параметров.

Все пары стандартизованных значений нумеруются индексом $n = 1, \dots, N$, где N – их общее число.

Целевая функция задачи определения параметров для семейства s имеет вид, приведенный в формуле (24)

$$J_{\text{pred}}^{(s)}(\theta) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} \omega_n \left(y_n - \hat{y}_n^{(s)}(\theta)\right)^2, \tag{24}$$

где $\omega_n > 0$ – вес квадрата ошибки для n-й пары, определяющий вклад этой ошибки в целевую функцию;

y_n – наблюдаемое значение;

$\hat{y}_n^{(s)}(\theta)$ – соответствующее значение, рассчитанное функцией $F_\theta^{(s)}$.

Значение веса устанавливается с учетом вида характеристики и ее положения на расчетном горизонте. Система весов фиксируется до определения параметров и остается одинаковой для всех сопоставляемых семейств. Критерий определения параметров задает предпочтение меньшему значению этой функции по формуле (25)

$$J_{\text{pred}}^{(s)}(\theta) \to \min, \qquad \theta \in \Theta_s, \tag{25}$$

где θ – вектор определяемых параметров расчетной функции.

θ_s обозначает результат градиентной процедуры численного определения параметров с заранее установленными условиями завершения и выбора итерации. На каждой итерации значения параметров изменяются в направлении, устанавливаемом по градиенту целевой функции $J_{\text{pred}}^{(s)}(\theta)$. Итерационный процесс продолжается до выполнения заданного условия прекращения. Полученный вектор $\theta_s \in \Theta_s$ задает расчетную функцию.

После завершения численной процедуры вектор θ_s фиксируется. Сопоставление параметрических семейств выполняется на отдельном интервале выбора по показателям качества полученных расчетных функций математической модели.

При сопоставлении аргументом этих показателей является номер семейства s, а значения характеризуют ошибку расчета при зафиксированных параметрах.

Если интервал выбора используется также для остановки обучения и сохранения итерации, соответствующее правило задается заранее; градиентные обновления выполняются по целевой функции на интервале определения параметров.

Для их вычисления на интервале выбора рассчитываются значения $\hat{y}_{j,n}(s)$, которые являются выходом расчетной функции математической модели, получаемые при $\theta = \theta_s$ в s-м параметрическом семействе, выбранным из множества расчетных функций.

По этим значениям определяются показатели среднеквадратической ошибки по формуле (26)

$$E_j(s) = \sqrt{\frac{1}{N_j}\sum_{n=1}^{N_j}\left(y_{j,n} - \hat{y}_{j,n}(s)\right)^2}, \qquad j = 1, \dots, n_E, \tag{26}$$

где j – номер показателя;

N_j – число таких пар, используемых для вычисления j-го показателя;

n – порядковый номер сопоставляемой пары наблюдаемого и расчетного значений;

$y_{j,n}$ – наблюдаемое значение;

$\hat{y}_{j,n}(s)$ – соответствующее расчетное значение, полученное при $\theta = \theta_s$ в семействе $\mathcal{F}_s$;

n_E – число показателей.

Показатели могут определяться для отдельных характеристик, шагов расчетного горизонта и заранее установленных подмножеств расчетных интервалов. При объединении в одном показателе разнородных характеристик их значения предварительно стандартизуются. Состав показателей и используемые части данных фиксируются до начала сопоставления семейств.

Показатели $E_j(s)$ характеризуют точность функций, представляющих параметрические семейства. В отличие от них, показатели $J_q(U)$

определяются алгоритмом A для оценки результата управления, соответствующего задаваемой траектории U.

В состав математической модели M должна входить одна расчетная функция с зафиксированной структурной формой. Поэтому из рассматриваемых параметрических семейств необходимо выбрать одно семейство, внутри которого далее будут определяться параметры итоговой расчетной функции. Основанием для выбора служат значения показателей $E_j(s)$, вычисленные на интервале выбора при зафиксированных параметрах θ_s.

Критерий предпочтительности устанавливает правило сопоставления параметрических семейств по значениям показателей $E_j(s)$. Семейство с номером s_1 не уступает семейству с номером s_2, если выполняется условие (27)

$$E_j(s_1) \le E_j(s_2), \qquad j = 1, \dots, n_E. \tag{27}$$

Из рассмотрения исключается семейство, если другое семейство имеет меньшую ошибку хотя бы по одному показателю и не имеет большей ошибки ни по одному из остальных. Если после применения этого правила остается несколько семейств, выбирается семейство с меньшим числом определяемых параметров d_s. Номер выбранного семейства обозначается $s^\star$. Далее через $\mathcal{F}$ и Θ обозначаются выбранное семейство $\mathcal{F}_{s^\star}$ и пространство его параметров $\Theta_{s^\star}$, при этом $n_\theta = d_{s^\star}$. Обозначения F_θ и J_{pred} относятся к расчетной функции и целевой функции определения параметров этого семейства.

2.4 Определение параметров расчетной функции по критерию уменьшения составной целевой функции

После выбора структурной формы и окончательного состава аргументов фиксируется семейство $\mathcal{F}$ итоговой расчетной функции.

При сопоставлении полных функций оно совпадает с $\mathcal{F}_{s^\star}$; после предварительного сопоставления конфигураций семейство дополнительно включает самостоятельный аргумент управления и окончательную предобработку. Векторы θ_s, полученные при сопоставлении семейств, использовались для вычисления показателей $E_j(s)$. Для формирования итоговой расчетной функции ее параметры определяются заново в соответствующем пространстве Θ.

Расчетная функция предназначена для определения температурных и энергетических характеристик не только для фактически реализованной траектории управления, но и для альтернативных траекторий. Функция $J_{\mathrm{pred}}(\theta)$ оценивает соответствие расчетных характеристик данным эксплуатационного мониторинга, но не устанавливает их согласованность с закономерностями теплообмена. Поэтому расчетные функции с близкими значениями J_{pred} могут различаться по характеру изменения расчетной температуры при задании альтернативных траекторий управления.

Балансовая согласованность расчетной траектории выражается связью между динамикой расчетной температуры, определяющей соблюдение требуемого режима, и температурной разностью, характеризующей теплообменный процесс [28; 76; 106; 121].

Для формализации этой связи вводится дополнительное балансовое соотношение между приращением указанной температуры на соседних шагах расчетного горизонта и расчетной температурной разностью.

Для фиксированного расчетного интервала и реализованной на нем траектории управления из выхода F_θ на каждом шаге $h = 1, \dots, H$ выделяются две температурные компоненты. Первая совпадает с компонентой температурного режима с индексом i_T, а вторая представляет температуру среды, участвующей в теплообмене с соответствующей областью системы. Зависимость от исходных данных и траектории управления опущена; переменной определения параметров является θ. Величина $\hat{T}_h^{(1)}(\theta)$

представляет расчетную характеристику температурного режима, а $\hat{T}_h^{(2)}(\theta)$ – расчетную характеристику теплообменного процесса. Для задания дополнительной балансовой связи сопоставляются отношение приращения расчетной характеристики температурного режима к длительности дискретного шага и разность двух расчетных температурных характеристик. Температурная разность обозначается $z = \hat{T}_h^{(2)}(\theta) - \hat{T}_h^{(1)}(\theta)$. Соответствие между z и отношением приращения характеристики температурного режима к длительности шага задается функцией $\varphi(z) = \alpha z + \beta$. Коэффициент α характеризует связь скорости изменения температуры с температурной разностью и имеет размерность обратного времени; $\beta = \varphi(0)$ – постоянная составляющая скорости изменения температуры. При температурах в °C и времени в секундах их единицы – с^{-1} и °C/с соответственно. Несогласованность сопоставляемых величин оценивается балансовым остатком. Общая форма балансовой связи имеет вид, приведенный в формуле (28)

$$\frac{\hat{T}_h^{(1)}(\theta) - \hat{T}_{h-1}^{(1)}(\theta)}{\Delta t} = \varphi\left(\hat{T}_h^{(2)}(\theta) - \hat{T}_h^{(1)}(\theta)\right) + e_h(\theta). \qquad (28)$$

где $\hat{T}_h^{(1)}(\theta)$ – расчетная характеристика температурного режима на шаге h, °C;

$\hat{T}_{h-1}^{(1)}(\theta)$ – расчетная характеристика температурного режима на предыдущем шаге, °C;

Δt – длительность дискретного шага, с;

φ – функция дополнительной балансовой связи, задающая скорость изменения температуры по разности расчетных температурных характеристик;

$\hat{T}_h^{(2)}(\theta)$ – расчетная характеристика теплообменного процесса на шаге h, °C;

$e_h(\theta)$ – балансовый остаток на шаге h, °C/с.

В этом выражении левая часть характеризует изменение расчетной характеристики температурного режима между соседними шагами, а функция φ в правой части определяет соответствующее ему значение по разности расчетных температурных характеристик. Остаток $e_h(\theta)$ имеет размерность изменения температурной характеристики в единицу времени. При $e_h(\theta) = 0$ расчетные характеристики точно согласованы с заданной связью; с увеличением $|e_h(\theta)|$ их несогласованность возрастает.

Для количественной оценки несогласованности расчетной траектории с дополнительной балансовой связью остаток необходимо явно выразить через расчетные температурные характеристики и фиксированные коэффициенты связи. Такая запись позволяет вычислить его на каждом шаге расчетного горизонта, а затем перейти к нормированию и объединению полученных значений. Выражая $e_h(\theta)$ из общего соотношения (28) и подставляя $\varphi(z) = \alpha z + \beta$, получим по формуле (29)

$$e_h(\theta) = \frac{\hat{T}_h^{(1)}(\theta) - \hat{T}_{h-1}^{(1)}(\theta)}{\Delta t} - \alpha\left(\hat{T}_h^{(2)}(\theta) - \hat{T}_h^{(1)}(\theta)\right) - \beta, \qquad (29)$$

где α – фиксированный коэффициент связи скорости изменения температуры с температурной разностью, с$^{-1}$;

β – постоянная составляющая скорости изменения температуры при нулевой температурной разности, °C/с.

На первом шаге горизонта вместо $\hat{T}_0^{(1)}(\theta)$ используется значение характеристики температурного режима в момент t.

Коэффициенты α и β определяются отдельно от параметров θ расчетной функции. Пусть N_φ – число сопоставляемых пар в однородной

по условиям теплообмена группе данных. Для пары n через $T_n^{(1)}$ и $T_n^{(2)}$ обозначаются текущие значения температурных характеристик, а через $T_{n,\mathrm{p}}^{(1)}$ – значение первой характеристики на непосредственно предшествующем временном шаге. Индекс n нумерует отобранные пары, а индекс p обозначает непосредственно предшествующий временной отсчет исходного ряда. Тогда коэффициенты определяются методом наименьших квадратов по формуле (30)

$$\frac{1}{N_\varphi}\sum_{n=1}^{N_\varphi}\left[\frac{T_n^{(1)}-T_{n,\mathrm{p}}^{(1)}}{\Delta t}-\alpha\left(T_n^{(2)}-T_n^{(1)}\right)-\beta\right]^2\to\min,\qquad \alpha,\beta\in\mathbb{R}, \tag{30}$$

где α – изменяемое значение первого коэффициента;

β – изменяемое значение второго коэффициента.

Оценки первого и второго коэффициентов, полученные уменьшением суммы квадратов отклонений, обозначаются соответственно α и β.

После определения коэффициенты фиксируются и не включаются в вектор параметров θ. С использованием фиксированных коэффициентов для каждой пары значений из данных эксплуатационного мониторинга вычисляется балансовый остаток по формуле (31)

$$e_n=\frac{T_n^{(1)}-T_{n,\mathrm{p}}^{(1)}}{\Delta t}-\alpha\left(T_n^{(2)}-T_n^{(1)}\right)-\beta,\qquad n=1,\dots,N_\varphi. \tag{31}$$

Балансовый остаток имеет размерность изменения температурной характеристики в единицу времени, а его численное значение зависит от масштаба рассматриваемых величин и длительности дискретного шага. Непосредственное включение таких значений в составную целевую функцию

привело бы к зависимости вклада балансовой составляющей от единиц измерения и численного масштаба остатка. Поэтому балансовый остаток нормируется относительно характерного уровня отклонений, установленного по данным эксплуатационного мониторинга после определения коэффициентов α и β. Масштаб нормирования определяется среднеквадратическим значением полученных балансовых остатков по формуле (32)

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{N_\varphi}\sum_{n=1}^{N_\varphi} e_n^2}, \qquad \sigma_e > 0. \tag{32}$$

При выделении нескольких однородных групп коэффициенты и среднеквадратический масштаб оцениваются отдельно в каждой группе. Фиксированные коэффициенты и масштаб для всей процедуры затем получают по установленному правилу агрегирования групповых оценок. В рассматриваемой реализации применяется медианное агрегирование; в последующих общих формулах α, β и σ_e обозначают именно используемые фиксированные значения. Состав групп и правило агрегирования определяются до обучения расчетной функции.

Нормированной балансовой невязкой называется безразмерная величина, получаемая делением балансового остатка, вычисленного по расчетным характеристикам, на масштаб σ_e. Для шага h расчетного горизонта она имеет вид, приведенный в формуле (33)

$$r_h(\theta) = \frac{e_h(\theta)}{\sigma_e}, \tag{33}$$

где $e_h(\theta)$ – балансовый остаток на шаге h.

При $|r_h(\theta)| \approx 1$ балансовый остаток сопоставим с характерным уровнем отклонений, установленным по исходным данным. Такое нормирование позволяет коэффициенту λ задавать относительный вклад балансовой составляющей в составную целевую функцию без компенсации размерности и численного масштаба $e_h(\theta)$.

Пусть N_r – общее число нормированных балансовых невязок, вычисленных по расчетным интервалам и шагам горизонта. Их значения последовательно обозначаются $r_n(\theta)$, $n = 1, \dots, N_r$.

Знак нормированной балансовой невязки характеризует направление отклонения от балансовой связи, тогда как для оценки согласованности расчетной траектории существенно абсолютное значение этого отклонения.

Простое суммирование невязок могло бы привести к взаимной компенсации положительных и отрицательных значений. Поэтому нормированные балансовые невязки возводятся в квадрат. При положительных весах получаемое значение неотрицательно, обращается в ноль только при выполнении балансовой связи на всех рассматриваемых шагах и придает больший вклад более значительным отклонениям.

Усреднение по N_r позволяет сопоставлять среднюю несогласованность при разном числе рассматриваемых расчетных интервалов и шагов горизонта.

Балансовая составляющая целевой функции задается выражением (34)

$$J_{\text{phys}}(\theta) = \frac{1}{N_r} \sum_{n=1}^{N_r} \omega_n^{\text{bal}} \left(r_n(\theta)\right)^2, \tag{34}$$

где $\omega_n^{\text{bal}} > 0$ – заранее заданный вес n-й балансовой невязки, отдельный от весов ошибки соответствия данным.

Функция $J_{\text{pred}}(\theta)$ оценивает соответствие расчетных характеристик данным эксплуатационного мониторинга, а $J_{\text{phys}}(\theta)$ – их согласованность с дополнительной балансовой связью.

Для одновременного учета этих требований при определении параметров расчетной функции соответствующие составляющие объединяются в составную целевую функцию. Относительный вклад балансовой составляющей задается коэффициентом λ. Для фиксированного значения этого коэффициента целевая функция и направление предпочтения задаются выражением (35)

$$\begin{aligned} J_\lambda(\theta) &= J_{\text{pred}}(\theta) + \lambda J_{\text{phys}}(\theta), \qquad \lambda \geq 0, \\ J_\lambda(\theta) &\to \min_{\theta \in \Theta}, \end{aligned} \tag{35}$$

где θ – вектор определяемых параметров расчетной функции;

$\lambda \geq 0$ – коэффициент относительного вклада балансовой составляющей.

Вектор $\theta(\lambda) \in \Theta$ – принятый результат численной процедуры при фиксированном λ.

Обе составляющие вычисляются по нормированным значениям. Условия завершения и выбор итерации фиксируются до независимой проверки; достижение глобального минимума не предполагается. При $\lambda = 0$ составная целевая функция совпадает с J_{pred}. Коэффициент λ не входит в вектор параметров θ и не определяется совместно с ним. Поскольку $J_{\text{phys}}(\theta) \geq 0$, при фиксированном θ значение $J_\lambda(\theta)$ не уменьшается с увеличением λ. Поэтому совместное уменьшение целевой функции по θ и λ всегда допускало бы $\lambda = 0$ и не обеспечивало бы содержательного учета балансовой согласованности.

Значение коэффициента выбирается отдельно. Пусть $0 \in \Lambda \subset [0, +\infty)$ – заранее заданное конечное множество рассматриваемых значений. Для каждого $\lambda \in \Lambda$ параметры расчетной функции заново определяются на интервале определения параметров при одинаковом разбиении данных и одинаковых условиях численной процедуры. Полученная функция $F_{\theta(\lambda)}$ оценивается на интервале выбора по показателям $m_j(\lambda)$, $j = 1, \dots, n_\lambda$, характеризующим точность расчета и балансовую согласованность; n_λ – число этих показателей. Для каждого показателя предпочтительным является меньшее значение. Чтобы исключить влияние размерности и численного масштаба показателей, их значения нормируются по формуле (36)

$$\overline{m}_j(\lambda) = \frac{m_j(\lambda) - \min\limits_{\mu \in \Lambda} m_j(\mu)}{\max\limits_{\mu \in \Lambda} m_j(\mu) - \min\limits_{\mu \in \Lambda} m_j(\mu)}, \qquad j = 1, \dots, n_\lambda, \tag{36}$$

где μ – переменная перебора элементов Λ.

Если показатель одинаков для всех вариантов, его нормированное значение принимается равным нулю. Вектор с нулевыми значениями всех нормированных показателей соответствует наилучшему значению каждого показателя среди рассматриваемых вариантов. Поэтому выбирается значение коэффициента, для которого вектор показателей наиболее близок к нулевому вектору по формуле (37)

$$\sum_{j=1}^{n_\lambda} \overline{m}_j^2\,(\lambda) \to \min, \qquad \lambda \in \Lambda. \tag{37}$$

Сумма квадратов представляет квадрат евклидова расстояния до нулевого вектора. Извлечение квадратного корня не требуется, поскольку оно не изменяет результат выбора. Значение $\lambda^\star$ выбирается полным перебором

конечного множества Λ после исключения доминируемых вариантов. При равенстве расстояний принимается меньшее значение λ. После выбора коэффициента параметры итоговой расчетной функции определяются по формуле (38)

$$\theta^* = \theta(\lambda^\star). \tag{38}$$

Выбранные номер семейства $s^\star$, значение коэффициента $\lambda^\star$ и соответствующий им вектор параметров $\theta^* \in \Theta$ фиксируются до независимой проверки. Итоговой расчетной функцией математической модели является $F_{\theta^*} = F_{\theta(\lambda^\star)}$.

Принадлежность итоговой функции выбранному семейству фиксирует ее структурную форму. Выполнение условия неаффинности по траектории управления устанавливается для функции с определенными параметрами, поскольку наличие нелинейных преобразований в семействе само по себе не исключает аффинных частных случаев.

Для количественной проверки влияния балансовой составляющей на интервале независимой проверки сопоставляются две расчетные функции выбранного семейства: функция $F_{\theta(0)}$, параметры которой определены без балансовой составляющей, и итоговая функция $F_{\theta(\lambda^\star)}$.

Для обеих функций вычисляются показатели того же состава, который использовался при выборе коэффициента.

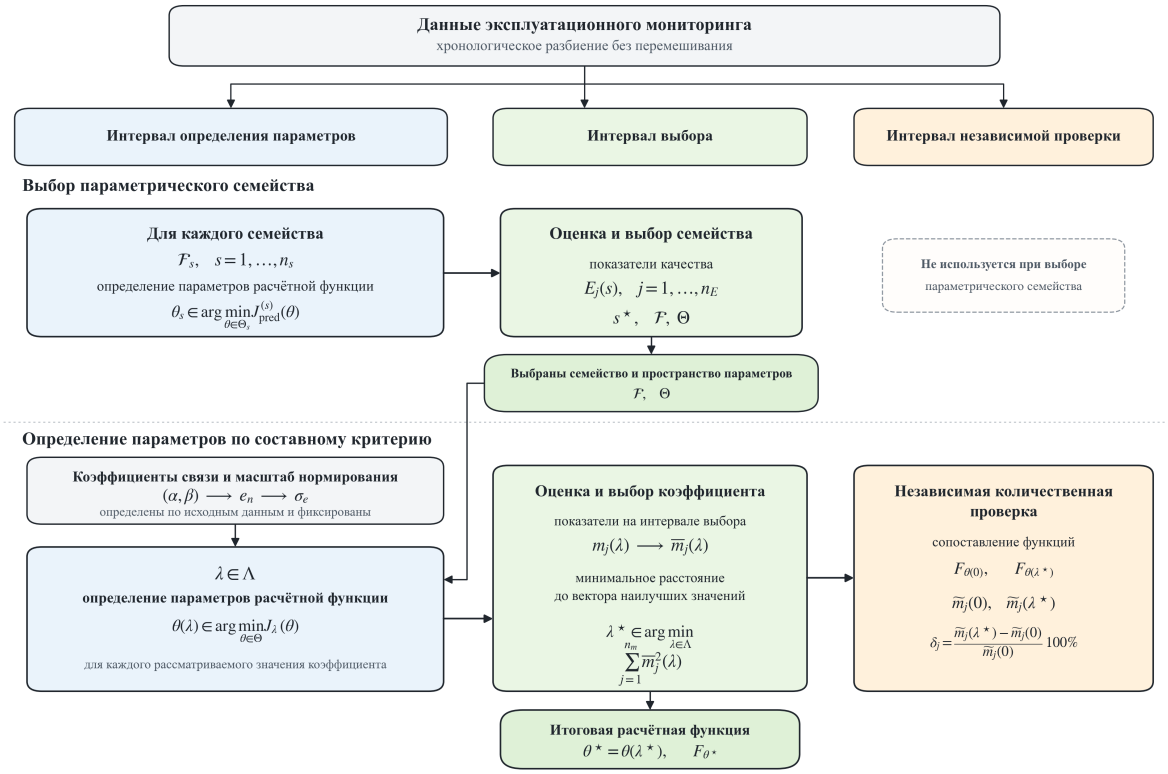
Их значения на интервале независимой проверки обозначаются $\widetilde{m}_j(0)$ и $\widetilde{m}_j(\lambda^\star)$, $j = 1, \dots, n_\lambda$.

Относительное изменение каждого показателя определяется формулой (39)

$$\delta_j = \frac{\widetilde{m}_j(\lambda^\star) - \widetilde{m}_j(0)}{\widetilde{m}_j(0)} \cdot 100\,\%, \qquad j = 1, \dots, n_\lambda. \tag{39}$$

Относительное изменение определяется при $\widetilde{m}_j(0) > 0$; при нулевом базовом значении приводится абсолютная разность показателей. Значение $\delta_j < 0$ означает уменьшение показателя при включении балансовой составляющей, а $\delta_j > 0$ – его увеличение.

Значения показателей на интервале независимой проверки и их относительные изменения не используются для повторного выбора семейства, коэффициента λ или параметров расчетной функции. Общая последовательность выбора параметрического семейства и определения параметров итоговой расчетной функции представлена на рисунке 2.



Источник: составлено автором.
Рисунок 2 – Структурно-логическая схема выбора параметрического семейства и определения параметров расчетной функции

На схеме разграничены назначения трех временных интервалов. На интервале определения параметров сначала определяются параметры функций, представляющих сопоставляемые семейства, а после выбора

семейства – параметры функций для рассматриваемых значений коэффициента λ.

Интервал выбора используется последовательно для выбора параметрического семейства и значения $\lambda^{\star}$. На интервале независимой проверки сопоставляются функции $F_{\theta(0)}$ и $F_{\theta(\lambda^{\star})}$ после фиксации семейства, коэффициента и параметров. Результаты этой проверки не возвращаются на предшествующие этапы выбора.

Конкретный состав характеристик и признаков, набор параметрических семейств, метод численной оптимизации, состав показателей выбора и результаты выбора устанавливаются при реализации модели для выбранного объекта.

2.5 Отличительные свойства разработанной математической модели

В моделях теплопереноса Н.М. Япаровой [6] управляющее воздействие задает граничные условия обратной задачи вместе с результатами измерений. По этим условиям определяется пространственно-временная температурная функция. Регуляризация обеспечивает устойчивость решения при неполных и содержащих погрешность исходных данных.
В модели А.П. Шуравина [5] управление представлено вектором гидравлических сопротивлений клапанов. Для него решаются уравнения теплового и гидравлического баланса и рассчитываются равновесные температуры, расходы теплоносителя и тепловые потоки.

Модели G. Gokhale, B. Claessens и C. Develder [57] используют предшествующие измерения и управление для совместного одношагового расчета температуры и мощности. Расчет на горизонте выполняется рекурсивно. Физическая составляющая связана с оценкой ненаблюдаемой температуры тепловой массы; параметры тепловой связи уточняются при обучении.

В разработанной модели предшествующая динамика системы представлена матрицей X_t^L, а будущее управление – самостоятельным аргументом $U_{t+1:t+H}$. При фиксированных исходных данных функция F_{θ^*} прямо рассчитывает характеристики для всех моментов горизонта. Траектория управления задается отдельно от реализованного управления в предшествующем интервале, а многошаговый расчет не требует рекурсивной подстановки промежуточных результатов.

Выход $\hat{Y}_{t+1:t+H}(U) \in \mathbb{R}^{H \times n_y}$ объединяет траектории температурных и энергетических характеристик, представленных в данных эксплуатационного мониторинга. Температурные компоненты определяют отклонение от требуемого режима и разность температур, характеризующую теплообменный процесс. По энергетическим компонентам определяется расчетное энергопотребление. Таким образом, оценка режима, энергопотребления и балансовой согласованности использует компоненты одной совместно рассчитанной траектории.

Параметры θ определяются численной минимизацией составной целевой функции $J_\lambda(\theta) = J_{\text{pred}}(\theta) + \lambda J_{\text{phys}}(\theta)$. Составляющая J_{phys} формируется по нормированным невязкам дополнительной дискретной связи между изменением расчетной температуры за единицу времени и разностью расчетных температур.

Коэффициенты этой связи и масштаб нормирования предварительно определяются по данным и фиксируются при последующей оптимизации θ. Балансовая связь используется для определения параметров расчетной функции, а не для восстановления ненаблюдаемой температуры. Коэффициент $\lambda^\star$ выбирается отдельно на интервале выбора.

Выводы по главе 2

1) разработана математическая модель M, объединяющая пространства исходных данных, задаваемых траекторий управления и расчетных траекторий температурных и энергетических характеристик

с расчетной функцией. Матрица данных за предшествующий интервал и будущая траектория управления определены как самостоятельные аргументы. Для каждого задаваемого управления характеристики прямо рассчитываются на всем горизонте;

2) выходом расчетной функции является совместная траектория температурных и энергетических характеристик, представленных в данных эксплуатационного мониторинга. Температурные компоненты используются для определения отклонения от требуемого режима и разности температур, характеризующей теплообмен, а энергетические – для определения расчетного энергопотребления;

3) параметры модели определяются численной минимизацией составной целевой функции соответствия данным и балансовой согласованности. Последняя оценивается по нормированным невязкам дополнительной дискретной связи расчетных температур; ее коэффициенты и масштаб нормирования предварительно определяются по данным и фиксируются. Определение параметров, выбор семейства и коэффициента балансовой составляющей, независимая проверка выполняются на раздельных временных интервалах. При применении модели параметры остаются фиксированными;

4) при одних и тех же исходных данных модель рассчитывает характеристики для альтернативных траекторий управления. По этим расчетным результатам определяются соответствующие показатели, используемые при последующем предиктивном формировании технически допустимой траектории управления. При переносе модели на другой объект состав признаков, диапазоны входных величин и значения параметров расчетной функции определяются повторно.

Глава 3

Алгоритм нелинейного модельно-предиктивного управления температурным режимом инерционной теплоэнергетической системы

Математическая модель задает зависимость расчетной траектории температурных и энергетических характеристик от матрицы исходных данных и задаваемой траектории управления. На основе этой зависимости разрабатывается алгоритм нелинейного модельно-предиктивного управления, формирующий технически допустимую траекторию управления посредством последовательного решения трех задач: обеспечения температурного режима, снижения расчетного энергопотребления и выбора траектории управления.

3.1 Постановка задачи формирования траектории управления

К моменту t из зарегистрированного мониторинга $m_{t-L+1}, \dots, m_t$ отображением Φ_L сформирована матрица $X_t^L \in \mathbb{R}^{L\times p}$. Она содержит предшествующие характеристики y, реализованное управление u и внешние факторы d, выделенные отображением Φ. Здесь L – длина предшествующего интервала, p – число признаков, H – длина расчетного горизонта, n_y – число выходных компонент. Будущие значения внешних факторов не используются. Математическая модель M с фиксированными параметрами θ^* и множество технически допустимых траекторий $\mathcal{U}_t \subseteq \mathbb{R}^H$ задаются до решения задач алгоритма. Для краткости $U = U_{t+1:t+H}$.

Расчетная функция F_{θ^*} задает зависимость по формуле (40)

$$\hat{Y}_{t+1:t+H}(U) = F_{\theta^*}(X_t^L, U_{t+1:t+H}), \tag{40}$$

где $\hat{Y}_{t+1:t+H}(U)$ – расчетная траектория вектора температурных и энергетических характеристик, соответствующая траектории U;

θ^* – определенные параметры расчетной функции;

X_t^L – матрица исходных данных, сформированная по данным эксплуатационного мониторинга за предшествующий интервал длиной L и доступная к моменту t;

$U_{t+1:t+H}$ – задаваемая траектория управления на горизонте H.

Алгоритм A использует расчетную траекторию $\hat{Y}_{t+1:t+H}(U) \in \mathbb{R}^{H \times n_y}$ для вычисления температурного и энергетического показателей. Затем последовательно решаются задача обеспечения температурного режима, задача снижения расчетного энергопотребления и задача выбора траектории управления. После проверки и резервного выбора применяется первое значение итоговой технически допустимой траектории. Алгоритм относится к нелинейному модельно-предиктивному управлению. Задачи с ограничениями решаются численно с использованием нелинейной модели на скользящем горизонте, а применяется первое значение выбранной траектории.

Переменной оптимизации является управление. Параметры модели при решении этих задач фиксированы; их определение по данным выполняется предварительно.

3.2 Блочная параметризация траектории управления и технические ограничения

Способ представления траектории управления определяет размерность задач нелинейной оптимизации и число параметров, варьируемых численным методом. При независимом задании управления на каждом шаге расчетного горизонта переменная выбора содержала бы H компонентов.

Поэтому для сокращения размерности задач и снижения вычислительной нагрузки численного метода траектория принимается кусочно-постоянной на B последовательных блоках, где $B < H$. При этом

расчет температурных и энергетических характеристик сохраняется на всех H шагах горизонта.

Переменной выбора в задачах нелинейной оптимизации является блочный вектор по формуле (41)

$$v = (v_1, \dots, v_B) \in \mathbb{R}^B, \tag{41}$$

где v_b – значение управляющей переменной на блоке с номером $b = 1, \dots, B$;

B – число блоков.

Пусть расчетный горизонт содержит H шагов, причем H кратно B. Число расчетных шагов в одном блоке определяется как $\Delta = H/B \in \mathbb{N}$.

Номер блока, соответствующего h-му шагу расчетного горизонта, определяется округлением отношения h/Δ вверх. Траектория управления формируется из значений соответствующих блоков по формуле (42)

$$b(h) = \left\lceil \frac{h}{\Delta} \right\rceil, \qquad U_{t+1:t+H}(v) = \left(v_{b(h)}\right)_{h=1}^{H} \in \mathbb{R}^H. \tag{42}$$

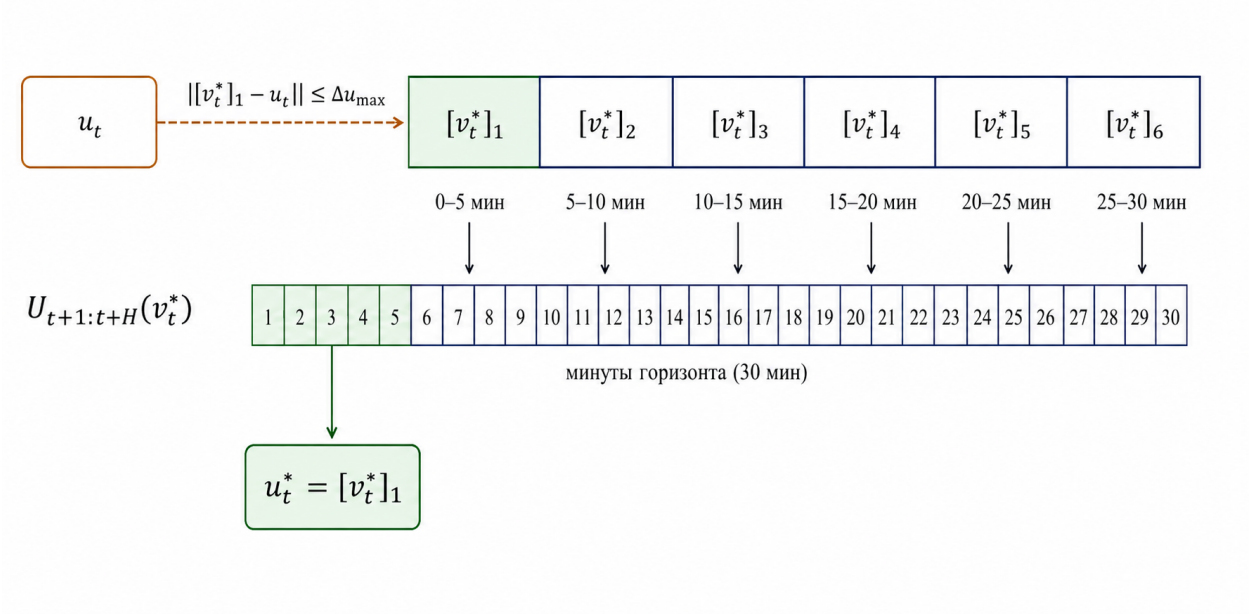
Выражение (42) означает, что первые Δ компонентов траектории равны v_1, следующие Δ компонентов – v_2 и так далее. Каждое значение v_b действует в течение одного блока.

В момент формирования управления t алгоритм формирует блочный вектор $v_t^\star$. Его первый компонент $u_t^\star = [v_t^\star]_1$ является значением управления на ближайшем пятиминутном интервале; комплекс программ передает его локальной автоматике как задаваемое значение температуры возвратного теплоносителя. Непосредственно применяется только этот компонент, поскольку до следующего момента формирования управления поступают

новые данные эксплуатационного мониторинга и управление может быть скорректировано с учетом фактических характеристик системы.

Остальные компоненты $v_t^{\star}$ задают продолжение траектории управления на оставшейся части расчетного горизонта. Они не применяются на ближайшем интервале, но используются расчетной функцией для формирования траектории температурных и энергетических характеристик. Это позволяет выбрать значение управления на ближайший интервал с учетом инерционности системы и его расчетного влияния на указанные характеристики на всем горизонте. После завершения ближайшего интервала матрица исходных данных X_t^L обновляется, а начало и конец расчетного горизонта переносятся вперед на период обновления управления. Для нового горизонта алгоритм повторно формирует блочный вектор с учетом обновленных исходных данных, поэтому компоненты ранее рассчитанного вектора для последующих блоков не рассматриваются как безусловный план управления.

Связь выбранного блочного вектора, развернутой минутной траектории управления и применяемого значения первого блока показана на рисунке 3.



Источник: составлено автором.

Рисунок 3 – Блочное задание траектории управления и применение первого блока на скользящем горизонте

В принятой расчетной конфигурации шаг расчетной траектории составляет $\Delta t = 1$ мин и соответствует временному разрешению данных эксплуатационного мониторинга. Горизонт $H = 30$ шагов задает 30-минутный интервал оценки изменения температурных и энергетических характеристик при сопоставлении траекторий управления. При пятиминутном периоде обновления управления горизонт разделен на $B = 6$ блоков по $\Delta = 5$ шагов, что сокращает размерность переменной выбора с 30 до 6 компонентов. Расчет характеристик выполняется на минутной сетке, а значение управления сохраняется в течение каждого пятиминутного блока. При выборе временных параметров учитываются разрешение исходных данных, характерные временные масштабы динамики объекта и допустимая продолжительность вычислений.

Технически допустимой является траектория управления, значения которой принадлежат установленному рабочему диапазону, а последовательные изменения, включая переход от действующего управления к первому элементу траектории, не превышают заданного предела. При блочной параметризации эти требования задаются для вектора v. Если u_t обозначает действующее в момент формирования управления значение, область технически допустимых блочных векторов имеет вид, приведенный в формуле (43)

$$V_t = \left\{ v \in \mathbb{R}^B \;\middle|\; \begin{array}{ll} u_{\min} \le v_b \le u_{\max}, & b = 1, \dots, B, \\ |v_1 - u_t| \le \Delta u_{\max}, & \\ |v_b - v_{b-1}| \le \Delta u_{\max}, & b = 2, \dots, B \end{array} \right\}, \qquad (43)$$

где $u_{\min}$ – нижняя граница рабочего диапазона управляющей переменной;

$u_{\max}$ – верхняя граница рабочего диапазона управляющей переменной;

$\Delta u_{\max} > 0$ – максимальное допустимое изменение управления.

При $u_t \in [u_{\min}, u_{\max}]$ постоянный вектор с компонентами u_t принадлежит V_t, поэтому эта область непуста. Условие $|v_1 - u_t| \le \Delta u_{\max}$ ограничивает переход от действующего управления к первому блоку, а условия $|v_b - v_{b-1}| \le \Delta u_{\max}$ ограничивают изменения между последующими блоками.

Каждому вектору $v \in V_t$ в соответствии с выражением (42) сопоставляется технически допустимая траектория $U_{t+1:t+H}(v)$. Тем самым область V_t параметризует выбранный класс кусочно-постоянных траекторий внутри $\mathcal{U}_t$, принятого в общей формализации. Итоговый вектор $v_t^\star$ должен принадлежать области V_t, а соответствующая ему траектория $U_{t+1:t+H}(v_t^\star)$ является выбранной технически допустимой траекторией управления.

3.3 Критерии формирования траектории управления

Показатель представляет числовую оценку свойства траектории. Целевая функция сопоставляет блочному вектору v значение показателя, используемое при решении задачи. Критерий формирования траектории управления задает правило предпочтения вариантов по значениям целевой функции при установленных ограничениях; задача оптимизации состоит в поиске предпочтительного допустимого вектора.

В рассматриваемой постановке предпочтительной по каждому критерию считается траектория, которой соответствует меньшее значение этой функции. В алгоритме используются критерии обеспечения температурного режима, снижения расчетного энергопотребления и выбора траектории управления.

Для каждого технически допустимого блочного вектора $v \in V_t$ в соответствии с выражением (42) формируется траектория управления $U_{t+1:t+H}(v)$.

При сопоставлении альтернативных блочных векторов матрица исходных данных X_t^L остается неизменной, а расчетная функция согласно

выражению (40) формирует соответствующую расчетную траекторию температурных и энергетических характеристик $\hat{Y}_{t+1:t+H}\left(U_{t+1:t+H}(v)\right)$.

Значения функций температурного и энергетического критериев зависят от блочного вектора v через сформированную для него траекторию управления и выход расчетной функции; функция критерия выбора траектории управления определяется непосредственно по компонентам v.

Для фиксированного момента t запись $\hat{y}_h(v)$ сокращает обозначение $\hat{y}_{t+h}\left(U_{t+1:t+H}(v)\right)$. На h-й позиции расчетного горизонта выходной вектор имеет вид, приведенный в формуле (44)

$$\hat{y}_h(v) = \left(\hat{y}_{h,1}(v), \dots, \hat{y}_{h,n_y}(v)\right)^{\mathsf{T}}, \qquad h = 1, \dots, H. \tag{44}$$

Для формирования критериев из выходного вектора выделяются расчетная температурная характеристика и расчетная энергетическая характеристика по формуле (45)

$$\hat{T}_h(v) = \hat{y}_{h,i_T}(v), \qquad \hat{P}_h(v) = \hat{y}_{h,i_P}(v), \tag{45}$$

где i_T – индекс температурной характеристики в выходном векторе;

i_P – индекс энергетической характеристики в выходном векторе. Индексы различны и принадлежат множеству $\{1, \dots, n_y\}$.

Расчетная температурная характеристика $\hat{T}_h(v)$ используется для оценки соблюдения требуемого температурного режима, а расчетная энергетическая характеристика $\hat{P}_h(v)$ – для определения расчетного энергопотребления системы.

Требуемый температурный режим задается установленным диапазоном значений характеристики. Его границы $T_{\min} < T_{\max}$

устанавливаются эксплуатационным регламентом объекта и рассматриваются как заданные параметры задачи управления.

Температурный режим на расчетном горизонте считается соблюденным, если $T_{\min} \le \hat{T}_h(v) \le T_{\max}$ для всех $h = 1, \dots, H$.

Для сопоставления траекторий, не обеспечивающих выполнение этого условия на всем расчетном горизонте, для каждой его позиции вводится величина отклонения расчетной температуры от требуемого диапазона по формуле (46)

$$\delta_h(v) = \begin{cases} T_{\min} - \hat{T}_h(v), & \hat{T}_h(v) < T_{\min}, \\ 0, & T_{\min} \le \hat{T}_h(v) \le T_{\max}, \\ \hat{T}_h(v) - T_{\max}, & \hat{T}_h(v) > T_{\max}, \end{cases} \quad (46)$$

где $h = 1, \dots, H$ – номер позиции расчетного горизонта.

Величина $\delta_h(v)$ равна расстоянию от $\hat{T}_h(v)$ до диапазона $[T_{\min}, T_{\max}]$ и неотрицательна. Единица ее измерения – °C. Она равна нулю внутри диапазона, а при выходе за его нижнюю или верхнюю границу равна величине соответствующего отклонения. Равные по модулю отклонения ниже и выше диапазона получают одинаковые значения $\delta_h(v)$.

Для перехода от отклонений на отдельных позициях к единой числовой оценке соблюдения температурного режима на всем расчетном горизонте используется среднее значение их квадратов. Соответствующая функция критерия определяется формулой (47)

$$J_T(v) = \frac{1}{H} \sum_{h=1}^{H} \delta_h\,(v)^2. \quad (47)$$

Функция $J_T(v)$ принимает неотрицательные значения и равна нулю тогда и только тогда, когда расчетная температурная характеристика

находится в установленном диапазоне на всех позициях расчетного горизонта. При нарушении диапазона ее значение увеличивается с ростом величины отклонений и числа позиций, на которых они возникают.

Возведение $\delta_h(v)$ в квадрат увеличивает вклад больших отклонений. Кусочная функция $\delta_h(v)$ недифференцируема при $\hat{T}_h(v) = T_{\min}$ и $\hat{T}_h(v) = T_{\max}$, однако $\delta_h(v)^2$ имеет непрерывную первую производную по $\hat{T}_h(v)$. При дифференцируемой расчетной функции такая запись $J_T(v)$ допускает вычисление первых производных для градиентного метода. Единица измерения J_T – °C².

Функция $J_T(v)$ характеризует отклонение от требуемого температурного режима, но не отражает расчетное энергопотребление, соответствующее сформированной траектории управления. Для сопоставления траекторий по энергетической характеристике вводится функция критерия расчетного энергопотребления $J_E(v)$. Ее значение определяется суммированием расчетной мощности по позициям горизонта с учетом длительности шага расчетной траектории по формуле (48)

$$J_E(v) = \Delta t \sum_{h=1}^{H} \hat{P}_h\,(v), \tag{48}$$

где Δt – длительность шага расчетной траектории, при вычислении выраженная в часах;

$\hat{P}_h(v)$ – средняя расчетная мощность на h-м шаге, выраженная в киловаттах.

Функция $J_E(v)$ представляет расчетное энергопотребление на всем расчетном горизонте и измеряется в кВт·ч. В принятой конфигурации длительность шага составляет 1 мин; при вычислении $J_E(v)$ она приводится

к часам. Мощность, представленная в исходных данных в ваттах, для расчета энергопотребления приводится к киловаттам делением на 1000.

Для сопоставления технически допустимые траекторий в задаче выбора траектории управления используется целевая функция по формуле (49)

$$J_S(v) = (v_1 - u_t)^2 + \sum_{b=2}^{B} (v_b - v_{b-1})^2. \quad (49)$$

Первое слагаемое учитывает изменение управления при переходе от действующего значения u_t к первому компоненту v_1, а сумма – изменения между последующими компонентами блочного вектора. Функция $J_S(v)$ принимает неотрицательные значения и равна нулю тогда и только тогда, когда все компоненты вектора v совпадают с действующим значением управления. Возведение разностей в квадрат обеспечивает одинаковую оценку повышений и снижений управления и увеличивает вклад больших изменений. В отличие от ограничений (43), задающих предельно допустимое отдельное изменение, функция $J_S(v)$ позволяет сопоставлять технически допустимые векторы по совокупности изменений управления. Единица измерения J_S – °C².

Внутри каждого блока управление постоянно, поэтому разности соседних значений развернутой траектории равны нулю. Ненулевые переходы приходятся на границы блоков и переход от u_t к первому блоку. Следовательно, блочная запись $J_S(v)$ совпадает с функцией суммы квадратов последовательных изменений траектории U в общей постановке. При фиксированных t и u_t все три целевые функции являются композициями соответствующих функций траектории с ее блочной разверткой.

3.4 Последовательное решение задач управления

Функции $J_T(v)$, $J_E(v)$ и $J_S(v)$ используются как целевые функции задач нелинейной оптимизации. Каждая задача состоит в выборе технически

допустимого блочного вектора $v \in V_t$, уменьшающего соответствующую функцию при выполнении установленных условий. В результате численного решения формируется блочный вектор, который принимается после проверки технической допустимости и условий задачи. Принятые результаты обозначаются $v_t^{(T)}$, $v_t^{(E)}$ и $v_t^{(S)}$.

Порядок решения задач определяется приоритетом критериев $T \succ E \succ S$. Более высокий приоритет означает, что достигнутое значение соответствующей целевой функции используется как ограничение последующих задач.

Критерий отклонения от требуемого температурного режима имеет первый приоритет, поскольку границы этого режима устанавливаются эксплуатационным регламентом. Критерий расчетного энергопотребления имеет второй приоритет, а критерий выбора траектории управления имеет третий приоритет.

Объединение целевых функций во взвешенную сумму потребовало бы их нормирования и допустило бы компенсацию ухудшения более приоритетного результата улучшением менее приоритетного [92].

Здесь принято сохранение достигнутого температурного результата. Положительная уступка расширила бы допустимое множество энергетической задачи за счет его ухудшения и соответствовала бы другому правилу выбора управления.

Последовательность начинается с температурной задачи, направленной на уменьшение отклонения прогнозируемой температурной характеристики от требуемого диапазона. Переменной выбора является технически допустимый блочный вектор, задающий будущую траекторию управления оборудованием. При изменении этого вектора исходные данные эксплуатационного мониторинга и параметры расчетной функции остаются фиксированными. Для каждого рассматриваемого вектора модель рассчитывает температурную траекторию на всем расчетном горизонте. По полученной траектории определяется значение целевой функции

температурного отклонения. Таким образом, численный поиск проводится по управляющим воздействиям при неизменной модели и с соблюдением установленных технических ограничений. Соответствующая задача формулируется по формуле (50)

$$\begin{aligned} &J_T(v) \to \min, \qquad v \in V_t, \\ &j_T = J_T\left(v_t^{(T)}\right), \end{aligned} \tag{50}$$

где $v_t^{(T)}$ – принятый результат численного решения задачи обеспечения температурного режима путем уменьшения отклонения от требуемого диапазона.

Значение $j_T = J_T\left(v_t^{(T)}\right)$, измеряемое в °C², фиксируется независимо от того, равно ли оно нулю. Если в ходе численного решения не найдена принятая траектория с $J_T = 0$, последующая задача использует достигнутое значение j_T.

На следующем этапе решается энергетическая задача. Достигнутое значение j_T вводится в нее как ограничение по формуле (51)

$$\begin{aligned} &J_E(v) \to \min, \qquad v \in V_t, \\ &J_T(v) \le j_T, \\ &j_E = J_E\left(v_t^{(E)}\right). \end{aligned} \tag{51}$$

Условие $J_T(v) \le j_T$ не фиксирует ранее полученный вектор $v_t^{(T)}$. Допустимы все технически допустимые векторы, не ухудшающие достигнутый температурный результат. Сам вектор $v_t^{(T)}$ удовлетворяет этому условию и используется как допустимое начальное приближение. Тем самым сохраняется возможность поиска менее энергозатратной траектории, но ее нахождение не гарантируется. Вектор $v_t^{(E)}$ обозначает принятый результат

численного решения энергетической задачи, а j_E – достигнутое значение энергетической целевой функции, измеряемое в кВт·ч.

После этого решается задача выбора траектории управления. В ней сохраняются достигнутые значения обеих целевых функций более высокого приоритета по формуле (52)

$$\begin{aligned} &J_S(v) \to \min, \qquad v \in V_t, \\ &J_T(v) \le j_T, \qquad J_E(v) \le j_E. \end{aligned} \tag{52}$$

Ограничения в третьей постановке допускают изменение блочного вектора только при непревышении достигнутых значений температурной и энергетической целевых функций. Полученный вектор принимается как $v_t^{(S)}$ после проверки технической допустимости, выполнения указанных условий и непревышения значения J_S относительно результата энергетической задачи. Отдельное обозначение достигнутого значения J_S не вводится, поскольку оно не используется как ограничение последующей задачи.

Передача достигнутого значения целевой функции в ограничение следующей задачи соответствует ε-constraint-подходу [59; 92] и известным схемам приоритетного управления с последовательным уточнением допустимых приближений [63]. В реализации O'Dwyer и соавторов [103] этот принцип применяется к тепловой нагрузке, после чего отдельно решается задача энергоснабжения.

В разработанном алгоритме температурная и энергетическая задачи используют совместно рассчитанные характеристики одной модели и один технически допустимый блочный вектор как переменную выбора. В отличие от схемы [19; 22], ненулевое значение j_T не приводит к непосредственному переходу к граничному действию. Энергетическая задача решается с достигнутым температурным результатом в качестве границы ограничения.

Результат каждой задачи принимается после проверки технической допустимости и установленных ограничений. При непринятии первого

результата сохраняется исходная допустимая траектория, при непринятии последующих – последняя принятая. Эти правила согласуют последовательное численное решение задач с получением технически допустимого управления для инерционной теплоэнергетической системы.

3.5 Алгоритм нелинейного модельно-предиктивного управления и его свойства

Алгоритм A задает порядок последовательного решения задач, проверки результатов и резервного выбора технически допустимой траектории. Результат применения алгоритма определяется выражениями (53)

$$U^{\star}_{t+1:t+H} = A(X^{L}_{t}, M, \mathcal{U}_t), \qquad u^{\star}_{t} = [U^{\star}_{t+1:t+H}]_1, \tag{53}$$

где $U^{\star}_{t+1:t+H}$ – выбранная алгоритмом технически допустимая траектория управления;

X^{L}_{t} – матрица исходных данных за предшествующий интервал, сформированная к моменту t;

M – математическая модель динамики температурных и энергетических характеристик;

$\mathcal{U}_t$ – множество технически допустимых траекторий управления на расчетном горизонте;

$u^{\star}_{t}$ – ее первый элемент, применяемый на ближайшем интервале.

В принятой блочной параметризации результату алгоритма соответствует вектор $v^{\star}_{t} \in V_t$, для которого $U^{\star}_{t+1:t+H} = U_{t+1:t+H}(v^{\star}_{t})$, а применяемое значение управления определяется как $u^{\star}_{t} = [v^{\star}_{t}]_1$.

Алгоритм применяется после проверки полноты, конечности и временной согласованности исходных данных и выполнения $u_t \in [u_{\min}, u_{\max}]$. При несоответствии этим требованиям комплекс программ

фиксирует обращение к внешней резервной процедуре локальной автоматики; новое значение управления алгоритмом не формируется.

До температурной задачи задается исходный технически допустимый блочный вектор $v^0 \in V_t$. Способ его формирования является параметром численной реализации. Допустим постоянный вектор, в том числе с компонентами, равными u_t. В другом варианте начальное приближение формируется сдвигом ранее выбранного вектора на один блок с повторением последнего компонента, если полученный вектор принадлежит V_t; иначе используется постоянный допустимый вектор. В вычислительном сопоставлении применяется постоянное начальное приближение. Вектор v^0 сохраняется для резервного выбора при непринятии первого численного результата.

Для каждого полученного вектора сначала проверяется конечность его компонент, расчетных характеристик и значений используемых целевых функций. Только после этого проверяются технические ограничения и условия сохранения результатов. В алгоритме 3.1 неравенства заданы в точной математической форме; при программной проверке учитывается численная погрешность.

Порядок формирования и проверки результата представлен в алгоритме 3.1.

Алгоритм 3.1 – Формирование технически допустимой траектории управления

1) определить область технически допустимых блочных векторов V_t и сформировать исходный технически допустимый вектор $v^0 \in V_t$;

2) решить температурную задачу (50), используя v^0 в качестве начального приближения, и обозначить полученный до проверки результат через $\tilde{v}_t^{(T)}$. Проверить конечность результата и условие $\tilde{v}_t^{(T)} \in V_t$. Если проверка не пройдена, положить $v_t^\star = v^0$ и перейти к итоговой проверке технической допустимости. В противном случае принять $v_t^{(T)} = \tilde{v}_t^{(T)}$

и зафиксировать $j_T = J_T\left(v_t^{(T)}\right)$ независимо от того, равно ли достигнутое значение нулю;

3) решить энергетическую задачу (51), используя $v_t^{(T)}$ в качестве начального приближения, и обозначить полученный до проверки результат через $\tilde{v}_t^{(E)}$. Проверить конечность результата и условия $\tilde{v}_t^{(E)} \in V_t$ и $J_T\left(\tilde{v}_t^{(E)}\right) \le j_T$. Если хотя бы одно условие не выполнено, положить $v_t^\star = v_t^{(T)}$ и перейти к итоговой проверке технической допустимости. В противном случае принять $v_t^{(E)} = \tilde{v}_t^{(E)}$ и зафиксировать $j_E = J_E\left(v_t^{(E)}\right)$;

4) решить задачу выбора траектории управления (52), используя $v_t^{(E)}$ в качестве начального приближения, и обозначить полученный до проверки результат через $\tilde{v}_t^{(S)}$;

5) проверить конечность результата и условия $\tilde{v}_t^{(S)} \in V_t$, $J_T\left(\tilde{v}_t^{(S)}\right) \le j_T$, $J_E\left(\tilde{v}_t^{(S)}\right) \le j_E$ и $J_S\left(\tilde{v}_t^{(S)}\right) \le J_S\left(v_t^{(E)}\right)$. Если все условия выполнены, принять $v_t^{(S)} = \tilde{v}_t^{(S)}$ и положить $v_t^\star = v_t^{(S)}$. В противном случае положить $v_t^\star = v_t^{(E)}$;

6) повторно подтвердить принадлежность выбранного вектора области технически допустимых блочных векторов: $v_t^\star \in V_t$;

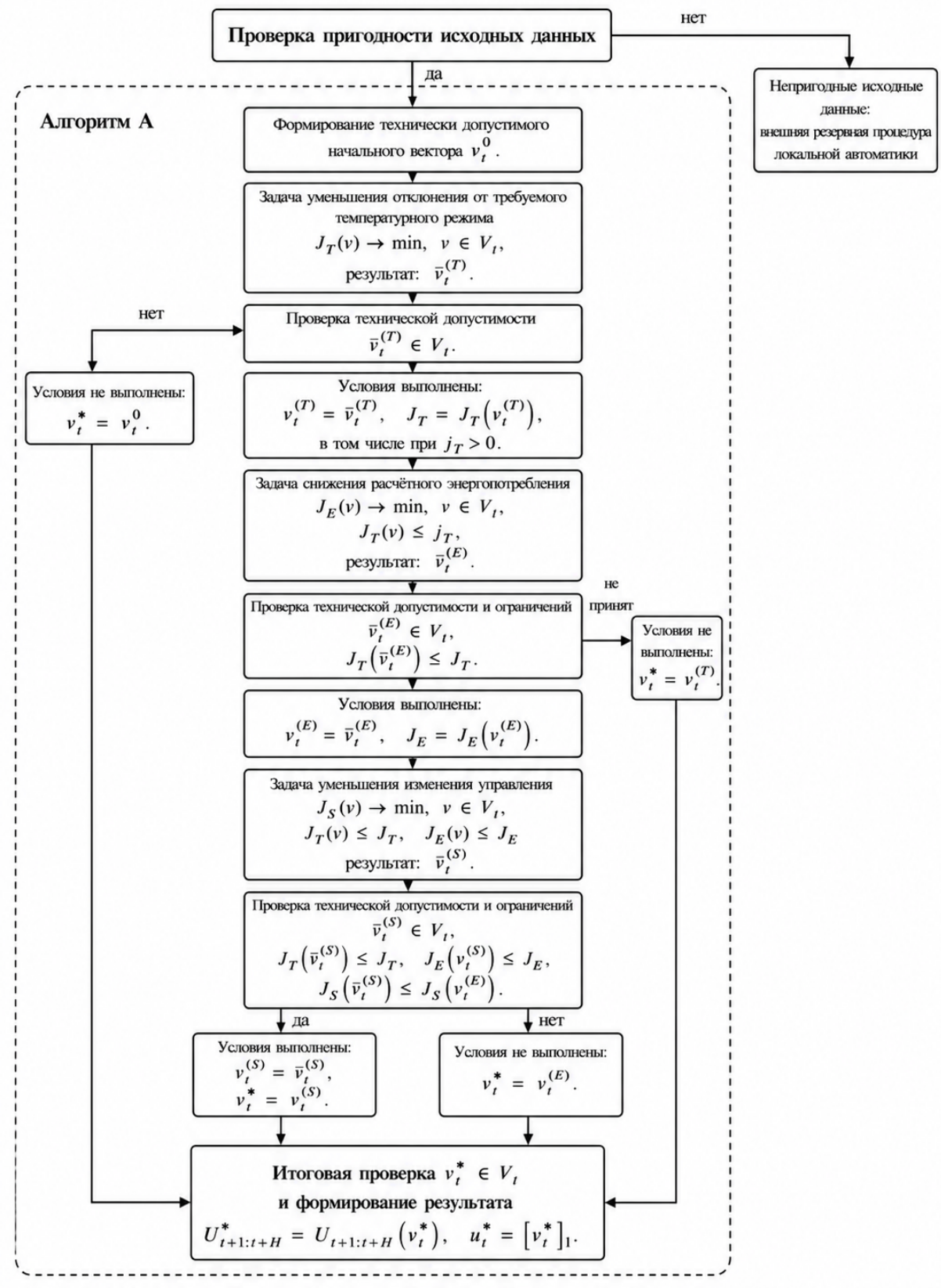
7) сформировать технически допустимую траекторию $U_{t+1:t+H}^\star = U_{t+1:t+H}(v_t^\star)$, определить применяемое значение управления $u_t^\star = [v_t^\star]_1$, выдать $v_t^\star$, $U_{t+1:t+H}^\star$ и $u_t^\star$ в качестве результатов и завершить выполнение алгоритма.

Для каждой задачи фиксируются выполнение, принятие результата и причина резервного выбора; после досрочного прекращения последовательности последующие задачи получают статус «не выполнялась». Выходы алгоритма и сведения о проверках передаются комплексу программ для формирования расчетного протокола r_t. Этот протокол документирует выбор $v_t^\star$, соответствующую траекторию и применяемое значение $u_t^\star$.

Полученное значение $u_t^\star$ применяется на ближайшем интервале управления. К следующему моменту формирования управления матрица исходных данных X_t^L обновляется с учетом новых данных и фактически реализованного управления, после чего алгоритм выполняется повторно на сдвинутом расчетном горизонте.

Последовательность решения задач, проверки полученных результатов и резервного выбора технически допустимого вектора представлена на рисунке 4. Схема отражает порядок выполнения вычислительных действий и условия перехода между ними. Внутри пунктирной границы показаны действия алгоритма А: формирование технически допустимого начального вектора, последовательное решение температурной и энергетической задач, решение задачи выбора траектории управления и итоговая проверка выбранного результата. После численного решения каждой задачи проверяется принадлежность полученного вектора области технической допустимости и выполнение условий его принятия. Переход к следующей задаче осуществляется после принятия результата предшествующего этапа. При этом достигнутые значения целевых функций более высокого приоритета задают ограничения последующего поиска, а принятый вектор используется как допустимое начальное приближение. Если очередной результат не принят, последующие задачи не выполняются, а итоговый вектор определяется посредством резервного выбора исходного либо последнего принятого технически допустимого вектора. Выбранный вектор проходит заключительную проверку и используется для формирования траектории управления и значения управляющего воздействия на ближайшем интервале. Проверка пригодности исходных данных и обращение к внешней резервной процедуре локальной автоматики расположены за пунктирной границей и выполняются комплексом программ. При признании исходных данных пригодными комплекс программ передает их алгоритму для формирования управления. При непригодности данных выполняется обращение к внешней

резервной процедуре без запуска последовательности оптимизационных задач.



Источник: составлено автором.

Рисунок 4 – Структурно-логическая схема формирования технически допустимой траектории управления

В точной математической постановке из правил принятия и резервного выбора следуют три свойства алгоритма:

1) наличие известной допустимой точки последующей задачи. После принятия результата температурной задачи выполняются условия $v_t^{(T)} \in V_t$ и $J_T\left(v_t^{(T)}\right) = j_T$. Следовательно, вектор $v_t^{(T)}$ принадлежит допустимой области энергетической задачи, определяемой условиями $v \in V_t$ и $J_T(v) \le j_T$. Аналогично после принятия результата энергетической задачи выполняются условия $v_t^{(E)} \in V_t$, $J_T\left(v_t^{(E)}\right) \le j_T$ и $J_E\left(v_t^{(E)}\right) = j_E$, поэтому $v_t^{(E)}$ является допустимой точкой задачи выбора траектории управления. Таким образом, после принятия результата предшествующей задачи допустимая область последующей задачи непуста;

2) сохранение достигнутых значений целевых функций более высокого приоритета. Результат энергетической задачи принимается только при выполнении условия $J_T\left(v_t^{(E)}\right) \le j_T$.

Результат задачи выбора траектории управления принимается при выполнении условий $J_T\left(v_t^{(S)}\right) \le j_T$, $J_E\left(v_t^{(S)}\right) \le j_E$ и $J_S\left(v_t^{(S)}\right) \le J_S\left(v_t^{(E)}\right)$. Поэтому переход к последующей задаче не допускает ухудшения результатов, достигнутых по критериям более высокого приоритета. Под сохранением результата понимается непревышение достигнутого значения целевой функции, а не обязательное совпадение с ним;

3) формирование технически допустимого итогового результата. На каждой ветви алгоритма итоговый вектор выбирается среди ранее проверенных технически допустимых векторов. При непринятии результата температурной задачи сохраняется v^0, при непринятии результата энергетической задачи – $v_t^{(T)}$, а при непринятии результата задачи выбора траектории управления – $v_t^{(E)}$. Принятый результат каждой задачи также проверяется на принадлежность V_t. Следовательно, независимо от ветви

выполнения алгоритма итоговый выбранный вектор удовлетворяет условию $v_t^\star \in V_t$.

Использование достигнутого значения j_T в ограничении энергетической задачи сохраняет температурный результат, а последовательная проверка и резервный выбор обеспечивают техническую допустимость итоговой траектории. При ненулевом температурном отклонении энергетический поиск продолжается в непустом допустимом множестве.

Выполнение алгоритма требует численного решения задач (50)–(52) с учетом заданных ограничений, выбора начальных приближений и последующей проверки полученных результатов.

3.6 Численное решение задач алгоритма

Для численного решения задач (50)–(52) применяется метод последовательного квадратичного программирования на основе наименьших квадратов (англ. *Sequential Least Squares Programming*, SLSQP) [78; 100]. Метод используется для получения численных результатов трех задач в составе алгоритма A. Приоритет критериев, состав ограничений, а также правила проверки и сохранения технически допустимой траектории определяются алгоритмом и не зависят от выбора метода численного решения.

Для единого описания трех задач введем индекс $q \in \{T, E, S\}$. Соответствующая индексу минимизируемая функция определяется выражением (54)

$$J_q(v) = \begin{cases} J_T(v), & q = T, \\ J_E(v), & q = E, \\ J_S(v), & q = S, \end{cases} \tag{54}$$

где q обозначает решаемую задачу и не вводит дополнительного критерия.

При $q = T$, $q = E$ и $q = S$ используются функции критериев обеспечения температурного режима, снижения расчетного энергопотребления и выбора траектории управления соответственно.

Каждой минимизируемой функции соответствует допустимое множество задачи. Из постановки температурной задачи (50) следует по формуле (55)

$$\Omega_t^{(T)} = V_t. \tag{55}$$

Следовательно, в первой задаче учитываются технические ограничения, заданные областью V_t, а условия сохранения результатов предшествующих задач отсутствуют.

В соответствии с энергетической задачей (51) допустимое множество имеет вид, приведенный в формуле (56)

$$\Omega_t^{(E)} = \{v \in V_t \mid J_T(v) \le j_T\}. \tag{56}$$

Граница j_T определяется по принятому результату температурной задачи. В допустимом множестве $\Omega_t^{(E)}$ сохраняется достигнутое, в том числе ненулевое, значение температурной целевой функции, но не фиксируется сам вектор $v_t^{(T)}$. Поэтому энергетическая задача допускает выбор другого технически допустимого вектора без ухудшения достигнутого температурного результата.

Из постановки задачи выбора траектории управления (52) получается допустимое множество по формуле (57)

$$\Omega_t^{(S)} = \{v \in V_t \mid J_T(v) \le j_T,\ J_E(v) \le j_E\}. \tag{57}$$

В третьей задаче одновременно сохраняются значения целевых функций двух более высоких приоритетов. Тем самым различие допустимых множеств $\Omega_t^{(T)}$, $\Omega_t^{(E)}$ и $\Omega_t^{(S)}$ непосредственно отражает установленную последовательность применения критериев.

Для записи задач в форме, используемой при численном решении, каждое допустимое множество представим системой неравенств по формуле (58)

$$\Omega_t^{(q)} = \left\{ v \in \mathbb{R}^B \mid c_i^{(q)}(v) \le 0, \quad i = 1, \dots, m_q \right\}, \tag{58}$$

где $c_i^{(q)}(v)$ – функции, задающие неравенства, определяющие область V_t, и условия сохранения достигнутых значений целевых функций, входящие в задачу с индексом q;

m_q – число ее ограничений.

Запись через $c_i^{(q)}(v)$ объединяет уже установленные ограничения и не изменяет допустимое множество соответствующей задачи. При численном решении каждое техническое неравенство с модулем представляется двумя линейными неравенствами; их первые производные определяются явно.

В принятых обозначениях численному решению подлежит задача по формуле (59)

$$J_q(v) \to \min, \qquad v \in \Omega_t^{(q)}. \tag{59}$$

Полученный до проверки результат этой задачи обозначается $\tilde{v}_t^{(q)}$. Данное обозначение фиксирует результат локального поиска, но не означает его автоматического принятия или достижения глобального минимума.

Принятые результаты $v_t^{(T)}$, $v_t^{(E)}$ и $v_t^{(S)}$ формируются только после проверок, установленных алгоритмом A.

Для фиксированного q на внутренней итерации с номером $\nu = 0,1,\ldots$ используется текущий блочный вектор $v^{[\nu]}$. Через $d \in \mathbb{R}^B$ обозначается переменная приращения вектора, а через ∇ – градиент по блочному вектору. Линеаризация ограничений в этой точке задает множество допустимых направлений по формуле (60)

$$\mathcal{D}_q^{[\nu]} = \left\{ d \in \mathbb{R}^B \;\middle|\; c_i^{(q)}\left(v^{[\nu]}\right) + \nabla c_i^{(q)}\left(v^{[\nu]}\right)^{\mathsf{T}} d \le 0 \right\}, \tag{60}$$

где $i = 1, \ldots, m_q$ – номер ограничения.

Множество $\mathcal{D}_q^{[\nu]}$ является локальным линейным представлением ограничений задачи в окрестности текущего вектора. Оно используется только для определения направления внутренней итерации и не заменяет исходное допустимое множество $\Omega_t^{(q)}$.

Пусть $G_q^{[\nu]} \in \mathbb{R}^{B\times B}$ – формируемое методом приближение матрицы вторых производных функции Лагранжа текущей задачи. Направление изменения блочного вектора определяется решением квадратичной подзадачи по формуле (61)

$$\left[\nabla J_q\left(v^{[\nu]}\right)^{\mathsf{T}} d + \frac{1}{2} d^{\mathsf{T}} G_q^{[\nu]} d\right] \to \min, \qquad d \in \mathcal{D}_q^{[\nu]}. \tag{61}$$

Ее численный результат обозначается $d^{[\nu]}$. Первое слагаемое задает линейное приближение изменения целевой функции, второе – квадратичную часть локальной подзадачи.

При получении численного направления выбирается шаг $\alpha_\nu > 0$, и текущий блочный вектор обновляется по правилу (62)

$$v^{[\nu+1]} = v^{[\nu]} + \alpha_\nu d^{[\nu]}, \tag{62}$$

Последовательное применение линеаризации ограничений, решения квадратичной подзадачи и обновления вектора образует внутреннюю численную процедуру SLSQP для одной задачи алгоритма.

Для каждого рассматриваемого вектора формируется траектория управления, после чего расчетная функция с определенными параметрами формирует траекторию температурных и энергетических характеристик. Первые производные функций $J_T(v)$ и $J_E(v)$, а также образованных ими условий сохранения достигнутых результатов вычисляются средствами автоматического дифференцирования через расчетную функцию F_{θ^*}, входящую в состав математической модели M.

Производные функции $J_S(v)$ определяются по ее явной квадратичной зависимости от компонентов блочного вектора. В формулах локальной подзадачи используются первые производные минимизируемых функций и ограничений [30; 40].

Начальные приближения задач задаются следующим образом по формуле (63)

$$v^{[0]} = \begin{cases} v^0, & q = T, \\ v_t^{(T)}, & q = E, \\ v_t^{(E)}, & q = S. \end{cases} \tag{63}$$

Таким образом, численное решение каждой последующей задачи начинается с известного технически допустимого вектора, удовлетворяющего условиям сохранения результатов предшествующих задач. Это соответствует

свойству наличия известной допустимой точки последующей задачи, установленному для алгоритма.

Результат локального поиска зависит от начального приближения, ограничений на число итераций и условий завершения. После завершения SLSQP значения целевых функций и ограничений вычисляются повторно для полученного вектора. Код завершения метода сохраняется как диагностическая информация; принятие определяется конечностью значений и проверками алгоритма. Результат, не прошедший проверку, заменяется исходным либо последним принятым допустимым вектором. Проектирование непринятого результата на техническую область не используется, поскольку оно могло бы нарушить условия сохранения температурного и энергетического результатов.

Программная проверка учитывает численную погрешность отдельно от ограничений оптимизационных задач. Для границы j используется допуск проверки $\tau(j) = \tau_{\text{abs}} + \tau_{\text{rel}}\max\{1, |j|\}$, где j – числовое значение соответствующей функции в фиксированных единицах, τ_{abs} – абсолютная составляющая в тех же единицах, τ_{rel} – безразмерная относительная составляющая. При проверке сохранения используются границы $j_T + \tau(j_T)$ и $j_E + \tau(j_E)$, а для третьей задачи – $J_S\left(v_t^{(E)}\right) + \tau_S$, где $\tau_S = \tau\left(J_S\left(v_t^{(E)}\right)\right)$. Для технических неравенств задается отдельная абсолютная погрешность. Значения абсолютной составляющей устанавливаются отдельно для функций с разными единицами измерения. Эти величины характеризуют точность проверки и не вводятся в ограничения задач как технологические допуски. Поэтому свойства точной постановки в программной реализации подтверждаются с установленной численной точностью.

Первые производные передаются SLSQP явно; для J_S они вычисляются по квадратичной формуле без обращения к выходу модели. Вторые производные расчетной функции не вычисляются и методу не передаются. Матрица $G_q^{[\nu]}$ формируется внутренней процедурой метода.

Выводы по главе 3

1) разработан алгоритм нелинейного модельно-предиктивного управления A, формирующий технически допустимую траекторию управления оборудованием инерционных теплоэнергетических систем. Температурная и энергетическая задачи используют совместный выход математической модели M; переменной выбора служит технически допустимый блочный вектор $v \in V_t$;

2) формирование траектории управления представлено последовательным решением трех задач: обеспечения температурного режима, снижения расчетного энергопотребления и выбора траектории управления. Задачи различаются минимизируемыми функциями $J_T(v)$, $J_E(v)$, $J_S(v)$ и составом допустимых множеств, определяемых техническими ограничениями и условиями сохранения достигнутых значений целевых функций более высокого приоритета. Для их численного решения применяется метод SLSQP;

3) достигнутое в температурной задаче значение j_T, в том числе отличное от нуля, используется как граница допустимого множества энергетической задачи. Принятый вектор $v_t^{(T)}$ служит допустимым начальным приближением, но не фиксируется. Это сохраняет возможность поиска менее энергозатратной траектории без ухудшения температурного результата вместо непосредственного перехода к граничному действию;

4) полученный численным методом результат каждой задачи принимается после проверки технической допустимости и установленных ограничений. При непринятии результата сохраняется исходный либо последний принятый технически допустимый вектор. Из данного порядка следуют наличие известной допустимой точки последующей задачи, сохранение достигнутых значений целевых функций более высокого приоритета и техническая допустимость итоговой траектории.

Глава 4

Реализация математической модели, исследование эффективности алгоритма нелинейного модельно-предиктивного управления и комплекс программ

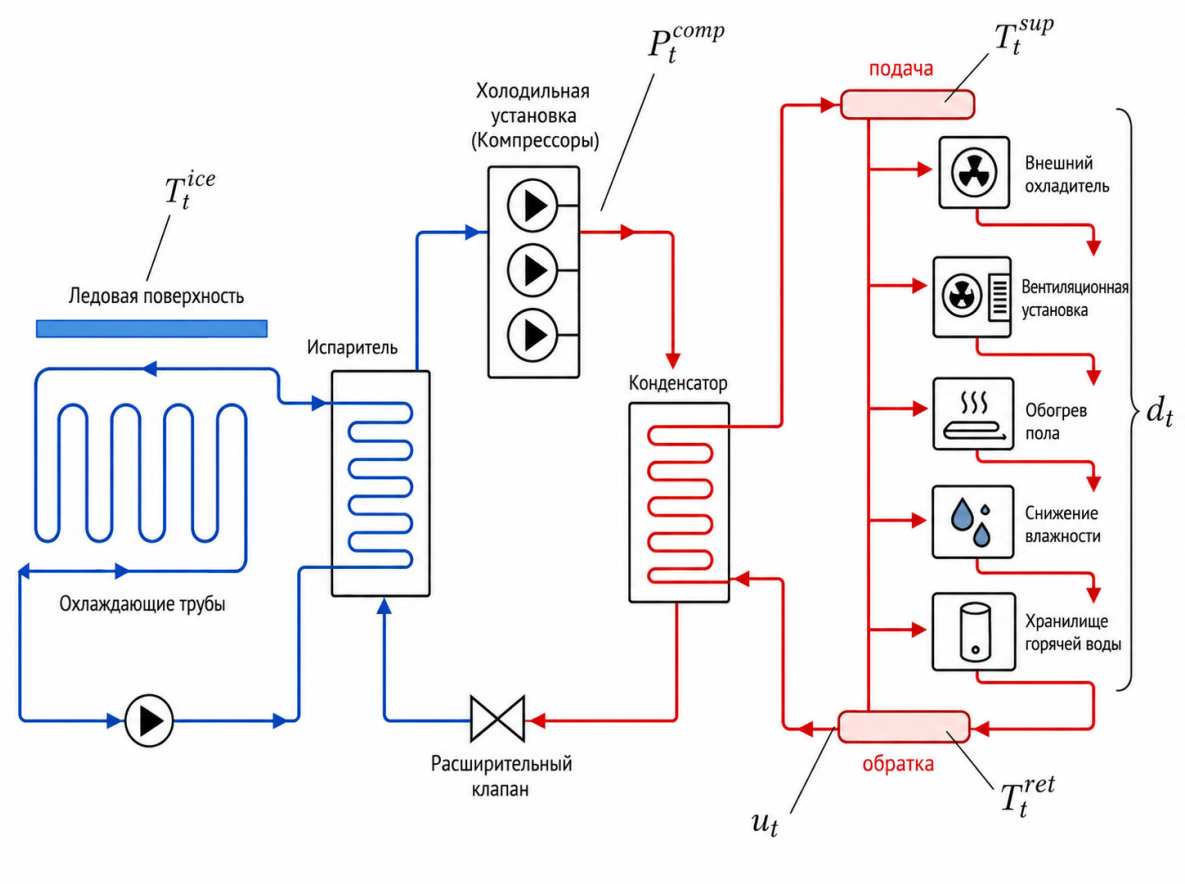
Для реализации и количественной проверки математической модели M и алгоритма A используется теплоэнергетическая система ледовой арены. Сначала определяются состав объекта апробации, исходные данные и временное разбиение, затем приводятся вычислительная реализация и результаты проверки математической модели. После этого исследуется эффективность разработанного алгоритма нелинейного модельно-предиктивного управления. В завершение рассматривается комплекс программ, реализующий совместное выполнение математической модели и алгоритма, проверку технически допустимой траектории управления и формирование расчетного протокола.

4.1 Объект апробации, исходные данные и временное разбиение

В качестве объекта апробации используется теплоэнергетическая система ледовой арены, в которой взаимосвязаны холодильная нагрузка, тепловой режим покрытия и энергопотребление [75; 133; 139]. Для нее характерны тепловая инерция, непрерывная работа холодильного контура и событийные изменения нагрузки. Данные эксплуатационного мониторинга характеризуют динамику объекта при фактически реализованном управлении оборудованием и изменении внешних факторов. Переход от момента t к моменту $t + 1$ соответствует одному минутному интервалу.

Состав объекта и связь его подсистем с температурными и энергетическими характеристиками, управлением и внешними факторами показаны на рисунке 5. Схема конкретизирует физическое содержание величин, используемых в вычислительной реализации модели; внутренние

процессы теплопереноса отдельных подсистем самостоятельными выходами расчетной функции не являются.



Источник: составлено автором.

Рисунок 5 – Схема состава теплоэнергетической системы ледовой арены с обозначением температурных и энергетических характеристик, управления и внешних факторов

Временной срез эксплуатационного мониторинга представлен вектором из $n_m = 14$ зарегистрированных компонент по формуле (64)

$$m_t = \left(m_{t,1}, \dots, m_{t,14}\right)^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^{14}. \tag{64}$$

Описательная статистика исходных зарегистрированных переменных приведена в таблице А.1 приложения А. Компоненты вектора расположены в следующем порядке: температура льда; температура возвратного теплоносителя; температура подающего теплоносителя; средняя мощность компрессорной группы; температура внутреннего воздуха; температура наружного воздуха; температура заливочной воды; относительная влажность

наружного воздуха; относительная влажность внутреннего воздуха; освещенность; сигнал эксплуатационной активности; мощность отопления; мощность вентиляции; фактически реализованное значение управления.

Множество индексов $I_m = \{1, \dots, 14\}$ разбивается на $n_G = 6$ групп общей физической или функциональной природы по формуле (65)

$$\begin{array}{lll} G_1 = \{1,2,3,5,6,7\}, & G_2 = \{4,12,13\}, & G_3 = \{8,9\}, \\ G_4 = \{10\}, & G_5 = \{11\}, & G_6 = \{14\}. \end{array} \tag{65}$$

Перечисленные группы не пересекаются и охватывают все компоненты временного среза, поэтому по формуле (66)

$$I_m = \bigcup_{k=1}^{6} G_k, \tag{66}$$

где G_1 объединяет значения температуры, измеряемые в °C;

G_2 – мощности оборудования, измеряемые в Вт;

G_3 – значения относительной влажности, измеряемые в процентах;

G_4 – освещенность, измеряемую в люксах;

G_5 – сигнал эксплуатационной активности, измеряемый в условных единицах;

G_6 – фактически реализованное значение управления, измеряемое в °C.

Отображение Φ выбирает и предобрабатывает данные групп, формируя вектор температурных и энергетических характеристик y_t, вектор зарегистрированных внешних факторов d_t и фактически реализованное значение управления u_t по формуле (67)

$$\Phi: \mathbb{R}^{14} \to \mathbb{R}^4 \times \mathbb{R}^9 \times \mathbb{R}, \qquad \Phi(m_t) = (y_t, d_t, u_t). \tag{67}$$

Вектор температурных и энергетических характеристик имеет вид, приведенный в формуле (68)

$$y_t = \begin{bmatrix} T_t^{ice} \\ T_t^{ret} \\ T_t^{sup} \\ P_t^{comp} \end{bmatrix}, \qquad y_t \in \mathbb{R}^4, \tag{68}$$

где T_t^{ice} – температура льда, определяющая соблюдение требуемого температурного режима;

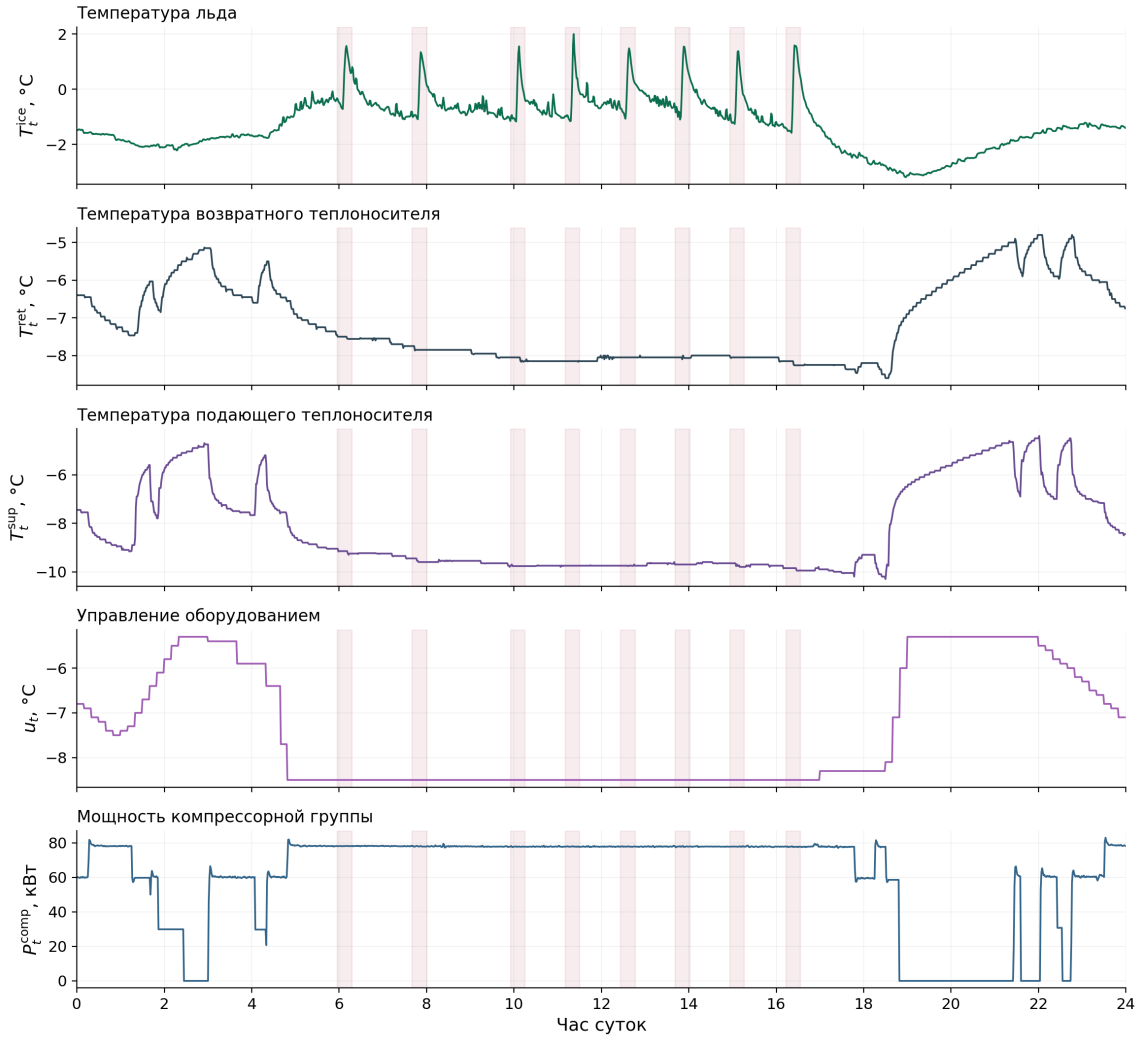
T_t^{ret} – температура возвратного теплоносителя, характеризующая теплообменный процесс холодильного контура;

T_t^{sup} – температура подающего теплоносителя, характеризующая теплообменный процесс холодильного контура [9; 97];

P_t^{comp} – мощность компрессорной группы, характеризующая энергетическую нагрузку [58; 75; 114].

Суточная динамика температурных и энергетических характеристик и управления показана на рисунке 6. Она иллюстрирует запаздывающий характер изменения температурных и энергетических характеристик относительно изменения управления, что характеризует объект апробации как инерционную теплоэнергетическую систему.

Управляющая переменная $u_t \in \mathbb{R}$ определяет значение температуры возвратного теплоносителя, реализованное на переходе к моменту t и зарегистрированное средствами эксплуатационного мониторинга. Измеренная температура возвратного теплоносителя T_t^{ret} является характеристикой системы и не отождествляется с управляющей переменной. При применении расчетной функции последовательность будущих значений $u_{t+1}, \dots, u_{t+H}$ задается как самостоятельный аргумент в математической модели M.



Источник: составлено автором.

Рисунок 6 – Поминутная суточная динамика температурных и энергетических характеристик и управления на примере суток

Вектор внешних факторов включает климатические величины, эксплуатационную активность и нагрузки смежных инженерных подсистем [99; 105] по формуле (69)

$$d_t = [T_t^{out}, \varphi_t^{out}, T_t^{in}, \varphi_t^{in}, E_t^{ill}, s_t^{\text{act}}, T_t^{water}, P_t^{heat}, P_t^{vent}]^{\mathsf{T}}, \qquad (69)$$

где $d_t \in \mathbb{R}^9$ – вектор зарегистрированных внешних факторов;

T_t^{out} – наружная температура воздуха;

φ_t^{out} – наружная относительная влажность;

T_t^{in} – внутренняя температура воздуха;

φ_t^{in} – внутренняя относительная влажность;

E_t^{ill} – освещенность;

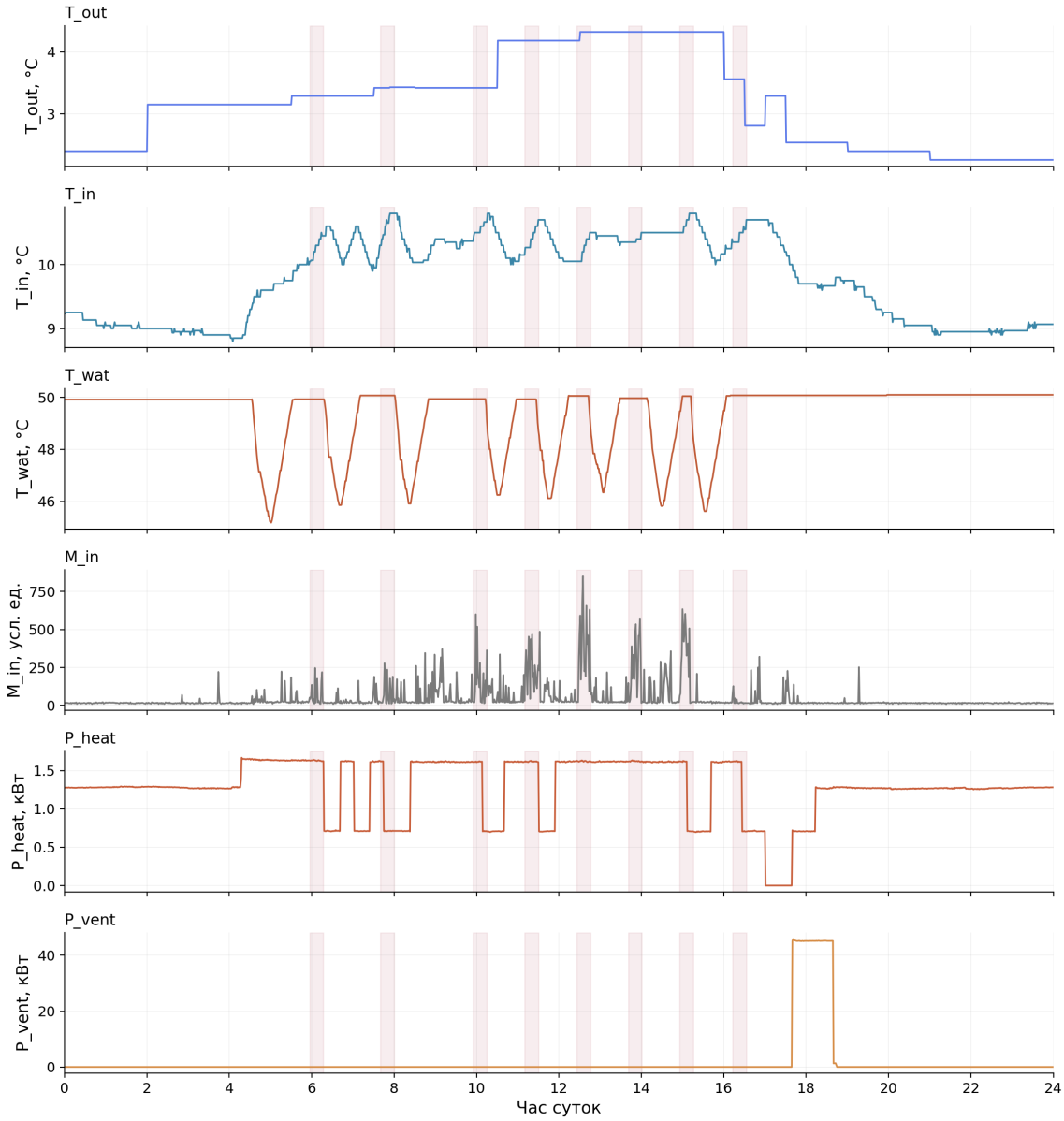
s_t^{act} – сигнал эксплуатационной активности;

T_t^{water} – температура заливочной воды;

P_t^{heat} – мощность отопления;

P_t^{vent} – мощность вентиляции.

Суточная динамика основных внешних факторов приведена на рисунке 7.



Источник: составлено автором.

Рисунок 7 – Поминутная суточная динамика основных внешних факторов на примере суток

На рисунках 6 и 7 заливки ледовой поверхности обозначены вертикальными красными линиями. Заливка ледовой поверхности представляет собой нанесение воды для восстановления и выравнивания ледового покрытия. Поступление заливочной воды создает дополнительную тепловую нагрузку, вызывающую повышение температуры льда и последующее увеличение нагрузки на холодильный контур.

Для ретроспективной разметки заливок используется минутный индикатор $a_t \in \{0,1\}$, равный единице на выделенных событийных интервалах и нулю вне них. При формировании индикатора температура льда сглаживается экспоненциально, а порог ее минутного прироста принимается равным 0,03 °C. Метки, разделенные интервалом менее 30 мин, объединяются; полученный интервал расширяется на 10 мин до и после события [135-136]. Для расчетного интервала с правой границей предшествующего интервала в момент t_i событийная метка определяется выражением (70)

$$\xi_i = \max_{h=1,\dots,H} a_{t_i+h}, \qquad \xi_i \in \{0,1\}. \tag{70}$$

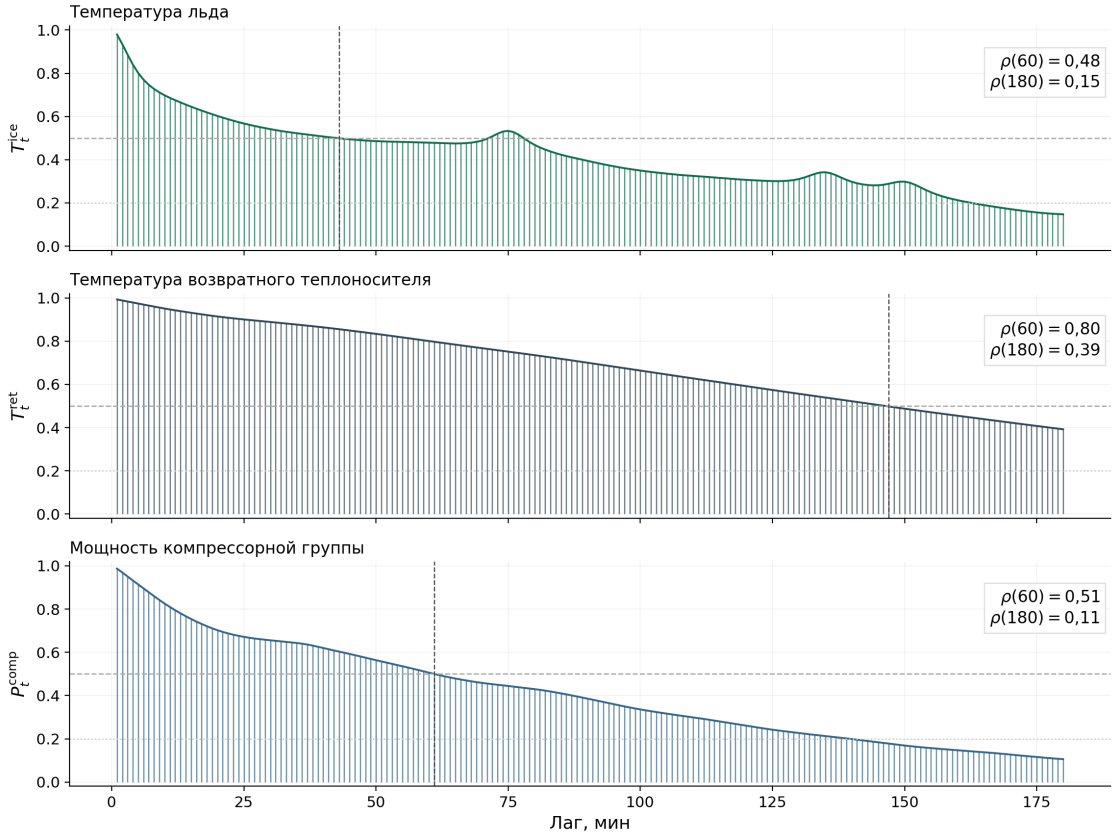
Расчетный интервал относится к событийным при $\xi_i = 1$, то есть при пересечении расчетного горизонта $t_i + 1, \dots, t_i + H$ с выделенным событийным интервалом.

Событийные метки используются при определении параметров и оценке расчетной функции; мощность теплового воздействия по ним не задается. Будущие событийные метки не передаются расчетной функции как входные признаки.

Для количественной оценки продолжительности временной зависимости характеристик определены лаговые автокорреляционные зависимости температуры льда, температуры возвратного теплоносителя

и мощности компрессорной группы. Полученные зависимости приведены на рисунке 8.

Продолжительность временной зависимости зарегистрированных характеристик оценивается по лагу половинного затухания автокорреляции – первому лагу, при котором ее значение становится ниже 0,5. Этот показатель характеризует связь значений ряда во времени и используется как эмпирический ориентир временного масштаба динамики, а не как оценка задержки реакции на изменение управления.



Источник: составлено автором.

Рисунок 8 – Лаговые автокорреляционные зависимости температуры льда, температуры возвратного теплоносителя и мощности компрессорной группы

Лаг половинного затухания для температуры льда, мощности компрессорной группы и температуры возвратного теплоносителя составил соответственно 43, 61 и 147 мин. При минутном шаге длина предшествующего интервала $L = 180$ превышает наибольший из полученных лагов. Для расчетного горизонта и его дальней части приняты $H = 30$ и

$K = 10$ шагов соответственно. Точность модели и эффективность алгоритма оцениваются при фиксированной конфигурации временных параметров.

Пусть $p \in \mathbb{N}$ – число признаков одного минутного временного среза после предобработки. Для фиксированного входного представления матрица исходных данных X_t^L формируется из последовательности векторов эксплуатационного мониторинга за предшествующий интервал длиной L посредством отображения по формуле (71)

$$\Phi_L: (\mathbb{R}^{14})^L \to \mathbb{R}^{L \times p}, \qquad X_t^L = \Phi_L(m_{t-L+1}, \dots, m_t). \tag{71}$$

Отображение Φ_L приводит данные к минутному представлению, в котором каждая из L строк матрицы $X_t^L \in \mathbb{R}^{L \times p}$ соответствует одному последовательному временному срезу.

Оно также включает стандартизацию признаков, параметры которой определяются на интервале определения параметров и без изменения применяются на интервалах выбора и независимой проверки. Значение p, состав признаков и правило Φ_L фиксируются после предварительного сопоставления вычислительных конфигураций.

Все признаки рассчитываются по данным, доступным к соответствующему моменту временного среза; значения из последующих моментов не используются. Состав признаков и правила их вычисления приведены в таблице А.2 приложения А.

Данные эксплуатационного мониторинга разделены в хронологическом порядке без перемешивания на три непересекающихся временных интервала: определения параметров, выбора и независимой проверки. Их размеры составляют соответственно 182 199, 39 043 и 39 043 минутных наблюдений. Каждый расчетный интервал целиком принадлежит одной части разбиения; интервалы, пересекающие ее границы, не используются.

На интервале определения параметров численно определяются параметры расчетных функций. Интервал выбора используется для предварительного выбора параметрического семейства, выбора коэффициента балансовой составляющей и сохранения итерации по установленному правилу остановки. На интервале независимой проверки сопоставляются итоговые расчетные функции после фиксации семейства, коэффициента и параметров.

4.2 Вычислительная реализация и проверка математической модели

В соответствии с выражениями (21)–(23) каждой структурной форме расчетной функции ставятся в соответствие пространство параметров Θ_s и параметрическое семейство $\mathcal{F}_s$. При установленном временном разбиении предварительно сопоставляются пять семейств с сокращенным входом. Каждое из них представлено конкретной функцией $F_{\theta_s}^{(s)}: \mathbb{R}^{L\times 14} \to \mathbb{R}^{H\times 4}$, полученной после определения параметров θ_s.

Рассматриваются семейства линейных функций прямого и рекурсивного расчета, функций на основе многослойного персептрона и LSTM, а также трансформерных функций. Такой состав позволяет сопоставить способы формирования многошаговой траектории и обработки выявленных лаговых зависимостей [34; 45; 67; 84; 93; 119]. Конкретные функции и параметры их конфигураций приведены в таблице А.3.

Для каждого семейства параметры θ_s определяются на интервале определения параметров численным уменьшением целевой функции соответствия данным. Структурная форма расчетной функции и состав ее входных и выходных величин остаются фиксированными, а изменяются значения параметров выбранного семейства. Для каждого расчетного интервала формируется многошаговая траектория температурных и энергетических характеристик, которая сопоставляется с наблюдаемыми значениями на соответствующих позициях расчетного горизонта. После

стандартизации наблюдаемых и расчетных значений ее общая форма (24) конкретизируется выражением (72)

$$J_{\text{pred}}^{(s)}(\theta) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} \omega_n \left(y_n - \hat{y}_n^{(s)}(\theta)\right)^2, \tag{72}$$

где N – число сопоставляемых пар;

y_n – наблюдаемое значение;

$\hat{y}_n^{(s)}(\theta)$ – расчетное значение.

Вес квадрата ошибки n-й пары определяется выражением (73)

$$\omega_n = \omega_{h(n)}^{\text{fc}} \gamma_{j(n)}, \tag{73}$$

где ω_n – вес квадрата ошибки n-й пары;

$\omega_{h(n)}^{\text{fc}}$ – вес шага горизонта, соответствующего n-й паре;

$\gamma_{j(n)}$ – вес компоненты вектора характеристик, соответствующей n-й паре;

$h(n) \in \{1, \dots, H\}$ – номер шага горизонта для этой пары;

$j(n) \in \{1, \dots, 4\}$ – номер компоненты вектора характеристик для этой пары.

Вес шага горизонта задается выражением (74)

$$\omega_h^{\text{fc}} = 1 + \frac{0{,}5(h-1)}{H-1}, \tag{74}$$

где h – номер шага горизонта;

H – число шагов горизонта.

Стандартизация исключает влияние единиц измерения на веса характеристик.

Вектор $\gamma = (2,1,1,1)^{\mathsf{T}}$ удваивает вклад ошибки температуры льда, используемой температурным критерием алгоритма; остальные характеристики учитываются с единичными весами.

Вес ω_h^{fc} линейно возрастает от 1 до 1,5 и увеличивает вклад дальней части горизонта. Веса фиксируются до определения параметров расчетных функций.

Для линейных расчетных функций в предварительной конфигурации к функции (72) добавляется фиксированная ℓ_2-составляющая.

Параметры обновляются градиентным спуском по формуле (75)

$$\theta_s^{(k+1)} = \theta_s^{(k)} - \eta_k \nabla_\theta \left[J_{\mathrm{pred}}^{(s)}(\theta) + \rho \|\theta\|_2^2 \right] \Big|_{\theta=\theta_s^{(k)}}, \qquad \rho = 1{,}0, \qquad (75)$$

где $\theta_s^{(k)}$ и $\theta_s^{(k+1)}$ – векторы параметров семейства s на текущей и следующей итерациях соответственно;

k – номер текущей итерации;

η_k – величина шага;

∇_θ – оператор градиента по вектору параметров;

$\|\theta\|_2$ – евклидова норма вектора параметров;

$\rho = 1{,}0$ – фиксированный коэффициент ℓ_2-составляющей.

Для расчетных функций на основе многослойного персептрона, LSTM и трансформера градиент целевой функции вычисляется автоматическим дифференцированием по параметрам выбранного семейства. При фиксированных исходных данных и наблюдаемых значениях целевая функция зависит от параметров через формируемую расчетную траекторию. Автоматическое дифференцирование учитывает эту зависимость, последовательно применяя правило дифференцирования сложной функции к

операциям, составляющим вычислительную процедуру. В результате на каждой итерации формируется вектор частных производных целевой функции по настраиваемым параметрам.

Он используется адаптивным градиентным методом для последующего обновления их значений. Вычисление градиента при текущем векторе параметров задается формулой (76)

$$g_s^{(k)} = \mathrm{AD}_\theta J_{\mathrm{pred}}^{(s)}(\theta)\Big|_{\theta=\theta_s^{(k)}}, \tag{76}$$

где $g_s^{(k)}$ – градиент целевой функции $J_{\mathrm{pred}}^{(s)}(\theta)$, вычисленный при $\theta = \theta_s^{(k)}$;

AD_θ – обозначение автоматического дифференцирования по параметрам.

Выражения (75) и (76) задают численные процедуры уменьшения целевой функции по параметрам в соответствии с общей постановкой (35). Для линейных расчетных функций применяется градиентный спуск, для функций на основе многослойного персептрона, LSTM и трансформера – автоматическое дифференцирование с адаптивным градиентным методом. Для нейросетевых расчетных функций итерация сохраняется по значению целевой функции на интервале выбора.

Полученный вектор θ_s задает функцию, представляющую семейство при сопоставлении; в итоговую расчетную функцию эти параметры не переносятся.

Для сопоставления расчетных функций используются три показателя среднеквадратической ошибки (26). Пусть $\mathcal{I}$ – множество расчетных интервалов, $N_I = |\mathcal{I}|$, а $T_{i,h}$ и $\hat{T}_{i,h}$ – наблюдаемая и расчетная температуры льда на шаге h интервала i.

Среднеквадратическая ошибка расчета температуры льда на всем горизонте определяется выражением (77)

$$E_T = \sqrt{\frac{1}{N_I H} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{h=1}^{H} \left(T_{i,h} - \hat{T}_{i,h}\right)^2}. \quad (77)$$

Показатель E_T характеризует среднюю точность расчета температуры льда по всем шагам горизонта.

Среднеквадратическая ошибка расчета температуры льда в последней точке горизонта определяется выражением (78)

$$E_T^H = \sqrt{\frac{1}{N_I} \sum_{i \in \mathcal{I}} \left(T_{i,H} - \hat{T}_{i,H}\right)^2}. \quad (78)$$

Показатель E_T^H характеризует точность расчета температуры льда при максимальном упреждении H.

Для оценки расчета характеристик при заливке используются событийные шаги последних K шагов горизонта, для которых $a_{t_i+h} = 1$. Множество таких шагов обозначается Q, а их число – $N_Q = |Q|$. Через $y_{i,h}$ и $\hat{y}_{i,h}$ обозначаются наблюдаемый и расчетный стандартизованные векторы характеристик. Событийная среднеквадратическая ошибка определяется выражением (79)

$$E_Y = \sqrt{\frac{1}{N_Q} \sum_{(i,h) \in Q} \left\| y_{i,h} - \hat{y}_{i,h} \right\|_2^2}. \quad (79)$$

Показатель E_Y характеризует совместную точность расчета характеристик на событийных шагах последних K шагов горизонта.

Значения показателей расчетных функций на интервале выбора приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Значения показателей расчетных функций на интервале выбора

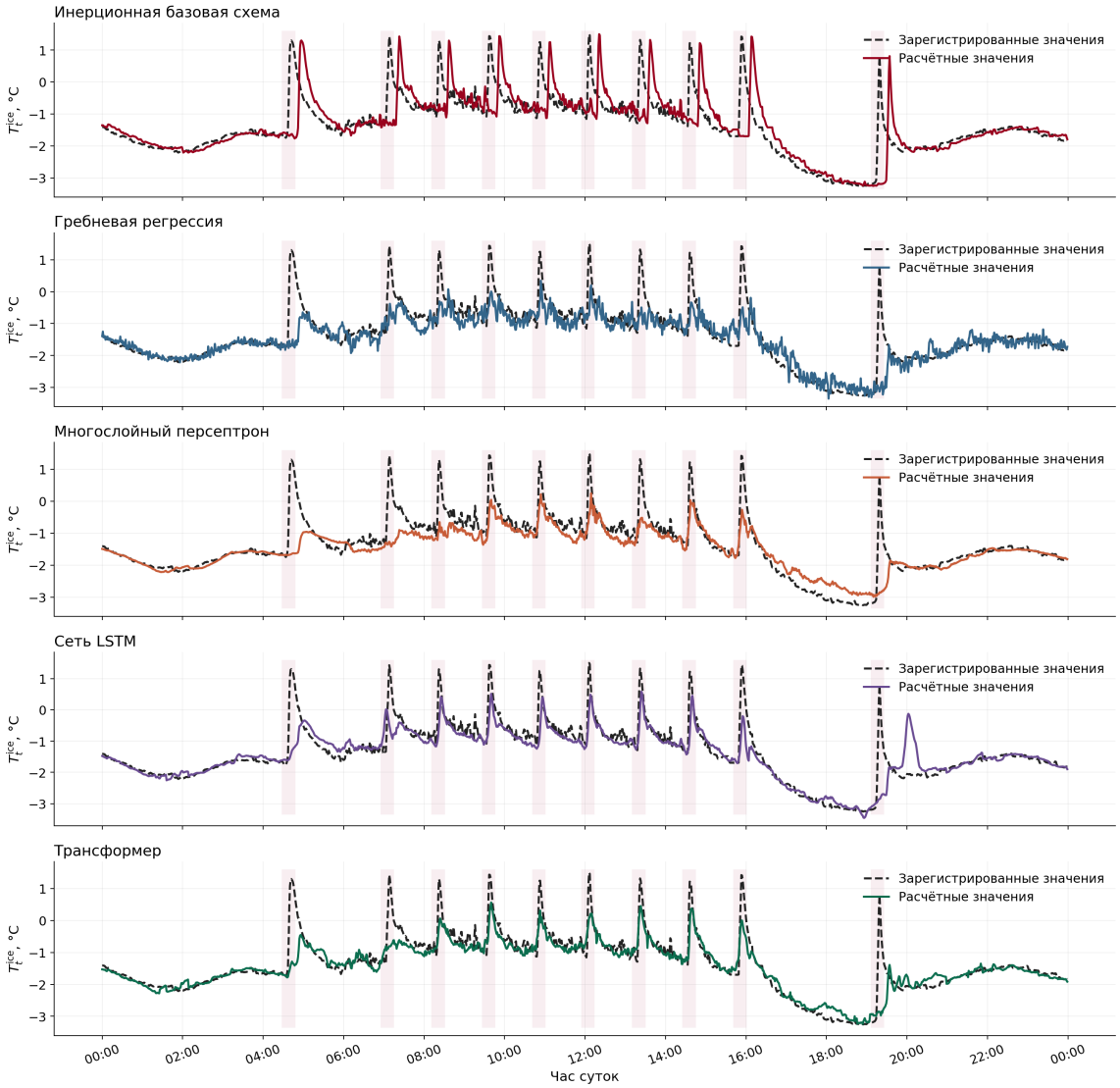
Расчетная функция	Число параметров	E_T, °C	E_T^H, °C	E_Y
Инерционная базовая функция	–	0,6127	0,7227	0,9669
Линейная прямая функция	302 520	0,4669	0,5189	0,8109
Линейная рекурсивная функция	10 084	0,4965	0,5594	0,7559
Функция на основе многослойного персептрона	1 452 920	0,4340	0,4992	0,7447
Функция на основе LSTM	238 072	0,4636	0,5189	0,7939
Функция на основе трансформера	13 048	0,4317	0,4851	0,6958

Источник: составлено автором.

На интервале выбора все функции с определяемыми параметрами получили меньшие значения трех показателей, чем инерционная базовая функция. Трансформерная функция получила минимальные значения $E_T = 0{,}4317$ °C, $E_T^H = 0{,}4851$ °C и $E_Y = 0{,}6958$. В соответствии с правилом (27) выбрано параметрическое семейство трансформерных функций.

После выбора зафиксированы параметрическое семейство и параметры функции, представляющей его при сопоставлении. Значения показателей расчетных функций на интервале независимой проверки приведены в таблице А.4.

На рисунке 9 представлены зарегистрированная и расчетные траектории температуры льда в конце горизонта на фрагменте интервала независимой проверки.



Источник: составлено автором.

Рисунок 9 – Расчет температуры льда в конце горизонта для сравниваемых расчетных функций на интервале независимой проверки

Инерционная и линейная функции не воспроизводят амплитуду изменений при заливках; функции на основе многослойного персептрона и LSTM воспроизводят отдельные изменения с выраженными отклонениями. Трансформерная функция точнее воспроизводит последовательность подъемов температуры после заливок и последующего охлаждения. Это согласуется с минимальными значениями показателей в таблице 3;

результаты на полном интервале независимой проверки приведены в таблице А.4.

Предварительное сопоставление выполнялось при едином сокращенном входе, содержащем 14 компонентов m_t, и было предназначено для выбора способа обработки предшествующего интервала.

Полученные на этом этапе показатели характеризуют сопоставляемые структурные формы при одинаковом составе зарегистрированных данных. После выбора трансформерной структурной формы фиксируется окончательное входное представление. Отображение Φ_L дополняет исходные компоненты 17 признаками, вычисляемыми только по доступным данным эксплуатационного мониторинга.

Календарные признаки задают положение временного среза в суточном и недельном циклах, одноминутные разности характеризуют изменение величин, а скользящие средние – их локальный уровень; новые зарегистрированные величины при этом не вводятся.

Поэтому для итоговой расчетной функции принимаются $p = 31$ и $X_t^L \in \mathbb{R}^{L\times 31}$, а полный состав признаков устанавливается по таблице А.2. Задаваемая траектория управления $U_{t+1:t+H} \in \mathbb{R}^H$ включается как самостоятельный аргумент для расчета характеристик при альтернативных траекториях управления. Поскольку состав аргументов итоговой функции отличается от предварительной конфигурации, ее параметры определяются заново.

Итоговая расчетная функция должна определять характеристики при альтернативных траекториях управления, тогда как J_{pred} оценивает их соответствие данным при фактически реализованном управлении.

Поэтому при определении параметров выбранного семейства учитывается балансовая составляющая, основанная на связи (28) и остатке (29). Для объекта апробации этим характеристикам соответствуют компоненты T_t^{ice} и T_t^{ret} вектора y_t, определенного выражением (68); их

разность характеризует теплообменный процесс. Коэффициенты связи и масштаб нормирования определяются по выражениям (30)–(32), нормированная балансовая невязка и J_{phys} – по выражениям (33)–(34).

Составляющая $J_{\text{pred}}(\theta)$ сохраняет структуру (72) и записывается без индекса s. Составная целевая функция определения параметров итоговой расчетной функции имеет вид (80)

$$J_\lambda(\theta) = J_{\text{pred}}(\theta) + \lambda J_{\text{phys}}(\theta), \qquad \lambda \geq 0, \tag{80}$$

где λ задает относительный вклад балансовой составляющей в определение параметров расчетной функции, выбирается отдельно и в вектор θ не входит.

Для расчетного интервала i и шага горизонта h балансовый остаток, соответствующий выражению (29), имеет вид, приведенный в формуле (81)

$$e_{i,h}(\theta) = \frac{\hat{T}^{ice}_{i,h}(\theta) - \hat{T}^{ice}_{i,h-1}(\theta)}{\Delta t} - \alpha\left(\hat{T}^{ret}_{i,h}(\theta) - \hat{T}^{ice}_{i,h}(\theta)\right) - \beta, \tag{81}$$

где $e_{i,h}(\theta)$ – балансовый остаток на шаге h расчетного интервала i, °C/с;

$\hat{T}^{ice}_{i,h}(\theta)$ – расчетная температура льда, °C;

$\Delta t = 60$ с – длительность шага;

α – фиксированный коэффициент балансовой связи, с$^{-1}$;

$\hat{T}^{ret}_{i,h}(\theta)$ – расчетная температура возвратного теплоносителя, °C;

β – фиксированный коэффициент балансовой связи, °C/с.

При $h = 1$ принимается $\hat{T}^{ice}_{i,0} = T^{ice}_{t_i}$, то есть расчетное приращение отсчитывается от зарегистрированной температуры льда в момент

формирования расчетного интервала. Коэффициенты α и β определяются отдельно от параметров θ.

Для определения групповых оценок использованы 55 385 ночных наблюдений вне расширенной событийной разметки. Наблюдения объединены в $S = 179$ групп I_s по эксплуатационным ночам; каждая группа содержит $N_s = |I_s| \geq 120$ наблюдений, медианное значение N_s равно 309.

Интервал между последовательными наблюдениями равен $\Delta t = 60$ с. Для температурных величин принимаются обозначения $\Delta T_t^{ice} = T_t^{ice} - T_{t-1}^{ice}$ и $\Delta T_t^{ret-ice} = T_t^{ret} - T_t^{ice}$.

Для каждой группы $s = 1, \dots, S$ коэффициенты определяются решением задачи (82), конкретизирующей постановку (30)

$$\left(\hat{\alpha}_s, \hat{\beta}_s\right) = \underset{a,b\in\mathbb{R}}{\operatorname{argmin}} \frac{1}{N_s} \sum_{t\in I_s} \left[\frac{\Delta T_t^{ice}}{\Delta t} - a\Delta T_t^{ret-ice} - b\right]^2. \tag{82}$$

После определения коэффициентов балансовый остаток для наблюдения группы вычисляется по формуле (83)

$$e_{s,t} = \frac{\Delta T_t^{ice}}{\Delta t} - \hat{\alpha}_s \Delta T_t^{ret-ice} - \hat{\beta}_s, \qquad t \in I_s, \tag{83}$$

Среднеквадратический масштаб группы определяется по формуле (84)

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{1}{N_s} \sum_{t\in I_s} e_{s,t}^2}. \tag{84}$$

Фиксированные коэффициенты и масштаб нормирования определяются медианным агрегированием групповых оценок. Для этого отдельно рассматриваются последовательности оценок коэффициента при

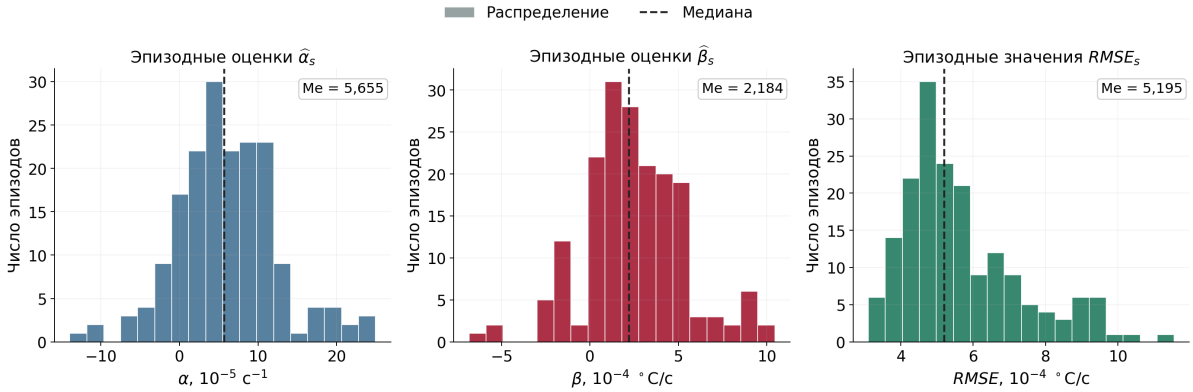
температурной разности, свободной составляющей и среднеквадратического масштаба балансового остатка, полученных по эксплуатационным ночам.

Для каждой из трех последовательностей выбирается медианное значение. Такой способ уменьшает влияние отдельных удаленных групповых оценок на итоговые параметры балансовой связи и масштаб ее нормирования. Полученные значения применяются совместно и сохраняются неизменными при последующем определении параметров расчетной функции. Раздельное медианное агрегирование задается формулой (85)

$$\begin{aligned} \alpha &= \mathrm{Me}(\hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_S), \\ \beta &= \mathrm{Me}(\hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_S), \\ \sigma_e &= \mathrm{Me}(\sigma_1, \dots, \sigma_S), \end{aligned} \tag{85}$$

где Me – выборочная медиана соответствующей последовательности групповых оценок.

Распределения оценок коэффициентов и масштаба балансового остатка по 179 группам приведены на рисунке 10.



Источник: составлено автором.

Рисунок 10 – Распределения оценок коэффициентов и масштаба балансового остатка по 179 группам

Основная часть оценок $\hat{\alpha}_s$ и $\hat{\beta}_s$ сосредоточена вблизи положительных медианных значений, при этом в распределениях присутствуют отдельные удаленные оценки.

Распределение масштаба балансового остатка имеет правосторонний хвост. Медианное агрегирование снижает влияние таких групп на фиксированные значения α, β и σ_e.

Полученные значения коэффициентов и масштаба нормирования фиксируются до численного определения параметров расчетной функции и используются при вычислении нормированной балансовой невязки. Их значения, единицы измерения и назначение приведены в таблице 4.

Таблица 4 – Параметры дополнительной дискретной балансовой связи

Параметр	Значение	Назначение
α, 1/с	$5{,}66 \cdot 10^{-5}$	Коэффициент при разности зарегистрированных температур
β, °C/с	$2{,}18 \cdot 10^{-4}$	Свободная составляющая
σ_e, °C/с	$5{,}19 \cdot 10^{-4}$	Масштаб нормирования балансового остатка

Источник: составлено автором.

Для полученных фиксированных значений α, β и σ_e нормированная балансовая невязка, соответствующая выражению (33), имеет вид, приведенный в формуле (86)

$$r_{i,h}(\theta) = \frac{e_{i,h}(\theta)}{\sigma_e}. \tag{86}$$

Балансовый остаток $e_{i,h}(\theta)$ характеризует отклонение изменения расчетной температуры льда за единицу времени от значения, определяемого температурной разностью в дополнительной дискретной балансовой связи. Деление на σ_e приводит остаток к безразмерному виду.

При этом $r_{i,h} = 0$ соответствует выполнению связи, а $\left|r_{i,h}\right| \approx 1$ – характерному уровню балансового остатка в данных эксплуатационного мониторинга.

Балансовая составляющая, соответствующая выражению (34), имеет вид, приведенный в формуле (87)

$$J_{\text{phys}}(\theta) = \frac{1}{N_r} \sum_{i \in \mathcal{I}_\theta} \sum_{h=1}^{H} \omega_{i,h}^{\text{bal}} \left(r_{i,h}(\theta) \right)^2, \tag{87}$$

где $N_r = |\mathcal{I}_\theta| H$ – общее число нормированных невязок;

$\mathcal{I}_\theta$ – множество расчетных интервалов, используемых при определении параметров функции.

В выражении (72) индекс n нумерует значения четырех характеристик по расчетным интервалам и шагам горизонта. В выражении (87) каждой паре (i, h) соответствует одна нормированная балансовая невязка, поэтому при том же множестве расчетных интервалов $N = 4N_r$.

Вес каждой невязки задается по событийной метке соответствующего шага по формуле (88)

$$\omega_{i,h}^{\text{bal}} = 1 + 3a_{t_i+h}, \qquad a_{t_i+h} \in \{0,1\}, \tag{88}$$

где $\omega_{i,h}^{\text{bal}}$ – вес нормированной балансовой невязки на шаге h расчетного интервала i;

a_{t_i+h} – событийный индикатор, равный единице на расширенных интервалах заливки льда и нулю вне них;

t_i – момент, разделяющий предшествующий интервал и расчетный горизонт для интервала i.

При каждом фиксированном $\lambda \in \Lambda$ параметры расчетной функции выбранного семейства определяются путем численного уменьшения $J_\lambda(\theta)$ в соответствии с общей постановкой (35), а градиент вычисляется

автоматическим дифференцированием по выражению (76) с заменой $J_{\text{pred}}^{(s)}$ на J_λ. Через $\theta(\lambda)$ обозначается результат этой численной процедуры.

Значение λ выбирается отдельно на интервале выбора по процедуре (36)–(37). Для каждой функции с параметрами $\theta(\lambda)$ вычисляются показатели $m_1(\lambda) = E_T(\lambda)$, $m_2(\lambda) = E_Y(\lambda)$ и $m_3(\lambda) = R_{\text{bal}}(\lambda)$. Первые два показателя характеризуют точность расчета температурных и энергетических характеристик, третий – балансовую согласованность.

Показатель R_{bal} показывает, насколько расчетное изменение температуры льда согласуется с дополнительной дискретной балансовой связью. Показатель является безразмерным.

Для вычисления третьего показателя используется дальняя часть горизонта. Вследствие инерционности объекта влияние задаваемой траектории управления проявляется с запаздыванием, поэтому рассматриваются последние K шагов. Тот же участок используется при вычислении событийного показателя E_Y. Через $\mathcal{N}_K$ обозначим множество пар (i, h), соответствующих этим шагам на интервале выбора. Тогда по формуле (89)

$$R_{\text{bal}}(\lambda) = \sqrt{\frac{1}{|\mathcal{N}_K|} \sum_{(i,h)\in\mathcal{N}_K} r_{i,h}^2\left(\theta(\lambda)\right)}. \tag{89}$$

Значение $R_{\text{bal}} = 0$ соответствует точному выполнению связи, а значение около единицы означает, что отклонение сопоставимо с характерным уровнем, установленным по данным эксплуатационного мониторинга.

Выбор λ выполнен в два этапа. Для каждого рассматриваемого значения параметры расчетной функции определялись заново, а показатели вычислялись на одном интервале выбора. На первом этапе использована широкая сетка значений λ для установления характера изменения показателей

и выделения диапазона последующего уточнения. Результаты приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Показатели первого этапа выбора коэффициента балансовой составляющей критерия

λ	E_T, °C	E_Y	R_{bal}
0	0,4089	0,6915	0,8914
0,03	0,4798	0,8075	0,2414
0,10	0,5168	0,8603	0,2396
0,30	0,5532	0,9357	0,2238
1,00	0,5611	1,0308	0,1907
3,00	0,5603	1,1602	0,1660
10,00	0,5819	1,2661	0,1845

Источник: составлено автором.

При $\lambda = 0{,}03$ значение R_{bal} уменьшилось с $0{,}8914$ до $0{,}2414$, тогда как E_T увеличилось с $0{,}4089$ до $0{,}4798$ °C, а E_Y – с $0{,}6915$ до $0{,}8075$.

Снижение нормированной балансовой невязки характеризует улучшение согласованности расчетной траектории с дополнительной балансовой связью. Вместе с тем рост обоих показателей ошибки свидетельствует об ухудшении соответствия расчетных характеристик наблюдаемым значениям.

При дальнейшем увеличении λ ошибки расчета оставались выше значений при $\lambda = 0$. Это послужило основанием для более подробного исследования малых значений коэффициента, при которых влияние балансовой составляющей возрастает постепенно. Поэтому на втором этапе начальный участок диапазона уточнен по сетке $0 \le \lambda \le 0{,}01$. Результаты приведены в таблице 6.

Таблица 6 – Показатели второго этапа выбора коэффициента балансовой составляющей критерия

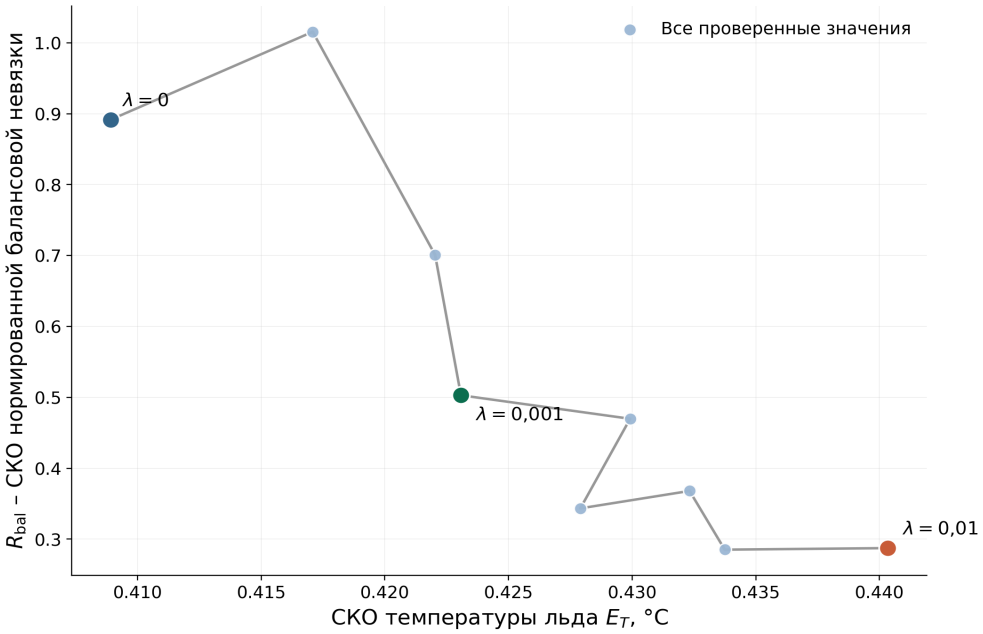
λ	E_T, °C	E_Y	R_{bal}
0	0,4089	0,6915	0,8914
0,0003	0,4171	0,6764	1,0154
0,0005	0,4220	0,7097	0,7009
0,001	0,4231	0,7023	0,5029
0,002	0,4299	0,7345	0,4698
0,003	0,4279	0,7441	0,3435
0,005	0,4323	0,7300	0,3680
0,007	0,4337	0,7593	0,2852
0,01	0,4403	0,7546	0,2874

Источник: составлено автором.

Значения коэффициента в таблице 6 образуют конечное множество Λ, используемое в процедуре (36)–(37), а соответствующие показатели получены на интервале выбора. Рисунок 11 показывает соотношение E_T и R_{bal} на втором этапе. Каждая точка соответствует одному из проверенных значений коэффициента и отражает сочетание точности расчета и балансовой согласованности.

Для выбора использовались все три показателя таблицы 6. Их значения нормированы по выражению (36); после исключения доминируемых вариантов по выражению (37) выбрано $\lambda^{\star} = 0{,}001$. На интервале выбора относительно $\lambda = 0$ показатель R_{bal} уменьшился на 43,58 %, а E_T и E_Y увеличились соответственно на 3,47 и 1,56 %.

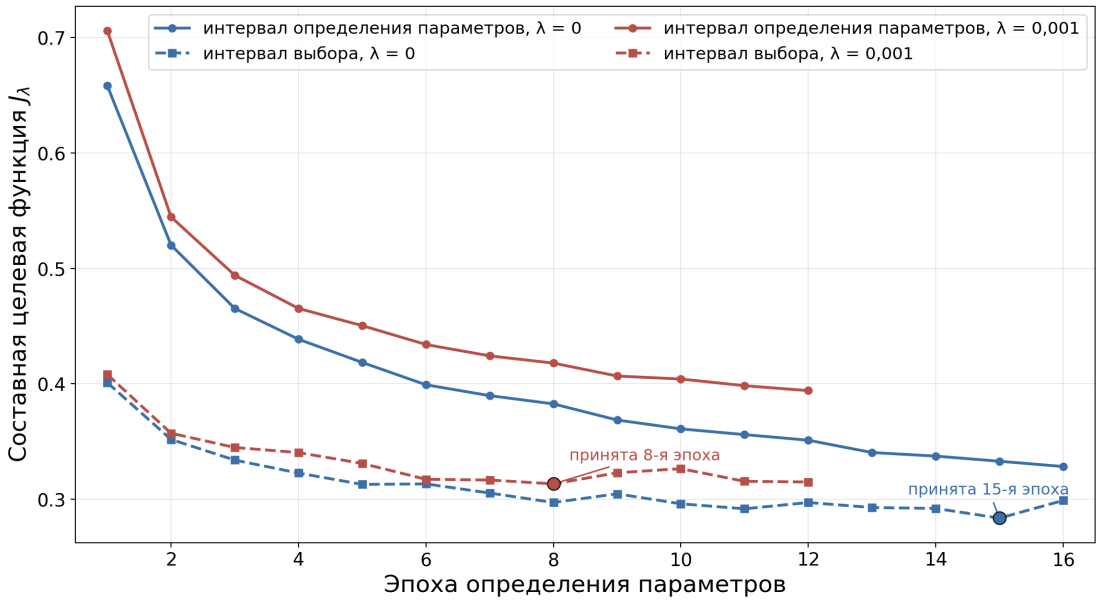
Полученное сочетание характеризует улучшение балансовой согласованности при меньшем увеличении ошибок расчета, чем для более высоких значений коэффициента.



Источник: составлено автором.

Рисунок 11 – Сопоставление ошибки расчета температуры льда и нормированной балансовой невязки в области малых значений коэффициента λ

На каждой эпохе значение J_λ вычислялось для текущего вектора параметров на интервалах определения параметров. Изменение J_λ по эпохам показано на рисунке 12. По минимальному значению на интервале выбора приняты параметры 15-й эпохи для $\lambda = 0$ и 8-й эпохи для $\lambda = \lambda^\star$.



Источник: составлено автором.

Рисунок 12 – Изменение составной целевой функции J_λ по эпохам на интервалах определения параметров и выбора

При $\lambda = 0$ составная функция J_λ совпадает с J_{pred}, а при $\lambda = \lambda^\star$ включает расчетную и балансовую составляющие.

В соответствии с выражением (38) для итоговой расчетной функции принято $\theta^* = \theta(\lambda^\star)$. Для оценки влияния балансовой составляющей на точность расчета и балансовую согласованность функции $F_{\theta(0)}$ и F_{θ^*} сопоставлены на данных, не использовавшихся при определении параметров и выборе $\lambda^\star$. Полученные на интервале независимой проверки показатели приведены в таблице 7.

Таблица 7 – Показатели расчетных функций на интервале независимой проверки

Вариант	E_T, °C	E_Y	R_{bal}
Расчетная функция при $\lambda = 0$	0,4495	0,8074	0,8212
Итоговая расчетная функция при $\lambda^\star = 0{,}001$	0,4581	0,8122	0,5725

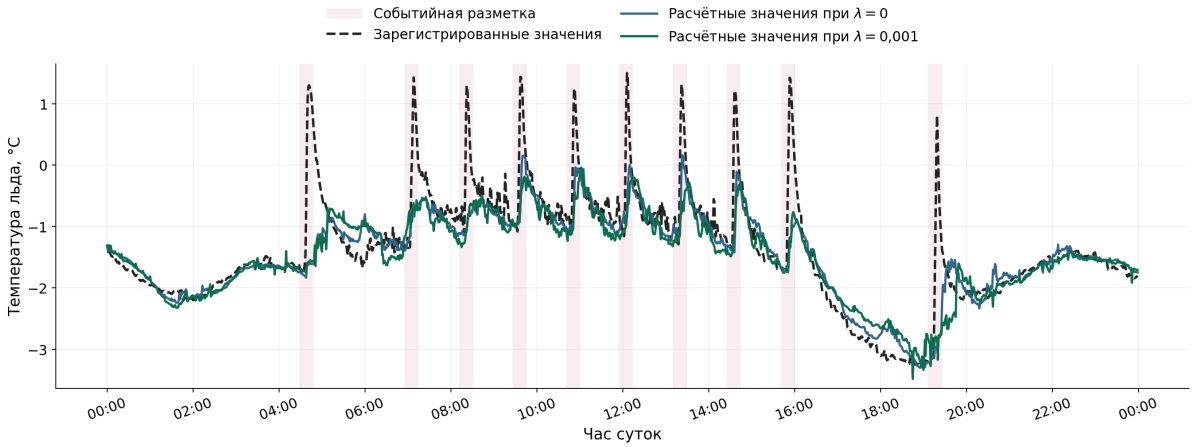
Источник: составлено автором.

Относительные изменения, вычисленные по выражению (39), составили $-30{,}29$ % для R_{bal}, $+1{,}90$ % для E_T и $+0{,}59$ % для E_Y.

Для компонентов выхода y_t итоговой расчетной функции среднеквадратическая ошибка на интервале независимой проверки составила 0,458 °C для температуры льда T_t^{ice}, 0,392 °C для температуры возвратного теплоносителя T_t^{ret}, 0,530 °C для температуры подающего теплоносителя T_t^{sup} и 13,38 кВт для мощности компрессорной группы P_t^{comp}.

Стандартные отклонения, определенные на интервале определения параметров и использованные при стандартизации этих характеристик, составили соответственно 0,77 °C, 1,14 °C, 1,80 °C и 29,42 кВт.

В единицах стандартного отклонения эти ошибки равны соответственно 0,60, 0,35, 0,29 и 0,45. Для каждой характеристики среднеквадратическая ошибка меньше стандартного отклонения ее зарегистрированных значений. Зарегистрированная температура льда и результаты расчетных функций $F_{\theta(0)}$ и F_{θ^*} на фрагменте интервала независимой проверки приведены на рисунке 13.



Источник: составлено автором.

Рисунок 13 – Зарегистрированная и расчетная температура льда в конце горизонта на фрагменте интервала независимой проверки

На рисунке 13 расчетные траектории, полученные с помощью $F_{\theta(0)}$ и F_{θ^*}, близки вне заливок и различаются преимущественно на переходных участках после них. По таблице 7 включение балансовой составляющей уменьшило R_{bal} на 30,29 % при увеличении E_T на 1,90 %. Тем самым повышена балансовая согласованность при малом изменении ошибки расчета температуры льда.

4.3 Исследование эффективности разработанного алгоритма нелинейного модельно-предиктивного управления

Исследование алгоритма выполняется при зафиксированных параметрах модели и расчетной конфигурации. В каждом расчетном моменте задачи (50)–(52) решаются методом SLSQP относительно блочного вектора $v \in V_t$; параметры θ^* при этом не изменяются. В выражении (40) длина предшествующего интервала $L = 180$ определяет число минутных временных срезов матрицы X_t^L, а горизонт $H = 30$ – число шагов задаваемой траектории управления и расчетной траектории характеристик. При минутном шаге период обновления управления принят равным 5 мин.

В блочной развертке (42) этому периоду соответствуют $\Delta = 5$ шагов и $B = 6$ блоков, что сокращает размерность переменной выбора с 30 до 6 компонентов. Первый компонент итогового блочного вектора используется

на ближайшем интервале, после чего при обновленной X_t^L та же последовательность задач решается на сдвинутом горизонте. Остальные компоненты задают продолжение траектории для расчета температурных и энергетических характеристик. Таким образом, предварительное определение параметров расчетной функции отделено от повторного численного решения задач управления.

Область технически допустимых блочных векторов V_t задается ограничениями (43). Они устанавливают допустимый диапазон каждого компонента вектора, а также предел перехода от действующего управления к первому блоку и между соседними блоками. Значения $u_{\min}$ и $u_{\max}$ ограничивают расчет режимами, представленными в данных и предусмотренными технической постановкой. Для определения $\Delta u_{\max}$ использованы модули пятиминутных изменений управления на интервале определения параметров. Параметры расчетной конфигурации приведены в таблице 8.

Таблица 8 – Параметры расчетной конфигурации алгоритма

Параметр	Значение
Временные параметры модели	$\Delta t = 1$ мин; $L = 180$; $H = 30$
Блочное представление и период обновления управления	$B = 6$; $\Delta = 5$ шагов; 5 мин
Технические ограничения управления	$u_{\min} = -8{,}5$ °C; $u_{\max} = -3{,}0$ °C; $\Delta u_{\max} = 1{,}2$ °C
Требуемый диапазон температуры льда	$T_{\min} = -2{,}2$ °C; $T_{\max} = -1{,}2$ °C
Параметры SLSQP	$N_{\text{iter}}^{\max} = 60$; $f_{\text{tol}} = 10^{-5}$

Источник: составлено автором.

Значение 0,99-квантиля $q_{0,99} = 0{,}8$ °C охватывает 99 % зарегистрированных изменений и снижает влияние единичных больших значений на выбор ограничения. Коэффициент запаса $k_{\Delta u} = 1{,}5$ позволяет формировать траектории с изменениями, превышающими эту границу,

при сохранении ограничения переходов между блоками. Значение предела рассчитано как $\Delta u_{\max} = k_{\Delta u} q_{0,99} = 1{,}5 \cdot 0{,}8 = 1{,}2$ °C. Границы $T_{\min}$ и $T_{\max}$ определяют требуемый температурный диапазон в выражениях (46)–(47).

Параметр $N_{\text{iter}}^{\max}$ ограничивает число внутренних итераций SLSQP при численном решении каждой из задач (50)–(52), а f_{tol} задает точность внутренних условий завершения метода. Эти параметры одинаковы для двух алгоритмических вариантов и относятся только к численному решению задач; они не определяют критерии алгоритма и условия принятия полученных результатов.

Исследование эффективности выполнено на интервале независимой проверки из 39 043 минутных наблюдений. После исключения неполных суток и интервалов, пересекающих границы временного разбиения, получены $N = 26$ суточных реализаций по $K = 288$ моментов формирования управления, всего $NK = 7488$ расчетных моментов. Суточная реализация служит единицей парного сравнения; последовательности внешних факторов и меток событий одинаковы для всех вариантов.

На сформированной совокупности при фиксированных исходных данных изменялась только задаваемая траектория управления. Постоянная траектория $U_i^{(0)}$ сопоставлялась с технически допустимыми $U_i^{(+)}$ и $U_i^{(-)}$, полученными изменением ее компонент на $+0{,}5$ и $-0{,}5$ °C с учетом границ $\mathcal{U}_{t_i}$.

Через ΔT_i и ΔE_i обозначались изменения температуры льда в конце горизонта и расчетного энергопотребления относительно $U_i^{(0)}$, через $\Delta u_i \in \{-0{,}5;\ +0{,}5\}$ – изменение управления. Ожидаемому направлению отклика соответствовали условия $\Delta u_i \Delta T_i > 0$ и $\Delta u_i \Delta E_i < 0$. Для $F_{\theta(0)}$ они выполнены соответственно в 65,3 и 57,9 % случаев, для F_{θ^*} – в 97,80 и 83,91 %. Результат характеризует направление расчетного отклика, но не точность выхода функции и не отклик физического объекта.

Для дополнительной характеристики расчетной зависимости, используемой в задачах (50)–(52), для $F_i(U) = F_{\theta^*}\left(X_{t_i}^L, U\right)$ проверялось необходимое условие аффинности. Если технически допустимые траектории удовлетворяют равенству $U_i^{(0)} = \left(U_i^{(+)} + U_i^{(-)}\right)/2$, то для аффинного отображения должно выполняться [1; 2; 3] по формуле (90)

$$F_i\left(U_i^{(0)}\right) = \frac{F_i\left(U_i^{(+)}\right) + F_i\left(U_i^{(-)}\right)}{2}. \quad (90)$$

Из 7488 расчетных моментов в 3066 оба изменения управления на $+0{,}5$ и $-0{,}5$ °C не ограничивались границами технически допустимой области. Масштабом температуры льда служило ее стандартное отклонение на интервале определения параметров $s_T = 0{,}77$ °C. Масштаб расчетного энергопотребления получен из стандартного отклонения мощности компрессорной группы $\sigma_P = 29{,}42$ кВт приведением к горизонту продолжительностью 30 мин (0,5 ч): $s_E = 0{,}5\sigma_P = 14{,}71$ кВт·ч. Существенным считалось отклонение от равенства (90), превышающее 1 % соответствующего масштаба, то есть $0{,}0077$ °C для температуры льда и $0{,}1471$ кВт·ч для расчетного энергопотребления.

Порог превышен соответственно в 1495 и 2772 случаях, хотя бы по одной из двух величин – в 2817 из 3066 случаев. Максимальные остатки составили $0{,}04$ °C и $2{,}02$ кВт·ч. Полученные результаты свидетельствуют о практически значимой неаффинности зависимости расчетных показателей от траектории управления для зафиксированной функции F_{θ^*} на исследованной области. Проверка характеризует расчетную зависимость, используемую при оптимизации траектории управления, но не относится к определению параметров модели и не характеризует нелинейность физического объекта.

Проверка по выражению (90) характеризует расчетную зависимость в отдельных моментах при фиксированной матрице $X_{t_i}^L$. Эффективность алгоритма оценивалась в другом протоколе – рекурсивном суточном эксперименте, в котором результаты предыдущего расчета изменяют исходные данные последующих расчетов.

При переходе от момента t_i к моменту $t_{i+1} = t_i + 5$ мин из окна $X_{t_i}^L$ исключаются пять наиболее ранних строк, а вместо них включаются пять новых строк, сформированных по рассчитанным характеристикам, примененному управлению и зарегистрированным внешним факторам. Поэтому суточная реализация представляет последовательность взаимосвязанных решений, а не совокупность независимых расчетов на 30-минутном горизонте.

Каждая из 26 суточных реализаций рассчитывалась от одинакового для сопоставляемых вариантов исходного 180-минутного окна при одной и той же зарегистрированной последовательности внешних факторов и меток событий. Варианты различались источником и правилом формирования траектории управления:

1) **фактически применявшийся вариант** – зарегистрированная минутная траектория управления, для которой характеристики рекурсивно пересчитывались принятой моделью;

2) **адаптированный вариант известной алгоритмической схемы** – последовательность температурной и энергетической задач по схеме М.М. Тверского и Д.В. Румянцева [19; 22], адаптированная к ограничениям рассматриваемой системы. Энергетическая задача решалась при практически нулевом значении J_T; иначе применялось граничное управляющее действие;

3) **разработанный алгоритм** – алгоритм 3.1, в котором достигнутое значение J_T ограничивает энергетическую задачу, а затем решается задача выбора траектории управления.

При превышении верхней границы температурного диапазона граничное действие адаптированного варианта задает $u_{\min}$, при снижении ниже нижней границы – $u_{\max}$, а внутри диапазона сохраняет действующее значение управления; сформированный постоянный блочный вектор приводится к области технически допустимых решений.

Во всех трех вариантах одинаковы расчетная функция, горизонт и технические ограничения; для двух алгоритмических вариантов также одинаковы блочная параметризация, параметры SLSQP и начальное приближение.

Тем самым различия расчетных траекторий определяются правилами формирования управления. В основном сценарии F_{θ^*} применяется как внутри алгоритмов, так и при рекурсивном обновлении характеристик.

Значения функций J_T, J_E и J_S, определенных выражениями (47)–(49), используются в критериях алгоритма на 30-минутном горизонте. В вычислительном эксперименте основными показателями эффективности служат расчетное энергопотребление E, интегральное температурное отклонение I и доля времени вне температурного диапазона ρ. Средняя суточная суммарная вариация управления $\overline{V}$ рассматривается как дополнительная характеристика.

Пусть M – множество минутных интервалов 26 суточных реализаций, P_m – средняя рассчитанная мощность компрессорной группы на интервале m, кВт, а Δt – продолжительность одного минутного интервала. Расчетное энергопотребление определяется выражением (91)

$$E = \Delta t \sum_{m \in M} P_m, \tag{91}$$

где Δt – длительность шага в часах, поэтому E выражается в кВт·ч.

Через δ_m обозначается определяемое по правилу (46) расстояние рассчитанной температуры льда до диапазона $[T_{\min}, T_{\max}]$.

Интегральное температурное отклонение на полном интервале определяется выражением (92)

$$I = \Delta t \sum_{m \in M} \delta_m, \tag{92}$$

где Δt – длительность шага в минутах, поэтому I выражается в °C·мин.

Пусть $M_0 \subset M$ – множество минутных интервалов вне расширенных интервалов заливки. Доля времени, в течение которого рассчитанная температура находится вне заданного диапазона, определяется выражением (93)

$$\rho = \frac{100}{|M_0|} \sum_{m \in M_0} \mathbf{1}\,(\delta_m > 0), \tag{93}$$

где $\mathbf{1}(\cdot)$ – индикаторная функция, равная единице при выполнении условия и нулю в противном случае.

Множитель 100 переводит полученное отношение в проценты.

Через $u_{d,k}$ обозначим значение управления, используемое в сопоставляемом варианте в k-м расчетном моменте суточной реализации d. Для алгоритмических вариантов оно соответствует $u^{\star}_{t_{d,k}}$; $u_{d,0}$ – значение управления, действовавшее непосредственно перед первым расчетным моментом суток. Это начальное значение позволяет учитывать первое изменение управления наравне с последующими изменениями в течение суток. Для каждой суточной реализации вычисляется сумма абсолютных

разностей между значениями управления в соседних расчетных моментах. Средняя суточная суммарная вариация управления определяется выражением (94)

$$\overline{V} = \frac{1}{N}\sum_{d=1}^{N}\sum_{k=1}^{K}\left|u_{d,k} - u_{d,k-1}\right|. \quad (94)$$

Показатели E, I и ρ анализируются раздельно; меньшее значение соответствует улучшению. Устойчивость направления различий характеризуется числом суточных реализаций с уменьшением соответствующего показателя.

Сводные значения показателей для основной согласованной модельной постановки приведены в таблице 9.

Таблица 9 – Расчетные результаты трех вариантов управления за 26 суток

Вариант управления	E, кВт·ч	I, °C·мин	ρ, %	$\overline{V}$, °C
Фактически применявшийся	38 908,07	5 549,76	42,20	16,50
Адаптированный вариант известной алгоритмической схемы	36 544,63	6 555,27	41,71	25,24
Разработанный алгоритм	32 570,47	4 896,71	31,28	37,65

Источник: составлено автором.

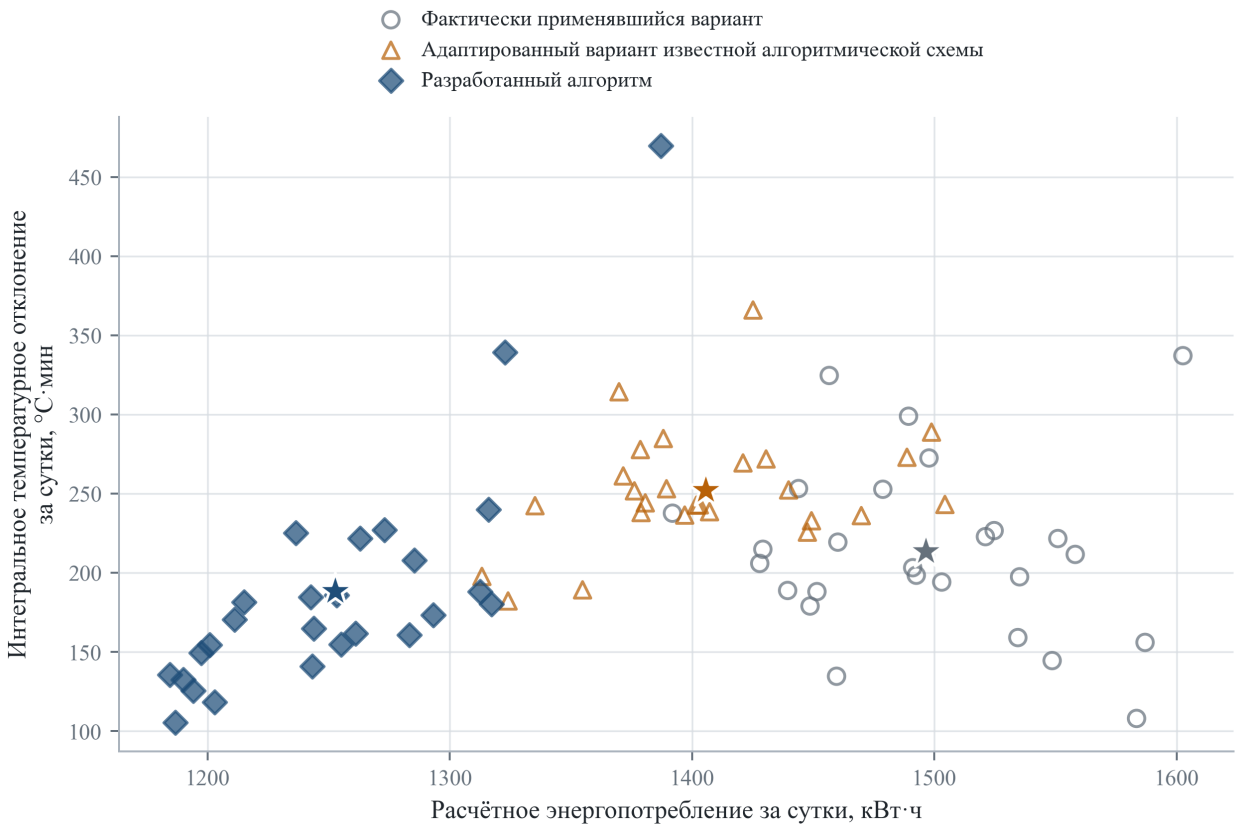
В рекурсивном эксперименте результат задачи выбора траектории управления принят разработанным алгоритмом в 7446 расчетных моментах, или в 99,44 % случаев; в адаптированном варианте граничное управляющее действие применено в 4046 расчетных моментах, или в 54,03 % случаев.

В основном сравнении с адаптированным вариантом разработанный алгоритм уменьшил суммарное расчетное энергопотребление на 10,87 %, I – на 25,30 %, ρ – на 10,43 процентного пункта. В дополнительном сравнении с фактически применявшимся вариантом разработанный алгоритм уменьшил

энергопотребление на 16,29 %, I – на 11,77 %, ρ – на 10,92 процентного пункта.

Уменьшение основных показателей сопровождалось увеличением средней суточной суммарной вариации управления. Значение $\overline{V}$ составило 37,65 °C для разработанного алгоритма и 25,24 °C для адаптированного варианта.

Соотношение суточных значений энергопотребления и I показано на рисунке 14.



Источник: составлено автором.

Рисунок 14 – Соотношение суточных значений расчетного энергопотребления и интегрального температурного отклонения

Точки разработанного алгоритма преимущественно смещены в область меньших значений обоих показателей относительно адаптированного варианта; отдельные сутки сохраняют различия, обусловленные исходными характеристиками и внешними факторами.

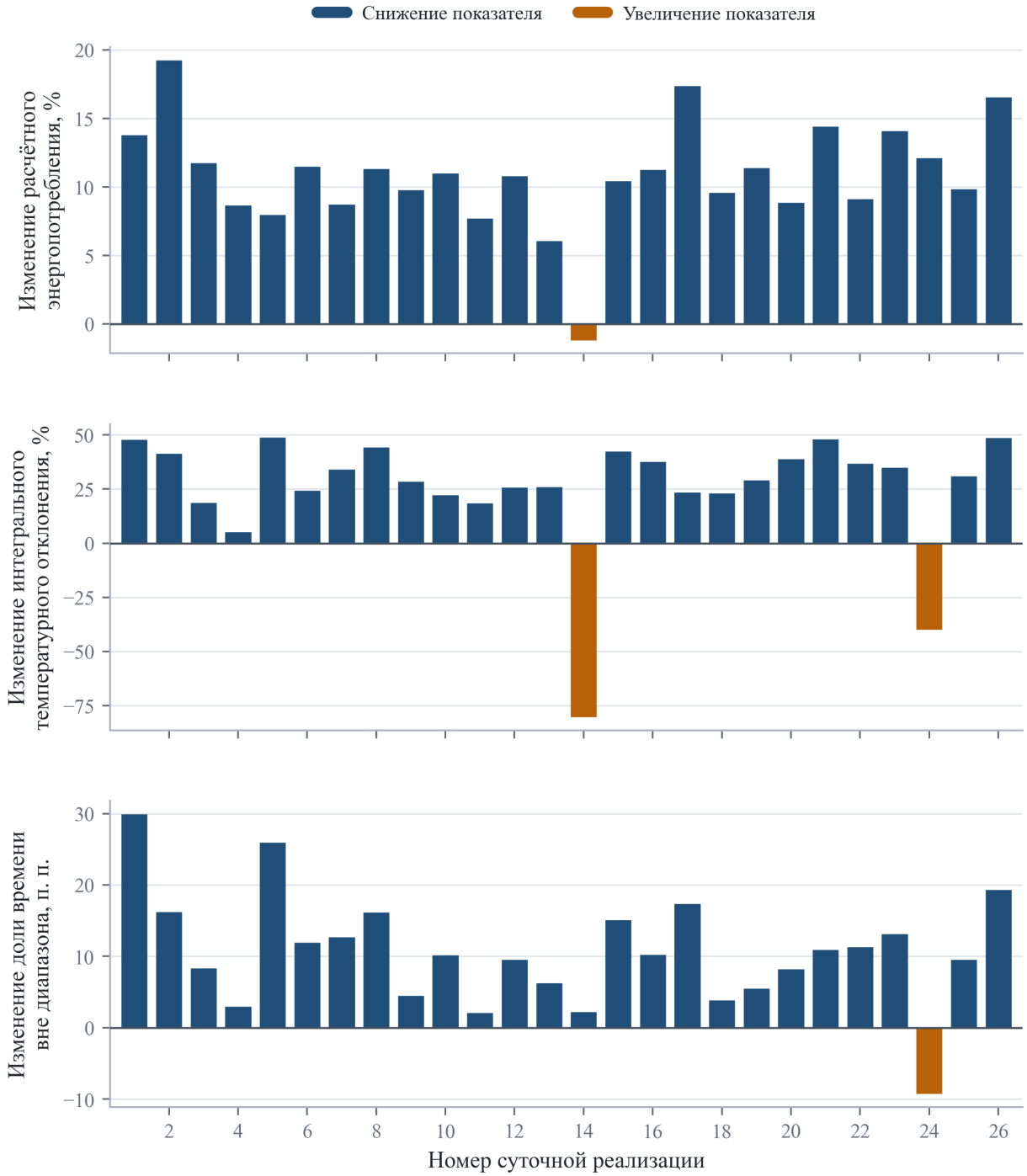
Каждая точка соответствует одной суточной реализации. Смещение влево означает снижение расчетного энергопотребления, а вниз – уменьшение

интегрального температурного отклонения. Для разработанного алгоритма наблюдаются и отдельные реализации с повышенным температурным отклонением при сравнительно небольшом энергопотреблении. Поэтому положение совокупности точек следует дополнять сопоставлением результатов за одни и те же сутки. Оно позволяет установить, насколько устойчиво достигается улучшение каждого показателя при одинаковых исходных условиях.

Посуточные изменения показателей при использовании разработанного алгоритма относительно адаптированного варианта известной алгоритмической схемы показаны на рисунке 15. Для каждой из 26 суточных реализаций отдельно представлены изменения расчетного энергопотребления, интегрального температурного отклонения и доли времени вне требуемого диапазона. Положительное значение означает уменьшение соответствующего показателя, отрицательное – его увеличение. Такое представление позволяет оценить величину изменений по отдельным суткам и установить, насколько часто направление различий совпадает с результатом сравнения сводных показателей. Раздельное рассмотрение трех показателей также позволяет выявить случаи, когда уменьшение энергопотребления сопровождается ухудшением одной из характеристик температурного режима.

По рисунку 15 уменьшение E и ρ получено в 25 из 26 суточных реализаций, а уменьшение I – в 24 из 26. Следовательно, улучшение каждого показателя наблюдалось в большинстве рассмотренных суток. Отрицательные значения соответствуют отдельным реализациям, в которых разработанный алгоритм увеличил соответствующий показатель относительно адаптированного варианта. Наличие таких случаев отражает различия результатов по суткам и учитывается при оценке эффективности наряду со сводными значениями. По совокупности всех суточных реализаций значения трех показателей уменьшились, как показано в таблице 9. Таким образом, в рассматриваемой модельной постановке уменьшение сводных показателей

сочетается с сохранением направления улучшения для большинства отдельных суточных реализаций.



Источник: составлено автором.

Рисунок 15 – Посуточные изменения расчетного энергопотребления, интегрального температурного отклонения и доли времени вне температурного диапазона разработанного алгоритма относительно адаптированного варианта известной алгоритмической схемы

4.4 Комплекс программ предиктивного управления

Комплекс программ предназначен для расчетной поддержки управления оборудованием инерционной теплоэнергетической системы. По данным эксплуатационного мониторинга, доступным к моменту формирования управления, он обеспечивает совместное выполнение модели M и алгоритма A, проверку результата и формирование расчетного протокола. Выбранное значение управления предназначено для передачи локальной автоматике на ближайший пятиминутный интервал. Непосредственное регулирование и защита оборудования относятся к функциям локальной автоматики.

К комплексу программ предъявляются следующие требования:

1) использование только данных эксплуатационного мониторинга, доступных к моменту формирования управления;

2) совместное выполнение модели динамики температурных и энергетических характеристик и разработанного алгоритма;

3) формирование технически допустимого результата при выполнении установленных требований к входным данным;

4) проверка условий сохранения достигнутых температурного и энергетического результатов и непревышения значения J_S относительно энергетического результата;

5) завершение вычислений до следующего пятиминутного момента формирования управления;

6) формирование расчетного протокола, связывающего исходные данные, параметры модели, конфигурацию алгоритма, результаты задач и выполненные проверки.

В качестве прямого программного аналога рассматривается do-mpc [56]. Его модульная структура объединяет средства задания модели, построения контроллера, моделирования и обработки результатов нелинейного и робастного модельно-предиктивного управления. GEKKO [31]

представляет универсальную Python-платформу, в которой оптимизационная модель формируется с использованием параметров, переменных, уравнений, ограничений и целевых функций; предусмотрены режимы динамической оптимизации и модельно-предиктивного управления.

В обеих средах разработчик приложения определяет вычислительное представление модели, критерии, ограничения и порядок формирования итогового результата. Для рассматриваемой задачи дополнительно требуется реализовать подготовку данных эксплуатационного мониторинга, последовательность трех задач, правила проверки и принятия их результатов, резервный выбор технически допустимой траектории управления и состав расчетного протокола.

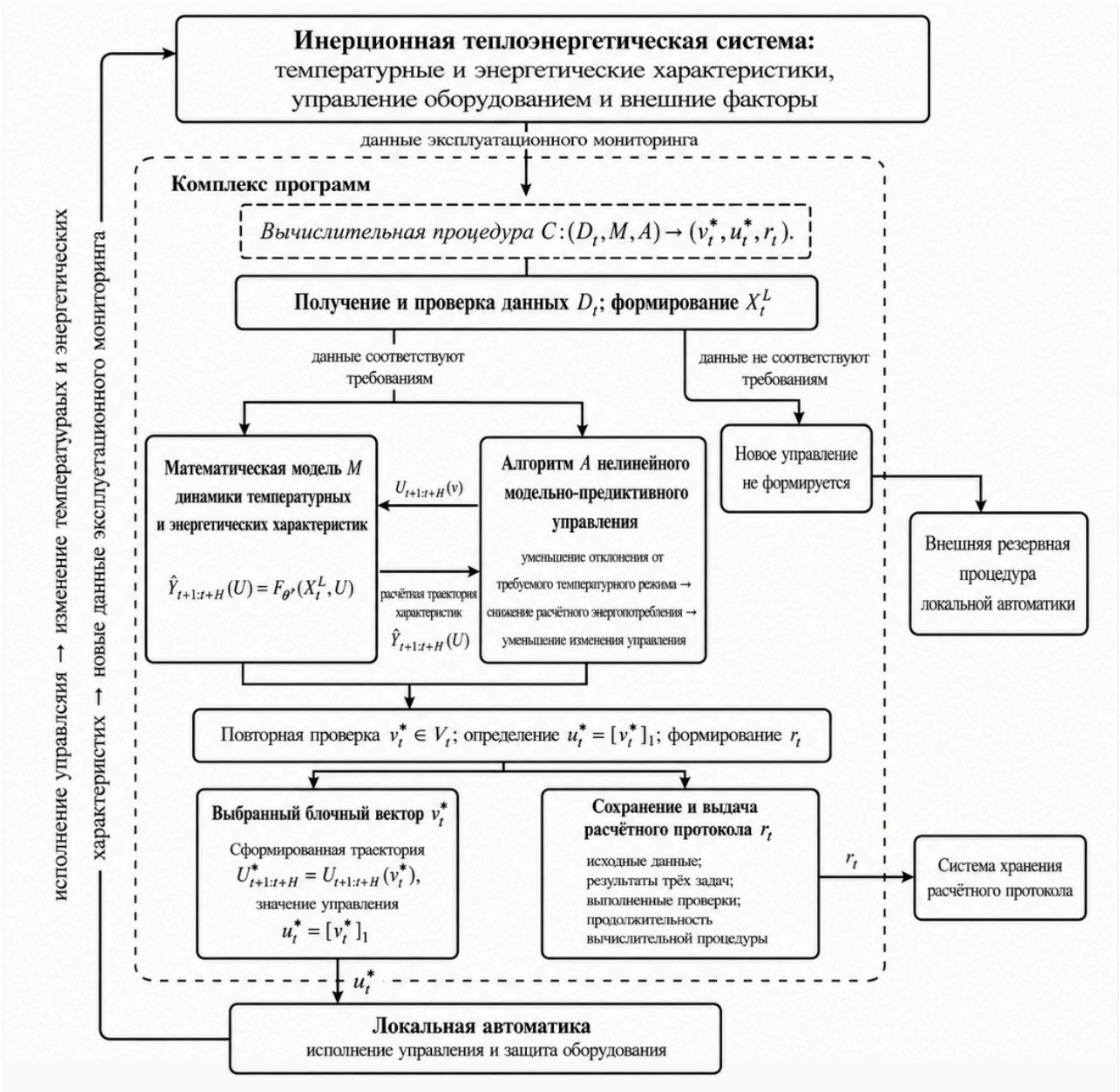
Структурные отличия разработанного комплекса отражены на рисунке 16. Средства do-mpc или GEKKO могут использоваться для задания модели и решения оптимизационных задач, однако построение прикладной вычислительной процедуры требует дополнительных программных компонентов.

В разработанном комплексе к ним относятся получение и проверка D_t, формирование X_t^L, совместное выполнение модели M и алгоритма A, повторная проверка технической допустимости $v_t^\star$, определение $u_t^\star$, обработка несоответствий входных данных и формирование расчетного протокола r_t.

Пунктирная граница на рисунке 16 определяет состав разработанного комплекса программ. Внутри этой границы осуществляются получение и проверка исходных данных, формирование входного представления, расчет прогнозируемых характеристик, выполнение алгоритма управления и проверка технической допустимости выбранного результата.

Завершение процедуры включает определение значения управления для ближайшего интервала и формирование расчетного протокола, связывающего исходные данные с результатами вычислений и выполненными проверками. Локальная автоматика, физический объект и система хранения расчетного протокола относятся к внешним компонентам. Локальная

автоматика обеспечивает исполнение управления и внешнюю резервную ветвь, физический объект формирует наблюдаемые температурные и энергетические характеристики, а система хранения предназначена для сохранения сформированных записей. Формирование протокола входит в состав процедуры комплекса.



Источник: составлено автором.

Рисунок 16 – Функциональная схема комплекса программ предиктивного управления инерционными теплоэнергетическими системами

Для формального описания выделенной на рисунке 16 программной процедуры введено обозначение C. Параметры расчетной функции,

преобразования данных и конфигурация алгоритма определяются и загружаются до начала последовательности расчетов.

В каждом расчетном моменте процедура получает набор D_t, тогда как модель M и алгоритм A используются без повторного определения. Связь входных данных и зафиксированных компонентов комплекса с формируемыми результатами задается соотношением, приведенным в формуле (95)

$$C(D_t, M, A) = (v_t^\star, u_t^\star, r_t), \tag{95}$$

где D_t – полный набор входных и конфигурационных данных, доступных в расчетный момент t;

M – математическая модель с определенными параметрами расчетной функции;

A – алгоритм нелинейного модельно-предиктивного управления;

$v_t^\star$ – итоговый выбранный технически допустимый блочный вектор;

$u_t^\star = [v_t^\star]_1$ – значение управления для ближайшего пятиминутного интервала;

r_t – расчетный протокол завершенной процедуры.

Равенство (95) относится к штатной ветви процедуры, выполняемой для набора D_t, соответствующего установленным требованиям. На основе D_t формируется матрица X_t^L, используемая при вызовах расчетной функции F_{θ^*} алгоритмом 3.1, а выбранная траектория управления определяется по правилу $U_{t+1:t+H}^\star = U_{t+1:t+H}(v_t^\star)$.

При непринятии результата отдельной задачи сохраняется последний принятый технически допустимый вектор. После повторной проверки итогового вектора формируется значение $u_t^\star$ для ближайшего пятиминутного интервала.

Если набор D_t не соответствует установленным требованиям, модель и алгоритм не вызываются, а новые значения $v_t^\star$ и $u_t^\star$ не формируются. Управление передается внешней резервной ветви локальной автоматики. Общим результатом завершения штатной и резервной ветвей является расчетный протокол r_t, который связывает исходные данные с выполненными операциями и причиной принятого способа завершения процедуры.

Для последовательности расчетов фиксируются используемые параметры модели и конфигурация алгоритма, а отдельная запись r_t формируется в виде JSON-представления в оперативной памяти. Сокращенный фрагмент фактически сформированной записи имеет вид:

```json
{
  "schema_version": 1,
  "calculation_id": "20250202T000000-221405",
  "input": {
    "decision_time": "2025-02-02T00:00:00",
    "history_length_minutes": 180,
    "history_feature_count": 31,
    "input_valid": true
  },
  "result": {
    "final_blocks_c": [-6.00, -5.65, -5.54, -5.41, -5.29, -5.19],
    "applied_control_c": -6.00,
    "j_temp_final_c2": 0.000,
    "j_energy_final_kwh": 26.514,
    "j_change_final_c2": 1.614,
    "temperature_stage_accepted": true,
    "energy_stage_accepted": true,
    "final_stage_accepted": true
  },
  "checks": {
    "technical_recheck_ok": true
  },
  "measurement": {
    "runtime_sec": 2.436
  }
}
```

Группа input идентифицирует расчетный момент и характеризует использованный интервал исходных данных. В группе result фиксируются признаки принятия результатов трех последовательных задач, итоговый

блочный вектор $v_t^\star$, применяемое значение $u_t^\star$ и значения целевых функций. Поле checks содержит результат повторной проверки технической допустимости выбранного вектора, а measurement – продолжительность вычислительной процедуры.

При несоответствии входных данных причина фиксируется в группе input_check, а группа routing отражает отсутствие вызова алгоритма и передачу управления внешней резервной процедуре. Устойчивое сохранение протокола и сетевой обмен относятся к внешней инфраструктуре.

Состав r_t определяет наблюдаемые признаки, по которым проверяются правила принятия и сохранения результатов задач алгоритма и вычислительная оперативность комплекса. Запись протокола позволяет связать исходные данные конкретного расчетного момента с выполненными задачами, признаками принятия их результатов и итоговым выбранным вектором управления. По этим сведениям устанавливается, на каком этапе получен принятый результат и потребовалось ли сохранение ранее найденного технически допустимого вектора.

Рекурсивное сопоставление вариантов управления выполняется отдельно и характеризует изменение расчетного энергопотребления и показателей температурного режима при последовательном применении выбранных управляющих воздействий.

Программное выполнение правил алгоритма 3.1 проверено на 7488 расчетных моментах при зафиксированных исходных данных. Проверялись выполнение энергетической задачи, в том числе при $j_T > 0$, сохранение результатов задач более высокого приоритета, условие по J_S и техническая допустимость итогового вектора. Отдельно контролировалось применение резервного выбора при непринятии очередного результата.

Техническая допустимость итогового вектора проверялась после завершения предусмотренной последовательности действий, включая случаи сохранения ранее принятого результата. При численном сопоставлении значений использовались установленные допуски проверки. Сводные

результаты, число соответствующих расчетных моментов и их доли приведены в таблице 10.

Таблица 10 – Результаты проверки свойств разработанного алгоритма

Проверяемый результат	Число	Доля, в процентах
Итоговый вектор технически допустим	7488	100,00
Температурный результат принят	7488	100,00
Получено $j_T > 0$	3003	40,10
Энергетическая задача выполнена	7488	100,00
Энергетический результат принят при $j_T > 0$	2982 из 3003	99,30
Энергетический результат принят	7397	98,78
Результат выбора траектории принят	7315	97,69
Температурный результат сохранен после энергетической задачи	7397 из 7397	100,00
Температурный и энергетический результаты сохранены после выбора траектории	7315 из 7315	100,00
После выбора траектории выполнено условие по J_S	7315 из 7315	100,00
Результат выбора траектории отклонен по J_S	44	0,59
Сохранен ранее принятый результат	173	2,31

Источник: составлено автором.

При сопоставлении значений целевых функций использовался численный допуск $\tau_{\text{abs}} + \tau_{\text{rel}}\max\{1, |j|\}$, где j – числовое значение функции в установленной единице измерения.

Принято $\tau_{\text{rel}} = 2 \cdot 10^{-5}$, а $\tau_{\text{abs}} = 2 \cdot 10^{-5}$ в единице соответствующей функции: °C² для J_T и J_S, кВт·ч для J_E. Технические ограничения проверялись с допуском 10^{-5} °C. Указанные значения относятся только к численной проверке.

Температурный результат принят во всех 7488 расчетных моментах. В 4485 случаях достигнуто $j_T = 0$, а в 3003 случаях – $j_T > 0$. Энергетическая задача выполнена во всех 7488 расчетных моментах, включая все случаи с ненулевым j_T; тем самым ненулевое значение температурной целевой функции не прерывает последовательность задач.

Энергетический результат принят в 7397 случаях, в том числе в 2982 из 3003 случаев с $j_T > 0$. В остальных 91 случае сохранен ранее принятый температурный результат.

После принятия энергетического результата задача выбора траектории завершилась принятием нового результата в 7315 случаях. В 38 случаях ее результат не был принят, а в 44 – был отклонен после проверки условия по J_S; в обоих случаях сохранен энергетический результат. В общей сложности ранее принятый результат использован как итоговый в 173 расчетных моментах.

Во всех принятых энергетических результатах сохранен температурный результат. Во всех принятых результатах задачи выбора траектории сохранены температурный и энергетический результаты и выполнено условие по J_S.

После предусмотренного правилами алгоритма сохранения последнего принятого результата итоговый вектор оказался технически допустим во всех 7488 расчетных моментах. Требование вычислительной оперативности предполагает завершение процедуры до очередного момента формирования управления.

При периоде обновления управления 300 с (5 мин) это требование задается неравенством, приведенным в формуле (96)

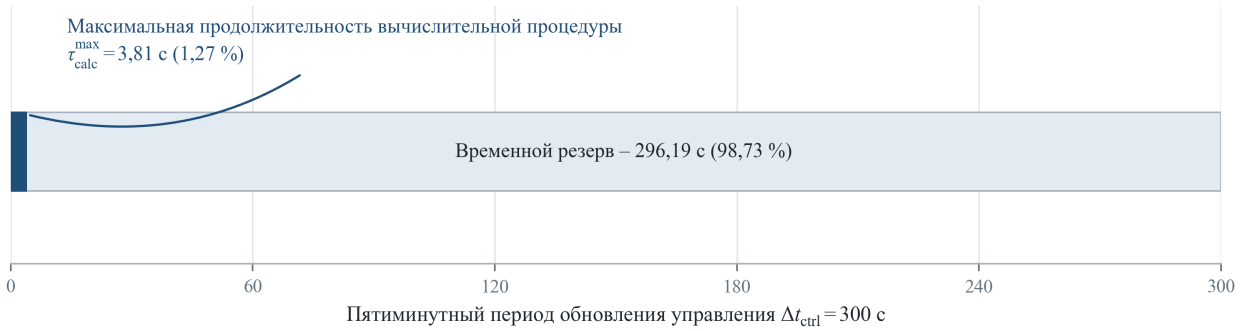
$$\tau_{\text{calc}}^{\max} < \Delta t_{\text{ctrl}}, \tag{96}$$

где $\tau_{\text{calc}}^{\max}$ – максимальная измеренная продолжительность вычислительной процедуры, с;

$\Delta t_{\text{ctrl}} = 300$ с (5 мин) – период обновления управления.

После инициализации программной среды и загрузки параметров модели измеряется время от формирования входных данных расчетного момента до завершения повторной проверки итоговой траектории и формирования протокола в оперативной памяти. Сетевой обмен, устойчивое сохранение протокола и исполнение управления локальной автоматикой в измерение не входят.

Средняя продолжительность вычислительной процедуры составила 0,20 с, медиана – 0,07 с, 0,95-квантиль – 0,56 с, максимальное значение – 3,81 с. Соотношение максимальной продолжительности и периода обновления управления приведено на рисунке 17.



Источник: составлено автором.

Рисунок 17 – Соотношение максимальной продолжительности вычислительной процедуры и периода обновления управления

Измерение выполнено на расчетных моментах интервала независимой проверки в зафиксированной программной среде на сервере Dell PowerEdge R740 с двумя процессорами (80 логических процессоров) и около 768 ГБ оперативной памяти. Использованы Python 3.12.8, PyTorch 2.6.0, SciPy 1.13.1, NumPy 1.26.4, pandas 2.2.3 и СУБД ClickHouse.

Максимальная измеренная продолжительность составила 1,27 % пятиминутного периода обновления, что соответствует временному резерву 296,19 с, или 98,73 % периода. Условие вычислительной оперативности выполнено в проведенной серии расчетов для указанной программной и аппаратной среды.

4.5 Практические рекомендации и границы применимости результатов

Применение разработанного комплекса программ целесообразно для инерционных теплоэнергетических систем, в которых управление формируется периодически по данным эксплуатационного мониторинга, а температурные и энергетические характеристики зависят от предшествующей динамики системы и траектории управления. Необходимыми условиями применения являются наличие временно согласованных данных, технически реализуемой управляющей переменной и локальной автоматики, обеспечивающей непосредственное регулирование и защиту оборудования.

При переносе комплекса на другой объект сохраняются функциональная организация совместного выполнения модели и алгоритма, последовательность решения задач, правила проверки и принятия результатов и состав расчетного протокола. Для конкретной системы заново определяются состав исходных данных, рассчитываемые характеристики, параметры модели, температурные границы, технические ограничения, горизонт расчета, блочная параметризация и период обновления управления. После настройки должны быть повторно проверены точность модели, техническая допустимость формируемых траекторий, выполнение правил алгоритма и продолжительность вычислительной процедуры в используемой программной и аппаратной среде.

Ввод комплекса в эксплуатацию рекомендуется проводить поэтапно. На первом этапе вычислительная процедура выполняется параллельно действующему управлению без передачи рассчитанных значений оборудованию. После проверки расчетных протоколов проводится ограниченная натурная апробация с передачей ближайшего значения управления локальной автоматике. Функции непосредственного

регулирования, блокировок и противоаварийной защиты сохраняются за локальной автоматикой.

Полученные количественные оценки относятся к ледовой арене, рассматриваемому интервалу данных и принятой вычислительной постановке. Их распространение на другие системы требует повторной вычислительной проверки, а подтверждение эффекта в действующем контуре управления – натурной апробации.

Выводы по главе 4

1) выполнена предметная реализация математической модели динамики температурных и энергетических характеристик для теплоэнергетической системы ледовой арены. На интервале независимой проверки включение балансовой составляющей в целевую функцию определения параметров уменьшило нормированную балансовую невязку на 30,29 % при увеличении показателей ошибки расчета не более чем на 1,90 %. Полученный результат характеризует повышение балансовой согласованности расчетных траекторий при ограниченном изменении точности их соответствия данным эксплуатационного мониторинга;

2) в рекурсивном вычислительном эксперименте на 26 суточных реализациях разработанный алгоритм относительно предметно адаптированного варианта схемы Тверского и Румянцева уменьшил расчетное энергопотребление на 10,87 %, интегральное температурное отклонение – на 25,30 %, долю времени вне температурного диапазона – на 10,43 процентного пункта. Уменьшение энергопотребления и доли времени вне диапазона получено в 25 из 26 суток, интегрального температурного отклонения – в 24 из 26. Улучшение основных показателей сопровождалось увеличением средней суточной суммарной вариации управления с 25,24 до 37,65 °C;

3) разработан комплекс программ, объединяющий подготовку и проверку данных эксплуатационного мониторинга, совместное выполнение

математической модели и алгоритма, проверку итоговой траектории управления и формирование расчетного протокола. Протокол связывает исходные данные, конфигурацию расчета, результаты задач, выполненные проверки и причины принятого способа завершения процедуры;

4) на 7488 расчетных моментах при зафиксированных исходных данных проверено программное выполнение правил алгоритма. Энергетическая задача выполнялась во всех расчетных моментах, включая 3003 случая с ненулевым достигнутым значением температурной целевой функции. При принятии последующих результатов соблюдались условия сохранения результатов более высокого приоритета и условие выбора траектории управления с учетом установленной численной погрешности. Итоговая траектория была технически допустимой во всех 7488 расчетных моментах, в том числе при сохранении последнего принятого результата;

5) в зафиксированной программной и аппаратной среде максимальная измеренная продолжительность вычислительной процедуры составила 3,81 с, или 1,27 % периода обновления управления, равного 300 с (5 мин). Полученная оценка подтверждает выполнение требования вычислительной оперативности в проведенной серии расчетов. Перенос комплекса на другую систему требует определения предметных параметров и повторной проверки модели, алгоритма и продолжительности процедуры.

Полученные количественные результаты относятся к исследованному объекту и принятой вычислительной постановке. Подтверждение эффекта при управлении физическим объектом требует натурной апробации.

Заключение

В диссертационной работе разработаны математическая модель динамики температурных и энергетических характеристик инерционных теплоэнергетических систем, алгоритм нелинейного модельно-предиктивного управления и комплекс программ, обеспечивающие формирование технически допустимой траектории управления оборудованием на основе расчета указанных характеристик.

Получены следующие основные результаты:

1) разработана математическая модель динамики температурных и энергетических характеристик инерционных теплоэнергетических систем, обеспечивающая прямой совместный расчет траекторий этих характеристик на всем горизонте. Данные эксплуатационного мониторинга за предшествующий интервал и задаваемая траектория управления являются самостоятельными аргументами расчетной функции. Ее параметры определяются численной минимизацией составной целевой функции соответствия данным и балансовой согласованности;

На интервале независимой проверки включение балансовой составляющей уменьшило нормированную балансовую невязку на 30,29 %. Значения показателей ошибки расчета температурных и энергетических характеристик увеличились не более чем на 1,90 %.

2) разработан алгоритм нелинейного модельно-предиктивного управления. По совместному выходу модели последовательно решаются задачи уменьшения температурного отклонения, снижения расчетного энергопотребления и выбора траектории управления. Достигнутое значение температурной целевой функции, в том числе ненулевое, используется как верхняя граница ограничения энергетической задачи. Последовательное численное решение задач нелинейной оптимизации сопровождается проверкой ограничений и резервным выбором исходной либо последней принятой технически допустимой траектории управления;

В рекурсивном вычислительном эксперименте по данным эксплуатационного мониторинга ледовой арены разработанный алгоритм по сравнению с предметно адаптированным вариантом схемы Тверского и Румянцева уменьшил расчетное энергопотребление на 10,87 %. Интегральное температурное отклонение уменьшилось на 25,30 %, а доля времени вне требуемого диапазона – на 10,43 процентного пункта.

3) разработан комплекс программ предиктивного управления оборудованием инерционных теплоэнергетических систем. Комплекс объединяет подготовку и проверку данных эксплуатационного мониторинга, расчет характеристик по разработанной модели, формирование траектории управления по алгоритму, проверку ее технической допустимости и подготовку расчетного протокола. Протокол фиксирует исходные данные, конфигурацию расчета, результаты решения задач, выполненные проверки и основания принятия итоговой траектории управления.

Отдельная программная проверка при фиксированных исходных данных подтвердила техническую допустимость итоговых траекторий во всех расчетных моментах и сохранение результатов более высокого приоритета при принятии последующих траекторий с учетом установленной численной погрешности.

В зафиксированной программной и аппаратной среде максимальная измеренная продолжительность вычислительной процедуры после предварительной загрузки параметров модели составила 3,81 с, или 1,27 % пятиминутного периода обновления управления. Требование вычислительной оперативности выполнено в проведенной серии расчетов.

Научное значение работы заключается в согласовании прямого совместного расчета температурных и энергетических характеристик, приоритетного выбора технически допустимой траектории управления с сохранением достигнутого температурного результата и программной реализации с проверкой и протоколированием получаемых результатов.

Три поставленные задачи исследования решены. Уменьшение отклонений от требуемого температурного режима и снижение расчетного энергопотребления подтверждают достижение цели исследования в принятой вычислительной постановке. Количественные оценки получены при использовании одной модели внутри алгоритма и для рекурсивного расчета характеристик объекта. Подтверждение эффекта в действующем контуре управления требует натурной апробации.

При переносе результатов на другие инерционные теплоэнергетические системы необходимо повторно определить состав исходных данных и рассчитываемых характеристик, балансовую связь, параметры модели и ограничения управления, а также проверить конфигурацию алгоритма и продолжительность вычислений. Дальнейшие исследования связаны с расширением пространства управляющих переменных, учетом дополнительных физических и технологических ограничений и развитием процедур сопровождения модели.

Список сокращений и условных обозначений

В настоящей диссертации применяют следующие сокращения и обозначения:

СУБД – система управления базами данных

ACADO – Automatic Control and Dynamic Optimization; средства автоматического управления и динамической оптимизации

BCVTB – Building Controls Virtual Test Bed; среда совместного моделирования зданий и систем управления

BOPTEST – Building Optimization Testing Framework; среда тестирования стратегий управления зданиями

FMU – Functional Mock-up Unit; компонент модели для обмена и совместного моделирования

JSON – JavaScript Object Notation; текстовый формат представления данных

LSTM – Long Short-Term Memory; нейросетевая архитектура с долгой краткосрочной памятью

NLP – Nonlinear Programming; нелинейное программирование

SLSQP – Sequential Least Squares Programming; метод последовательного квадратичного программирования на основе наименьших квадратов

Список литературы

Книги

1. Бесекерский, В.А. Теория систем автоматического управления / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. – 4-е издание, переработанное и дополненное. – Санкт-Петербург : Профессия, 2004. – 747 с. – (Специалист). – ISBN 5-93913-035-6.

2. Попов, Е.П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления : учебное пособие для вузов / Е.П. Попов. – 2-е издание, стереотипное. – Москва : Наука, 1988. – 255 с. – ISBN 5-02-013903-3.

3. Сотникова, М.В. Управление с прогнозирующими моделями : учебное пособие / М.В. Сотникова, Е.И. Веремей. – Воронеж : Научная книга, 2016. – 214 с. – ISBN 978-5-98222-900-7.

Диссертации

4. Басалаев, А.А. Распределенное управление теплоснабжением зданий на основе сенсорных сетей : специальность 05.13.06 «Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами (промышленность)» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Басалаев Александр Анатольевич ; Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет). – Челябинск, 2018. – 197 с. – Библиогр.: с. 178-193. – Текст : электронный. – URL: https://www.susu.ru/sites/default/files/dissertation/dis_basalaev.pdf (дата обращения: 21.07.2026).

5. Шуравин, А.П. Применение эволюционных алгоритмов для оптимизации тепловых и гидравлических режимов зданий : специальность 2.3.1 «Системный анализ, управление и обработка информации, статистика» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Шуравин Александр Петрович ; Ижевский

государственный технический университет имени М.Т. Калашникова. – Ижевск, 2022. – 150 с. – Библиогр.: с. 129-148. – Текст : электронный. – URL: https://istu.ru/department/upravlenie-magistratury-aspirantury-i-doktorantury/page/340 (дата обращения: 21.07.2026).

6. Япарова, Н.М. Методы и алгоритмы обработки информации в системах контроля и прогнозирования процессов теплопереноса в условиях неполных и динамически изменяющихся данных : специальность 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации (промышленность)» : диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / Япарова Наталья Михайловна ; Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет). – Челябинск, 2020. – 333 с. – Библиогр.: с. 308-333. – Текст : электронный. – URL: https://www.susu.ru/sites/default/files/dissertation/dis_yaparova.pdf (дата обращения: 23.07.2026).

Статьи

7. Абдуллин, В.В. Модельно-упреждающее управление тепловым режимом здания / В.В. Абдуллин // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2015. – № 3. Том 15. – С. 33–39. – ISSN 2409-6571. – Текст : электронный. – DOI 10.14529/ctcr150305. – URL: https://doi.org/10.14529/ctcr150305 (дата обращения: 15.09.2026).

8. Захаров, А.А. Моделирование теплового режима и управление теплоснабжением помещений умного здания / А.А. Захаров, И.Г. Захарова, А.Р. Ромазанов, А.В. Широких // Вестник Тюменского государственного университета. Серия: Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. – 2018. – № 2. Том 4. – С. 105–119. – ISSN 2500-3526. – Текст : электронный. – DOI 10.21684/2411-7978-2018-4-2-105-119. – URL: https://doi.org/10.21684/2411-7978-2018-4-2-105-119 (дата обращения: 15.09.2026).

9. Карманов, А.А. Анализ временных рядов физических характеристик ледовой арены с использованием технологий интернета вещей и машинного обучения / А.А. Карманов, П.В. Никитин // Инженерный вестник Дона. – 2024. – № 11. – ISSN 2073-8633. – Текст : электронный. – DOI отсутствует. – URL: https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n11y2024/9647 (дата обращения: 01.10.2026).

10. Карманов, А.А. Методы и алгоритмы глубокого обучения для управления энергопотреблением спортивных объектов / А.А. Карманов // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2024. – № 1. Том 20. – С. 101-111. – ISSN 2411-1473.

11. Карманов, А.А. Применение глубокого обучения с подкреплением для оптимизации систем энергопотребления / А.А. Карманов // Научный аспект. – 2023. – № 6. Том 20. – С. 2553-2576. – ISSN 2226-5694.

12. Карманов, А.А. Прогнозирование температуры поверхности льда с использованием больших языковых моделей в задачах предиктивного управления холодильными системами / А.А. Карманов // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2026. – № 1. Том 22. – С. 117-125. – ISSN 2411-1473.

13. Карманов, А.А. Физически-информированная нейронная сеть на трансформерной архитектуре для прогноза временных рядов в инженерных системах / А.А. Карманов // Инженерный вестник Дона. – 2025. – № 9. – ISSN 2073-8633. – Текст : электронный. – DOI отсутствует. – URL: https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n9y2025/10380 (дата обращения: 01.10.2026).

14. Кычкин, А.В. Автоматизация процессов компенсационно-предиктивного управления климат-системами интеллектуального здания / А.В. Кычкин, А.И. Дерябин, О.Л. Викентьева, Л.В. Шестакова // Вестник МГСУ. – 2019. – № 6. Том 14. – С. 734–747. – ISSN 2304-6600. – Текст : электронный. – DOI 10.22227/1997-0935.2019.6.734-

747. – URL: https://doi.org/10.22227/1997-0935.2019.6.734-747 (дата обращения: 15.09.2026).

15. Мальцев, Г.Н. Методические рекомендации по формализованной постановке научной задачи исследования в диссертациях по военно-научным специальностям / Г.Н. Мальцев, А.Ю. Онуфрей, А.В. Разумов // Вооружение и экономика. – 2023. – № 3 (65). – С. 9–22. – ISSN 2071-0151. – Текст : электронный. – URL: https://viek.ru/vie_23_3%2865%29.pdf (дата обращения: 15.09.2026).

16. Мыльников, Л.А. Использование динамических предиктивных моделей для управления техническими системами с инертностью / Л.А. Мыльников, Н.А. Гергель, А.В. Кычкин, Б. Краузе // Вестник ПНИПУ. Электротехника, информационные технологии, системы управления. – 2018. – № 26. – С. 77–91. – ISSN 2305-2767. – Текст : электронный. – URL: https://vestnik.pstu.ru/get/_res/fs/file.pdf/7532/article.pdf (дата обращения: 07.05.2026).

17. Панферов, В.И. Динамическая модель отопительных приборов и систем / В.И. Панферов, С.В. Панферов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2015. – № 2. Том 15. – С. 75–82. – ISSN 2409-6571. – Текст : электронный. – DOI 10.14529/ctcr150208. – URL: https://doi.org/10.14529/ctcr150208 (дата обращения: 15.09.2026).

18. Панферов, С.В. Об одном решении задачи построения общей модели теплового режима здания и его системы отопления / С.В. Панферов, Н.А. Тренин, В.И. Панферов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2017. – № 3. Том 17. – С. 24–33. – ISSN 2409-6571. – Текст : электронный. – DOI 10.14529/ctcr170303. – URL: https://doi.org/10.14529/ctcr170303 (дата обращения: 15.09.2026).

19. Румянцев, Д.В. Алгоритм упреждающего управления тепловыми процессами здания при комбинированной системе отопления / Д.В. Румянцев, М.М. Тверской // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 2-24. – С. 5371–

5376. – ISSN 1812-7339. – Текст : электронный. – URL: https://fundamental-research.ru/ru/article/view?id=38352 (дата обращения: 30.07.2026).

20. Русаков, С.В. К расчету тепловых и влажностных нагрузок ледовых катков. Нагрузка от радиационного переноса теплоты / С.В. Русаков // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Холодильная техника и кондиционирование». – 2014. – № 1. – ISSN 2310-1148. – Текст : электронный. – URL: https://openbooks.itmo.ru/read_refrigeration/8640/8640.pdf (дата обращения: 01.08.2026).

21. Сязин, И.Е. Теплотехнический расчет системы холодоснабжения ледовой арены / И.Е. Сязин, Г.И. Касьянов, А.В. Гукасян // Холодильная техника. – 2020. – № 5. Том 109. – С. 22–26. – ISSN 2782-4241. – Текст : электронный. – DOI 10.17816/RF104040. – URL: https://doi.org/10.17816/RF104040 (дата обращения: 15.09.2026).

22. Тверской, М.М. Управление тепловым режимом здания при комбинированной системе отопления / М.М. Тверской, Д.В. Румянцев // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2013. – № 4. Том 13. – С. 4–15. – ISSN 2409-6571. – Текст : электронный. – URL: https://eneff.susu.ru/m/o/1681/text.pdf (дата обращения: 30.07.2026).

Источники на иностранном языке

23. Agrawal, A. Differentiable Convex Optimization Layers / A. Agrawal, B. Amos, S. Barratt [et al.] // Advances in Neural Information Processing Systems. – 2019. – Volume 32. – P. 9558–9570. – Текст : электронный. – URL: https://papers.nips.cc/paper/9152-differentiable-convex-optimization-layers (дата обращения: 07.05.2026).

24. Amos, B. Differentiable MPC for End-to-end Planning and Control / B. Amos, I. Jimenez, J. Sacks [et al.] // Advances in Neural Information Processing Systems. – 2018. – Volume 31. – P. 8299–8310. – Текст : электронный. – URL:

https://papers.nips.cc/paper/8050-differentiable-mpc-for-end-to-end-planning-and-control (дата обращения: 07.05.2026).

25. Anand, P. A review of occupancy-based building energy and IEQ controls and its future post-COVID / P. Anand, D. Cheong, C. Sekhar // Science of The Total Environment. – 2022. – Volume 804. – Art. 150249. – ISSN 1879-1026. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.scitotenv.2021.150249. – URL: https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2021.150249 (дата обращения: 15.09.2026).

26. Andersson, J.A.E. CasADi: a software framework for nonlinear optimization and optimal control / J.A.E. Andersson, J. Gillis, G. Horn [et al.] // Mathematical Programming Computation. – 2019. – № 1. Volume 11. – P. 1–36. – ISSN 1867-2957. – Текст : электронный. – DOI 10.1007/s12532-018-0139-4. – URL: https://doi.org/10.1007/s12532-018-0139-4 (дата обращения: 15.09.2026).

27. Aswani, A. Provably safe and robust learning-based model predictive control / A. Aswani, H. Gonzalez, S.S. Sastry, C. Tomlin // Automatica. – 2013. – № 5. Volume 49. – P. 1216–1226. – ISSN 1873-2836. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.automatica.2013.02.003. – URL: https://doi.org/10.1016/j.automatica.2013.02.003 (дата обращения: 15.09.2026).

28. Bacher, P. Identifying suitable models for the heat dynamics of buildings / P. Bacher, H. Madsen // Energy and Buildings. – 2011. – № 7. Volume 43. – P. 1511–1522. – ISSN 1872-6178. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.enbuild.2011.02.005. – URL: https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2011.02.005 (дата обращения: 15.09.2026).

29. Balali, Y. Energy modelling and control of building heating and cooling systems with data-driven and hybrid models – A review / Y. Balali, A. Chong, A. Busch, S. O'Keefe // Renewable and Sustainable Energy Reviews. – 2023. – Volume 183. – Art. 113496. – ISSN 1879-0690. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.rser.2023.113496. – URL: https://doi.org/10.1016/j.rser.2023.113496 (дата обращения: 15.09.2026).

30. Baydin, A.G. Automatic differentiation in machine learning: a survey / A.G. Baydin, B.A. Pearlmutter, A.A. Radul, J.M. Siskind // Journal of Machine

Learning Research. – 2018. – № 153. Volume 18. – P. 1–43. – ISSN 1533-7928. – Текст : электронный. – URL: https://www.jmlr.org/papers/v18/17-468.html (дата обращения: 07.05.2026).

31. Beal, L.D.R. GEKKO Optimization Suite / L.D.R. Beal, D.C. Hill, R.A. Martin, J.D. Hedengren // Processes. – 2018. – № 8. Volume 6. – Art. 106. – ISSN 2227-9717. – Текст : электронный. – DOI 10.3390/pr6080106. – URL: https://doi.org/10.3390/pr6080106 (дата обращения: 15.09.2026).

32. Bejarano, G. Energy Management of Refrigeration Systems with Thermal Energy Storage Based on Non-Linear Model Predictive Control / G. Bejarano, J.M. Lemos, J. Rico-Azagra [et al.] // Mathematics. – 2022. – № 17. Volume 10. – Art. 3167. – ISSN 2227-7390. – Текст : электронный. – DOI 10.3390/math10173167. – URL: https://doi.org/10.3390/math10173167 (дата обращения: 15.09.2026).

33. Ben Taieb, S. A review and comparison of strategies for multi-step ahead time series forecasting based on the NN5 forecasting competition / S. Ben Taieb, G. Bontempi, A.F. Atiya, A. Sorjamaa // Expert Systems with Applications. – 2012. – № 8. Volume 39. – P. 7067–7083. – ISSN 1873-6793. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.eswa.2012.01.039. – URL: https://doi.org/10.1016/j.eswa.2012.01.039 (дата обращения: 15.09.2026).

34. Ben Taieb, S. Recursive and direct multi-step forecasting: the best of both worlds / S. Ben Taieb, R.J. Hyndman. – Clayton : Monash University, Department of Econometrics and Business Statistics, 2012. – 35 p. – (Working Paper, ISSN 1440-771X ; 19/12). – Текст : электронный. – URL: https://www.monash.edu/business/ebs/research/publications/ebs/wp19-12.pdf (дата обращения: 01.08.2026).

35. Blum, D. Building optimization testing framework (BOPTEST) for simulation-based benchmarking of control strategies in buildings / D. Blum, J. Arroyo, S. Huang [et al.] // Journal of Building Performance Simulation. – 2021. – № 5. Volume 14. – P. 586–610. – ISSN 1940-1507. – Текст : электронный. –

DOI 10.1080/19401493.2021.1986574. – URL: https://doi.org/10.1080/19401493.2021.1986574 (дата обращения: 15.09.2026).

36. Blum, D. Field demonstration and implementation analysis of model predictive control in an office HVAC system / D. Blum, Z. Wang, C. Weyandt [et al.] // Applied Energy. – 2022. – Volume 318. – Art. 119104. – ISSN 1872-9118. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.apenergy.2022.119104. – URL: https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2022.119104 (дата обращения: 15.09.2026).

37. Bonzanini, A.D. Fast approximate learning-based multistage nonlinear model predictive control using Gaussian processes and deep neural networks / A.D. Bonzanini, J.A. Paulson, G. Makrygiorgos, A. Mesbah // Computers & Chemical Engineering. – 2021. – Volume 145. – Art. 107174. – ISSN 1873-4375. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.compchemeng.2020.107174. – URL: https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2020.107174 (дата обращения: 15.09.2026).

38. Box, G.E.P. Time Series Analysis: Forecasting and Control / G.E.P. Box, G.M. Jenkins, G.C. Reinsel, G.M. Ljung. – 5th edition. – Hoboken : Wiley, 2015. – XXVI, 669 p. – (Wiley Series in Probability and Statistics). – ISBN 978-1-118-67502-1.

39. Camacho, E.F. Model Predictive Control / E.F. Camacho, C. Bordons. – 2nd edition. – London : Springer, 2013. – XXII, 405 p. – (Advanced Textbooks in Control and Signal Processing, ISSN 2510-3814). – ISBN 978-0-85729-398-5. – Текст : электронный. – DOI 10.1007/978-0-85729-398-5. – URL: https://doi.org/10.1007/978-0-85729-398-5 (дата обращения: 15.09.2026).

40. Cao, Y. A formulation of nonlinear model predictive control using automatic differentiation / Y. Cao // Journal of Process Control. – 2005. – № 8. Volume 15. – P. 851–858. – ISSN 1873-2771. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.jprocont.2005.04.007. – URL: https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2005.04.007 (дата обращения: 15.09.2026).

41. Chen, G. A Systematic Review of Building Energy Consumption Prediction: From Perspectives of Load Classification, Data-Driven Frameworks, and

Future Directions / G. Chen, S. Lu, S. Zhou [et al.] // Applied Sciences. – 2025. – № 6. Volume 15. – Art. 3086. – ISSN 2076-3417. – Текст : электронный. – DOI 10.3390/app15063086. – URL: https://doi.org/10.3390/app15063086 (дата обращения: 15.09.2026).

42. Chen, Y. A review of machine learning techniques for building electrical energy consumption prediction / Y. Chen, W. Gong, C. Obrecht, F. Kuznik // Energy and AI. – 2025. – Volume 21. – Art. 100518. – ISSN 2666-5468. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.egyai.2025.100518. – URL: https://doi.org/10.1016/j.egyai.2025.100518 (дата обращения: 15.09.2026).

43. Chen, Y. Physics-informed neural networks for building thermal modeling and demand response control / Y. Chen, Q. Yang, Z. Chen [et al.] // Building and Environment. – 2023. – Volume 234. – Art. 110149. – ISSN 1873-684X. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.buildenv.2023.110149. – URL: https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2023.110149 (дата обращения: 15.09.2026).

44. Chen, Y. Sensitivity analysis of physical regularization in physics-informed neural networks (PINNs) of building thermal modeling / Y. Chen, H. Wang, Z. Chen // Building and Environment. – 2025. – Volume 273. – Art. 112693. – ISSN 1873-684X. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.buildenv.2025.112693. – URL: https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2025.112693 (дата обращения: 15.09.2026).

45. Chevillon, G. Direct Multi-Step Estimation and Forecasting / G. Chevillon // Journal of Economic Surveys. – 2007. – № 4. Volume 21. – P. 746–785. – ISSN 1467-6419. – Текст : электронный. – DOI 10.1111/j.1467-6419.2007.00518.x. – URL: https://doi.org/10.1111/j.1467-6419.2007.00518.x (дата обращения: 15.09.2026).

46. Clark, T.E. Evaluating Direct Multistep Forecasts / T.E. Clark, M.W. McCracken // Econometric Reviews. – 2005. – № 4. Volume 24. – P. 369–404. – ISSN 1532-4168. – Текст : электронный. – DOI 10.1080/07474930500405683. – URL: https://doi.org/10.1080/07474930500405683 (дата обращения: 15.09.2026).

47. Darby, M.L. MPC: Current practice and challenges / M.L. Darby, M. Nikolaou // Control Engineering Practice. – 2012. – № 4. Volume 20. – P. 328–342. – ISSN 1873-6939. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.conengprac.2011.12.004. – URL: https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2011.12.004 (дата обращения: 15.09.2026).

48. Di Mattia, E. Predictive Controller for Refrigeration Systems Aimed to Electrical Load Shifting and Energy Storage / E. Di Mattia, A. Gambarotta, E. Marzi [et al.] // Energies. – 2022. – № 19. Volume 15. – Art. 7125. – ISSN 1996-1073. – Текст : электронный. – DOI 10.3390/en15197125. – URL: https://doi.org/10.3390/en15197125 (дата обращения: 15.09.2026).

49. Diehl, M. A Real-Time Iteration Scheme for Nonlinear Optimization in Optimal Feedback Control / M. Diehl, H.G. Bock, J.P. Schlöder // SIAM Journal on Control and Optimization. – 2005. – № 5. Volume 43. – P. 1714–1736. – ISSN 1095-7138. – Текст : электронный. – DOI 10.1137/s0363012902400713. – URL: https://doi.org/10.1137/s0363012902400713 (дата обращения: 15.09.2026).

50. Diehl, M. Real-time optimization and nonlinear model predictive control of processes governed by differential-algebraic equations / M. Diehl, H.G. Bock, J.P. Schlöder [et al.] // Journal of Process Control. – 2002. – № 4. Volume 12. – P. 577–585. – ISSN 1873-2771. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/s0959-1524(01)00023-3. – URL: https://doi.org/10.1016/s0959-1524(01)00023-3 (дата обращения: 15.09.2026).

51. Drgoňa, J. All you need to know about model predictive control for buildings / J. Drgoňa, J. Arroyo, I. Cupeiro Figueroa [et al.] // Annual Reviews in Control. – 2020. – Volume 50. – P. 190–232. – ISSN 1872-9088. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.arcontrol.2020.09.001. – URL: https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2020.09.001 (дата обращения: 15.09.2026).

52. Drgoňa, J. Approximate model predictive building control via machine learning / J. Drgoňa, D. Picard, M. Kvasnica, L. Helsen // Applied Energy. – 2018. – Volume 218. – P. 199–216. – ISSN 1872-9118. – Текст : электронный. –

DOI 10.1016/j.apenergy.2018.02.156. – URL: https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2018.02.156 (дата обращения: 15.09.2026).

53. Drgoňa, J. Differentiable predictive control: Deep learning alternative to explicit model predictive control for unknown nonlinear systems / J. Drgoňa, K. Kiš, A. Tuor [et al.] // Journal of Process Control. – 2022. – Volume 116. – P. 80–92. – ISSN 1873-2771. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.jprocont.2022.06.001. – URL: https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2022.06.001 (дата обращения: 15.09.2026).

54. Drgoňa, J. Physics-constrained deep learning of multi-zone building thermal dynamics / J. Drgoňa, A.R. Tuor, V. Chandan, D.L. Vrabie // Energy and Buildings. – 2021. – Volume 243. – Art. 110992. – ISSN 1872-6178. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.enbuild.2021.110992. – URL: https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2021.110992 (дата обращения: 15.09.2026).

55. Du, Z. Research on cooling load prediction and allocation optimization for refrigeration system in indoor ice rink: evidence from China / Z. Du, Y. Liu, Y. Xue [et al.] // Scientific Reports. – 2026. – № 1. Volume 16. – Art. 10117. – ISSN 2045-2322. – Текст : электронный. – DOI 10.1038/s41598-026-38121-6. – URL: https://doi.org/10.1038/s41598-026-38121-6 (дата обращения: 15.09.2026).

56. Fiedler, F. do-mpc: Towards FAIR nonlinear and robust model predictive control / F. Fiedler, B. Karg, L. Lüken [et al.] // Control Engineering Practice. – 2023. – Volume 140. – Art. 105676. – ISSN 1873-6939. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.conengprac.2023.105676. – URL: https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2023.105676 (дата обращения: 15.09.2026).

57. Gokhale, G. Physics informed neural networks for control oriented thermal modeling of buildings / G. Gokhale, B. Claessens, C. Develder // Applied Energy. – 2022. – Volume 314. – Art. 118852. – ISSN 1872-9118. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.apenergy.2022.118852. – URL: https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2022.118852 (дата обращения: 15.09.2026).

58. Guo, Y. A novel transcritical CO2 with ejector-assisted multi-stage heat recovery system for ice rink: A machine learning and multi-objective strategy /

Y. Guo, S. Shao, Z. Chen [et al.] // Energy and Buildings. – 2025. – Volume 347. – Art. 116396. – ISSN 1872-6178. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.enbuild.2025.116396. – URL: https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2025.116396 (дата обращения: 15.09.2026).

59. Haimes, Y.Y. On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization / Y.Y. Haimes, L.S. Lasdon, D.A. Wismer // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. – 1971. – № 3. Volume SMC-1. – P. 296–297. – ISSN 2168-2909. – Текст : электронный. – DOI 10.1109/TSMC.1971.4308298. – URL: https://doi.org/10.1109/TSMC.1971.4308298 (дата обращения: 15.09.2026).

60. Hamilton, J.D. Time Series Analysis / J.D. Hamilton. – Princeton : Princeton University Press, 1994. – XIV, 799 p. – ISBN 0-691-04289-6.

61. Hao, J. Improving long-term multivariate time series forecasting with a seasonal-trend decomposition-based 2-dimensional temporal convolution dense network / J. Hao, F. Liu // Scientific Reports. – 2024. – № 1. Volume 14. – Art. 1689. – ISSN 2045-2322. – Текст : электронный. – DOI 10.1038/s41598-024-52240-y. – URL: https://doi.org/10.1038/s41598-024-52240-y (дата обращения: 15.09.2026).

62. Haves, P. The Building Controls Virtual Test Bed – a simulation environment for developing and testing control algorithms, strategies and systems / P. Haves, P. Xu // Proceedings of Building Simulation 2007. – Beijing, 2007. – P. 1440–1446. – Текст : электронный. – DOI 10.26868/25222708.2007.748. – URL: https://publications.ibpsa.org/proceedings/bs/2007/papers/bs2007_748.pdf (дата обращения: 29.07.2026).

63. He, D. On stability of multiobjective NMPC with objective prioritization / D. He, L. Wang, J. Sun // Automatica. – 2015. – Volume 57. – P. 189–198. – ISSN 1873-2836. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.automatica.2015.04.024. – URL: https://doi.org/10.1016/j.automatica.2015.04.024 (дата обращения: 15.09.2026).

64. He, D. Prioritized multi-objective model predictive control without terminal constraints and its applications to nonlinear processes / D. He, Y. Zhang, S. Yu // Optimal Control Applications and Methods. – 2021. – № 4. Volume 42. – P. 1030–1044. – ISSN 1099-1514. – Текст : электронный. – DOI 10.1002/oca.2714. – URL: https://doi.org/10.1002/oca.2714 (дата обращения: 15.09.2026).

65. Henze, G.P. Impact of Forecasting Accuracy on Predictive Optimal Control of Active and Passive Building Thermal Storage Inventory / G.P. Henze, D.E. Kalz, C. Felsmann, G. Knabe // HVAC&R Research. – 2004. – № 2. Volume 10. – P. 153–178. – ISSN 1938-5587. – Текст : электронный. – DOI 10.1080/10789669.2004.10391097. – URL: https://doi.org/10.1080/10789669.2004.10391097 (дата обращения: 15.09.2026).

66. Hewing, L. Learning-Based Model Predictive Control: Toward Safe Learning in Control / L. Hewing, K.P. Wabersich, M. Menner, M.N. Zeilinger // Annual Review of Control, Robotics, and Autonomous Systems. – 2020. – № 1. Volume 3. – P. 269–296. – ISSN 2573-5144. – Текст : электронный. – DOI 10.1146/annurev-control-090419-075625. – URL: https://doi.org/10.1146/annurev-control-090419-075625 (дата обращения: 15.09.2026).

67. Hochreiter, S. Long Short-Term Memory / S. Hochreiter, J. Schmidhuber // Neural Computation. – 1997. – № 8. Volume 9. – P. 1735–1780. – ISSN 1530-888X. – Текст : электронный. – DOI 10.1162/neco.1997.9.8.1735. – URL: https://doi.org/10.1162/neco.1997.9.8.1735 (дата обращения: 15.09.2026).

68. Houska, B. ACADO toolkit – An open-source framework for automatic control and dynamic optimization / B. Houska, H.J. Ferreau, M. Diehl // Optimal Control Applications and Methods. – 2011. – № 3. Volume 32. – P. 298–312. – ISSN 1099-1514. – Текст : электронный. – DOI 10.1002/oca.939. – URL: https://doi.org/10.1002/oca.939 (дата обращения: 15.09.2026).

69. Hovgaard, T.G. Nonconvex model predictive control for commercial refrigeration / T.G. Hovgaard, S. Boyd, L.F.S. Larsen, J.B. Jørgensen //

International Journal of Control. – 2013. – № 8. Volume 86. – P. 1349–1366. – ISSN 1366-5820. – Текст : электронный. – DOI 10.1080/00207179.2012.742207. – URL: https://doi.org/10.1080/00207179.2012.742207 (дата обращения: 15.09.2026).

70. Huang, H. Review of HVAC forecasting and control strategies for improved building performance / H. Huang, B.R. Hughes // Building and Environment. – 2026. – Volume 287. – Art. 113797. – ISSN 1873-684X. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.buildenv.2025.113797. – URL: https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2025.113797 (дата обращения: 15.09.2026).

71. Hyndman, R.J. Forecasting: Principles and Practice / R.J. Hyndman, G. Athanasopoulos. – 3rd edition. – Melbourne : OTexts, 2021. – Текст : электронный. – URL: https://otexts.com/fpp3/ (дата обращения: 07.05.2026).

72. Karmanov, A.A. A Physically Regularized Control-Oriented State Model and Nonlinear Model Predictive Control Framework for an Ice Rink Refrigeration System / A.A. Karmanov, P.V. Nikitin // Big Data and Cognitive Computing. – 2026. – № 5. Volume 10. – Article 134. – ISSN 2504-2289. – Текст : электронный. – DOI 10.3390/bdcc10050134. – URL: https://www.mdpi.com/2504-2289/10/5/134 (дата обращения: 01.10.2026).

73. Karniadakis, G.E. Physics-informed machine learning / G.E. Karniadakis, I.G. Kevrekidis, L. Lu [et al.] // Nature Reviews Physics. – 2021. – № 6. Volume 3. – P. 422–440. – ISSN 2522-5820. – Текст : электронный. – DOI 10.1038/s42254-021-00314-5. – URL: https://doi.org/10.1038/s42254-021-00314-5 (дата обращения: 15.09.2026).

74. Khabbazi, A.J. Lessons learned from field demonstrations of model predictive control and reinforcement learning for residential and commercial HVAC: A review / A.J. Khabbazi, E.N. Pergantis, L.D. Reyes Premer [et al.] // Applied Energy. – 2025. – Volume 399. – Art. 126459. – ISSN 1872-9118. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.apenergy.2025.126459. – URL: https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2025.126459 (дата обращения: 15.09.2026).

75. Khalid, W. Energy usage prediction model comparing outdoor vs. indoor ice rinks / W. Khalid, J. Rogstam // Energy and Buildings. – 2013. – Volume 67. – P. 195–200. – ISSN 1872-6178. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.enbuild.2013.08.004. – URL: https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2013.08.004 (дата обращения: 15.09.2026).

76. Klanatsky, P. Grey-box model for model predictive control of buildings / P. Klanatsky, F. Veynandt, C. Heschl // Energy and Buildings. – 2023. – Volume 300. – Art. 113624. – ISSN 1872-6178. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.enbuild.2023.113624. – URL: https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2023.113624 (дата обращения: 15.09.2026).

77. Koller, T. Learning-based model predictive control for safe exploration / T. Koller, F. Berkenkamp, M. Turchetta, A. Krause // 2018 IEEE Conference on Decision and Control (CDC). – Miami Beach, 2018. – P. 6059–6066. – Текст : электронный. – DOI 10.1109/CDC.2018.8619572. – URL: https://doi.org/10.1109/CDC.2018.8619572 (дата обращения: 15.09.2026).

78. Kraft, D. A Software Package for Sequential Quadratic Programming / D. Kraft. – Köln : Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt, 1988. – 33 p. – (DFVLR-FB 88-28).

79. Lagaris, I.E. Artificial neural networks for solving ordinary and partial differential equations / I.E. Lagaris, A. Likas, D.I. Fotiadis // IEEE Transactions on Neural Networks. – 1998. – № 5. Volume 9. – P. 987–1000. – ISSN 1941-0093. – Текст : электронный. – DOI 10.1109/72.712178. – URL: https://doi.org/10.1109/72.712178 (дата обращения: 15.09.2026).

80. Li, L. A novel Transformer-based network forecasting method for building cooling loads / L. Li, X. Su, X. Bi [et al.] // Energy and Buildings. – 2023. – Volume 296. – Art. 113409. – ISSN 1872-6178. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.enbuild.2023.113409. – URL: https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2023.113409 (дата обращения: 15.09.2026).

81. Li, T. A systematic review and comprehensive analysis of building occupancy prediction / T. Li, X. Liu, G. Li [et al.] // Renewable and Sustainable

Energy Reviews. – 2024. – Volume 193. – Art. 114284. – ISSN 1879-0690. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.rser.2024.114284. – URL: https://doi.org/10.1016/j.rser.2024.114284 (дата обращения: 15.09.2026).

82. Li, X. Developing a whole building cooling energy forecasting model for on-line operation optimization using proactive system identification / X. Li, J. Wen, E.W. Bai // Applied Energy. – 2016. – Volume 164. – P. 69–88. – ISSN 1872-9118. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.apenergy.2015.12.002. – URL: https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2015.12.002 (дата обращения: 15.09.2026).

83. Li, Y. Grey-box modeling and application for building energy simulations - A critical review / Y. Li, Z. O'Neill, L. Zhang [et al.] // Renewable and Sustainable Energy Reviews. – 2021. – Volume 146. – Art. 111174. – ISSN 1879-0690. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.rser.2021.111174. – URL: https://doi.org/10.1016/j.rser.2021.111174 (дата обращения: 15.09.2026).

84. Lim, B. Temporal Fusion Transformers for interpretable multi-horizon time series forecasting / B. Lim, S.Ö. Arık, N. Loeff, T. Pfister // International Journal of Forecasting. – 2021. – № 4. Volume 37. – P. 1748–1764. – ISSN 1872-8200. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.ijforecast.2021.03.012. – URL: https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2021.03.012 (дата обращения: 15.09.2026).

85. Lin, X. Grey-box modeling for thermal dynamics of buildings under the presence of unmeasured internal heat gains / X. Lin, Z. Tian, W. Song [et al.] // Energy and Buildings. – 2024. – Volume 314. – Art. 114229. – ISSN 1872-6178. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.enbuild.2024.114229. – URL: https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2024.114229 (дата обращения: 15.09.2026).

86. Liu, W. A machine learning based predictive control framework for energy efficient fog prevention and humidity management in indoor ice rinks / W. Liu, J. Song, J. Ji [et al.] // Energy and Buildings. – 2026. – Volume 354. – Art. 116888. – ISSN 1872-6178. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.enbuild.2025.116888. – URL: https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2025.116888 (дата обращения: 15.09.2026).

87. Maciejowski, J.M. Predictive Control with Constraints / J.M. Maciejowski. – Harlow : Pearson Education, 2002. – XVIII, 331 p. – ISBN 0-201-39823-0.

88. Magni, M. Detailed cross comparison of building energy simulation tools results using a reference office building as a case study / M. Magni, F. Ochs, S. de Vries [et al.] // Energy and Buildings. – 2021. – Volume 250. – Art. 111260. – ISSN 1872-6178. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.enbuild.2021.111260. – URL: https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2021.111260 (дата обращения: 15.09.2026).

89. Maiworm, M. Online learning-based model predictive control with Gaussian process models and stability guarantees / M. Maiworm, D. Limon, R. Findeisen // International Journal of Robust and Nonlinear Control. – 2021. – № 18. Volume 31. – P. 8785–8812. – ISSN 1099-1239. – Текст : электронный. – DOI 10.1002/rnc.5361. – URL: https://doi.org/10.1002/rnc.5361 (дата обращения: 15.09.2026).

90. Mesbah, A. Stochastic Model Predictive Control: An Overview and Perspectives for Future Research / A. Mesbah // IEEE Control Systems. – 2016. – № 6. Volume 36. – P. 30–44. – ISSN 1941-000X. – Текст : электронный. – DOI 10.1109/mcs.2016.2602087. – URL: https://doi.org/10.1109/mcs.2016.2602087 (дата обращения: 15.09.2026).

91. Mesbah, A. Stochastic model predictive control with active uncertainty learning: A Survey on dual control / A. Mesbah // Annual Reviews in Control. – 2018. – Volume 45. – P. 107–117. – ISSN 1872-9088. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.arcontrol.2017.11.001. – URL: https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2017.11.001 (дата обращения: 15.09.2026).

92. Miettinen, K. Nonlinear Multiobjective Optimization / K. Miettinen. – New York : Springer, 2012. – XXI, 298 p. – (International Series in Operations Research & Management Science, ISSN 2214-7934 ; Volume 12). – ISBN 978-1-4615-5563-6. – Текст : электронный. – DOI 10.1007/978-1-4615-5563-6. – URL: https://doi.org/10.1007/978-1-4615-5563-6 (дата обращения: 15.09.2026).

93. Mohammadi, A. Deep Learning for Time-Series Forecasting With Exogenous Variables in Energy Consumption: A Performance and Interpretability Analysis / A. Mohammadi, G. Nápoles, Y. Salgueiro // IEEE Access. – 2025. – Volume 13. – P. 86746–86767. – ISSN 2169-3536. – Текст : электронный. – DOI 10.1109/access.2025.3570618. – URL: https://doi.org/10.1109/access.2025.3570618 (дата обращения: 15.09.2026).

94. Morari, M. Model predictive control: past, present and future / M. Morari, J.H. Lee // Computers & Chemical Engineering. – 1999. – № 4–5. Volume 23. – P. 667–682. – ISSN 1873-4375. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/s0098-1354(98)00301-9. – URL: https://doi.org/10.1016/s0098-1354(98)00301-9 (дата обращения: 15.09.2026).

95. Mork, M. Nonlinear Hybrid Model Predictive Control for building energy systems / M. Mork, N. Materzok, A. Xhonneux, D. Müller // Energy and Buildings. – 2022. – Volume 270. – Art. 112298. – ISSN 1872-6178. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.enbuild.2022.112298. – URL: https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2022.112298 (дата обращения: 15.09.2026).

96. Mörth, M. Grey-Box Model for Efficient Building Simulations: A Case Study of an Integrated Water-Based Heating and Cooling System / M. Mörth, A. Heinz, R. Heimrath [et al.] // Buildings. – 2025. – № 11. Volume 15. – Art. 1959. – ISSN 2075-5309. – Текст : электронный. – DOI 10.3390/buildings15111959. – URL: https://doi.org/10.3390/buildings15111959 (дата обращения: 15.09.2026).

97. Mun, J. An ice rink floor thermal model suitable for whole-building energy simulation analysis / J. Mun, M. Krarti // Building and Environment. – 2011. – № 5. Volume 46. – P. 1087–1093. – ISSN 1873-684X. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.buildenv.2010.11.008. – URL: https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2010.11.008 (дата обращения: 15.09.2026).

98. Nghiem, T.X. Physics-Informed Machine Learning for Modeling and Control of Dynamical Systems / T.X. Nghiem, J. Drgoňa, C. Jones [et al.] // 2023 American Control Conference (ACC). – Piscataway, NJ : IEEE, 2023. – P. 3735–

3750. – Текст : электронный. – DOI 10.23919/acc55779.2023.10155901. – URL: https://doi.org/10.23919/acc55779.2023.10155901 (дата обращения: 15.09.2026).

99. Nisa, E.C. Machine learning-based modeling and fogging prevention strategies for ice rink environments / E.C. Nisa, Y. Lee, Y.D. Kuan // Building and Environment. – 2024. – Volume 258. – Art. 111553. – ISSN 1873-684X. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.buildenv.2024.111553. – URL: https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2024.111553 (дата обращения: 15.09.2026).

100. Nocedal, J. Numerical Optimization / J. Nocedal, S.J. Wright. – 2nd edition. – New York : Springer, 2006. – XXII, 664 p. – (Springer Series in Operations Research and Financial Engineering, ISSN 2197-1773). – ISBN 978-0-387-40065-5. – Текст : электронный. – DOI 10.1007/978-0-387-40065-5. – URL: https://doi.org/10.1007/978-0-387-40065-5 (дата обращения: 15.09.2026).

101. Nouidui, T. Functional mock-up unit for co-simulation import in EnergyPlus / T. Nouidui, M. Wetter, W. Zuo // Journal of Building Performance Simulation. – 2014. – № 3. Volume 7. – P. 192–202. – ISSN 1940-1507. – Текст : электронный. – DOI 10.1080/19401493.2013.808265. – URL: https://doi.org/10.1080/19401493.2013.808265 (дата обращения: 15.09.2026).

102. O’Dwyer, E. Modelling and disturbance estimation for model predictive control in building heating systems / E. O’Dwyer, L. De Tommasi, K. Kouramas [et al.] // Energy and Buildings. – 2016. – Volume 130. – P. 532–545. – ISSN 1872-6178. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.enbuild.2016.08.077. – URL: https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2016.08.077 (дата обращения: 15.09.2026).

103. O’Dwyer, E. Prioritised objectives for model predictive control of building heating systems / E. O’Dwyer, L. De Tommasi, K. Kouramas [et al.] // Control Engineering Practice. – 2017. – Volume 63. – P. 57–68. – ISSN 1873-6939. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.conengprac.2017.03.018. – URL: https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2017.03.018 (дата обращения: 15.09.2026).

104. Oldewurtel, F. Use of model predictive control and weather forecasts for energy efficient building climate control / F. Oldewurtel, A. Parisio, C.N. Jones

[et al.] // Energy and Buildings. – 2012. – Volume 45. – P. 15–27. – ISSN 1872-6178. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.enbuild.2011.09.022. – URL: https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2011.09.022 (дата обращения: 15.09.2026).

105. Palmowska, A. Numerical Analysis of the Energy Consumption of Ventilation and Dehumidification Processes in the Ice Rink Arena / A. Palmowska, P. Ciuman // Applied Sciences. – 2025. – № 21. Volume 15. – Art. 11771. – ISSN 2076-3417. – Текст : электронный. – DOI 10.3390/app152111771. – URL: https://doi.org/10.3390/app152111771 (дата обращения: 15.09.2026).

106. Prívara, S. Building modeling as a crucial part for building predictive control / S. Prívara, J. Cigler, Z. Váňa [et al.] // Energy and Buildings. – 2013. – Volume 56. – P. 8–22. – ISSN 1872-6178. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.enbuild.2012.10.024. – URL: https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2012.10.024 (дата обращения: 15.09.2026).

107. Psichogios, D.C. A hybrid neural network-first principles approach to process modeling / D.C. Psichogios, L.H. Ungar // AIChE Journal. – 1992. – № 10. Volume 38. – P. 1499–1511. – ISSN 1547-5905. – Текст : электронный. – DOI 10.1002/aic.690381003. – URL: https://doi.org/10.1002/aic.690381003 (дата обращения: 15.09.2026).

108. Qin, S.J. A survey of industrial model predictive control technology / S.J. Qin, T.A. Badgwell // Control Engineering Practice. – 2003. – № 7. Volume 11. – P. 733–764. – ISSN 1873-6939. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/s0967-0661(02)00186-7. – URL: https://doi.org/10.1016/s0967-0661(02)00186-7 (дата обращения: 15.09.2026).

109. Raissi, M. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations / M. Raissi, P. Perdikaris, G.E. Karniadakis // Journal of Computational Physics. – 2019. – Volume 378. – P. 686–707. – ISSN 1090-2716. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.jcp.2018.10.045. – URL: https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.10.045 (дата обращения: 15.09.2026).

110. Rasmussen, C.E. Gaussian Processes for Machine Learning / C.E. Rasmussen, C.K.I. Williams. – Cambridge, MA : MIT Press, 2006. – XVIII, 248 p. – (Adaptive Computation and Machine Learning). – Электронная копия печатного издания. – ISBN 0-262-18253-X (печатного издания). – Текст : электронный. – DOI 10.7551/mitpress/3206.001.0001. – URL: https://gaussianprocess.org/gpml/ (дата обращения: 22.09.2026).

111. Rawlings, J.B. Model Predictive Control: Theory, Computation, and Design / J.B. Rawlings, D.Q. Mayne, M.M. Diehl. – 2nd edition. – Madison : Nob Hill Publishing, 2017. – 770 p. – ISBN 978-0-9759377-3-0.

112. Salinas, D. DeepAR: Probabilistic forecasting with autoregressive recurrent networks / D. Salinas, V. Flunkert, J. Gasthaus, T. Januschowski // International Journal of Forecasting. – 2020. – № 3. Volume 36. – P. 1181–1191. – ISSN 1872-8200. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.ijforecast.2019.07.001. – URL: https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2019.07.001 (дата обращения: 15.09.2026).

113. Schirrer, A. Nonlinear model predictive control for a heating and cooling system of a low-energy office building / A. Schirrer, M. Brandstetter, I. Leobner [et al.] // Energy and Buildings. – 2016. – Volume 125. – P. 86–98. – ISSN 1872-6178. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.enbuild.2016.04.029. – URL: https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2016.04.029 (дата обращения: 15.09.2026).

114. Seghouani, L. Yearly simulation of the interaction between an ice rink and its refrigeration system: A case study / L. Seghouani, A. Daoud, N. Galanis // International Journal of Refrigeration. – 2011. – № 1. Volume 34. – P. 383–389. – ISSN 1879-2081. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.ijrefrig.2010.07.024. – URL: https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2010.07.024 (дата обращения: 15.09.2026).

115. Široký, J. Experimental analysis of model predictive control for an energy efficient building heating system / J. Široký, F. Oldewurtel, J. Cigler, S. Prívara // Applied Energy. – 2011. – № 9. Volume 88. – P. 3079–3087. – ISSN 1872-9118. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.apenergy.2011.03.009.

– URL: https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2011.03.009 (дата обращения: 15.09.2026).

116. Somu, N. A deep learning framework for building energy consumption forecast / N. Somu, Gauthama Raman M.R., K. Ramamritham // Renewable and Sustainable Energy Reviews. – 2021. – Volume 137. – Art. 110591. – ISSN 1879-0690. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.rser.2020.110591. – URL: https://doi.org/10.1016/j.rser.2020.110591 (дата обращения: 15.09.2026).

117. Son, S.H. Move blocked model predictive control with improved optimality using semi-explicit approach for applying time-varying blocking structure / S.H. Son, T.H. Oh, J.W. Kim, J.M. Lee // Journal of Process Control. – 2020. – Volume 92. – P. 50–61. – ISSN 1873-2771. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.jprocont.2020.04.002. – URL: https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2020.04.002 (дата обращения: 15.09.2026).

118. Stoffel, P. Safe operation of online learning data driven model predictive control of building energy systems / P. Stoffel, P. Henkel, M. Rätz [et al.] // Energy and AI. – 2023. – Volume 14. – Art. 100296. – ISSN 2666-5468. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.egyai.2023.100296. – URL: https://doi.org/10.1016/j.egyai.2023.100296 (дата обращения: 15.09.2026).

119. Su, L. A systematic review for transformer-based long-term series forecasting / L. Su, X. Zuo, R. Li [et al.] // Artificial Intelligence Review. – 2025. – № 3. Volume 58. – Art. 80. – ISSN 1573-7462. – Текст : электронный. – DOI 10.1007/s10462-024-11044-2. – URL: https://doi.org/10.1007/s10462-024-11044-2 (дата обращения: 15.09.2026).

120. Taheri, S. Model predictive control of heating, ventilation, and air conditioning (HVAC) systems: A state-of-the-art review / S. Taheri, P. Hosseini, A. Razban // Journal of Building Engineering. – 2022. – Volume 60. – Art. 105067. – ISSN 2352-7102. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.jobe.2022.105067. – URL: https://doi.org/10.1016/j.jobe.2022.105067 (дата обращения: 15.09.2026).

121. Talib, A. Grey-box and ANN-based building models for multistep-ahead prediction of indoor temperature to implement model predictive

control / A. Talib, S. Park, P. Im, J. Joe // Engineering Applications of Artificial Intelligence. – 2023. – Volume 126. – Art. 107115. – ISSN 1873-6769. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.engappai.2023.107115. – URL: https://doi.org/10.1016/j.engappai.2023.107115 (дата обращения: 15.09.2026).

122. Terzi, E. Learning-based predictive control of the cooling system of a large business centre / E. Terzi, T. Bonetti, D. Saccani [et al.] // Control Engineering Practice. – 2020. – Volume 97. – Art. 104348. – ISSN 1873-6939. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.conengprac.2020.104348. – URL: https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2020.104348 (дата обращения: 15.09.2026).

123. Tran, T. Economic Model Predictive Control – A Review / T. Tran, K.-V. Ling, J.M. Maciejowski // Proceedings of the 31st International Symposium on Automation and Robotics in Construction and Mining (ISARC). – Sydney, 2014. – P. 35–42. – Текст : электронный. – DOI 10.22260/isarc2014/0006. – URL: https://doi.org/10.22260/isarc2014/0006 (дата обращения: 15.09.2026).

124. Vaswani, A. Attention Is All You Need / A. Vaswani, N. Shazeer, N. Parmar [et al.] // Advances in Neural Information Processing Systems. – 2017. – Volume 30. – P. 5998–6008. – Текст : электронный. – URL: https://proceedings.neurips.cc/paper/7181-attention-is-all (дата обращения: 07.05.2026).

125. Wetter, M. Co-simulation of building energy and control systems with the Building Controls Virtual Test Bed / M. Wetter // Journal of Building Performance Simulation. – 2011. – № 3. Volume 4. – P. 185–203. – ISSN 1940-1507. – Текст : электронный. – DOI 10.1080/19401493.2010.518631. – URL: https://doi.org/10.1080/19401493.2010.518631 (дата обращения: 15.09.2026).

126. Wetter, M. Modelica Buildings library / M. Wetter, W. Zuo, T.S. Nouidui, X. Pang // Journal of Building Performance Simulation. – 2014. – № 4. Volume 7. – P. 253–270. – ISSN 1940-1507. – Текст : электронный. – DOI 10.1080/19401493.2013.765506. – URL: https://doi.org/10.1080/19401493.2013.765506 (дата обращения: 15.09.2026).

127. Wetter, M. Spawn: coupling Modelica Buildings Library and EnergyPlus to enable new energy system and control applications / M. Wetter, K. Benne, H. Tummescheit, C. Winther // Journal of Building Performance Simulation. – 2024. – № 2. Volume 17. – P. 274–292. – ISSN 1940-1507. – Текст : электронный. – DOI 10.1080/19401493.2023.2266414. – URL: https://doi.org/10.1080/19401493.2023.2266414 (дата обращения: 15.09.2026).

128. Wietzke, T. Occupancy prediction for building energy systems with latent force models / T. Wietzke, J. Gall, K. Graichen // Energy and Buildings. – 2024. – Volume 307. – Art. 113968. – ISSN 1872-6178. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.enbuild.2024.113968. – URL: https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2024.113968 (дата обращения: 15.09.2026).

129. Wu, H. Autoformer: Decomposition Transformers with Auto-Correlation for Long-Term Series Forecasting / H. Wu, J. Xu, J. Wang, M. Long // Advances in Neural Information Processing Systems. – 2021. – Volume 34. – P. 22419–22430. – Текст : электронный. – URL: https://proceedings.neurips.cc/paper_files/paper/2021/hash/bcc0d400288793e8bdcd7c19a8ac0c2b-Abstract.html (дата обращения: 07.05.2026).

130. Wu, Z. A tutorial review of machine learning-based model predictive control methods / Z. Wu, P.D. Christofides, W. Wu [et al.] // Reviews in Chemical Engineering. – 2025. – № 4. Volume 41. – P. 359–400. – ISSN 2191-0235. – Текст : электронный. – DOI 10.1515/revce-2024-0055. – URL: https://doi.org/10.1515/revce-2024-0055 (дата обращения: 15.09.2026).

131. Yang, S. Machine-learning-based model predictive control with instantaneous linearization – A case study on an air-conditioning and mechanical ventilation system / S. Yang, M.P. Wan // Applied Energy. – 2022. – Volume 306. – Art. 118041. – ISSN 1872-9118. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.apenergy.2021.118041. – URL: https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2021.118041 (дата обращения: 15.09.2026).

132. Yu, X. Comparison of time-invariant and adaptive linear grey-box models for model predictive control of residential buildings / X. Yu, Z. Ren, P. Liu

[et al.] // Building and Environment. – 2024. – Volume 254. – Art. 111391. – ISSN 1873-684X. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.buildenv.2024.111391. – URL: https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2024.111391 (дата обращения: 15.09.2026).

133. Yuan, X. Study on waste heat recoveries and energy saving in combined energy system of ice and swimming halls in Finland / X. Yuan, L. Lindroos, J. Jokisalo [et al.] // Energy and Buildings. – 2021. – Volume 231. – Art. 110620. – ISSN 1872-6178. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.enbuild.2020.110620. – URL: https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2020.110620 (дата обращения: 15.09.2026).

134. Zanelli, A. FORCES NLP: an efficient implementation of interior-point methods for multistage nonlinear nonconvex programs / A. Zanelli, A. Domahidi, J. Jerez, M. Morari // International Journal of Control. – 2020. – № 1. Volume 93. – P. 13–29. – ISSN 1366-5820. – Текст : электронный. – DOI 10.1080/00207179.2017.1316017. – URL: https://doi.org/10.1080/00207179.2017.1316017 (дата обращения: 15.09.2026).

135. Zhang, Z. Heat and mass transfer during ice resurfacing process in ice rink / Z. Zhang, S. Wang, L. Chang [et al.] // Building and Environment. – 2024. – Volume 252. – Art. 111270. – ISSN 1873-684X. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.buildenv.2024.111270. – URL: https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2024.111270 (дата обращения: 15.09.2026).

136. Zhang, Z. Transient heat and mass transfer characteristics during multiple resurfacing operations in ice rink / Z. Zhang, S. Wang, Y. Wang [et al.] // Applied Thermal Engineering. – 2025. – Volume 274. – Art. 126627. – ISSN 1873-5606. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.applthermaleng.2025.126627. – URL: https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2025.126627 (дата обращения: 15.09.2026).

137. Zhao, J. A survey of transformer networks for time series forecasting / J. Zhao, F. Chu, L. Xie [et al.] // Computer Science Review. – 2026. – Volume 60. – Art. 100883. – ISSN 1876-7745. – Текст : электронный. –

DOI 10.1016/j.cosrev.2025.100883. – URL: https://doi.org/10.1016/j.cosrev.2025.100883 (дата обращения: 15.09.2026).

138. Zheng, W. Economic model predictive control for building HVAC system: A comparative analysis of model-based and data-driven approaches using the BOPTEST Framework / W. Zheng, D. Wang, Z. Wang // Applied Energy. – 2024. – Volume 374. – Art. 123969. – ISSN 1872-9118. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.apenergy.2024.123969. – URL: https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2024.123969 (дата обращения: 15.09.2026).

139. Zhou, W. Simulation of the Optimal Refrigerated Floor Design for Ice Rinks / W. Zhou, Z. Gan, L. Han // Energies. – 2021. – № 6. Volume 14. – Art. 1535. – ISSN 1996-1073. – Текст : электронный. – DOI 10.3390/en14061535. – URL: https://doi.org/10.3390/en14061535 (дата обращения: 15.09.2026).

140. Zhu, J. A learning-based model predictive control method for unlocking the potential of building energy flexibility / J. Zhu, J. Niu, S. Zhan [et al.] // Energy and Buildings. – 2025. – Volume 330. – Art. 115299. – ISSN 1872-6178. – Текст : электронный. – DOI 10.1016/j.enbuild.2025.115299. – URL: https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2025.115299 (дата обращения: 15.09.2026).

Приложение А

(информационное)

Характеристики данных, состав признаков и конфигурации расчетных функций

Таблица А.1 – Описательная статистика исходных зарегистрированных переменных

Код	Зарегистрированная величина	Единица измерения	Среднее	Стандартное отклонение	Минимум	Квантиль 0,05	Медиана	Квантиль 0,95	Максимум
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_ice	Температура льда	°C	−1,62	0,75	−4,45	−2,74	−1,67	−0,32	2,44
T_ret	Температура возвратного гликоля	°C	−7,29	1,17	−10,86	−8,50	−7,85	−5,10	5,00
T_sup	Температура подающего гликоля	°C	−8,56	1,83	−12,36	−10,45	−9,40	−4,90	−1,15
P_comp	Мощность компрессорной группы	Вт	57339,10	28949,10	0,00	0,09	60412,60	91314,60	117851,00
u_ret	Фактически реализованное значение управления	°C	−7,04	1,57	−9,00	−8,50	−8,00	−3,25	−1,00
T_out	Наружная температура	°C	3,47	8,54	−17,69	−7,69	1,24	21,03	30,02
T_in	Внутренняя температура	°C	9,10	0,96	3,90	7,30	9,20	10,40	11,90

Продолжение таблицы А.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_wat	Температура воды для заливки	°C	49,28	1,59	26,57	46,15	49,96	50,14	58,00
P_heat	Мощность отопления	Вт	1536,15	497,31	0,00	0,04	1789,71	1861,77	2805,50
P_vent	Мощность вентиляции	Вт	4161,17	12469,60	11,76	12,68	14,22	45017,20	48735,80
H_out	Наружная относительная влажность	%	77,33	16,85	17,00	40,00	82,00	93,00	100,00
H_in	Внутренняя относительная влажность	%	62,17	5,29	34,05	52,00	62,90	68,95	92,33
L_in	Освещенность внутри арены	лк	71,85	68,43	0,96	2,80	118,64	167,20	279,20
M_in	Сигнал эксплуатационной активности	усл. ед.	46,25	82,12	7,00	13,75	20,33	202,33	1418,25

Источник: составлено автором.

Таблица А.2 – Полный перечень 31 признака входного представления

№	Признак	Группа	Содержание
1	2	3	4
1	T_ice	Температурные и энергетические характеристики	Температура льда
2	T_ret	Температурные и энергетические характеристики	Температура возвратного гликоля
3	T_sup	Температурные и энергетические характеристики	Температура подающего гликоля
4	P_comp	Температурные и энергетические характеристики	Мощность компрессорной группы
5	T_in	Внешний фактор	Внутренняя температура
6	T_out	Внешний фактор	Наружная температура
7	H_in	Внешний фактор	Внутренняя относительная влажность
8	H_out	Внешний фактор	Наружная относительная влажность
9	M_in	Внешний фактор	Сигнал эксплуатационной активности
10	L_in	Внешний фактор	Освещенность внутри арены
11	T_wat	Внешний фактор	Температура воды для заливки
12	P_heat	Внешний фактор	Мощность отопления
13	P_vent	Внешний фактор	Мощность вентиляции
14	u_ret	Реализованное управление	Фактически реализованное значение управления, определяющее задаваемую температуру возвратного теплоносителя
15	hour_sin	Календарный признак	Синус часа суток
16	hour_cos	Календарный признак	Косинус часа суток
17	dow_sin	Календарный признак	Синус дня недели

Продолжение таблицы А.2

1	2	3	4
18	dow_cos	Календарный признак	Косинус дня недели
19	ΔT_glycol	Производный признак	Разность температур возвратного и подающего гликоля
20	ΔT_air	Производный признак	Разность внутренней и наружной температуры
21	dT_ice	Производный признак	Одноминутная разность температуры льда
22	dT_ret	Производный признак	Одноминутная разность температуры возвратного гликоля
23	dT_sup	Производный признак	Одноминутная разность температуры подающего гликоля
24	dP_comp	Производный признак	Одноминутная разность мощности компрессорной группы
25	dM_in	Производный признак	Одноминутная разность сигнала эксплуатационной активности
26	dL_in	Производный признак	Одноминутная разность освещенности внутри арены
27	dT_wat	Производный признак	Одноминутная разность температуры воды для заливки
28	du_ret	Производный признак	Одноминутное изменение реализованного управления
29	T_ice_avg	Скользящее среднее	Пятиминутное скользящее среднее температуры льда
30	P_comp_avg	Скользящее среднее	Пятиминутное скользящее среднее мощности компрессорной группы
31	u_ret_avg	Скользящее среднее	Пятиминутное скользящее среднее фактически реализованного значения управления

Источник: составлено автором.

Таблица А.3 – Конфигурации предварительного сопоставления

Расчетная функция	Представление предшествующего интервала	Формирование расчетной траектории	Параметры конфигурации	Число определяемых параметров
Инерционная базовая функция	Интервал исходных данных	Повтор последнего вектора зарегистрированных характеристик на горизонте H	Определяемые параметры отсутствуют	–
Линейная прямая функция	Развернутая матрица размерности $L \times 14$	Прямой расчет траектории $H \times 4$	Гребневая регрессия; коэффициент ℓ_2-регуляризации 1,0	302 520
Линейная рекурсивная функция	Развернутая матрица размерности $L \times 14$	Одношаговый расчет с последовательной разверткой на горизонт H	Гребневая регрессия; коэффициент ℓ_2-регуляризации 1,0	10 084
Функция на основе многослойного персептрона	Развернутая матрица размерности $L \times 14$	Прямой расчет траектории $H \times 4$	Скрытые слои 512 и 256; прореживание 0,1	1 452 920
Функция на основе LSTM	Последовательность размерности $L \times 14$	Прямой расчет траектории по конечному скрытому представлению	2 слоя; размер скрытого представления 128	238 072
Трансформерная функция	Последовательность размерности $L \times 14$	Прямой расчет траектории кодировщиком интервала	$d_{\text{model}} = 32$ (размерность внутреннего представления); $n_{\text{head}} = 4$ (число голов внимания); 1 слой; $d_{\text{ff}} = 64$ (размерность скрытого слоя блока прямого распространения); прореживание 0,1	13 048

Источник: составлено автором.

Таблица А.4 – Значения показателей расчетных функций на интервале независимой проверки

Расчетная функция	Число параметров предварительной конфигурации	E_T, °C	E_T^H, °C	E_Y
Инерционная базовая функция	–	0,6499	0,7679	1,0628
Линейная прямая функция	302 520	0,4947	0,5542	0,8910
Линейная рекурсивная функция	10 084	0,5282	0,6006	0,8580
Функция на основе многослойного персептрона	1 452 920	0,4703	0,5220	0,8503
Функция на основе LSTM	238 072	0,5145	0,5711	0,9054
Трансформерная функция	13 048	0,4616	0,5178	0,8011

Источник: составлено автором.