

Олимпиада 8-9 класс

Решения и критерии оценивания

Первый вариант

1. (10 баллов) Можно ли записать в каждую клетку таблицы 8×8 по одному действительному числу так, чтобы общая сумма чисел в таблице была положительной, но при этом сумма в любом прямоугольнике 1×3 (или 3×1) не являлась положительной?

Ответ: Да, может.

Решение. Покрасим нашу таблицу в трёхцветную диагональную раскраску. У нас получится по 21 клетке первого и второго цвета и 22 клетки третьего цвета. Во все клетки первого цвета запишем нули, во все клетки второго цвета — минус единицы, а во все клетки третьего цвета — единицы. Сумма всех чисел в таблице равна 1. В каждом прямоугольнике 1×3 содержатся клетки разных цветов, поэтому сумма чисел в таких прямоугольниках будет равна 0.

Критерии проверки.

Содержание критерия	Оценка	баллы
Задача решена полностью, получен верный ответ	+	10
Приведена подходящая таблица, но отсутствует объяснение того, что она подходит	+	8
В решении фигурирует диагональная раскраска в 3 цвета, но продвижений дальше нет	±	2
Решение отсутствует или содержит существенные ошибки	-	0

2. (10 баллов) На координатной плоскости отметили точки $A(p; q)$ и $B(q; p)$, где числа p и q некоторые натуральные числа, для которых $p < q$. Сколько существует вариантов пар чисел $(p; q)$, если площадь треугольника, образованного началом координат и точками A и B равна 30?

Ответ: две пары.

Решение. Заметим, что точки A и B симметричны относительно биссектрисы первого координатного угла. Пусть O — начало координат, H — точка пересечения биссектрисы с отрезком AB , тогда треугольник OAB — равнобедренный и OH — биссектриса, медиана и высота. Получаем, что координаты точки H это $(\frac{p+q}{2}; \frac{p+q}{2})$, тогда $OH = \frac{\sqrt{2}(p+q)}{2}$, $AB = \sqrt{2}(q-p)$. Получаем, что $S_{OAB} = \frac{1}{2}OH \cdot AB = \frac{1}{2}(q+p)(q-p)$.

Иными словами, нам необходимо решить в натуральных числах и условии $q > p$ уравнение: $\frac{1}{2}(q+p)(q-p) = 30$.

$$(q+p)(q-p) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5.$$

Так как $q+p > q-p$ и числа в скобках одинаковой четности, так как они отличаются на $2p$, то существует всего два варианта:

$$1) \begin{cases} p+q=2 \cdot 5, \\ q-p=2 \cdot 3. \end{cases}$$

Откуда получаем, что $q=8, p=2$.

$$2) \begin{cases} p+q=2 \cdot 3 \cdot 5, \\ q-p=2. \end{cases}$$

Откуда получаем, что $q=16$ и $p=14$.

Критерии проверки.

Содержание критерия	Оценка	баллы
Задача решена полностью, получен верный ответ	+	10
Приведено верное решение, но потерян один из двух случаев при решении уравнения	+	8
Верно составлено уравнение на площадь, но решено неверно или не решено	±	4
Решение отсутствует или содержит существенные ошибки	-	0

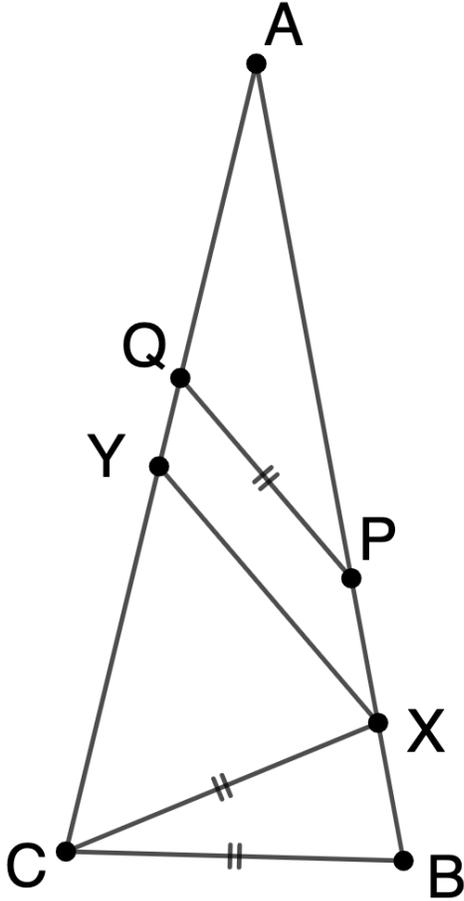
3. (**12 баллов**) Дано натуральное число, большее 1000. Докажите, что в нём всегда можно изменить не более двух цифр так, чтобы после этого новое число было представимо в виде произведения 7 натуральных чисел, каждое из которых больше 1. Первую цифру изменять на ноль нельзя.

Решение. Пусть x — это число, полученное из данного числа выкидыванием последних двух цифр. Рассмотрим числа $100x, 100x+1, \dots, 100x+63$, каждое из них можно получить из исходного числа, меняя какие-то из двух последних цифр. Мы имеем 64 последовательных числа, поэтому среди них найдётся число, которое делится на 64. Приведём изначальное число именно к нему. Полученное число представимо в виде произведения шести двоек и некоторого натурального числа, большего единицы, что и требовалось.

Критерии проверки.

Содержание критерия	Оценка	баллы
Задача решена полностью, получен верный ответ	+	12
Доказано, что можно получить число, которое делится на 64, но не объяснено, почему оно подойдёт под условие	±	9
Показано, что достаточно получить число, которое делится на 64	±	3
Решение отсутствует или содержит существенные ошибки	-	0

4. (12 баллов) В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = AC$) с $\angle BAC = 24^\circ$ на сторонах AB и AC отметили точки P и Q так, что $\angle PQC = 54^\circ$ и $PQ = BC$. Докажите, что BPC равнобедренный треугольник.



Решение.

Отметим точку X на стороне AB так, что $CX = BC$. Пусть $X \neq P$ (иначе задача решена). Построим на стороне AC точку Y так, что $\angle XYC = 54^\circ$, тогда по сумме углов треугольника ABC имеем, что $\angle ABC = \angle ACB = \frac{180^\circ - 24^\circ}{2} = 78^\circ$. Так как треугольник CBX равнобедренный, то $\angle CXB = \angle B = 78^\circ$. Так как $\angle CYX$ внешний для треугольника AUX , то $\angle AXU = 30^\circ$. Получаем, что $\angle CXU = 180^\circ - 30^\circ - 78^\circ = 72^\circ$. По сумме углов треугольника CUX получаем, что $\angle YCX = 54^\circ$, то есть треугольник CUX равнобедренный и $YX = CX$, то есть $YX = BC$.

Тогда получаем, что если точка P не совпадает с точкой X , то прямые PQ и XU параллельны (равны соответственные углы) и при этом $XU = BC = PQ$, то есть $YQPX$ – параллелограмм, чего не может быть, так как прямые YQ и XP пересекаются. Значит, точка P обязательно совпадает с точкой X и треугольник BPC равнобедренный, что и требовалось доказать.

Критерии проверки.

Содержание критерия	Оценка	баллы
Задача решена полностью, получен верный ответ	+	12
Показано, что отрезок XU удовлетворяет условию задачи, но не доказано, что он обязан совпадать с отрезком PQ	\pm	6
Верно указано равенство сторон в треугольнике BPC без доказательства	-	0
Решение отсутствует или содержит существенные ошибки	-	0

5. (**12 баллов**) Степан задумал натуральное число n и вычислил числа $2n+1$, $3n+1$ и $6n+5$. Первые два числа у него оказались квадратами натуральных чисел. Могло ли быть такое, что третье полученное им число оказалось простым?

Ответ: нет, не могло.

Решение.

Пусть $2n+1 = a^2$, $3n+1 = b^2$, тогда заметим, что $6n+5 = 9a^2 - 4b^2 = (3a-2b)(3a+2b)$. Если полученное третье число простое, то $3a - 2b = 1$, а $3a + 2b$ – простое.

Также по условию получаем, что $3a^2 - 2b^2 = 6n + 3 - 6n - 2 = 1$.

Получаем, что $6a^2 - 4b^2 = 2$ и $6a^2 - (3a-1)^2 = 2$, откуда получаем, что $2a - a^2 = 1$ и $a = 1$, откуда $b = 1$, но тогда $n = 0$ не является натуральным числом. Значит, такого не могло быть.

Критерии проверки.

Содержание критерия	Оценка	баллы
Задача решена полностью, получен верный ответ	+	12
Приведено верное решение, но допущена арифметическая ошибка	+	10
Найдено, что $3a - 2b = 1$, но дальше решение неверное	\mp	4
Решение отсутствует или содержит существенные ошибки	-	0

6. (**14 баллов**) У Гриши есть 6 мармеладок разного веса, причём вес каждой мармеладки выражается натуральным числом граммов. Известно, что среди любых четырёх его мармеладок можно выбрать одну, которая весит больше остальных трёх вместе взятых. Гриша хочет откусить ровно 14 грамм от одной из мармеладок так, чтобы после этого вес любых двух мармеладок отличался не больше, чем в девять раз. Докажите, что он не сможет добиться желаемого вне зависимости от весов мармеладок.

Решение. Упорядочим веса мармеладок: $a_1 < a_2 < \dots < a_6$. Все веса мармеладок натуральные, поэтому мы можем утверждать $a_2 \geq a_1 + 1$ и $a_3 \geq a_1 + 2$. Также из условия задачи следует, что $a_i \geq a_{i-1} + a_{i-2} + a_{i-3} + 1$ для всех $4 \leq i \leq 6$. Получаем

цепочку неравенств

$$a_4 \geq a_3 + a_2 + a_1 + 1 \geq (a_1 + 2) + (a_1 + 1) + a_1 + 1 = 3a_1 + 4.$$

Таким же образом оценим a_5 и a_6 . Имеем

$$a_5 \geq a_4 + a_3 + a_2 + 1 \geq (3a_1 + 4) + (a_1 + 2) + (a_1 + 1) + 1 = 5a_1 + 8,$$

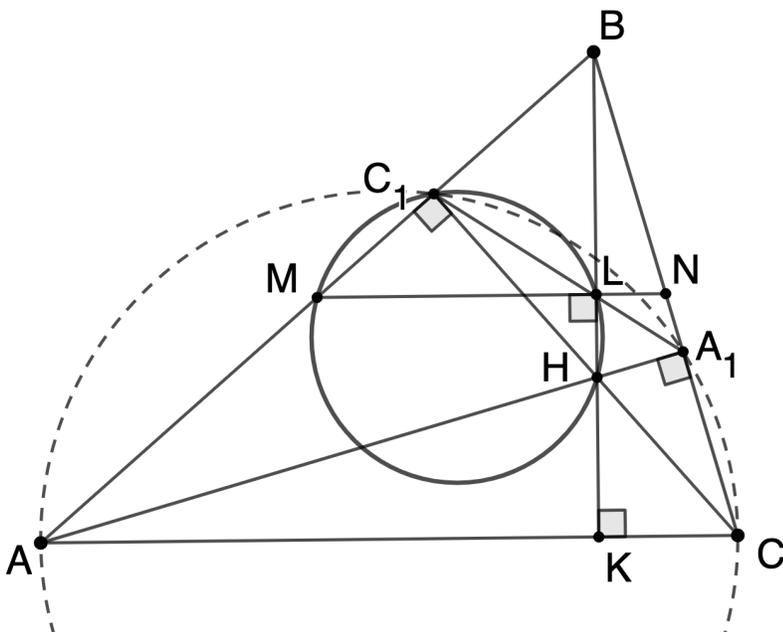
$$a_6 \geq a_5 + a_4 + a_3 + 1 \geq (5a_1 + 8) + (3a_1 + 4) + (a_1 + 2) + 1 = 9a_1 + 15.$$

Используя полученную оценку $a_6 \geq 9a_1 + 15$, можем утверждать, что при откусывании 14 грамм от любой мармеладки шестая мармеладка будет весить не менее $9a_1 + 1$, а первая — не больше a_1 , поэтому добиться желаемого невозможно.

Критерии проверки.

Содержание критерия	Оценка	баллы
Задача решена полностью	+	14
Числа упорядочены и доказано, что $a_i \geq a_{i-1} + a_{i-2} + a_{i-3} + 1$ и показано, что $a_6 > 9a_1$	+ / 2	6
Числа упорядочены и доказано, что $a_i \geq a_{i-1} + a_{i-2} + a_{i-3} + 1$	∓	4
Числа упорядочены и показано, что $a_6 > 9a_1$	-.	2
Решение отсутствует или содержит существенные ошибки	-	0

7. (14 баллов) В остроугольном треугольнике ABC провели высоты AA_1 и CC_1 , которые пересеклись в точке H , а также отметили середины сторон AB и BC точки M и N соответственно. Оказалось, что точки B, M, H, N лежат на одной окружности. Докажите, что середина высоты BK треугольника ABC лежит на прямой A_1C_1 .



Решение.

Заметим, что четырёхугольник AC_1A_1C вписанный, так как $\angle AA_1C = \angle AC_1C = 90^\circ$. Из этого получаем, что $\angle AC_1A_1 + \angle ACA_1 = 180^\circ$. Так как $\angle AC_1A_1 + \angle BC_1A_1 = 180^\circ$, то $\angle BC_1A_1 = \angle BCA$.

Заметим, что средняя линия MN треугольника ABC пересекает высоту BK в середине, точке L и при этом $BK \perp MN$.

Четырёхугольник MC_1LH вписанный, так как $\angle MC_1L = 90^\circ = \angle MHN$.

Так как B, M, H, N лежат на одной окружности, то $\angle MNB = \angle MNB = \angle ACB$ (последнее равенство следует из параллельности средней линии и стороны AC).

Получаем, что из вписанности четырёхугольника MC_1LH , что $\angle BC_1L = 180^\circ - \angle MC_1L = \angle MHL = \angle ACB$.

Получается, что $\angle BC_1A_1 = \angle ACB$ и $\angle BC_1L = \angle ACB$, откуда следует, что C_1, A_1 и L лежат на одной прямой, что и требовалось доказать.

Критерии проверки.

Содержание критерия	Оценка	баллы
Задача решена полностью	+	14
Найдено, что $\angle BC_1L = \angle ACB$	\pm	8
Доказано, что M, C_1, L и H лежат на одной окружности – 4 балла	\mp	4
Решение отсутствует или содержит существенные ошибки	-	0

8. (**16 баллов**) Рита выписала все пятизначные числа, которые не содержат нулей в своей записи. Теперь она хочет зачеркнуть у каждого из этих чисел по две цифры. Может ли она сделать это так, чтобы новые трёхзначные числа принимали меньше 200 различных значений?

Ответ: да, может.

Решение. Заметим, что по принципу Дирихле у каждого из чисел найдётся три цифры одинаковой чётности. Тогда для каждого числа мы сможем зачеркнуть две цифры так, чтобы оставшиеся три цифры имели одинаковую чётность. Оценим количество различных трёхзначных чисел, которые мы могли получить таким образом. Количество чисел с тремя нечётными цифрами не превосходит 5^3 , а с чётными — 4^3 , поэтому всего различных значений будет не больше $5^3 + 4^3 = 189 < 200$.

Критерии проверки.

Содержание критерия	Оценка	баллы
Задача решена полностью	+	16
Приведён верный алгоритм, но не доказано, что значений меньше 200	+	не больше 14
Указывается идея разбиения всех цифр на две группы и применения принципа Дирихле	-.	2
Решение отсутствует или содержит существенные ошибки	-	0

Олимпиада 8-9 класс

Второй вариант

1. (10 баллов) Можно ли записать в каждую клетку таблицы 7×7 по одному действительному числу так, чтобы общая сумма чисел в таблице была отрицательна, но при этом сумма в любом прямоугольнике 1×3 (или 3×1) не являлась отрицательной?

Ответ: Да, может.

Решение. Покрасим нашу таблицу в трёхцветную диагональную раскраску. У нас получится по 16 клетке первого и второго цвета и 17 клеток третьего цвета. Во все клетки первого цвета запишем нули, во все клетки второго цвета — единицы, а во все клетки третьего цвета — минус единицы. Сумма всех чисел в таблице равна -1 . В каждом прямоугольнике 1×3 содержатся клетки разных цветов, поэтому сумма чисел в таких прямоугольниках будет равна 0.

Критерии проверки.

Содержание критерия	Оценка	баллы
Задача решена полностью, получен верный ответ	+	10
Приведена подходящая таблица, но отсутствует объяснение того, что она подходит	+	8
В решении фигурирует диагональная раскраска в 3 цвета, но продвижений дальше нет	±	2
Решение отсутствует или содержит существенные ошибки	-	0

2. (10 баллов) На координатной плоскости отметили точки $A(p; q)$ и $B(q; p)$, где числа p и q некоторые натуральные числа, для которых $p < q$. Сколько существует вариантов пар чисел $(p; q)$, если площадь треугольника, образованного началом координат и точками A и B равна 70?

Ответ: две пары.

Решение. Заметим, что точки A и B симметричны относительно биссектрисы первого координатного угла. Пусть O — начало координат, H — точка пересечения биссектрисы с отрезком AB , тогда треугольник OAB — равнобедренный и OH — биссектриса, медиана и высота. Получаем, что координаты точки H это $(\frac{p+q}{2}; \frac{p+q}{2})$, тогда $OH = \frac{\sqrt{2}(p+q)}{2}$, $AB = \sqrt{2}(q-p)$. Получаем, что $S_{OAB} = \frac{1}{2}OH \cdot AB = \frac{1}{2}(q+p)(q-p)$.

Иными словами, нам необходимо решить в натуральных числах и условии $q > p$ уравнение: $\frac{1}{2}(q+p)(q-p) = 70$.

$$(q+p)(q-p) = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7.$$

Так как $q+p > q-p$ и числа в скобках одинаковой четности, так как они отличаются на $2p$, то существует всего два варианта:

$$1) \begin{cases} p+q = 2 \cdot 7, \\ q-p = 2 \cdot 5. \end{cases}$$

Откуда получаем, что $q = 12$, $p = 2$.

$$2) \begin{cases} p+q = 2 \cdot 5 \cdot 7, \\ q-p = 2. \end{cases}$$

Откуда получаем, что $q = 36$ и $p = 34$.

Критерии проверки.

Содержание критерия	Оценка	баллы
Задача решена полностью, получен верный ответ	+	10
Приведено верное решение, но потерян один из двух случаев при решении уравнения	+	8
Верно составлено уравнение на площадь, но решено неверно или не решено	±	4
Решение отсутствует или содержит существенные ошибки	-	0

3. (**12 баллов**) Дано натуральное число, большее 1000. Докажите, что в нём всегда можно изменить не более двух цифр так, чтобы после этого новое число было представимо в виде произведения 5 натуральных чисел, каждое из которых больше 2. Первую цифру изменять на ноль нельзя.

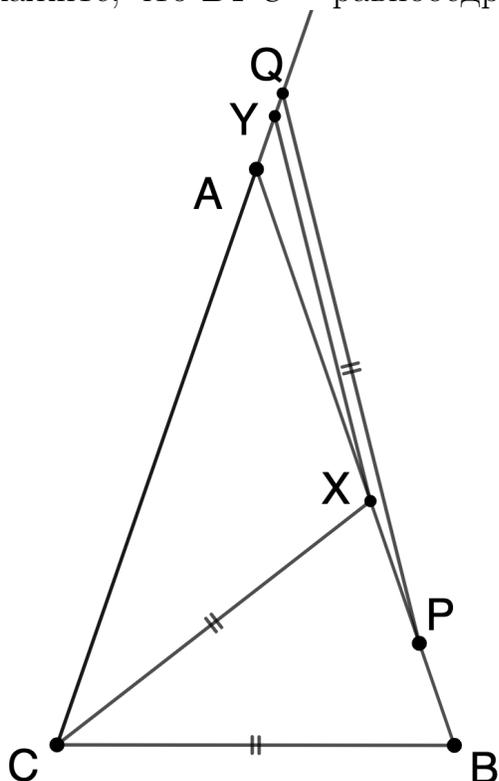
Решение. Пусть x — это число, полученное из данного числа выкидыванием последних двух цифр. Рассмотрим числа $100x, 100x + 1, \dots, 100x + 80$, каждое из них можно получить из исходного числа, меняя какие-то из двух последних цифр. Мы имеем 81 последовательное число, поэтому среди них найдётся число, которое делится на 81. Приведём изначальное число именно к нему. Полученное число представимо в виде произведения четырёх троек и некоторого натурального числа, большего единицы, что и требовалось.

Критерии проверки.

Содержание критерия	Оценка	баллы
Задача решена полностью, получен верный ответ	+	12
Доказано, что можно получить число, которое делится на 81, но не объяснено, почему оно подойдёт под условие	±	9
Показано, что достаточно получить число, которое делится на 81	±	3
Решение отсутствует или содержит существенные ошибки	-	0

В следующей задаче на олимпиаде был дан комментарий, что точки могут быть на продолжениях, а не только на стороне.

4. (12 баллов) В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = AC$) с $\angle BAC = 38^\circ$ на сторонах AB и AC отметили точки P и Q так, что $\angle PQC = 33^\circ$ и $PQ = BC$. Докажите, что BPC – равнобедренный треугольник.



Решение.

Отметим точку X на стороне AB так, что $CX = BC$. Пусть $X \neq P$ (иначе задача решена). Построим на луче CA за точку A точку Y так, что $\angle XYC = 33^\circ$, тогда по сумме углов треугольника ABC имеем, что $\angle ABC = \angle ACB = \frac{180^\circ - 38^\circ}{2} = 71^\circ$. Так как треугольник CBX равнобедренный, то $\angle CXB = \angle B = 71^\circ$. По сумме углов треугольника CXB имеем $\angle BCX = 38^\circ$, тогда $\angle YCX = 33^\circ$, то есть треугольник CYX равнобедренный и $YX = CX$, то есть $YX = BC$.

Тогда получаем, что если точка P не совпадает с точкой X , то прямые PQ и XY параллельны (равны соответственные углы) и при этом $XY = BC = PQ$, то есть $YQPX$ – параллелограмм, чего не может быть, так как прямые YQ и XP пересекаются. Значит, точка P обязательно совпадает с точкой X и треугольник BPC равнобедренный, что и требовалось доказать.

Критерии проверки.

Содержание критерия	Оценка	баллы
Задача решена полностью, получен верный ответ	+	12
Показано, что отрезок XU удовлетворяет условию задачи, но не доказано, что он обязан совпадать с отрезком PQ	\pm	6
Верно указано равенство сторон в треугольнике BPC без доказательства	-	0
Решение отсутствует или содержит существенные ошибки	-	0

5. (**12 баллов**) Дима задумал натуральное число n и вычислил числа $2n - 1$, $3n - 1$ и $6n - 5$. Первые два числа у него оказались квадратами натуральных чисел. Могло ли быть такое, что третье полученное им число оказалось простым?

Ответ: нет, не могло.

Решение.

Пусть $2n - 1 = a^2$, $3n - 1 = b^2$, тогда заметим, что $6n - 5 = 9a^2 - 4b^2 = (3a - 2b)(3a + 2b)$. Если полученное третье число простое, то $3a - 2b = 1$, а $3a + 2b$ - простое.

Также по условию получаем, что $3a^2 - 2b^2 = 6n - 3 - 6n + 2 = -1$.

Получаем, что $6a^2 - 4b^2 = -2$ и $6a^2 - (3a - 1)^2 = -2$, откуда получаем, что $6a - 3a^2 = -1$ и a не может быть натуральным, так как левая часть делится нацело на 3, а правая нет. Получаем, что такого не может быть.

Критерии проверки.

Содержание критерия	Оценка	баллы
Задача решена полностью, получен верный ответ	+	12
Приведено верное решение, но допущена арифметическая ошибка	+	10
Найдено, что $3a - 2b = 1$, но дальше решение неверное	\mp	4
Решение отсутствует или содержит существенные ошибки	-	0

6. (**14 баллов**) У Гриши есть 6 мармеладок разного веса, причём вес каждой мармеладки выражается натуральным числом граммов. Известно, что среди любых пяти его мармеладок можно выбрать одну, которая весит больше остальных четырёх вместе взятых. Гриша хочет откусить ровно 13 грамм от одной из мармеладок так, чтобы после этого вес любых двух мармеладок отличался не больше, чем в семь раз. Докажите, что он не сможет добиться желаемого вне зависимости от весов мармеладок.

Решение. Упорядочим веса мармеладок: $a_1 < a_2 < \dots < a_6$. Все веса мармеладок натуральные, поэтому мы можем утверждать $a_2 \geq a_1 + 1$, $a_3 \geq a_1 + 2$ и $a_4 \geq a_1 + 3$. Также из условия задачи следует, что $a_i \geq a_{i-1} + a_{i-2} + a_{i-3} + a_{i-4} + 1$ для всех $5 \leq i \leq 6$.

Получаем цепочку неравенств

$$a_5 \geq a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + 1 \geq (a_1 + 3) + (a_1 + 2) + (a_1 + 1) + a_1 + 1 = 4a_1 + 7.$$

Таким же образом оценим a_6 . Имеем

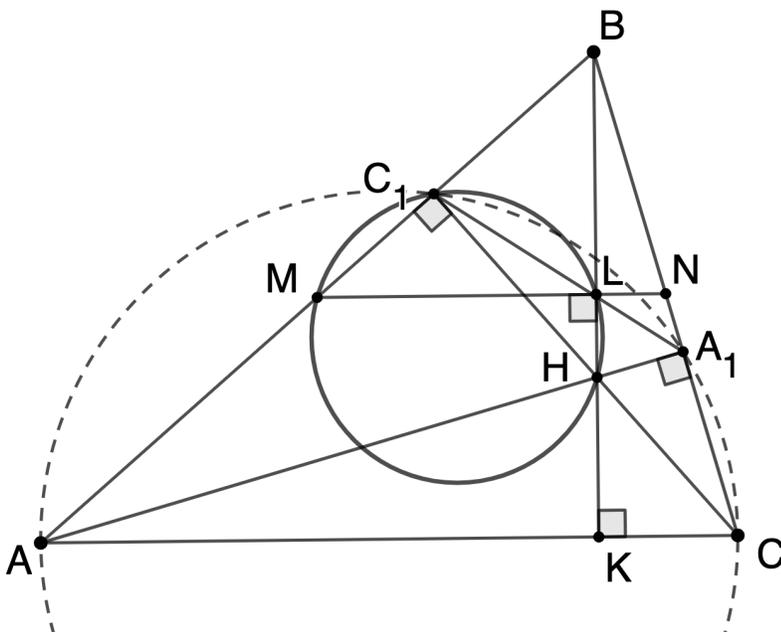
$$a_6 \geq a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + 1 \geq (4a_1 + 7) + (a_1 + 3) + (a_1 + 2) + (a_1 + 1) + 1 = 7a_1 + 14.$$

Используя полученную оценку $a_6 \geq 7a_1 + 14$, можем утверждать, что при откусывании 13 грамм от любой мармеладки шестая мармеладка будет весить не менее $7a_1 + 1$, а первая — не больше a_1 , поэтому добиться желаемого невозможно.

Критерии проверки.

Содержание критерия	Оценка	баллы
Задача решена полностью	+	14
Числа упорядочены и доказано, что $a_i \geq a_{i-1} + a_{i-2} + a_{i-3} + a_{i-4} + 1$ и показано, что $a_6 > 7a_1$	+ / 2	6
Числа упорядочены и доказано, что $a_i \geq a_{i-1} + a_{i-2} + a_{i-3} + a_{i-4} + 1$	∓	4
Числа упорядочены и показано, что $a_6 > 7a_1$	-.	2
Решение отсутствует или содержит существенные ошибки	-	0

7. (14 баллов) В остроугольном треугольнике ABC провели высоты AA_1 и CC_1 , которые пересеклись в точке H , а также отметили середины сторон AB и BC точки M и N соответственно. Оказалось, что середина высоты BK треугольника ABC лежит на прямой A_1C_1 . Докажите, что точки B, M, H, N лежат на одной окружности.



Решение.

Заметим, что четырёхугольник AC_1A_1C вписанный, так как $\angle AA_1C = \angle AC_1C = 90^\circ$. Из этого получаем, что $\angle AC_1A_1 + \angle ACA_1 = 180^\circ$. Так как $\angle AC_1A_1 + \angle BC_1A_1 = 180^\circ$, то $\angle BC_1A_1 = \angle BCA$.

Заметим, что средняя линия MN треугольника ABC пересекает высоту BK в середине, точке L и при этом $BK \perp MN$.

Четырёхугольник MC_1LH вписанный, так как $\angle MC_1L = 90^\circ = \angle MHN$.

Так как C_1, A_1, L лежат на одной прямой, то $\angle MNB = 180^\circ - \angle MC_1L = \angle BC_1L = \angle ACB$.

Так как $\angle MNB = \angle ACB = \angle MNB$, то четырёхугольник $MBNH$ вписанный, что и требовалось доказать.

Критерии проверки.

- 1) Найдено, что $\angle BC_1L = \angle ABC$ — 8 баллов.
- 2) Доказано, что M, C_1, L и H лежат на одной окружности — 4 балла.

8. (16 баллов) Рита выписала все пятизначные числа, которые не содержат нулей, единиц и двоек в своей записи. Теперь она хочет зачеркнуть у каждого из этих чисел по две цифры. Может ли она сделать это так, чтобы новые трёхзначные числа принимали меньше 95 различных значений?

Ответ: да, может.

Решение. Заметим, что по принципу Дирихле у каждого из чисел найдётся три цифры одинаковой чётности. Тогда для каждого числа мы сможем зачеркнуть две цифры так, чтобы оставшиеся три цифры имели одинаковую чётность. Оценим количество различных трёхзначных чисел, которые мы могли получить таким образом. Количество чисел с тремя нечётными цифрами не превосходит 4^3 , а с чётными — 3^3 , поэтому всего различных значений будет не больше $4^3 + 3^3 = 91 < 95$.

Критерии проверки.

Содержание критерия	Оценка	баллы
Задача решена полностью	+	16
Приведён верный алгоритм, но не доказано, что значений меньше 95	+	не больше 14
Указывается идея разбиения всех цифр на две группы и применения принципа Дирихле	-.	2
Решение отсутствует или содержит существенные ошибки	-	0