

Демоверсия отборочного этапа Миссии по профилю “Математика”

30 заданий

60 минут

один верный ответ

❗ Количество задач в демоверсии не гарантирует такого же количества задач на настоящем отборочном этапе.
Данный тест помогает проверить готовность и оценить уровень задач Миссии.

АЛГЕБРА И ФУНКЦИИ

Задания 1–10

1. Найдите все корни уравнения $|x - 3| = 2x + 1$.

- А) $x = 2/3$
- Б) Корней нет
- В) $x = -4$ и $x = 2/3$
- Г) $x = -4$

2. Найдите наименьшее значение выражения $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 20$.

- А) -6
- Б) 3
- В) 7
- Г) 20

3. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 12, её первый член равен 8. Найдите знаменатель прогрессии.

- А) $1/3$
- Б) $1/2$
- В) $2/3$
- Г) $1/4$

4. Вычислите произведение $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \dots \cdot \log_{63} 64$.

- А) 5
- Б) 6
- В) 32
- Г) 64

5. Сколько целых решений имеет неравенство $(x^2 - 9) / (x - 1) \leq 0$ на отрезке $[-5; 5]$?

- А) 4
- Б) 5
- В) 6
- Г) 7

6. Известно, что $x + y = 5$ и $xy = 6$. Найдите $x^3 + y^3$.

- А) 125
- Б) 97
- В) 35
- Г) 13

7. Известно, что $\sin x + \cos x = 1/2$. Найдите $\sin 2x$.

- А) $1/4$
- Б) $3/4$
- В) $-1/2$
- Г) $-3/4$

8. Сколько действительных корней имеет уравнение $x^3 - 3x + 1 = 0$?

- А) 0
- Б) 1
- В) 2
- Г) 3

9. В арифметической прогрессии $a_5 + a_{16} = 12$. Найдите сумму первых двадцати её членов.

- А) 60
- Б) 120
- В) 132
- Г) 240

10. Цену товара повысили на 25%. На сколько процентов нужно снизить новую цену, чтобы вернуться к исходной?

- А) 25%
- Б) 22,5%
- В) 20%
- Г) 15%

ГЕОМЕТРИЯ

Задания 11–20

11. Катеты прямоугольного треугольника равны 6 и 8. Найдите радиус вписанной окружности.

- А) 2
- Б) 2,4
- В) 4
- Г) 5

12. Найдите площадь треугольника со сторонами 13, 14 и 15.

- А) 42
- Б) 84
- В) 91
- Г) 105

13. Найдите площадь правильного шестиугольника со стороной 2.

- А) 12
- Б) $3\sqrt{3}$
- В) $4\sqrt{3}$
- Г) $6\sqrt{3}$

14. Найдите угол между часовой и минутной стрелками в 3:40.

- А) 110°
- Б) 120°
- В) 130°
- Г) 140°

15. Хорды АВ и CD окружности пересекаются в точке М. $AM = 4$, $MB = 6$, $CM = 3$. Найдите MD.

- А) 2
- Б) 4,5
- В) 7
- Г) 8

16. Ребро куба равно 3. Четыре его вершины, никакие две из которых не соединены ребром, образуют правильный тетраэдр. Найдите объём тетраэдра.

- А) 4,5
- Б) 6
- В) 9
- Г) 13,5

17. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда с измерениями 2, 3 и 6.

- А) 7
- Б) $\sqrt{45}$
- В) $\sqrt{13}$
- Г) 11

18. $|a| = 3$, $|b| = 4$, угол между векторами a и b равен 60° . Найдите $|a + b|$.

- А) $\sqrt{37}$
- Б) $\sqrt{13}$
- В) 5
- Г) 7

19. Найдите расстояние от точки $(3; 4)$ до прямой $3x + 4y - 5 = 0$.

- А) 3
- Б) 4
- В) 5
- Г) 20

20. Основания равнобедренной трапеции равны 10 и 4, боковая сторона — 5. Найдите площадь трапеции.

- А) 20
- Б) 28
- В) 35
- Г) 56

ЧИСЛА, КОМБИНАТОРИКА И ВЕРОЯТНОСТЬ

Задания 21–30

21. Какой цифрой оканчивается число 7^{2026} ?

- А) 9
- Б) 7
- В) 3
- Г) 1

22. Сколько натуральных делителей у числа 360?

- А) 12
- Б) 18
- В) 20
- Г) 24

23. Сколько существует пятизначных чисел, все цифры которых различны?

- А) 59 049
- Б) 30 240
- В) 27 216
- Г) 15 120

24. Бросают две игральные кости. Какова вероятность того, что сумма выпавших очков равна 8?

- А) $5/36$
- Б) $1/6$
- В) $1/9$
- Г) $7/36$

25. Найдите НОД($2^{12} - 1$, $2^{18} - 1$).

- А) 3
- Б) 7
- В) 63
- Г) 4095

26. Найдите остаток от деления 2^{100} на 7.

- А) 1
- Б) 2
- В) 4
- Г) 6

27. Сколькими способами можно рассадить 5 человек за круглым столом, если рассадки, отличающиеся только поворотом, считаются одинаковыми?

- А) 12
- Б) 24
- В) 60
- Г) 120

28. В урне 3 белых и 2 чёрных шара. Наугад вынимают 2 шара без возвращения. Какова вероятность, что оба белые?

- А) $1/5$
- Б) $3/5$
- В) $9/25$
- Г) $3/10$

29. Найдите сумму цифр числа $10^{25} - 25$.

- А) 207
- Б) 216
- В) 219
- Г) 225

30. Сколькими нулями оканчивается число $100! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 100$?

- А) 11
- Б) 20
- В) 24
- Г) 25

ОТВЕТЫ

ключи и краткие пояснения

№	Ответ
1	А
2	В
3	А
4	Б
5	Б
6	В
7	Г
8	Г
9	Б
10	В

№	Ответ
11	А
12	Б
13	Г
14	В
15	Г
16	В
17	А
18	А
19	Б
20	Б

№	Ответ
21	А
22	Г
23	В
24	А
25	В
26	Б
27	Б
28	Г
29	В
30	В

1. **А** $x = 2/3$

При $x \geq 3$: $x - 3 = 2x + 1 \rightarrow x = -4$ — не подходит. При $x < 3$: $3 - x = 2x + 1 \rightarrow x = 2/3$, правая часть положительна.

2. **В** 7

Выделяем полные квадраты: $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + 7 \geq 7$; равенство при $x = 2$, $y = -3$.

3. **А** $1/3$

$S = b_1 / (1 - q)$: $12 = 8 / (1 - q) \rightarrow 1 - q = 2/3 \rightarrow q = 1/3$.

4. **Б** 6

По формуле перехода произведение «склеивается»: $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \dots \cdot \log_{63} 64 = \log_2 64 = 6$.

5. **Б** 5

Метод интервалов: решения $x \leq -3$ и $1 < x \leq 3$. На отрезке: $-5, -4, -3, 2, 3$ — пять чисел.

6. **В** 35

$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) = 125 - 90 = 35$.

7. **Г** $-3/4$

Возводим в квадрат: $1 + 2 \sin x \cos x = 1/4 \rightarrow \sin 2x = -3/4$.

8. **Г** 3

$f(-2) = -1$, $f(-1) = 3$, $f(1) = -1$, $f(2) = 3$ — три смены знака, значит три корня.

9. **Б** 120

$a_5 + a_{16} = a_1 + a_{20} = 12$ (суммы индексов равны 21). $S_{20} = 20 \cdot 12 / 2 = 120$.

10. **В** 20%

Новая цена 1,25р; нужно умножить на $1 / 1,25 = 0,8$, то есть снизить на 20%.

11. **А** 2

Гипотенуза 10; $r = (a + b - c) / 2 = (6 + 8 - 10) / 2 = 2$.

12. **Б** 84

Формула Герона: $p = 21$, $S = \sqrt{(21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6)} = \sqrt{7056} = 84$.

13. **Г** $6\sqrt{3}$

Шестиугольник состоит из 6 правильных треугольников площадью $\sqrt{3} \cdot 2^2 / 4 = \sqrt{3}$ каждый.

14. **В** 130°

Минутная: $40 \cdot 6^\circ = 240^\circ$. Часовая: $3 \cdot 30^\circ + 40 \cdot 0,5^\circ = 110^\circ$. Разность 130° .

15. **Г** 8

Произведения отрезков пересекающихся хорд равны: $4 \cdot 6 = 3 \cdot MD \rightarrow MD = 8$.

16. **В** 9

От куба отрезаются 4 угловые пирамиды объёмом $27 / 6 = 4,5$ каждая: $27 - 4 \cdot 4,5 = 9$.

17. **А** 7

$$d = \sqrt{(2^2 + 3^2 + 6^2)} = \sqrt{49} = 7.$$

18. **А** $\sqrt{37}$

$$|a + b|^2 = 9 + 16 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ = 37. (\sqrt{13} \text{ — это } |a - b|.)$$

19. **Б** 4

$$d = |3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 - 5| / \sqrt{(3^2 + 4^2)} = 20 / 5 = 4.$$

20. **Б** 28

$$\text{Проекция боковой стороны } (10 - 4) / 2 = 3, \text{ высота } \sqrt{(25 - 9)} = 4; S = (10 + 4) / 2 \cdot 4 = 28.$$

21. **А** 9

Последние цифры степеней 7 повторяются с периодом 4: 7, 9, 3, 1. $2026 = 4 \cdot 506 + 2 \rightarrow$ цифра 9.

22. **Г** 24

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5, \text{ число делителей } (3 + 1)(2 + 1)(1 + 1) = 24.$$

23. **В** 27 216

Первая цифра — 9 вариантов (не 0), далее 9, 8, 7, 6: $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 27\,216$.

24. **А** 5/36

Благоприятные исходы: (2;6), (3;5), (4;4), (5;3), (6;2) — 5 из 36.

25. **В** 63

$\text{НОД}(2^a - 1, 2^b - 1) = 2^{\text{НОД}(a, b)} - 1 = 2^6 - 1 = 63.$

26. **Б** 2

$2^3 = 8 \equiv 1 \pmod{7}. 2^{100} = (2^3)^{33} \cdot 2 \equiv 2.$

27. **Б** 24

Фиксируем одного человека, остальных 4 переставляем: $4! = 24.$

28. **Г** 3/10

$3/5 \cdot 2/4 = 3/10.$ (9/25 — ответ для выбора с возвращением.)

29. **В** 219

$10^{25} - 25 = 99...975:$ 23 девятки, затем 7 и 5. Сумма $23 \cdot 9 + 7 + 5 = 219.$

30. **В** 24

Считаем множители 5: $[100/5] + [100/25] = 20 + 4 = 24.$

Желаем удачи на отборочном этапе олимпиады **«Миссия выполнима. Твоё призвание — финансист!»**

У тебя есть знания, аналитическое мышление и упорство, чтобы показать отличный результат.

Верь в свои силы, сохраняй концентрацию и превращай этот вызов в свою первую большую победу. **Вперёд!**