

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования
**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**
(Финансовый университет)

**Кафедра математики и анализа данных
Факультет информационных технологий и анализа больших данных**

Документ подписан усиленной неквалифицированной электронной подписью
Организация: Финансовый университет при Правительстве РФ
Утверждено: Проректор по учебной и методической работе Е.А. Каменева
Сертификат: ITmVkh6Xt0uoGqej2NywZKs2tW04vZov
Дата: 03.10.2025 г.

И.И. Цыганок, М.Н. Фридман

Теория вероятностей и математическая статистика

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки:

09.03.04 - Программная инженерия,

Образовательная программа «Инженер-разработчик программного обеспечения»

Рекомендовано

*Факультет информационных технологий и анализа больших данных
(протокол № 2 от 18.11.2025 г.)*

Одобрено

*Кафедра математики и анализа данных
(протокол № 16 от 10.11.2025 г.)*

© Москва 2025

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Наименование дисциплины	3
2.	Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине	3
3.	Место дисциплины в структуре образовательной программы	4
4.	Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	4
5.	Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий	5
5.1.	Содержание дисциплины	5
5.2.	Учебно-тематический план	10
5.3.	Содержание семинаров	12
6.	Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	18
6.1.	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	18
6.2.	Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю	24
7.	Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	29
8.	Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	39
9.	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	40
10.	Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	41
11.	Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем	42
12.	Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	43

1. Наименование дисциплины

«Теория вероятностей и математическая статистика».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	1. Демонстрирует знания основных методов математического анализа и моделирования, применяет их на практике для решения задач профессиональной деятельности.	знать: Основные понятия теории вероятностей и математической статистики; методики расчетов, используемые при анализе данных; вероятностные и статистические методы уметь: Использовать инструменты описательной статистики и визуализации данных, вероятностные и статистические методы для решения профессиональных задач
		2. Проводит теоретические исследования по выбранной области профессиональной деятельности.	знать: Принципы решения задач в области программной инженерии с использованием инструментария электронных таблиц, Python, Wolfram Mathematica, а также особенности реализации исследований по данной теме уметь: Использовать инструментарий электронных таблиц, Python, Wolfram Mathematica для решения задач в области программной инженерии, а также особенности реализации исследований
		3. Проводит численные эксперименты на основе математических или информационных методов, делает выводы и обосновывает их.	знать: Основные профессиональные пакеты прикладных программ для статистической обработки данных уметь: Использовать профессиональные пакеты прикладных программ для статистической обработки данных.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к «Циклу математики и информатики».

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Очно-заочная форма обучения

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 2 (в часах)	Семестр 3 (в часах)
Общая трудоёмкость дисциплины	9/324	144	180
Контактная работа-Аудиторные занятия	52	26	26
Лекции	16	8	8
Семинары, практические занятия	36	18	18
Самостоятельная работа	272	118	154
Вид текущего контроля	Контрольная работа, Контрольная работа	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Зачет, Экзамен	Зачет	Экзамен

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

Тема 1. Теория вероятностей: Основы комбинаторики. Элементарные определения вероятностей

Введение в теорию вероятностей. Правила сложения и умножения. Биномиальные коэффициенты и их свойства. Основные конфигурации комбинаторики: сочетания, размещения, перестановки. Интуитивные понятия случайного события и вероятности. Классический способ вычисления вероятности. Геометрические вероятности.

Тема 2. Теория вероятностей: Конечное вероятностное пространство

Конечное пространство элементарных событий. Случайное событие как подмножество в конечном пространстве элементарных событий. Класс всех подмножеств конечного пространства элементарных событий. Аксиомы вероятности и вероятностное пространство. Свойства вероятности (монотонность, конечная полуаддитивность). Классическая модель на примере задачи об отсутствии неподвижных точек случайной перестановки.

Тема 3. Теория вероятностей: Условные вероятности и независимость событий

Условные вероятности. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности и формула Байеса. Независимые события. Попарная независимость и независимость в совокупности.

Схема повторных независимых испытаний (схема Бернулли). Построение модели схемы Бернулли. Связь интуитивной независимости испытаний и стохастической независимости в модели Бернулли. Формула Бернулли. Наиболее вероятное число успехов в схеме Бернулли.

Тема 4. Теория вероятностей: Вероятностное пространство (общий случай). Случайные величины и функции распределения

Алгебры и сигма-алгебры. Измеримое пространство. Конечно- и счётно-аддитивные меры на алгебрах. Общее определение вероятностного пространства. Дополнительные свойства (критерии) счётно-аддитивных мер: счётная полуаддитивность и

непрерывность в нуле. Борелевская сигма-алгебра на вещественной прямой. Случайная величина как измеримая функция на пространстве элементарных событий. Распределение случайной величины как мера на прямой. Функция распределения случайной величины. Свойства функции распределения. Основные числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонение, моменты, асимметрия, эксцесс, квантили уровня p , мода и медиана. Свойства числовых характеристик.

Тема 5. Теория вероятностей: Дискретные и абсолютно непрерывные случайные величины

Дискретная случайная величина и её закон распределения. Функция от дискретной случайной величины и арифметические операции над дискретными случайными величинами. Некоторые дискретные распределения (Бернулли, биномиальное, геометрическое, пуассоновское).

Случайные векторы. Независимость дискретных случайных величин. Функция распределения случайного вектора и её свойства. Распределение дискретного случайного вектора и его компонент. Числовые характеристики случайного вектора. Ковариация и коэффициент корреляции. Функции от одной или нескольких случайных величин. Арифметические операции над случайными величинами.

Мера Лебега на вещественной прямой. Абсолютно непрерывные случайные величины. Свойства функции распределения и плотности. Некоторые абсолютно непрерывные распределения (равномерное на отрезке, показательное, гамма-распределение, нормальное, логнормальное, Коши).

Нормальность суммы независимых нормальных случайных величин.

Математическое ожидание и дисперсия абсолютно непрерывной случайной величины. Распределение функций от случайных величин и векторов с абсолютно непрерывным распределением.

Тема 6. Теория вероятностей: Виды сходимости и предельные теоремы

Неравенства Маркова и Чебышёва. Сходимость случайных последовательностей по вероятности, в среднем и среднем квадратичном, по распределению.

Законы больших чисел Чебышёва и Бернулли. Усиленный закон больших чисел Колмогорова. Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределённых величин. Роль нормального закона в приложениях теории вероятностей. Теорема Муавра-Лапласа и теорема Пуассона для схемы Бернулли.

Тема 7. Математическая статистика: Выборочный метод

Основные задачи математической статистики. Выборка, эмпирическое распределение и эмпирическая функция распределения, выборочные характеристики, вариационный ряд. Гистограмма. Выборочный коэффициент корреляции.

Сходимость выборочных характеристик к теоретическим. Моделирование выборок и сравнение выборочных характеристик с теоретическими.

Использование электронных таблиц и библиотек `numpy`, `scipy.stats`, `matplotlib`, `statsmodels` для моделирования выборок, вычисления выборочных и теоретических характеристик и построения эмпирической функции распределения и гистограммы.

Тема 8. Математическая статистика: Точечные оценки параметров распределения

Понятие статистики, точечной оценки. Свойства точечных оценок: несмещённость, состоятельность, эффективность. Несмещённая оценка дисперсии. Достаточное условие состоятельности. Состоятельность асимптотически нормальной оценки.

Методы построения точечных оценок. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Оптимальные оценки.

Информационное количество Фишера. Неравенство Рао-Крамера.

Тема 9. Математическая статистика: Интервальные оценки параметров нормального распределения

Понятие доверительного интервала. Распределения хи-квадрат, Стьюдента и Фишера. Лемма и теорема Фишера. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительные интервал для вероятности.

Тема 10. Математическая статистика: Статистические гипотезы. Проверка параметрических гипотез

Понятие статистической гипотезы. Виды гипотез, статистический критерий, статистика критерия, критическая область. Общая схема проверки гипотезы. Ошибки первого и второго рода, уровень значимости, мощность критерия. Критерий отношения правдоподобия. Лемма Неймана-Пирсона.

Случай двух простых гипотез о математическом ожидании нормальной выборки. Состоятельность критерия. Замечание об объёме выборки. Одновыборочные критерии

для математического ожидания и дисперсии нормальных выборок и значения вероятности для выборки из распределения Бернулли. Двухвыборочные критерии для параметров нормальных выборок (сравнение средних при повторных испытаниях, равенство дисперсий, сравнение средних при известных, неизвестных равных и неизвестных неравных дисперсиях, сравнение вероятностей успеха в двух сериях испытаний Бернулли). Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции Пирсона.

Использование электронных таблиц и библиотеки `scipy.stats` для проверки гипотез.

Тема 11. Математическая статистика: Критерии согласия

Критерий согласия хи-квадрат. Случай простой гипотезы для дискретного распределения. Теорема Пирсона. Состоятельность критерия хи-квадрат. Случай простой гипотезы для нормального распределения, геометрического и распределения Пуассона.

Использование электронных таблиц библиотеки `scipy.stats` для проверки гипотез с привлечением критериев согласия.

Тема 12. Математическая статистика: Статистический анализ зависимостей. Условные распределения

Условные распределения и условные математические ожидания для дискретных распределений. Формула полного математического ожидания. Условная дисперсия и формула полной дисперсии.

Условные распределения и условные математические ожидания в случае совместного абсолютно непрерывного распределения.

Тема 13. Математическая статистика: Дисперсионный анализ Фишера (ANOVA)

Модель однофакторного дисперсионного анализа. Факторы. Полная, факторная и остаточная дисперсии. Процедура проведения дисперсионного анализа, требования к проведению, анализ парных сравнений.

Использование электронных таблиц и библиотек `scipy.stats` и `statsmodels` для проведения дисперсионного анализа.

Тема 14. Математическая статистика: Непараметрические критерии независимости

Разделение изученных методов на параметрические и непараметрические. Ранговый коэффициент корреляции Спирмена, критерий значимости. Точный тест Фишера, история метода. Критерий независимости хи-квадрат как специальный случай критерия согласия для сложной гипотезы.

Тема 15. Математическая статистика: Модель линейной регрессии

Математическая модель регрессии. Оценка параметров регрессии по методу наименьших квадратов как оценки максимального правдоподобия в предположении нормальности остатков. Линейная регрессия. Свойства МНК-оценок. Теорема Гаусса-Маркова.

5.2. Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование тем(разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах				
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоя тельная работа
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практическ ие занятия	
1	Теория вероятностей: Основы комбинаторики. Элементарные определения вероятностей	23	3	1	2	20
2	Теория вероятностей: Конечное вероятностное пространство	18	3	1	2	15
3	Теория вероятностей: Условные вероятности и независимость событий	18	3	1	2	15
4	Теория вероятностей: Вероятностное пространство (общий случай). Случайные величины и функции распределения	27	7	1	6	20
5	Теория вероятностей: Дискретные и абсолютно непрерывные случайные величины	36	6	2	4	30
6	Теория вероятностей: Виды сходимости и предельные теоремы	22	4	2	2	18
7	Математическая статистика: Выборочный метод	23	3	1	2	20
8	Математическая статистика: Точечные оценки параметров распределения	17	3	1	2	14
9	Математическая статистика: Интервальные оценки параметров нормального распределения	23	3	1	2	20
10	Математическая статистика: Статистические гипотезы. Проверка параметрических гипотез	33	3	1	2	30
11	Математическая статистика: Критерии согласия	23	3	1	2	20
12	Математическая статистика: Статистический анализ	13	3	1	2	10

	зависимостей. Условные распределения					
13	Математическая статистика: Дисперсионный анализ Фишера (ANOVA)	23	3	1	2	20
14	Математическая статистика: Непараметрические критерии независимости	12	2	0	2	10
15	Математическая статистика: Модель линейной регрессии	13	3	1	2	10
	Итого	324	52	16	36	272

5.3. Содержание семинаров

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарах, практических занятиях	Формы проведения занятий
Теория вероятностей: Основы комбинаторики. Элементарные определения вероятностей	Основные правила для решения комбинаторных задач: правило суммы и правило произведения. Основные понятия комбинаторики: размещения, перестановки, сочетания с повторениями и без повторений, формулы для вычислений их общего количества. Понятие о вероятности события и примеры вычислений вероятностей с применением формул комбинаторики. Понятие о геометрической вероятности.	Интерактивный разбор вопросов по теме занятия, изложенных в видеолекциях, учебнике и дополнительных материалах электронного курса. Комментированное решение задач по теме занятия. Выполнение дополнительных заданий, предусмотренных в электронном курсе.
Теория вероятностей: Конечное вероятностное пространство	Пространство элементарных событий. Случайное событие как подмножество в пространстве элементарных событий. Операции с событиями. Алгебра событий. Аксиомы вероятности и вероятностное пространство. Свойства вероятности, основные правила вычисления вероятностей.	Интерактивный разбор вопросов по теме занятия, изложенных в видеолекциях, учебнике и дополнительных материалах электронного курса. Комментированное решение задач по теме занятия. Выполнение дополнительных заданий, предусмотренных в электронном курсе.
Теория вероятностей: Условные вероятности и независимость событий	Условные вероятности. Теоремы о вероятности суммы и произведения событий. Независимые события. Формула полной вероятности и формула Байеса. Схема испытаний Бернулли, формула Бернулли, формула для вычисления наиболее вероятного количества успешных испытаний, проходящих по схеме Бернулли.	Интерактивный разбор вопросов по теме занятия, изложенных в видеолекциях, учебнике и дополнительных материалах электронного курса. Комментированное решение задач по

		теме занятия.Выполнение дополнительных заданий, предусмотренных в электронном курсе.
Теория вероятностей: Вероятностное пространство (общий случай). Случайные величины и функции распределения	Понятие о случайной величине. Закон распределения и функция распределения случайной величины. Числовые характеристики дискретных случайных величин, их свойства. Специальные законы распределений дискретных случайных величин (биномиальное, геометрическое, пуассоновское)Двумерные дискретные случайные величины (векторы), ковариация и коэффициент корреляции, их свойства. Независимость компонент случайного вектора.	Интерактивный разбор вопросов по теме занятия, изложенных в видеолекциях, учебнике и дополнительных материалах электронного курса.Комментированное решение задач по теме занятия.Выполнение дополнительных заданий, предусмотренных в электронном курсе.
Теория вероятностей: Дискретные и абсолютно непрерывные случайные величины	Абсолютно непрерывные случайные величины. Вычисление параметров функции распределения и функции плотности вероятности. Числовые характеристики непрерывных случайных величин. Равномерное на отрезке, показательное, нормальное распределения, их числовые характеристики.Функции от абсолютно непрерывных случайных величин и векторов. Функции от независимых случайных величин.	Интерактивный разбор вопросов по теме занятия, изложенных в видеолекциях, учебнике и дополнительных материалах электронного курса.Комментированное решение задач по теме занятия.Выполнение дополнительных заданий, предусмотренных в электронном курсе.
Теория вероятностей: Виды сходимости и предельные теоремы	Виды сходимости. Неравенства Маркова и Чебышёва. Законы больших чисел Чебышёва и Бернулли. Усиленный закон больших чисел Колмогорова. Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределённых величин. Роль нормального закона в приложениях теории вероятностей. Теорема Муавра-Лапласа и теорема Пуассона для испытаний, проходящих по схеме Бернулли.	Интерактивный разбор вопросов по теме занятия, изложенных в видеолекциях, учебнике и дополнительных материалах электронного курса.Комментированное решение задач по

		теме занятия.Выполнение дополнительных заданий, предусмотренных в электронном курсе.
Математическая статистика: Выборочный метод	Моделирование выборок и сравнение выборочных характеристик с теоретическими (для случая известного теоретического распределения). Построение эмпирической функции распределения. Различные способы визуализации при работе с эмпирическими данными.	Интерактивный разбор вопросов по теме занятия, изложенных в видеолекциях, учебнике и дополнительных материалах электронного курса.Комментированное решение задач по теме занятия.Выполнение дополнительных заданий, предусмотренных в электронном курсе.
Математическая статистика: Точечные оценки параметров распределения	Понятие точечной оценки параметров распределений. Методы построения точечных оценок: метод моментов и метод максимального правдоподобия. Неравенство Рао-Крамера. Эффективные оценки.	Интерактивный разбор вопросов по теме занятия, изложенных в видеолекциях, учебнике и дополнительных материалах электронного курса.Комментированное решение задач по теме занятия.Выполнение дополнительных заданий, предусмотренных в электронном курсе.
Математическая статистика: Интервальные оценки параметров нормального распределения	Понятие об интервальной оценке параметров распределения. Построение доверительных интервалов для параметров нормального распределения и распределения Бернулли.	Интерактивный разбор вопросов по теме занятия, изложенных в видеолекциях, учебнике и дополнительных материалах электронного курса.Комментированное решение задач по

		теме занятия.Выполнение дополнительных заданий, предусмотренных в электронном курсе.
Математическая статистика: Статистические гипотезы. Проверка параметрических гипотез	Понятие о статистической гипотезе. Статистические критерии. Мощность критерия. Ошибки первого и второго рода при проверке гипотез. Одновыборочные и двухвыборочные критерии для параметров нормальных выборок. Проверка значимости коэффициента корреляции Пирсона.	Интерактивный разбор вопросов по теме занятия, изложенных в видеолекциях, учебнике и дополнительных материалах электронного курса.Комментированное решение задач по теме занятия.Выполнение дополнительных заданий, предусмотренных в электронном курсе.
Математическая статистика: Критерии согласия	Понятие о критериях согласия. Критерий согласия хи-квадрат. Случай простой гипотезы для дискретного распределения. Случай простой гипотезы для непрерывного распределения. Критерий Колмогорова. Критерий Колмогорова-Смирнова.	Интерактивный разбор вопросов по теме занятия, изложенных в видеолекциях, учебнике и дополнительных материалах электронного курса.Комментированное решение задач по теме занятия.Выполнение дополнительных заданий, предусмотренных в электронном курсе.
Математическая статистика: Статистический анализ зависимостей. Условные распределения	Понятие о функциональной и стохастической зависимости между величинами. Изменчивость условных математических ожиданий как предпосылка для изучения корреляционной зависимости.	Интерактивный разбор вопросов по теме занятия, изложенных в видеолекциях, учебнике и дополнительных материалах электронного курса.Комментированное решение задач по

		теме занятия.Выполнение дополнительных заданий, предусмотренных в электронном курсе.
Математическая статистика: Дисперсионный анализ Фишера (ANOVA)	Модели однофакторного и многофакторного дисперсионного анализа. Процедура проведения дисперсионного анализа, требования к проведению, анализ парных сравнений.	Интерактивный разбор вопросов по теме занятия, изложенных в видеолекциях, учебнике и дополнительных материалах электронного курса.Комментированное решение задач по теме занятия.Выполнение дополнительных заданий, предусмотренных в электронном курсе.
Математическая статистика: Непараметрические критерии независимости	Понятие о непараметрических критериях независимости. Коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла, их значимость. Критерий независимости хи-квадрат как специальный случай критерия согласия для сложной гипотезы.	Интерактивный разбор вопросов по теме занятия, изложенных в видеолекциях, учебнике и дополнительных материалах электронного курса.Комментированное решение задач по теме занятия.Выполнение дополнительных заданий, предусмотренных в электронном курсе.
Математическая статистика: Модель линейной регрессии	Математическая модель регрессии. Линейная регрессия. Оценки параметров регрессии по методу наименьших квадратов. Значимость коэффициентов регрессии. Понятие о многомерном корреляционном анализе.	Интерактивный разбор вопросов по теме занятия, изложенных в видеолекциях, учебнике и дополнительных материалах электронного курса.Комментированное решение задач по

		теме занятия.Выполнение дополнительных заданий, предусмотренных в электронном курсе.
--	--	--

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Теория вероятностей: Основы комбинаторики. Элементарные определения вероятностей	Основы комбинаторного анализа. Доказательство формул, применяемых для вычислений в комбинаторике.	Прослушивание и конспектирование видеолекций по теме занятия, работа с дополнительными источниками из списка рекомендованных к изучению. Выполнение тестов для самоподготовки по заданной теме.
Теория вероятностей: Конечное вероятностное пространство	Доказательство законов операций, имеющих место для событий. Аксиоматика Колмогорова и основные теоремы о вероятностях в рамках рассматриваемой аксиоматики.	Прослушивание и конспектирование видеолекций по теме занятия, работа с дополнительными учебными источниками из списка рекомендованных к изучению. Выполнение тестов для самоподготовки по заданной теме. Выполнение дополнительных тестовых заданий по изучаемой теме, предусмотренных в электронном курсе.
Теория вероятностей: Условные вероятности и независимость событий	Задачи на полную вероятность и формулу Байеса. Задачи на наиболее вероятное количество успешных испытаний, проходящих по схеме Бернулли. Модель схемы Бернулли с бесконечным числом испытаний.	Прослушивание и конспектирование видеолекций по теме занятия, работа с дополнительными учебными

		источниками из списка рекомендованных к изучению. Выполнение тестов для самоподготовки по заданной теме.Выполнение дополнительных тестовых заданий по изучаемой теме, предусмотренных в электронном курсе.
Теория вероятностей: Вероятностное пространство (общий случай). Случайные величины и функции распределения	Задачи на составление законов распределений дискретных случайных величин. Операции с независимыми случайными величинами.	Прослушивание и конспектирование видеолекций по теме занятия, работа с дополнительными учебными источниками из списка рекомендованных к изучению. Выполнение тестов для самоподготовки по заданной теме.Выполнение дополнительных тестовых заданий по изучаемой теме, предусмотренных в электронном курсе.
Теория вероятностей: Дискретные и абсолютно непрерывные случайные величины	Исследование и построение графиков функций распределения и функций плотности вероятности специальных непрерывных случайных величин.Вычисление асимметрии и эксцесса специальных распределений непрерывных случайных величин.Проверка счетной аддитивности с использованием различных критериев. Совместные абсолютно-непрерывные распределения, многомерное гауссовское распределение, гауссовость линейной комбинации компонент гауссовского вектора. Гамма-распределение. Распределение Коши.	Прослушивание и конспектирование видеолекций по теме занятия, работа с дополнительными учебными источниками из списка рекомендованных к изучению. Выполнение тестов для самоподготовки по заданной теме.Выполнение дополнительных тестовых заданий по изучаемой теме,

		предусмотренных в электронном курсе.
Теория вероятностей: Виды сходимости и предельные теоремы	Неравенства Маркова и Чебышёва для решения практических задач.Сходимость случайной последовательности по вероятностиМножество сходимости Сходимость случайной последовательности почти наверное. Связь со сходимостью по вероятности.Сходимость случайной последовательности в среднем и среднем квадратичном. Связь со сходимостью по вероятности. Сходимость случайной последовательности слабо по распределению. Связь со сходимостью по вероятности.Центральная предельная теорема в формулировке Ляпунова.	Прослушивание и конспектирование видеолекций по теме занятия, работа с дополнительными учебными источниками из списка рекомендованных к изучению. Выполнение тестов для самоподготовки по заданной теме.Выполнение дополнительных тестовых заданий по изучаемой теме, предусмотренных в электронном курсе.
Математическая статистика: Выборочный метод	Практические задачи на вычисление эмпирических характеристик признаков.Правила формирования выборочной совокупности, её описательная статистика.Подготовка данных для анализа с использованием библиотек numpy, pandas. Построение ящика с усами с использованием электронных таблиц и библиотек scipy.stats и seaborn	Прослушивание и конспектирование видеолекций по теме занятия, работа с дополнительными учебными источниками из списка рекомендованных к изучению. Выполнение тестов для самоподготовки по заданной теме.Выполнение дополнительных тестовых заданий по изучаемой теме, предусмотренных в электронном курсе.
Математическая статистика: Точечные оценки параметров распределения	Решение практических задач на формирование точечной оценки параметра генеральной совокупности на основе выборочной совокупности. Обоснование состоятельности, несмещённости и эффективности сформированной оценки.	Прослушивание и конспектирование видеолекций по теме занятия, работа с дополнительными учебными источниками из списка

		рекомендованных к изучению. Выполнение тестов для самоподготовки по заданной теме.Выполнение дополнительных тестовых заданий по изучаемой теме, предусмотренных в электронном курсе.
Математическая статистика: Интервальные оценки параметров нормального распределения	Решение практических задач на формирование доверительных интервалов параметров генеральной совокупности на основе выборочной совокупности.	Прослушивание и конспектирование видеолекций по теме занятия, работа с дополнительными учебными источниками из списка рекомендованных к изучению. Выполнение тестов для самоподготовки по заданной теме.Выполнение дополнительных тестовых заданий по изучаемой теме, предусмотренных в электронном курсе.
Математическая статистика: Статистические гипотезы. Проверка параметрических гипотез	Задачи на вычисление ошибки I и II рода, уровня значимости, мощности. Построение наиболее мощного критерия. Решение практических задач на проверку параметрических гипотез с применением различных статистик: Z-статистики, статистики Стьюдента, статистики Фишера и статистики хи-квадрат.	Прослушивание и конспектирование видеолекций по теме занятия, работа с дополнительными учебными источниками из списка рекомендованных к изучению. Выполнение тестов для самоподготовки по заданной теме.Выполнение дополнительных тестовых заданий по изучаемой теме, предусмотренных в электронном курсе.

Математическая статистика: Критерии согласия	Решение практических задач на применение критерия хи-квадрат, критерия Колмогорова и критерия Колмогорова-Смирнова.	Прослушивание и конспектирование видеолекций по теме занятия, работа с дополнительными учебными источниками из списка рекомендованных к изучению. Выполнение тестов для самоподготовки по заданной теме. Выполнение дополнительных тестовых заданий по изучаемой теме, предусмотренных в электронном курсе.
Математическая статистика: Статистический анализ зависимостей. Условные распределения	Задачи на условные распределения и условные математические ожидания в случае совместного абсолютно-непрерывного распределения.	Прослушивание и конспектирование видеолекций по теме занятия, работа с дополнительными учебными источниками из списка рекомендованных к изучению. Выполнение тестов для самоподготовки по заданной теме. Выполнение дополнительных тестовых заданий по изучаемой теме, предусмотренных в электронном курсе.
Математическая статистика: Дисперсионный анализ Фишера (ANOVA)	Решение практических задач, связанных с проведением двухфакторного дисперсионного анализа. Доказательство факторизационной теоремы.	Прослушивание и конспектирование видеолекций по теме занятия, работа с дополнительными учебными источниками из списка рекомендованных к изучению. Выполнение тестов

		для самоподготовки по заданной теме.Выполнение дополнительных тестовых заданий по изучаемой теме, предусмотренных в электронном курсе.
Математическая статистика: Непараметрические критерии независимости	Исследование выборок на независимость с помощью коэффициента ранговой корреляции, точного теста Фишера, критерия независимости хи-квадрат.Задачи непараметрической статистики в практике управления. Критерий Вилкоксона — Манна — Уитни (непараметрический критерий сравнения математических ожиданий для независимых выборок).	Прослушивание и конспектирование видеолекций по теме занятия, работа с дополнительными учебными источниками из списка рекомендованных к изучению. Выполнение тестов для самоподготовки по заданной теме.Выполнение дополнительных тестовых заданий по изучаемой теме, предусмотренных в электронном курсе.
Математическая статистика: Модель линейной регрессии	Оценка параметров линейной регрессии, вычисление коэффициента детерминации, проверка гипотез о параметрах регрессии	Прослушивание и конспектирование видеолекций по теме занятия, работа с дополнительными учебными источниками из списка рекомендованных к изучению. Выполнение тестов для самоподготовки по заданной теме.Выполнение дополнительных тестовых заданий по изучаемой теме, предусмотренных в электронном курсе.

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примеры задний контрольной работы № 1

1. В партии из 14 деталей имеется 7 стандартных. Наудачу отобраны 6 деталей. Найдите вероятность того, что среди отобранных деталей ровно 4 стандартных.
2. В круг радиуса 120 наудачу бросаются 2 точки. Найдите вероятность того, что расстояние от центра круга до ближайшей точки будет не меньше 40.
3. Вероятность попадания при одном выстреле в мишень 0, 81. Найдите вероятность хотя бы одного попадания при 3 выстрелах.
4. Детали, изготовленные в цехе, попадают к одному из 2-х контролёров. Вероятность того, что деталь попадёт к 1-му контролёру, равна 0, 3; ко 2-му – 0, 7. Вероятность того, что деталь будет признана стандартной 1-м контролёром равна 0, 95; 2-м контролёром - 0, 98. Изготовленная деталь при проверке была признана стандартной. Найдите вероятность того, что эту деталь проверял 1-й контролёр.
5. Отрезок длины 5 поделен на две части длины 2 и 3 соответственно, 9 точек последовательно бросают случайным образом на этот отрезок. Найдите вероятность того, что количество точек, попавших на отрезок длины 2, не будет равно 4.
6. Соискатель позиции в крупной фирме, отправляясь на собеседование, подготовил ответы на 20 вопросов из 30 заранее предложенных. Найти вероятность того, что из трех заданных ему вопросов он правильно ответит хотя бы на два.
7. В команде три стрелка, которые попадают в цель с вероятностью 0,6, пять стрелков, попадающих с вероятностью 0,8, и двенадцать, попадающих с вероятностью 0,7. Для зачетного выстрела стрелок определяется жребием. Какова вероятность того, что он попадет в цель?
8. В Интернет-магазине покупатель для покупки смартфона заказывает для выбора 5 смартфонов определенной фирмы, но разных моделей. Известно, что любой из этих смартфонов может быть бракованным с вероятностью 0,1. Покупатель проверяет приборы один за другим, пока не найдет хороший прибор, но делает не более трех попыток. Составить закон распределения случайной величины – числа

произведенных попыток. Найти ее математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение. Построить график функции распределения.

9. Случайная величина X распределена по закону Пуассона с параметром, равным 0,2. Вычислить: а) математическое ожидание величины $Y = 3X+10$; б) дисперсию величины $Y = 4 - 10X$; в) вероятность того, что величина X отклонится от своего математического ожидания по абсолютной величине меньше, чем на утроенное стандартное отклонение.

10. Для двумерной случайной величины $(X; Y)$: $P(X=0; Y=-1) = 0,1$; $P(X=0; Y=0) = 0,1$; $P(X=0; Y=1) = 0,1$; $P(X=1; Y=-1) = 0$; $P(X=1; Y=0) = 0,1$; $P(X=1; Y=1) = 0,1$; $P(X=2; Y=-1) = 0,1$; $P(X=2; Y=0) = 0,1$; $P(X=2; Y=1) = 0,1$; $P(X=3; Y=-1) = 0,1$; $P(X=3; Y=0) = 0,1$; $P(X=3; Y=1) = 0$ а) выписать одномерные законы распределений компонент X и Y , вычислить их математические ожидания и дисперсии; б) вычислить ковариацию и коэффициент корреляции компонент X и Y ; в) проверить, являются ли компоненты X и Y независимыми величинами; г) составить условный закон распределения величины $Z = (Y | X > 0)$ и вычислить её математическое ожидание и дисперсию.

11. Плотность вероятности случайной величины X имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{1}{4}, & 1 \leq x \leq b \\ 0, & x > b \end{cases}$$

а) Определить значение параметра b ; б) вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины X ; в) определить функцию распределения $F(x)$ величины и построить её график; г) Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что случайная величина принимает значения на отрезке от 1,5 до 3,5. Вычислить эту вероятность с помощью функции распределения. Объяснить различие результатов.

12. Известно, что рост человека является нормально распределенной случайной величиной. В результате выборочного обследования средний рост мужчины оценен как 177 см, а дисперсия оказалась равной 50. Записать выражение плотности вероятности и функцию распределения случайной величины роста мужчины. Найти вероятность того, что наудачу выбранный мужчина будет иметь рост: а) не менее 183 см, б) не более 180 см.

Примеры задний контрольной работы № 2

1. В 10 измерениях длины стержня одним прибором получены следующие результаты: 5,95; 5,71; 5,93; 5,97; 5,97; 6,0; 5,92; 6,1; 5,92; 5,98. Найти среднее значение, выборочную и "исправленную" выборочную дисперсии показаний прибора и соответствующие средние квадратические отклонения, выборочную долю показаний, не превосходящих 5,95.

2. В некоторой области по схеме собственно случайной бесповторной выборки было обследовано 100 предприятий малого бизнеса из 2500 с целью изучения объема привлечённых инвестиций. Найти: а) вероятность того, что средняя выплата отличается от средней выплаты в выборке не более чем на 15 т. руб.; б) границы, в которых с вероятностью 0,98 заключена доля предприятий, с объемом инвестиций от 600 до 900 т. руб; в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для среднего объема инвестиций (см. п. а)) можно гарантировать с вероятностью 0,95, если полученные данные представлены таблицей:

Величина привлечённых инвестиций (т.руб.)	Менее 600	600–700	700–800	800–900	900–1000	1000–1100	Итого
Количество предприятий	14	21	25	20	6	4	100

3. При испытании 1000 приборов зарегистрировано 102 сбоя работы. Найти доверительный интервал, покрывающий неизвестную вероятность p сбоя работы прибора с надежностью 0,85.

4. Глубина моря измеряется прибором, систематическая ошибка которого равна нулю, а случайные ошибки распределены нормально со среднеквадратичным отклонением $\sigma = 16$ м. Каково наименьшее число независимых измерений, при котором удастся определить глубину с ошибкой меньше 2 метров с надежностью не ниже 0,97?

5. С целью определения средней суммы вкладов на 1 января текущего года в сберегательном банке, имеющем 2000 вкладчиков, по схеме собственно-случайной выборки с бесповторным отбором членов проведено обследование 200

лицевых счетов. Составить интервальный вариационный ряд. Записать эмпирическую функцию распределения и построить ее график. На одном чертеже изобразить гистограмму и полигон частот. Вычислить выборочные числовые характеристики: среднее арифметическое, исправленную выборочную дисперсию, среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации, асимметрию, эксцесс, моду и медиану. Полученные данные исследования средней суммы вкладов (тыс. руб.) представлены в таблице:

612	442	498	284	667	563	709	388	518	717
218	600	605	131	547	517	448	818	732	842
501	385	238	682	400	498	305	610	463	618
537	453	546	723	190	608	607	620	117	705
562	212	520	414	316	408	405	355	457	569
367	429	254	568	413	572	423	755	154	588
594	473	340	335	566	402	401	502	756	558
792	565	474	526	502	408	674	828	483	465
596	670	502	601	452	523	741	261	327	556
541	496	141	274	394	555	409	511	644	560
549	763	739	455	475	287	522	743	535	630
494	562	488	562	656	559	540	592	591	348
498	495	457	644	379	877	398	272	363	597
231	539	667	583	369	492	559	662	239	532
574	568	621	663	223	714	649	476	619	428
494	567	536	359	502	511	389	621	573	305
520	561	634	609	563	359	343	702	489	136
725	495	507	627	775	489	419	430	598	511
661	593	386	643	182	366	611	464	665	427
389	779	761	644	607	536	706	694	462	354

6. По данным предыдущей задачи, заменить параметры генеральной совокупности соответственно их наилучшими выборочными числовыми характеристиками и используя критерий хи-квадрат, на уровне значимости, равном 0,05, проверить две гипотезы о том, что изучаемая случайная величина X – величина вклада распределена: а) по нормальному закону распределения; б) по равномерному закону распределения. Построить чертёж, на котором изображена гистограмма эмпирического распределения и соответствующие графики равномерного и нормального распределений.

7. По извлеченной из нормальной генеральной совокупности с известным стандартным отклонением, равным 1,9, случайной выборке объема, равного 396, найдено выборочное среднее, равное 39,2. На уровне значимости, равной [if ! msEquation] 100 120 115 120 117 122 120 118 121 124 Вычислить выборочный

коэффициент линейной корреляции, составить уравнения регрессий Y на X и X на Y и построить их графики.

Дополнительная информация

Контрольные работы № 1 и № 2 являются обязательной частью учебного плана и должны быть выполнены каждым студентом. Выполненные работы "выкладываются" студентом в личном кабинете, после чего работы становятся доступными для проверки ведущим преподавателем. Наблюдатель от кафедры и куратор группы контролируют сроки выполнения работ.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. *Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине.*

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

1) 1. Демонстрирует знания основных методов математического анализа и моделирования, применяет их на практике для решения

задач профессиональной деятельности.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: Основные понятия теории вероятностей и математической статистики; методики расчетов, используемые при анализе данных; вероятностные и статистические методы

Уметь: Использовать инструменты описательной статистики и визуализации данных, вероятностные и статистические методы для решения профессиональных задач

Типовые контрольные задания

1. Даны три вектора с характеристиками торгов финансового актива. Первый вектор - номера дат, второй - соответствующие этим датам цены, третий вектор - соответствующие этим датам объёмы. Необходимо расположить эти векторы в трёх столбцах на листе табличного процессора; удалить строки, соответствующие датам, когда не было торгов; для оставшейся части временного ряда удалить строки с нулевыми значениями цен и со значениями NA. После этого ввести сортировку по возрастанию номеров дат и вычислить среднее значение цены актива, среднее значение объёма актива, их стандартные отклонения, стандартную ошибку выборки для цены актива, коэффициент эксцесса цены, а также минимальные и максимальные значения цены и объёма.

2. Инвестор наблюдает за колебаниями котировок акций компаний А и В в течение 100 торговых дней (по закрытию торгов). Была получена следующая статистика: обе котировки падали в течение 30 дней, обе котировки росли в течение 27 дней, котировки А падали в то

время, как котировки В росли - в течение 23 дней, котировки А росли в то время, как котировки В падали в течение 20 дней. Необходимо на уровне значимости, равном 0,01, проверить гипотезу о равновероятности указанных сценариев роста и и падения котировок.

2) 2.Проводит теоретические исследования по выбранной области профессиональной деятельности.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: Принципы решения задач в области программной инженерии с использованием инструментария электронных таблиц, Python, Wolfram Mathematica, а также особенности реализации исследований по данной теме

Уметь: Использовать инструментарий электронных таблиц, Python, Wolfram Mathematica для решения задач в области программной инженерии, а также особенности реализации исследований

Типовые контрольные задания

1. На основании ряда совместных наблюдений цен акций трёх компаний определить, какие из инвестиционных операций по покупке акций выбранных компаний будут оптимальными по Парето (меры прибыльности и риска оценить по значениям логдоходностей акций выбранных компаний).
2. Описать линейную модель дисперсионного анализа и указать все возможные виды гипотез, доступные для проверки в рамках этой модели.

3) 3. Проводит численные эксперименты на основе математических или информационных методов, делает выводы и обосновывает их.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: Основные профессиональные пакеты прикладных программ для статистической обработки данных

Уметь: Использовать профессиональные пакеты прикладных программ для статистической обработки данных.

Типовые контрольные задания

1. Анализируются три группы финансовых показателей. В первой группе получены значения 11; 10; 8; во второй группе показатели оказались равны 5; 8; 9; а в третьей группе наблюдались значения 7; 11; 12. Необходимо вычислить межгрупповую и среднюю групповую дисперсии в предположении, что все наблюдаемые показатели независимы и нормальны, имеют одинаковые

дисперсии σ^2 в каждой группе, и математические ожидания μ_1, μ_2, μ_3 . Необходимо на уровне значимости, равном 0,05, проверить гипотезу о равенстве этих математических ожиданий $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$.

2. По выборочным данным реализовать проверку гипотезы об однородности нескольких выборок на основе критерия Пирсона и критерия Колмогорова-Смирнова с использованием инструментария Microsoft Excel, Python.

Примеры практико-ориентированных заданий

1. Собрать недельные данные о ценах закрытия и объёмах торгов по трём акциям, обращающимся на Московской бирже, с 01.01.2023 г. по сегодняшний день. Представить данные в таблице, после чего а) рассчитать для каждой акции недельные доходности и натуральные логарифмы объёмов торгов; б) построить гистограммы для всех показателей и описать их; в) провести условное форматирование данных об акциях; г) построить графики зависимости цен закрытия, объёмов, доходностей и логарифмов объёмов торгов от времени, отменить (если наблюдаются) зависимости данных признаков от времени; д) построить диаграммы рассеяния для каждой пары признаков; е) определить основные статистические показатели для данных об акциях.

2. В некоторых городах банк активно рекламировал новый кредитный продукт (A(1)), в некоторых городах давал минимальное количество рекламы (A(2)), а в некоторых городах вовсе не рекламировал (A(3)). В таблице приведены сведения о числе кредитов, выданных в отделениях банка, расположенных в городах этих трех типов:

номер отделения	A1	A2	A3
1	100	84	0
2	50	54	40
3	10	0	0
4	0	10	10
5	70	0	0
6	0	0	10

1. Проверить гипотезу об отсутствии влияния уровня рекламы на количество выданных кредитов.

2. Вычислить значение коэффициента детерминации.

3. Среди заёмщиков некоторого банка 50% составляют люди в возрасте от 21 до 30 лет, 30% — люди в возрасте от 31 до 50 лет, оставшиеся 20% — люди старше 50 лет. В одном из отделений банка в определенный месяц заявления о предоставлении кредита подали 26 человек в возрасте 21—30 лет, 15 человек в возрасте 31—50 лет и 9 человек

старше 50 лет. Проверьте на 5%ном уровне значимости гипотезу о том, что отклонение процентного состава заёмщиков от среднего по банку объясняется исключительно случайными факторами.

Примерные вопросы для подготовки к зачету, экзамену

Примерные вопросы для подготовки к зачету (2 семестр)

1. Основные понятия комбинаторики
2. Свойства биномиальных коэффициентов.
3. Классический способ подсчета вероятностей.
4. Геометрические вероятности.
5. Конечное вероятностное пространство.
6. Условные вероятности.
7. Формула умножения.
8. Формула полной вероятности и формула Байеса.
9. Независимые события. Попарная независимость и независимость в совокупности.
10. Схема повторных независимых испытаний (схема Бернулли). Формула Бернулли.
11. Алгебры и сигма-алгебры событий, измеримое пространство.
12. Конечно- и счетно-аддитивные меры на алгебре.
13. Вероятностное пространство (общий случай).
14. Борелевская сигма-алгебра на прямой.
15. Функция распределения случайной величины. Свойства функции распределения.
16. Случайный вектор. Независимость случайных величин. Функции от одной или нескольких случайных величин.
17. Арифметические операции над случайными величинами.
18. Дискретная случайная величина (ДСВ) и ее закон распределения.

19. Функция от дискретной случайной величины и арифметические операции над дискретными случайными величинами.
20. Основные числовые характеристики дискретных случайных величин и векторов: математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонение, ковариация и коэффициент корреляции.
21. Математическое ожидание функции от дискретной случайной величины.
22. Свойства математического ожидания, дисперсии, ковариации и коэффициента корреляции.
23. Некоторые дискретные распределения (равновероятное, биномиальное, пуассоновское, геометрическое), вычисление числовых характеристик.
24. Непрерывные и абсолютно непрерывные случайные величины. Свойства функции плотности.
25. Математическое ожидание и дисперсия абсолютно непрерывной случайной величины.
26. Математическое ожидание функции от абсолютно непрерывной случайной величины.
27. Равномерное распределение случайной величины на отрезке.
28. Показательное (экспоненциальное) распределение случайной величины
29. Нормальный закон распределения случайной величины.
30. Логнормальное распределение случайной величины
31. Гамма-распределение
32. Распределение Коши
33. Распределение функций от случайных величин и векторов с абсолютно непрерывным распределением
34. Нормальность суммы независимых нормальных случайных величин.
35. Дополнительные характеристики случайных величин: асимметрия, эксцесс, квантили, медиана, мода.
36. Неравенства Маркова и Чебышёва.
37. Сходимость случайной последовательности по вероятности

- 38. . Сходимость случайной последовательности почти наверное. Связь со сходимостью по вероятности.
- 39. Сходимость случайной последовательности в среднем и среднем квадратичном. Связь со сходимостью по вероятности.
- 40. Сходимость случайной последовательности слабо по распределению. Связь со сходимостью по вероятности.
- 41. Закон больших чисел. Теорема Чебышёва. Закон больших чисел в форме Бернулли.
- 42. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных слагаемых.
- 43. Теорема Муавра-Лапласа.
- 44. Теорема Пуассона.

Примерные вопросы для подготовки к экзамену (3 семестр)

- 1. Основные задачи математической статистики.
- 2. Понятие выборки.
- 3. Эмпирическая функция распределения гистограмма.
- 4. Выборочные характеристики как числовые характеристики эмпирического распределения.
- 5. Понятие статистик, порядковые статистики, вариационный ряд.
- 6. Точечные оценки параметров распределений
- 7. Свойства точечных оценок: состоятельность, сильная состоятельность, несмещённость, асимптотическая нормальность.
- 8. Методы построения точечных оценок. Метод моментов.
- 9. Метод максимального правдоподобия. 10. Среднеквадратический и асимптотический подходы к сравнению оценок. Оптимальные оценки.
- 10. Регулярные семейства распределений. Информационное количество Фишера.
- 11. Неравенство Рао-Крамера.
- 12. Эффективные оценки.

13. Доверительный интервал.
14. . Распределение хи-квадрат.
15. Распределение Стьюдента (t-распределение).
16. Распределение Фишера.
17. Лемма и теорема Фишера.
18. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при известном значении дисперсии.
19. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения при известном математическом ожидании.
20. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения при неизвестном математическом ожидании.
21. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при неизвестном значении дисперсии.
22. Доверительный интервал для вероятности успеха в схеме Бернулли.
23. Понятие статистической гипотезы.
24. Виды гипотез, статистический критерий, статистика критерия, критическая область
25. Общая схема проверки гипотезы. Ошибки I и II рода, уровень значимости, мощность.
26. Критерий отношения правдоподобия. Лемма Неймана-Пирсона.
27. Выборочный коэффициент корреляции. Значимость коэффициента корреляции.
28. Проверка гипотезы о числовом значении математического ожидания нормального распределения (с известным и неизвестным значением дисперсии).
29. Проверка гипотезы о числовом значении вероятности успеха в схеме Бернулли.
30. Проверка гипотезы о числовом значении дисперсии нормального распределения (при известном и неизвестном значении математического ожидания).
31. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий нормальных выборок при повторных измерениях.
32. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух независимых нормальных выборок.

33. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух независимых нормальных выборок при известных дисперсиях.
34. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух независимых нормальных выборок при неизвестных равных дисперсиях.
35. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух независимых нормальных выборок при неизвестных неравных (вообще говоря) дисперсиях.
36. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей успеха двух независимых схем Бернулли.
37. Критерий согласия хи-квадрат. Теорема Пирсона.
38. Критерий хи-квадрат для дискретного распределения, случай проверки простой гипотезы.
39. Критерий хи-квадрат для абсолютно-непрерывного распределения, случай проверки простой гипотезы.
40. Состоятельность критерия хи-квадрат.
41. Критерий хи-квадрат в случае сложной гипотезы для нормального распределения
42. . Критерий хи-квадрат в случае сложной гипотезы для геометрического и распределения Пуассона
43. Условные распределения и условные математические ожидания для дискретных распределений. Формула полного математического ожидания.
44. Условная дисперсия и формула полной дисперсии.
45. Условные распределения и условные математические ожидания в случае совместного абсолютно-непрерывного распределения.
46. Модель однофакторного дисперсионного анализа.
47. Процедура проведения дисперсионного анализа, требования к проведению, анализ парных сравнений.
48. Ранговый коэффициент корреляции Спирмена, критерий значимости.
49. Точный тест Фишера.
50. Критерий независимости хи-квадрат
51. Байесовский подход к оценке параметров.

52. Полные и достаточные статистики.
53. Факторизационная теорема Неймана-Фишера.
54. Математическая модель регрессии.
55. Оценки параметров линейной регрессии.
56. Свойства МНК-оценок.
57. Теорема Гаусса-Маркова.

Пример экзаменационного билета (3 семестр)

№ 1 (6 баллов). Выплаты страховой фирмы клиенту по страхованию имущества имеют среднее значение, равное 1 млн. руб. при среднем квадратическом отклонении, равном 200 тыс. руб. Определить нижнее предельное значение вероятности, с которой страховой фирме придётся заплатить 25 клиентам от 20 до 30 млн. руб. Ответ записать с точностью 0,001.

№ 2 (6 баллов). Из генеральной совокупности извлечена повторная выборка объёма 100:

Наблюдаемые значения признака	10	30	50
Наблюдаемые частоты	10	10	80

Используя выборочные данные, вычислить состоятельную оценку генеральной доли значений этого признака, не превосходящих 35.

№ 3 (6 баллов). Оценить изменчивость выборочной дисперсии при увеличении в два раза всех значений исходного вариационного ряда.

№ 4 (6 баллов). Оценить изменчивость доверительного интервала при увеличении доверительной вероятности и неизменности объёма выборки.

№5 (6 баллов). Определить доверительный интервал для неизвестной теоретической вероятности, если выборочная доля этого признака при 10000 наблюдений оказалась равной 0,245. Доверительную вероятность считать равной 0,025.

№6 (6 баллов). При использовании критерия Колмогорова получены наблюдаемое значение статистики Колмогорова, равное 0,94. При критическом значении, равном 0,4, определить возможность подтверждения гипотезы о нормальном распределении признака в генеральной совокупности.

№ 7 (6 баллов). Известно значение условного математического ожидания $E(X | Y = y) = 5$. Вычислить значение условного математического ожидания $E(3X + 4 | Y = y)$.

№ 8 (6 баллов). При проведении однофакторного дисперсионного анализа наблюдаемое значение статистики оказалось равным 450. Оценить возможность подтверждения гипотезы о равенстве математических ожиданий в группах наблюдений, если критические значения определяются равными 250 (левое) и 500 (правое).

№ 9 (6 баллов). Определить вид ранговой корреляционной связи между признаками при выборочном коэффициенте корреляции Спирмена, равном 0,4, и критическом значении, равном 0,89.

№ 10 (6 баллов). Определить значение коэффициента ранговой корреляции Спирмена при полной обратной зависимости между двумя качественными признаками.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Нормативные правовые акты:

Федеральный закон РФ от 29.12.2012 №273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации».

Основная литература:

1. Кремер, Наум Шевелевич Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. 5-е изд., пер. и доп Электрон. дан. Москва : Юрайт, 2025 538 с (Высшее образование) URL: <https://urait.ru/bcode/565694> (дата обращения: 01.09.2025). Режим доступа: Электронно-библиотечная система Юрайт, для авториз. пользователей <https://urait.ru/bcode/565694> ISBN 978-5-534-10004-4 : 2539.00. [БИК ID: RU2fURAIT2f565694]
2. Математика. Общий курс. Анализ данных. / Борисова Л. Р., Кремер Н. Ш., Степанов С. Е., Фридман М. Н., Цыганок И. И. Ч. 2 : Математика. Общий курс. Анализ данных. Часть 2 : Учебное пособие для студентов онлайн-образования . Ч. 2 / Борисова Л. Р., Кремер Н. Ш., Степанов С. Е., Фридман М. Н., Цыганок И. И. Москва : Прометей, 2024 624 с. Книга из коллекции Прометей - Математика <https://e.lanbook.com/book/446063> ISBN 978-5-00172-712-5. [БИК ID: RU-LAN-BOOK-446063]

Дополнительная литература:

1. Соловьев, В.И. Анализ данных в экономике: Теория вероятностей прикладная статистика обработка и анализ данных в Microsoft Excel : Учебник / В.И. Соловьев Электрон. дан. Москва : КноРус, 2025 497 с. Режим доступа: book.ru Internet access <https://book.ru/book/955517> ISBN 978-5-406-13693-5. [БИК ID: RU\bookru\bibl\955517]
2. Гмурман, Владимир Ефимович Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. 11-е изд., пер. и доп Электрон. дан. Москва : Юрайт, 2025 406 с (Высшее образование) URL: <https://urait.ru/bcode/559583> (дата обращения: 01.09.2025). Режим доступа: Электронно-библиотечная система Юрайт, для авториз. пользователей <https://urait.ru/bcode/559583> ISBN 978-5-534-08389-7 : 1589.00. [БИК ID: RU2fURAIT2f559583]

3. Свешников, А. А. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций [Электронный ресурс] / Свешников А. А. 5-е изд., стер. Санкт-Петербург : Лань, 2022 448 с. Книга из коллекции Лань - Математика <https://e.lanbook.com/book/211169> ISBN 978-5-8114-0708-8. [БИК ID: RU-LAN-BOOK-211169]

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/> (<http://library.fa.ru/files/elibfa.pdf>)
2. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
3. Электронно-библиотечная система издательства "Лань" <https://e.lanbook.com/>
4. Образовательная платформа "ЮРАЙТ" <https://urait.ru/>
5. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
6. Информационно-образовательный портал Финуниверситета: <https://org.fa.ru>
7. •Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>
8. •Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znanium.ru/>
9. СПАРК <https://spark-interfax.ru/>
10. Платформа STATISTA <https://www.statista.com/>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Цель методических рекомендаций – обеспечить студенту бакалавриата (далее – студенту) оптимальную организацию процесса изучения дисциплины, а также выполнения различных форм самостоятельной работы.

Студентам необходимо ознакомиться с содержанием рабочей программы дисциплины (далее – РПД), с целями и задачами дисциплины, ее связями с другими дисциплинами образовательной программы, методическими разработками по данной дисциплине, имеющимися на образовательном портале и сайте факультета.

Изучение дисциплины требует систематического и последовательного накопления знаний, следовательно, пропуски отдельных тем не позволяют глубоко освоить предмет.

Студентам рекомендуется перед тем, как слушать видеолекцию, просмотреть рабочую программу дисциплины, а также распечатать на бумажном носителе презентацию, представленную лектором на портале (или в электронном курсе). При затруднениях в восприятии материала следует обратиться к рекомендуемому учебнику или повторно прослушать видеолекцию. Можно с возникающими вопросами обращаться к преподавателю, проводящему вебинары. Не рекомендуется оставлять «белые пятна» в освоении материала.

Студентам до очередного вебинара рекомендуется изучить теоретический материал, соответствующей темы занятия, используя для этого видеолекции, учебники и дополнительные материалы, содержащиеся в электронном курсе. В начале занятия можно задать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и освоении или при решении задач, заданных для самостоятельного решения. В ходе вебинара давать конкретные, четкие ответы по существу вопросов преподавателя, проводящего вебинар; доводить каждую задачу до окончательного решения, демонстрировать понимание проведенных расчетов (анализов, ситуаций), прикладывая решения в чат. В случае затруднений можно обращаться к преподавателю.

Самостоятельная работа студентов включает в себя выполнение различного рода заданий, которые ориентированы на более глубокое усвоение материала изучаемой дисциплины. К выполнению заданий для самостоятельной работы предъявляются следующие требования: задания должны выполняться самостоятельно и представляться в установленный срок, а также соответствовать установленным требованиям по оформлению. Отдельной формой самостоятельной работы является прохождение тестов самоподготовки по каждой изучаемой теме, содержащиеся в электронном курсе.

Контроль за прохождением тестов самоподготовки осуществляется автоматически и учитывается преподавателем при аттестации студента.

Выполнение контрольных работ и прохождение тестов текущего контроля также контролируется и оценивается преподавателем (при этом баллы за тест текущего контроля студенту становятся известны сразу после его прохождения).

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

Комплект лицензионного программного обеспечения:

1. Python 3.8
2. Язык R

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>
2. Язык программирования Python 3. <https://pythonworld.ru/>
3. Размещение ЭУК: <https://www.campus.fa.ru/>
4. Просмотр информации дисциплинам, Департаментам и кафедрам, которые их реализуют, курс и семестр обучения: reestr.fa.ru
5. Webinar
6. Информационная система СПАРК
7. Эконометрический пакет R и интерфейс RStudio или другие системы компьютерной математики (например, MAXIMA или Wolfram A)
8. Статистическая база данных Росстата, Федерального казначейства, Международного валютного фонда World Economic Outlook Database, IMF International Financial Statistics.
9. Пакет «STATISTICA»
10. MatLab

Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации:

1. не предусмотрены

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. **Компьютерный класс** для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, в том числе групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенный оборудованием и техническими средствами обучения: мебель аудиторная (столы, стулья, доска аудиторная), персональные компьютеры, набор демонстрационного оборудования (проектор, экран)

2. **Учебная аудитория** для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, в том числе групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения: мебель аудиторная (столы, стулья, доска аудиторная), набор демонстрационного оборудования (проектор, экран)

3. Библиотека, читальный зал