

Кафедра моделирования и системного анализа
Факультет информационных технологий и анализа больших данных

Документ подписан усиленной неквалифицированной электронной подписью.

Организация: «ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Сертификат: 7/LIXu4ORbyRB+ZcXdnB0pNepokOwKJ7

Утверждено: Проректор по учебной и методической работе, Е.А. Каменева

Дата: 14.10.2025 г.

М.В. Добрина , М.Ю. Михалева
Основы математического моделирования

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки

09.03.04 - Программная инженерия,

Образовательная программа «Инженер-разработчик программного обеспечения»

Профиль:

«Инженер-разработчик программного обеспечения»

Рекомендовано

*Факультет информационных технологий и анализа больших данных
(протокол № 08 от 19.05.2026 г.)*

Одобрено

*Кафедра моделирования и системного анализа
(протокол № 10 от 28.04.2026 г.)*



Содержание

1. Наименование дисциплины	3
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине	3
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы	
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	7
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий	8
5.1. Содержание дисциплины	8
5.2. Учебно – тематический план	10
5.3. Содержание семинаров, практических занятий	11
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	14
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	14
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю	16
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	17
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	8
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	8
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	32
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)	33
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	33



1. Наименование дисциплины

Основы математического моделирования

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ПКП-5	Способность проектировать и реализовывать интеллектуальные информационные системы	1. Демонстрирует знания основных методов машинного обучения и интеллектуального анализа данных, применяет готовые инструменты для создания интеллектуальных алгоритмов	Знать: фундаментальные понятия теории графов и марковских случайных процессов, лежащие в основе структурной организации и динамики функционирования информационных систем Уметь: идентифицировать математические объекты в архитектуре информационных систем и описывать процессы обработки данных в терминах соответствующих математических моделей
		2. Понимает особенности интеллектуальных информационных систем в части операций разработки, развертывания и сопровождения	Знать: точные методы оптимизации (динамическое программирование) и приближённые методы (градиентный спуск, жадные алгоритмы) с точки зрения вычислительной сложности, гарантий сходимости и требований к ресурсам Уметь: обоснованно выбирать метод решения в зависимости от размерности задачи и допустимых временных затрат при разработке программного модуля информационной системы



Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
		3. Адаптирует практики создания программных продуктов, в том числе командные, для интеллектуальных информационных систем	Знать: этапы построения математической модели и их соответствие этапам разработки информационной системы — от формализации задачи до алгоритмической реализации Уметь: описывать процесс создания программного модуля ИС в терминах последовательного перехода от математической постановки к выбору численного метода и далее к структуре данных
		4. Организует сбор и подготовку данных для систем машинного обучения, в том числе потоковых, онлайн обучения	Знать: особенности программной реализации градиентных методов безусловной оптимизации и динамического программирования с учётом требований к вычислительной эффективности и потребляемой памяти Уметь: реализовывать на языках программирования алгоритмы обработки дискретных марковских цепей и алгоритмы поиска кратчайших путей на графах.



Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	1. Демонстрирует знания основных методов математического анализа и моделирования, применяет их на практике для решения задач профессиональной деятельности	Знать: основные численные методы оптимизации (градиентный спуск, динамическое программирование, жадные алгоритмы), аппарат теории графов и марковских цепей как инструменты, используемые при построении и исследовании математических моделей. Уметь: применять математическое моделирование для решения профессиональных задач, используя в качестве инструментария методы оптимизации, рекуррентные соотношения Беллмана, расчёт финальных вероятностей марковских цепей и алгоритмы на графах.
		2. Проводит теоретические исследования по выбранной области профессиональной деятельности.	Знать: основные этапы теоретического исследования, применительно к математическому моделированию - способы формализации задачи, выбор типа модели, обоснование выбора методов решения задач, анализ границ применимости модели. Уметь: проводить сравнительный анализ методов оптимизации с обоснованием выбора в зависимости от размерности задачи и требований к точности, анализировать сходимость градиентных методов, условия существования финальных вероятностей марковских цепей
		3. Проводит численные эксперименты на основе математических или информационных методов, делает выводы и обосновывает их.	Знать: основные этапы проведения численного эксперимента: выбор метода решения задачи, задание входных параметров, выполнение расчётов, анализ сходимости и устойчивости полученных результатов. Уметь: выполнять расчёты в соответствии с выбранным



Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
			математическим методом и сравнивать полученные результаты с теоретически ожидаемыми, формулировать выводы о корректности модели и рекомендации для её применения в информационной системе.



3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Основы математического моделирования» относится к «Модулю "Анализ данных"».

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

очно-заочная форма обучения

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 8 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	3/108	108
Контактная работа – Аудиторные занятия	26	26
<i>Лекции</i>	<i>8</i>	<i>8</i>
<i>Семинары, практические занятия</i>	<i>18</i>	<i>18</i>
<i>Самостоятельная работа</i>	<i>82</i>	<i>82</i>
Вид текущего контроля	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Зачет	Зачет



5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

Тема 1. Введение в математическое моделирование

1. Математическое моделирование как метод.
2. Математическая модель задачи (объекта).
3. Два класса математических моделей (дескриптивные и оптимизационные) и две их формы (структурная и приведённая).
4. Типы и примеры математических объектов.

Тема 2. Математическое программирование

1. Градиентные методы безусловной оптимизации. Понятие градиента функции нескольких переменных.
2. Итерационная схема градиентного спуска.
3. Проблема выбора шага: постоянный шаг, дробление шага, наискорейший спуск (с одномерной минимизацией вдоль антиградиента). Модификации для задач большой размерности и нестационарных целевых функций.
4. Динамическое программирование. Принцип оптимальности Беллмана.
5. Построение рекуррентных соотношений для многошаговых процессов.
6. Решение задач распределения ресурсов, замены оборудования.
7. Вычислительная сложность алгоритмов и применение метода динамического программирования для решения задач на ациклических ориентированных графах и в области дискретной оптимизации.
8. Эвристические и приближённые методы оптимизации.
9. Жадные алгоритмы как способ получения допустимого решения. Условия применимости жадных алгоритмов.
10. Сравнительный анализ точных методов (динамическое программирование) и приближённых (градиентные методы с ограничениями, жадные алгоритмы) с точки зрения программной реализации, вычислительной эффективности и гарантий качества решения.

Тема 3. Моделирование случайных процессов

1. Дискретный марковский процесс.
2. Марковская однородная цепь.



3. Марковская неоднородная цепь.
4. Дискретный марковский случайный процесс с непрерывным временем.
5. Финальные вероятности однородной марковской цепи.
6. Финальные вероятности состояния системы, в которой протекает дискретный марковский процесс с непрерывным временем.

Тема 4. Графы и сети

1. Основные определения теории графов.
2. Элементы графа.
3. Способы задания графа. Подграфы.
4. Цепи, циклы. Связность.
5. Деревья.
6. Эйлеровы графы.
7. Сети. Цепи в сетях. Соединения сетей.
8. Потоки в сетях.
9. Сильно связные сети и несепарабельные графы.
10. Каноническое разложение сетей.
11. Подсчёт числа графов и сетей.



5.2. Учебно – тематический план

Очно-заочная форма обучения

п/ п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах				
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практические занятия	
1	Введение в математическое моделирование	14	4	2	2	10
2	Математическое программирование	32	8	2	6	24
3	Моделирование случайных процессов	32	8	2	6	24
4	Графы и сети	30	6	2	4	24
В целом по дисциплине		108	26	8	18	82



5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарах, практических занятиях	Формы проведения занятий
Введение в математическое моделирование	Идентификация типа модели: определение, является ли модель дескриптивной или оптимизационной, структурной или приведённой. Построение математической модели экономической или технической задачи по словесному описанию: ввод обозначений (эндогенные и экзогенные переменные), составление целевой функции и ограничений.	Решение практико-ориентированных задач, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.
Математическое программирование	Вычисление градиента функции нескольких переменных, геометрическая интерпретация направления наискорейшего возрастания, проверка условий стационарности для безусловной оптимизации. Реализация итерационной схемы градиентного спуска: постоянный шаг, дробление шага, наискорейший спуск с одномерной минимизацией вдоль антиградиента. Принцип оптимальности Беллмана и построение рекуррентных соотношений для задачи распределения ресурсов и замены оборудования Жадные алгоритмы: условия применимости, построение допустимого решения для задачи выбора заявок и задачи о непрерывном рюкзаке, сравнение с точным решением. Сравнительный анализ точных методов (динамическое программирование) и приближённых (градиентные спуск	Решение практико-ориентированных задач, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.



Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарах, практических занятиях	Формы проведения занятий
	с ограничениями, жадные алгоритмы) с точки зрения программной реализации, вычислительной эффективности и гарантий качества решения.	
Моделирование случайных процессов	Построение графа переходов дискретной марковской цепи с дискретным временем, расчёт матрицы переходных вероятностей за несколько шагов с использованием уравнения Колмогорова - Чепмена, вычисление безусловных вероятностей состояний. Марковские неоднородные цепи: учёт зависимости переходных вероятностей от номера шага, расчёт траекторных вероятностей, моделирование эволюции системы с переменными параметрами. Дискретные марковские процессы с непрерывным временем: построение графа интенсивностей переходов, составление систем дифференциальных уравнений Колмогорова, решение для частного случая двух состояний. Финальные вероятности для однородных марковских цепей с дискретным временем: проверка эргодичности, решение системы линейных алгебраических уравнений для нахождения предельного распределения. Финальные вероятности для марковских процессов с непрерывным временем: составление системы линейных уравнений относительно финальных вероятностей через	Решение практико-ориентированных задач, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.



Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарах, практических занятиях	Формы проведения занятий
	уравнивание потоков, решение для многоканальных систем массового обслуживания.	
Графы и сети	Основные определения теории графов: вершины, рёбра, ориентированные и неориентированные графы, способы задания (матрица смежности, матрица инцидентности, список рёбер), выделение подграфов. Цепи, циклы, связность компоненты графа, алгоритмы обхода (поиск в глубину и в ширину), определение эйлеровых графов и построение эйлерова цикла Деревья: свойства, выделение остовного дерева алгоритмами Прима и Краскала, задачи минимального покрывающего дерева. Сети: определение сети, пропускные способности рёбер, задача о максимальном потоке. Сильно связанные сети и несепарабельные графы: поиск точек сочленения и мостов, алгоритмы выделения компонент сильной связности, применение в анализе надёжности информационных систем.	Решение практико-ориентированных задач, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.



6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Введение в математическое моделирование	Проверка адекватности математической модели и границы ее применимости	Изучение рекомендованных к занятию литературных источников. Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к зачету.
Математическое программирование	Модификации градиентных методов для задач большой размерности (обзор).	Изучение рекомендованных к занятию литературных источников. Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к зачету.
Моделирование случайных процессов	Дискретные марковские случайные процессы с непрерывным временем: вывод и решение системы дифференциальных уравнений Колмогорова для произвольного числа состояний.	Изучение рекомендованных к занятию литературных источников. Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к зачету.
Графы и сети	Представление системы в виде ориентированного графа и применение алгоритмов выделения компонент сильной связности для выявления циклических зависимостей между модулями при проектировании архитектуры информационной системы.	Изучение рекомендованных к занятию литературных источников. Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к зачету.



6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примерные вопросы для подготовки к контрольной работе

1. Градиентные методы безусловной оптимизации.
2. Итерационная схема градиентного спуска.
3. Динамическое программирование. Принцип оптимальности Беллмана.
4. Построение рекуррентных соотношений для многошаговых процессов.
5. Решение задач распределения ресурсов, замены оборудования.
6. Оценка временной и ёмкостной сложности. Применение для оптимизации на графах и в задачах дискретной оптимизации.
7. Эвристические и приближённые методы оптимизации.
8. Жадные алгоритмы как способ получения допустимого решения.
9. Дискретный марковский процесс.
10. Марковская однородная цепь.
11. Марковская неоднородная цепь.
12. Дискретный марковский случайный процесс с непрерывным временем.
13. Финальные вероятности однородной марковской цепи.
14. Элементы графа.
15. Способы задания графа. Подграфы.
16. Цепи, циклы. Связность.
17. Деревья.
18. Эйлеровы (чётные) графы.
19. Сети. Цепи в сетях. Соединения сетей.
20. Потоки в сетях.
21. Сильно связные сети и несепарабельные графы.
22. Каноническое разложение сетей.
23. Подсчёт числа графов и сетей.

Примерные задания контрольной работы

Задание 1

Мобильное приложение обрабатывает входящие запросы пользователей. Система может находиться в трёх состояниях: S1 нормальная работа, S2 высокая нагрузка, S3 аварийный режим. Переходы между состояниями происходят каждую секунду с вероятностями, заданными матрицей $P = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 & 0 \\ 0,2 & 0,6 & 0,2 \\ 0 & 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$. Требуется построить граф переходов марковской цепи, найти вектор финальных вероятностей состояний, решив систему линейных уравнений, и интерпретировать результат: сколько процентов времени система будет находиться в аварийном режиме S3.



Задание 2

Архитектура микросервисного приложения представлена ориентированным графом, где вершины сервисы A B C D E, а рёбра вызовы между ними с указанием времени ответа в мс: $A \rightarrow B$ (10), $A \rightarrow C$ (15), $B \rightarrow D$ (20), $C \rightarrow D$ (5), $D \rightarrow E$ (10). Требуется определить, является ли граф ациклическим, найти кратчайший путь от сервиса A до сервиса E методом динамического программирования, указать минимальное время ответа и последовательность вызовов.

Задание 3

Информационная система управляет кэш-памятью. Эффективность системы описывается целевой функцией двух переменных размер кэша x_1 и время жизни кэша x_2 : $f(x_1, x_2) = 100 - (x_1 - 4)^2 - (x_2 - 3)^2$. Требуется определить тип модели дескриптивная или оптимизационная, структурная или приведённая, вычислить градиент функции в точке (5,2), определить направление наискорейшего спуска, найти точку максимума аналитически, а также предложить способ модификации метода для случая, если x_1 и x_2 могут изменяться только дискретно с шагом 1.

Дополнительная информация

Текущий контроль успеваемости осуществляется в ходе учебного процесса и консультирования студентов, по результатам выполнения ими самостоятельных работ. Основными формами текущего контроля знаний являются:

- решение задач на компьютере, в том числе с помощью интеллектуального анализа данных, описание сути и технологии решения задач;
- ответы на вопросы Примерного перечня вопросов для промежуточного тестирования.



7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. «Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний

Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
ПКП-5. Способность проектировать и реализовывать интеллектуальные информационные системы	1. Демонстрирует знания основных методов машинного обучения и интеллектуального анализа данных, применяет готовые инструменты для создания интеллектуальных алгоритмов	Знать: фундаментальные понятия теории графов и марковских случайных процессов, лежащие в основе структурной организации и динамики функционирования информационных систем Уметь: идентифицировать математические объекты в архи-	Дан ориентированный граф, заданный матрицей смежности. Определите, является ли граф ациклическим. Если да, найдите длину кратчайшего пути из вершины А в вершину В, используя принцип динамического программирования.



Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
		текстуре информационных систем и описывать процессы обработки данных в терминах соответствующих математических моделей	
	2. Понимает особенности интеллектуальных информационных систем в части операций разработки, развертывания и сопровождения	Знать: точные методы оптимизации (динамическое программирование) и приближенные методы (градиентный спуск, жадные алгоритмы) с точки зрения вычислительной сложности, гарантий сходимости и требований к ресурсам Уметь: обоснованно выбирать метод ре-	Вы разрабатываете модуль информационной системы для автоматизации распределения вычислительных ресурсов сервера между тремя параллельными процессами (общий объем — 5 ГБ оперативной памяти). Сравните два подхода к реализации алгоритма оптимизации в коде: динамическое программирование (точное решение) и жадный алгоритм (приближенное решение). Укажите достоинства и недостатки каждого с точки зрения временной сложности, потребления памяти и гарантии оптимальности результата. Обоснуйте, какой метод вы выберете для промышленной реализации ИС.



Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
		шения в зависимости от размерности задачи и допустимых временных затрат при разработке программного модуля информационной системы	
	3. Адаптирует практики создания программных продуктов, в том числе командные, для интеллектуальных информационных систем	Знать: этапы построения математической модели и их соответствие этапам разработки информационной системы — от формализации задачи до алгоритмической реализации Уметь: описывать процесс создания программного модуля ИС в терминах по-	Опишите процесс разработки модуля информационной системы для расчёта финальных вероятностей состояний технической системы, функционирующей как дискретный марковский процесс с непрерывным временем. Перечислите следующие этапы: 1) формализацию задачи в терминах графа состояний; 2) выбор численного метода решения системы линейных уравнений; 3) определение структуры хранения данных (матрица интенсивностей переходов, вектор вероятностей); 4) описание выходного интерфейса модуля.



Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
		следовательного перехода от математической постановки к выбору численного метода и далее к структуре данных	
	4. Организует сбор и подготовку данных для систем машинного обучения, в том числе потоковых, онлайн обучения	Знать: особенности программной реализации градиентных методов безусловной оптимизации и динамического программирования с учётом требований к вычислительной эффективности и потребляемой памяти Уметь: реализовывать на языках программирования алгоритмы обработки	Реализуйте на любом языке программирования модуль для расчёта финальных вероятностей состояний информационной системы, функционирующей как дискретный марковский процесс с непрерывным временем. Входные данные: матрица интенсивностей переходов (размерностью $n \times n$) и вектор начальных вероятностей. Выходные данные: вектор финальных вероятностей, полученный решением системы линейных уравнений. Программная реализация должна включать: проверку эргодичности цепи, выбор численного метода, обработку краевых случаев (вырожденная матрица). Обоснуйте выбранный численный метод с точки зрения требований к точности и времени выполнения.



Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
		дискретных марковских цепей и алгоритмы поиска кратчайших путей на графах.	
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессио-	1. Демонстрирует знания основных методов математического анализа и моделирования, применяет их на практике для решения задач профессиональной деятельности	Знать: основные численные методы оптимизации (градиентный спуск, динамическое программирование, жадные алгоритмы), аппарат теории графов и марковских цепей как инструменты, используемые при построении и исследовании математических моделей. Уметь: применять математическое мо-	На основе логов эксплуатации информационной системы получены вероятности перехода между состояниями нагрузки за один час. Система может находиться в трёх состояниях: низкая нагрузка (S1), средняя нагрузка (S2), высокая нагрузка (S3). Матрица переходных вероятностей имеет вид: из S1 в S1 – 0,7, в S2 – 0,3, в S3 – 0,0; из S2 в S1 – 0,2, в S2 – 0,6, в S3 – 0,2; из S3 в S1 – 0,0, в S2 – 0,4, в S3 – 0,6. Требуется построить граф переходов, составить систему линейных уравнений для нахождения финальных вероятностей, решить её и определить долю времени, когда система находится в состоянии высокой нагрузки S3. Полученный результат интерпретировать с точки зрения необходимости масштабирования инфраструктуры.



Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
нальной деятельности		делирование для решения профессиональных задач, используя в качестве инструментария методы оптимизации, рекуррентные соотношения Беллмана, расчёт финальных вероятностей марковских цепей и алгоритмы на графах.	
	2. Проводит теоретические исследования по выбранной области профессиональной деятельности.	Знать: основные этапы теоретического исследования, применительно к математическому моделированию - способы формализации задачи, выбор типа модели, обоснование выбора	Проведите теоретическое исследование задачи распределения вычислительных ресурсов между пятью модулями информационной системы. Общий объём ресурса составляет 10 условных единиц. Для решения предлагаются три метода: полный перебор, динамическое программирование и жадный алгоритм. Требуется обосновать выбор метода с точки зрения временной сложности, потребления памяти и гарантии получения оптимального решения. Указать границы применимости каждого метода в зависимости от размерности задачи. Результат оформить в виде краткого аналитического заключения с обоснованием рекомендаций для практической реализации в составе информационной системы.



Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
		методов решения задач, анализ границ применимости модели. Уметь: проводить сравнительный анализ методов оптимизации с обоснованием выбора в зависимости от размерности задачи и требований к точности, анализировать сходимость градиентных методов, условия существования финальных вероятностей марковских цепей	
	3. Проводит численные эксперименты на основе математиче-	Знать: основные этапы проведения численного экспери-	Для информационной системы, обрабатывающей запросы пользователей, построена марковская модель с тремя состояниями нагрузка низкая, средняя, высокая. Матрица переходных вероятностей за один шаг известна и задана. Требуется выполнить числен-



Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
	ских или информационных методов, делает выводы и обосновывает их.	мента: выбор метода решения задачи, задание входных параметров, выполнение расчётов, анализ сходимости и устойчивости полученных результатов. Уметь: выполнять расчёты в соответствии с выбранным математическим методом и сравнивать полученные результаты с теоретически ожидаемыми, формулировать выводы о корректности модели и рекомендации для её применения в ин-	ный эксперимент: рассчитать финальные вероятности состояний, решив систему линейных уравнений, и определить долю времени работы системы в режиме высокой нагрузки. Затем провести вычислительный эксперимент при изменённых условиях увеличить вероятность перехода в состояние высокой нагрузки на 20 процентов и пересчитать финальные вероятности. Сравнить полученные результаты, сделать вывод о чувствительности системы к изменению параметров нагрузки и обосновать рекомендации по количеству резервных серверов, необходимых для поддержания доли времени в состоянии перегрузки не более 5 процентов.



Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
		формационной системе.	



Примеры практико-ориентированных заданий

Примеры практико-ориентированных заданий

1. Разрабатывается модуль автоматической настройки коэффициентов регулятора в системе управления температурой реактора. Целевая функция ошибка регулирования имеет вид $f(k_1, k_2, k_3) = k_1^2 + 2k_2^2 + k_3^2$. Вычислить градиент функции в точке (2, 1, 2), определить направление антиградиента и выполнить одну итерацию метода наискорейшего спуска. Обосновать выбор шага для программной реализации.
2. Программная система состоит из четырёх модулей, выполнение которых может быть распараллелено. Время выполнения каждого модуля зависит от количества выделенных вычислительных ядер. Имеется 5 ядер, которые нужно распределить между модулями. Данные о времени выполнения заданы таблицей значений. Применить принцип оптимальности Беллмана для нахождения распределения, минимизирующего общее время выполнения. Восстановить оптимальную последовательность распределения ресурсов.
3. Информационная система обрабатывает входящие запросы и может находиться в одном из трёх состояний низкая нагрузка, средняя нагрузка, высокая нагрузка. На основе логов эксплуатации получены вероятности перехода между состояниями за одну минуту. Требуется построить граф переходов, рассчитать финальные вероятности состояний и определить долю времени, когда системе требуется масштабирование с добавлением серверов состояние высокой нагрузки. На основе полученных результатов дать рекомендацию по количеству резервных серверов.

Примеры вопросов для подготовки к промежуточной аттестации

1. Понятие математического моделирования как метода научного познания. Основные этапы построения математической модели.
2. Классификация математических моделей дескриптивные и оптимизационные, структурные и приведённые формы. Примеры каждого типа.
3. Эндогенные и экзогенные переменные модели. Предельные значения и их интерпретация на примере технической системы.
4. Понятие градиента функции нескольких переменных. Геометрический смысл градиента и его связь с направлением наискорейшего возрастания функции.
5. Итерационная схема градиентного спуска для безусловной оптимизации. Условие останова алгоритма.
6. Проблема выбора шага в градиентных методах. Постоянный шаг, дробление шага, наискорейший спуск с одномерной минимизацией вдоль антиградиента.



7. Модификации градиентных методов для задач большой размерности и нестационарных целевых функций.
8. Принцип оптимальности Беллмана. Сущность динамического программирования как метода решения многошаговых задач.
9. Построение рекуррентных соотношений для задачи распределения ресурсов между несколькими предприятиями.
10. Построение рекуррентных соотношений для задачи замены оборудования.
11. Оценка временной и ёмкостной сложности динамического программирования. Сравнение с полным перебором.
12. Применение динамического программирования для поиска кратчайших путей в ациклических ориентированных графах.
13. Жадные алгоритмы как способ получения допустимого решения. Условия применимости жадных алгоритмов понятие матроида.
14. Сравнительный анализ точных методов динамического программирования и приближённых методов градиентный спуск, жадные алгоритмы с точки зрения программной реализации, вычислительной эффективности и гарантий качества решения.
15. Определение дискретного марковского процесса. Свойство отсутствия последствия марковское свойство.
16. Марковская однородная цепь. Матрица переходных вероятностей и её свойства. Граф переходов.
17. Марковская неоднородная цепь. Зависимость переходных вероятностей от номера шага.
18. Дискретный марковский случайный процесс с непрерывным временем. Интенсивности переходов. Граф интенсивностей.
19. Финальные вероятности однородной марковской цепи с дискретным временем. Условия существования эргодичность. Система линейных уравнений для нахождения финальных вероятностей.
20. Финальные вероятности для дискретного марковского процесса с непрерывным временем. Система линейных уравнений через уравнивание потоков.
21. Основные определения теории графов вершины, рёбра, ориентированные и неориентированные графы. Степени вершин.
22. Способы задания графа матрица смежности, матрица инцидентности, список рёбер. Переход между формами задания.
23. Цепи и циклы в графах. Связность и компоненты связности. Алгоритмы обхода графа поиск в глубину и поиск в ширину.



24. Деревья и их свойства. Остовное дерево. Алгоритмы построения минимального остовного дерева Прима и Краскала.
25. Эйлеровы графы. Условие существования эйлерова цикла. Связь с чётностью вершин.
26. Определение сети. Пропускные способности рёбер. Задача о максимальном потоке.
27. Алгоритм Форда Фалкерсона нахождения максимального потока в сети. Теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе.
28. Сильно связные сети и несепарабельные графы. Понятия точек сочленения и мостов.
29. Представление программной системы в виде ориентированного графа вызовов. Применение графовых алгоритмов для анализа архитектуры программного обеспечения.
30. Сравнительный анализ применения различных математических моделей графы, марковские цепи, оптимизационные модели при проектировании информационных систем. Выбор подхода в зависимости от предметной области.



8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Градов, Владимир Михайлович Компьютерное моделирование : Учебник / Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Национальный исследовательский университет ; Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана Национальный исследовательский университет 1 Москва : ООО "КУРС", 2026 264 с. (Высшее образование) ВО - Бакалавриат <https://znanium.ru/catalog/document?id=466321> ISBN 978-5-906818-79-9 ISBN 978-5-16-105145-0 (электр. издание) ISBN 978-5-16-012263-2 (ISBN соиздателя) . [БИК ID: RU\infra-m\znanium\bibl\2211866]
2. Михалева, Мария Юрьевна Математическое моделирование и количественные методы исследований в менеджменте : Учебное пособие / Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации 1 Москва : Вузовский учебник, 2018 296 с. (Финансовый университет при Правительстве РФ) ВО - Магистратура <https://znanium.com/catalog/document?id=333474> ISBN 978-5-9558-0607-5 ISBN 978-5-16-013671-4 (ISBN соиздателя) . [БИК ID: RU\infra-m\znanium\bibl\948489]
3. Основы математического моделирования социально-экономических процессов. Практикум / Орлова И. В., Рытиков С. А., Щепетова С. Е., Росс Г. В., Бич М. Г. Ч. 2 : Основы математического моделирования социально-экономических процессов. Практикум. Часть 2 : Учебное пособие . Ч. 2 / Орлова И. В., Рытиков С. А., Щепетова С. Е., Росс Г. В., Бич М. Г. Москва : Финансовый университет, 2016 132 с. Книга из коллекции Финансовый университет - Математика <https://e.lanbook.com/book/152028> ISBN 978-5-7942-1368-3. [БИК ID: RU-LAN-BOOK-152028]

Дополнительная литература:

1. Липатова, Надежда Григорьевна Информационные технологии в науке и образовании : Учебник / Российская таможенная академия 1 Москва : РИО Российской таможенной академии, 2023 381 с. ВО - Магистратура <https://znanium.ru/catalog/document?id=462476> ISBN 978-5-9590-1286-1. [БИК ID: RU\infra-m\znanium\bibl\2203120]
2. Орлова, Ирина Владленовна Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование : Учебное пособие / Финансовый университет



- при Правительстве Российской Федерации 3, перераб. и доп. Москва :
Вузовский учебник, 2024 389 с. ВО - Бакалавриат
<https://znanium.com/catalog/document?id=430073> ISBN 978-5-9558-0208-4
ISBN 978-5-16-101114-0 (электр. издание) ISBN 978-5-16-004897-0 (ISBN
соиздателя) . [БИК ID: RU\infra-m\znanium\bibl\2056791]
3. Красс, Максим Семенович Математика для экономического бакалавриата :
Учебник / Финансовый университет при Правительстве Российской
Федерации ; Поволжский государственный университет телекоммуникаций и
информатики 1 Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М",
2024 472 с. (Высшее образование) ВО - Бакалавриат
<https://znanium.com/catalog/document?id=431093> ISBN 978-5-16-018923-9
ISBN 978-5-16-105061-3 (электр. издание) . [БИК ID: RU\infra-
m\znanium\bibl\2079248]
4. Орлова, Ирина Владленовна Экономико-математическое моделирование :
Практическое пособие по решению задач в Excel и R : Практическое пособие
/ Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации 3,
перераб. и доп. Москва : Вузовский учебник, 2023 190 с. ВО - Бакалавриат
<https://znanium.com/catalog/document?id=421249> ISBN 978-5-9558-0527-6
ISBN 978-5-16-105235-8 (электр. издание) ISBN 978-5-16-012327-1 (ISBN
соиздателя) . [БИК ID: RU\infra-m\znanium\bibl\1920327]
5. Савенкова, Надежда Петровна Численные методы в математическом
моделировании : Учебное пособие / Московский государственный
университет им. М.В. Ломоносова 2, испр. и доп. Москва : ООО "АРГАМАК-
МЕДИА", 2019 176 с. ВО - Бакалавриат
<https://znanium.com/catalog/document?id=355668> ISBN 978-5-00024-019-9
ISBN 978-5-16-101124-9 (электр. издание) ISBN 978-5-16-009705-3 (ISBN
соиздателя) . [БИК ID: RU\infra-m\znanium\bibl\1013459]

Нормативные правовые акты:

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>
(<http://library.fa.ru/files/elibfa.pdf>)
2. Образовательная платформа "ЮРАЙТ" <https://urait.ru/>
3. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
4. Информационно-образовательный портал Финуниверситета: <https://org.fa.ru>



5. Школа больших данных [Электронный ресурс]: сайт. – Режим доступа:
<https://www.bigdataschool.ru/>



10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Студентам при подготовке следует использовать нормативные документы Финансового университета, Методические рекомендации по планированию и организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов по образовательным программам бакалавриата и магистратуры в Финансовом университете, утвержденные приказом Финуниверситета от 11.05.2021 г. № 1040 (см. сайт Финансового Университета: на главной странице раздел «Наш университет»; далее «Единая правовая база Финуниверситета»).



11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

Комплект лицензионного программного обеспечения:

1. Язык R
2. Python 3.8
3. Microsoft Office (Windows)
4. Kaspersky

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Информационно-правовая система «Гарант»
2. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»
3. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>
4. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» - <http://www.skrin.ru/>

Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации

1. не предусмотрены

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. Учебная аудитория для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, в том числе групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения: мебель аудиторная (столы, стулья, доска аудиторная), набор демонстрационного оборудования (проектор, экран)
2. Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде Университета.
3. **Компьютерный класс** для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, в том числе групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенный оборудованием и техническими средствами обучения: мебель аудиторная



(столы, стулья, доска аудиторная), персональные компьютеры, набор демонстрационного оборудования (проектор, экран)

4. Библиотека, читальный зал