

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования
**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**
(Финансовый университет)

**Кафедра моделирования и системного анализа
Факультет информационных технологий и анализа больших данных**

Документ подписан усиленной неквалифицированной электронной подписью
Организация: Финансовый университет при Правительстве РФ
Утверждено: Проректор по учебной и методической работе Е.А. Каменева
Сертификат: peTDHN1oGSDShZ9cEnVRx3vh8NxRyicW
Дата: 02.11.2025 г.

В.А. Бывшев, М.Ю. Михалева

Математические модели микро- и макроэкономики

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки:

09.03.04 - Программная инженерия,

Образовательная программа «Инженер-разработчик программного обеспечения»

Рекомендовано

*Факультет информационных технологий и анализа больших данных
(протокол № 03 от 16.12.2025 г.)*

Одобрено

*Кафедра моделирования и системного анализа
(протокол № 5 от 09.12.2025 г.)*

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Наименование дисциплины	3
2.	Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине	3
3.	Место дисциплины в структуре образовательной программы	4
4.	Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	4
5.	Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий	5
5.1.	Содержание дисциплины	5
5.2.	Учебно-тематический план	7
5.3.	Содержание семинаров	8
6.	Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	10
6.1.	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	10
6.2.	Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю	11
7.	Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	13
8.	Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	17
9.	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	17
10.	Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	18
11.	Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем	18
12.	Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	19

1. Наименование дисциплины

«Математические модели микро- и макроэкономики».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	1. Демонстрирует знания основных методов математического анализа и моделирования, применяет их на практике для решения задач профессиональной деятельности	знать: базовые принципы построения экономико-математических моделей. уметь: применять математический аппарат для формализации и математизации объекта моделирования.
		2. Проводит теоретические исследования по выбранной области профессиональной деятельности.	знать: математические модели микро- и макроэкономики и возможности их использования в экономических исследованиях. уметь: осуществлять анализ и моделирование в экономической сфере с привлечением математических методов.
		3. Проводит численные эксперименты на основе математических или информационных методов, делает выводы и обосновывает их.	знать: базовые принципы построения алгоритмов решения экономико-математических задач уметь: решать задачи микро- и макроэкономического анализа с использованием современного интерпретируемого языка программирования (Python, R)

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математические модели микро- и макроэкономики» относится к «Циклу математики и информатики».

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Очно-заочная форма обучения

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 4 (в часах)
Общая трудоёмкость дисциплины	3/108	108
Контактная работа- Аудиторные занятия	26	26
Лекции	8	8
Семинары, практические занятия	18	18
Самостоятельная работа	82	82
Вид текущего контроля	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Зачет	Зачет

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

Тема 1. Модели поведения потребителя

Функция полезности потребителя и её свойства. Модель поведения потребителя Маршалла-Вальраса. Предельная полезность денег, тождество Роя и реальный доход потребителя. Модель Хикса поведения потребителя. Функция расходов и её свойства. Лемма Шепарда. Уравнения Слуцкого. Оценка изменения благосостояния потребителя.

Тема 2. Микроэкономическая производственная функция

Факторы производства, технология и производственная функция (ПФ) фирмы. Свойства ПФ. Предельные и средние продукты факторов производства. Эластичность выпуска продукции по факторам производства. ПФ Кобба-Дугласа. Изокванты ПФ и предельные нормы замещения факторов производства.

Тема 3. Модели поведения фирмы в условиях совершенной конкуренции

Модели поведения фирмы в краткосрочном и долгосрочном периодах. Модель максимизации прибыли. Модель максимизации выпуска. Тождество Роя. Модель минимизации издержек. Функции спроса на факторы производства и выпуска фирмы. Функция издержек фирмы. Лемма Шепарда. Моделирование динамики развития фирмы.

Тема 4. Модели поведения фирмы в условиях несовершенной конкуренции

Модель поведения фирмы в условиях монопольного рынка. Модели олигополии Курно, Штакельберга и Бертрана. Рыночная власть и её измерение.

Тема 5. Межотраслевая модель экономики

ВВП страны. Факторы производства и производственная функция макроэкономического анализа. Модель Леонтьева «затраты-выпуск». Практика расчётов по модели Леонтьева. Межотраслевой баланс. Условие продуктивности матрицы межотраслевого баланса.

Тема 6. Модель закрытой экономики в долгосрочном периоде

Модель долгосрочного равновесия в закрытой экономике в структурной и приведенной формах. Оценка влияния бюджетно-налоговой политики на основные

макрэкономические показатели закрытой экономики. Оценка параметров моделей потребительского и инвестиционного спроса.

Тема 7. Модель экономического роста Солоу

Уравнение динамики запаса капитала в модели Солоу. Устойчивый уровень капиталовооружённости труда. Учет в модели Солоу последствий роста населения и технологического прогресса. Золотое правило накопления капитала и его использование при формировании экономической политики. Остаток Солоу.

Тема 8. Модели безработицы и инфляции

Модель Холла естественного уровня безработицы. Модель влияния безработицы на ВВП Оукена. Модели инфляции Филлипса и Филлипса-Фридмана. Модель адаптации инфляционных ожиданий.

5.2. Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование тем(разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах				
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоя тельная работа
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практическ ие занятия	
1	Модели поведения потребителя	13	3	1	2	10
2	Микроэкономическая производственная функция	13	3	1	2	10
3	Модели поведения фирмы в условиях совершенной конкуренции	13	3	1	2	10
4	Модели поведения фирмы в условиях несовершенной конкуренции	13	3	1	2	10
5	Межотраслевая модель экономики	13	3	1	2	10
6	Модель закрытой экономики в долгосрочном периоде	13	3	1	2	10
7	Модель экономического роста Солоу	13	3	1	2	10
8	Модели безработицы и инфляции	17	5	1	4	12
	Итого	108	26	8	18	82

5.3. Содержание семинаров

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарах, практических занятиях	Формы проведения занятий
Модели поведения потребителя	Функция полезности. Примеры функции полезности и её свойства. Кривые безразличия и нормы замещения благ. Модель Маршалла-Вальраса поведения потребителя для логарифма Бернулли и неоклассической функции полезности. Функция спроса потребителя и её свойства. Модель Хикса поведения потребителя и функция спроса по Хиксу. Функция расходов потребителя и её свойства.	Выполнение аудиторных заданий, решение задач. Проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.
Микроэкономическая производственная функция	Производственная функция Кобба-Дугласа, Леонтьева и линейная. Вывод ПФ Кобба-Дугласа, Леонтьева и линейной из ПФ с постоянной эластичностью замещения факторов производства. ПФ Кобба-Дугласа и её свойства. Понятие ПФ и основной пример: ПФ Кобба-Дугласа. Основные свойства и характеристики ПФ: предельные и средние продукты факторов производства, эластичность выпуска по факторам производства, изокванты и предельные нормы замещения факторов производства.	Выполнение аудиторных заданий, решение задач. Проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.
Модели поведения фирмы в условиях совершенной конкуренции	Модель максимизации прибыли в долгосрочном и краткосрочном периодах. Функция спроса на факторы производства со стороны фирмы. Функция предложения фирмы. Модели максимизации выпуска в долгосрочном и краткосрочном периодах. Задача максимизации выпуска фирмы с учетом ограничений на факторы производства. Функции условного спроса Маршалла-Вальраса на факторы производства. Функция условного выпуска фирмы. Тождество Роя. Модели минимизации издержек в долгосрочном и краткосрочном периодах. Задача минимизации издержек фирмы при фиксированном выпуске. Функции условного спроса Хикса на факторы производства. Функция условных издержек фирмы. Лемма Шепарда.	Выполнение аудиторных заданий, решение задач. Проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.
Модели поведения фирмы в условиях несовершенной конкуренции	Модели максимизации прибыли фирмы в условиях монополии в краткосрочном и долгосрочном периодах. Источники монопольной власти. Модели олигополии Курно. Модели олигополии Штакельберга. Модели олигополии Бертрана.	Выполнение аудиторных заданий, решение задач. Проверка самостоятельной работы и разбор

		ошибок.
Межотраслевая модель экономики	Построение приведённой формы модели Леонтьева. Проверка продуктивности матрицы технологических коэффициентов. Моделирование структуры производства на основе межотраслевого баланса. Проверка тождества межотраслевого баланса. Вычисление матрицы полных затрат.	Выполнение аудиторных заданий, решение задач. Проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.
Модель закрытой экономики в долгосрочном периоде	Модель долгосрочного равновесия в закрытой экономике. Оценка влияния бюджетно-налоговой политики на основные макроэкономические показатели.	Выполнение аудиторных заданий, решение задач. Проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.
Модель экономического роста Солоу	Моделирование экономического роста. Оценка вклада научно-технологического прогресса в экономический рост.	Выполнение аудиторных заданий, решение задач. Проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.
Модели безработицы и инфляции	Модель динамики рабочей силы Холла. Модели инфляции Филлипса-Фридмана.	Выполнение аудиторных заданий, решение задач. Проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Модели поведения потребителя	Оценка изменения благосостояния потребителя.	Работа с учебной и научной литературой.
Микроэкономическая производственная функция	Изокванты ПФ и предельные нормы замещения факторов производства.	Работа с учебной и научной литературой.
Модели поведения фирмы в условиях совершенной конкуренции	Моделирование динамики развития фирмы.	Работа с учебной и научной литературой.
Модели поведения фирмы в условиях несовершенной конкуренции	Рыночная власть и ее измерение.	Работа с учебной и научной литературой.
Межотраслевая модель экономики	Условие продуктивности матрицы межотраслевого баланса.	Работа с учебной и научной литературой.
Модель закрытой экономики в долгосрочном периоде	Оценка параметров моделей потребительского и инвестиционного спроса.	Работа с учебной и научной литературой.
Модель экономического роста Солоу	Остаток Солоу.	Работа с учебной и научной литературой.
Модели безработицы и инфляции	Модель влияния безработицы на ВВП Оукена. Модель адаптации инфляционных ожиданий.	Работа с учебной и научной литературой.

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Перечень вопросов к контрольной работе

[if !msEquation] в модели Холла?

44. Как определяется в модели Холла естественный уровень безработицы?

45. Взаимосвязь каких переменных отражает модель Оукена?

46. Какое рекуррентное соотношение связывает уровни безработицы текущего и предыдущего периодов в модели Холла?

47. Какой смысл имеет коэффициент Оукена?

48. Каким образом позволяет оценить темп инфляции уравнение количественной теории денег Ирвинга Фишера?

49. Каким образом формулируется зависимость темпа инфляции от уровня циклической безработицы в модели Филлипса-Фридмана?

50. Какая простейшая модель инфляционных ожиданий может быть учтена в модели Филлипса-Фридмана?

51. Каким образом может быть оценен естественный уровень безработицы с помощью модели Филлипса-Фридмана?

Дополнительная информация

Примерные задания контрольной работы

Задание № 1

Функция полезности имеет вид:

$$u(x_1, x_2) = 4x_1^{0,2} (x_2 - 9)^{0,8}$$

[if !msEquation] . Найдите капиталовооруженность и производительность труда в устойчивом состоянии экономики. Чему равны потребительские расходы в расчете на одного работника при текущей и золотой норме сбережения?

Задание № 6

В стране ежемесячно теряют работу 2 % занятых и 25 % безработных находят работу. Также известно, что в этой стране фактический уровень безработицы составляет 12 %. Чему равен естественный уровень безработицы? Оцените в соответствии с моделью Оукена в процентном соотношении расхождение между фактическим и потенциальным выпуском, если известно, что 1 % превышения уровня безработицы над естественным уровнем сопряжен с недопроизводством валового продукта на 2 %. Постройте траектории изменения фактического уровня безработицы и уровня недопроизводства валового продукта. Покажите, что с течением времени фактическая безработица выходит на естественный уровень, и уровень недопроизводства валового продукта становится равным нулю.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. *Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине.*

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

1) 1. Демонстрирует знания основных методов математического анализа и моделирования, применяет их на практике для решения задач профессиональной деятельности

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: базовые принципы построения экономико-математических моделей.

Уметь: применять математический аппарат для формализации и математизации объекта моделирования.

Типовые контрольные задания

Пусть потенциальный выпуск в малой открытой экономике описывается производственной функцией $Y = K^\alpha L^{1-\alpha}$, где K и L – запасы капитала и труда в экономике. Известна равновесная ставка процента на мировом рынке заёмных средств. Известны также автономные расходы в экономике на потребление, инвестиции и чистый экспорт, предельная склонность к потреблению, чувствительность инвестиций к процентной ставке, чувствительность чистого экспорта к реальному валютному курсу. Общая величина собираемых налогов не зависит от дохода и равна T , государственные закупки составляют величину G . В предположении о линейном характере функций потребления, инвестиций и чистого экспорта для этой экономики:

$$Y = K^\alpha L^{1-\alpha}$$

K

L

r^*

a_0 b_0 c_0 a_1 b_1 c_1 T G

а) Представьте объект моделирования в виде формальной системы и запишите спецификацию модели объекта моделирования.

б) определите выпуск, потребление, инвестиции, чистый экспорт, внутреннюю ставку процента, реальный валютный курс, частные, государственные, национальные сбережения в первоначальном состоянии долгосрочного равновесия.

2) 2. Проводит теоретические исследования по выбранной области профессиональной деятельности.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: математические модели микро- и макроэкономики и возможности их использования в экономических исследованиях.

Уметь: осуществлять анализ и моделирование в экономической сфере с привлечением математических методов.

Типовые контрольные задания

Рассмотрите модель Солоу с производственной функцией $y = k^{0.5}$, где k – капиталовооружённость, а y – выпуск на единицу труда. Пусть норма сбережений $s = 0.3$, темп роста населения $n = 0.01$, норма выбытия капитала $\delta = 0.02$, средняя ставка налогообложения $\tau = 0.2$. Найдите капиталовооружённость и производительность труда в устойчивом состоянии экономики. Чему равны потребительские расходы в расчете на одного работника при текущей и золотой норме сбережения?

3) 3. Проводит численные эксперименты на основе математических или информационных методов, делает выводы и обосновывает их.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: базовые принципы построения алгоритмов решения экономико-математических задач

Уметь: решать задачи микро- и макроэкономического анализа с использованием современного интерпретируемого языка программирования (Python, R)

Типовые контрольные задания

В стране А инфляционные ожидания 2003 г. составили 8.1 %. Фактическая инфляция с 2003 по 2007 гг. составила 6.3 %, 6.9 %, 7.8 %, 8.5 % и 9.2 % соответственно. Чему равна ожидаемая инфляция в 2008 г., если известно, что инфляционные ожидания π^e_{t+1} адаптируются к фактической инфляции π_t по правилу: $\pi^e_{t+1} = \alpha \cdot \pi_t + (1 - \alpha) \cdot \pi^e_t$, $\alpha = 0.35$. Постройте алгоритм решения задачи и найдите решение.

Примеры практико-ориентированных заданий

Пример № 1

Фирма занимается выпуском продукции одного вида, используя два фактора производства: труд L [if !msEquation] .

Примерные вопросы для подготовки к зачету

1. Что представляет собой функция полезности?

2. Какими свойствами обладает неоклассическая функция полезности?

[if !msEquation] и f в модели Холла?

90. Как определяется в модели Холла естественный уровень безработицы?

91. Взаимосвязь каких переменных отражает модель Оукена?

92. Какое рекуррентное соотношение связывает уровни безработицы текущего и предыдущего периодов в модели Холла?

93. Какой смысл имеет коэффициент Оукена?
94. Какую роль в модели Оукена играет циклическая безработица?
95. Можно ли рассматривать величину коэффициента Оукена как единую для всех национальных экономик?
96. Каким образом позволяет оценить темп инфляции уравнение количественной теории денег Ирвинга Фишера?
97. Каким образом формулируется зависимость темпа инфляции от уровня безработицы в модели Филлипса?
98. Каким образом формулируется зависимость темпа инфляции от уровня циклической безработицы в модели Филлипса-Фридмана?
99. Какая простейшая модель инфляционных ожиданий может быть учтена в модели Филлипса-Фридмана?
100. Каким образом может быть оценен естественный уровень безработицы с помощью модели Филлипса-Фридмана?

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Бывшев, В. А. Математические модели макроэкономики [Электронный ресурс] : учебное пособие / Бывшев В. А., Михалева М. Ю. Москва : Центркаталог, 2023 126 с. Книга из коллекции Центркаталог - Информатика <https://e.lanbook.com/book/383426> ISBN 978-5-903268-92-4. [БИК ID: RU-LAN-BOOK-383426]
2. Бывшев, В. А. Математические модели микроэкономики [Электронный ресурс] : учебное пособие / Бывшев В. А., Михалева М. Ю. Москва : Центркаталог, 2023 184 с. Книга из коллекции Центркаталог - Информатика <https://e.lanbook.com/book/383429> ISBN 978-5-903268-89-4. [БИК ID: RU-LAN-BOOK-383429]

Дополнительная литература:

1. Хрипунова, М. Б. Экономика на Python [Электронный ресурс] : учебник / Хрипунова М. Б., Губернаторов А. М. Москва : Прометей, 2022 316 с. Книга из коллекции Прометей - Экономика и менеджмент <https://e.lanbook.com/book/220832> ISBN 978-5-00172-219-9. [БИК ID: RU-LAN-BOOK-220832]

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
2. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/> (<http://library.fa.ru/files/elibfa.pdf>)
3. Электронно-библиотечная система издательства "Лань" <https://e.lanbook.com/>
4. Образовательная платформа "ЮРАЙТ" <https://urait.ru/>
5. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
6. •Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znaniy.ru/>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Студентам при подготовке следует использовать нормативные документы Финансового университета, Методические рекомендации по планированию и организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов по образовательным программам бакалавриата и магистратуры в Финансовом университете, утвержденные приказом Финуниверситета от 11.05.2021 г. № 1040 (см. сайт Финансового Университета: на главной странице раздел «Наш университет»; далее «Единая правовая база Финуниверситета»), использовать методические рекомендации департамента.

Лекционные и практические занятия проводятся в соответствии с тематическим планом, изложенным в разделе 5. Лекции следует конспектировать. Работа над конспектом лекции предполагает последующую его доработку. Вопросы, не в полной мере раскрытые на лекции, и оставленные на самостоятельную доработку студентам, следует разрешать, привлекая рекомендованную преподавателем литературу. В процессе доработки конспекта лекции знания по дисциплине, как правило, углубляются, расширяются и закрепляются. При работе с рекомендованной литературой желательно вести записи. Информацию целесообразно конспектировать, систематизируя новые знания при помощи построения логических цепочек с причинно-следственной связью. Рекомендуется полностью прорабатывать материал лекции до проведения следующего занятия с тем, чтобы иметь возможность обсудить с преподавателем пройденный материал и задать дополнительные вопросы по теме.

На практических занятиях работа ведется с использованием методических указаний по решению задач, примерами решения, а также с кейсами, разработанными на основе фактического материала. Подготовка к практическим занятиям является обязательной и предполагает работу с учебной и методической литературой. Домашние задания по курсу практических занятий являются систематическими. Контроль осуществляется регулярно на каждом занятии.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

Комплект лицензионного программного обеспечения:

1. Jupyter Notebook (Windows 10)

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Размещение ЭУК: <https://www.campus.fa.ru/>

Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации:

1. не предусмотрены

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. **Компьютерный класс** для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, в том числе групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенный оборудованием и техническими средствами обучения: мебель аудиторная (столы, стулья, доска аудиторная), персональные компьютеры, набор демонстрационного оборудования (проектор, экран)