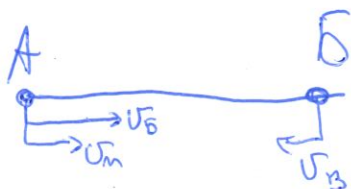


Задача 1.

v_B - скорость быстрого автобуса
 v_m - скорость медленного автобуса
 v_B - скорость велосипедиста

Пусть $v_m = v$, тогда $v_B = \frac{17}{2}v$, пусть $v_B = x$,
 тогда согласно условию 2 ветвей:

$$\begin{cases} \frac{100}{x+v} = \frac{4}{3} \\ \frac{100}{x+\frac{17}{2}v} = 1 \end{cases} \begin{cases} 75 = x+v \\ 100 = x + \frac{17}{2}v \end{cases}$$

$$\underline{-25 = -\frac{5}{2}v}$$

$$\frac{1}{2}v = 5$$

$$v = 10 \text{ км/ч}$$

$$\Downarrow$$

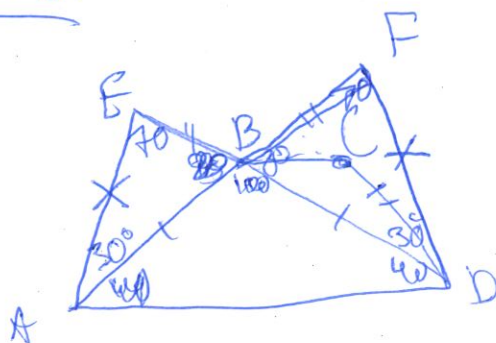
$$x = 75 - v = 65 \text{ км/ч}$$

Ответ: скорость велосипедиста
 составляет $15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

Задача 6.

abc, abcbca, abcb можно задать многоугольником (квадратным трёхугольником) у которого 2 корня, система ур-ий решается ещё раз 1 трёхугольником, у которого 2 корня и всего возможно 8 разл. расстановок у этих 3-х корней, т.к. $3! = 6 \Rightarrow \Rightarrow$ всего решений максимум $2 \cdot 2 \cdot 6 = 24$ решения

Задача 5.



Дано:

ABCD - трап.

$\angle BAD = \angle CDB = 40^\circ$

$AB + CD = AD$

$\angle DAC = ?$

Решение:

1) Проведем AB и BD, зная B на CD и построим углы

2) Из суммы углов и построения $\triangle AEB = \triangle DFB$ по 2 ст. и углу между ними

$AE = DF$

$\angle EAB = \angle FDB = 30^\circ$

Задача 4.

Нет, оно составное. 1) Рас-им $\underbrace{9 \dots 9}_{2024}$, это можно

записать как $9(1+10+10^2+\dots+10^{2023}) \equiv_{\text{mod } 7} 2(1+10+10^2+\dots+10^{2023}) \equiv$

$$\equiv_{\text{mod } 7} 2(1+3+2+6+4+5+\dots+3) \equiv_{\text{mod } 7} 14162 \equiv_{\text{mod } 7} 1$$

2) $\underbrace{22 \dots 2}_{2024} \underbrace{0 \dots 0}_{2025}$ можно записать как $10^{2025} \cdot 2 \cdot (1+10+\dots+10^{2023}) \equiv_{\text{mod } 7}$

$$\equiv_{\text{mod } 7} 6 \cdot 2 \cdot (1+10+10^2+\dots+10^{2023}) \equiv_{\text{mod } 7} 6 \cdot 1 = 6$$

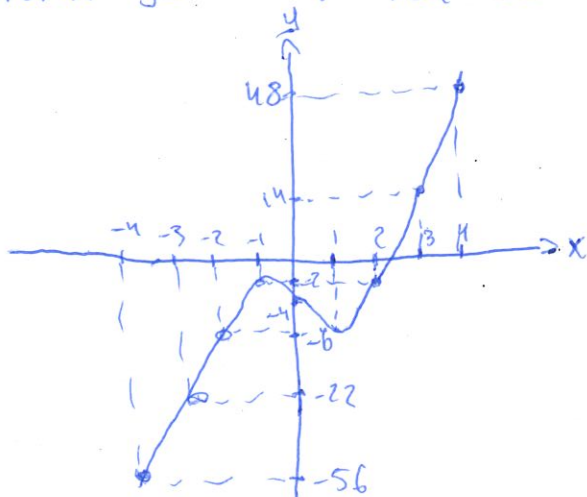
(по п.1) $\Downarrow$

Если сложить $\underbrace{2 \dots 2}_{2024} \underbrace{0 \dots 0}_{2025} + 7 \underbrace{0 \dots 0}_{2024} + \underbrace{9 \dots 9}_{2024} \equiv$

$$\equiv_{\text{mod } 7} 6 + 0 + 1 = 7 \Rightarrow \text{это число } : 7 \Rightarrow \text{оно составное, 2.т.д.}$$

Задача 7.

Рассмотрим поведение графика $y = x^3 - 3x + 4$ в разных узлах x на оси координат:



$$f(-4) = -56 < 0$$

$$f(-3) = -22 < 0$$

$$f(-2) = -6 < 0$$

$$f(-1) = -2 < 0$$

$$f(0) = -4 < 0$$

$$f(1) = -6 < 0$$

$$f(2) = -2 < 0$$

$$f(3) = 14 > 0$$

$$f(4) = 48 > 0$$

График построен и у него

1 пересечение с $Ox \Rightarrow$ 1 корень

$t \in (2; 3)$. $\sqrt[3]{46} \approx 3,57$ тогда показавши

$$f(3,57) \approx -0,4 \Rightarrow f(3,57) < 0 \Rightarrow f(\sqrt[3]{46}) < 0, \text{ т.е.}$$

на участке от $x=2$ до $x \rightarrow \infty$

$f(x)$ возрастает, т.е.

Задача 3.

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 3b + 3c \end{cases}$$

$$a^2 = 3b + 3c$$

$$\begin{cases} \frac{a^3 - b^3 - c^3}{abc} = 3 \\ \frac{a^2}{b+c} = 3 \end{cases}$$

Пусть $b+c=f$
 $bc=k$, тогда:

$$\begin{cases} \frac{a^3 - f(f^2 - 3k)}{ak} = 3 \quad (1) \\ \frac{a^2}{f} = 3 \Rightarrow a = \sqrt{3f} \end{cases}$$

$$\frac{a^2}{f} = 3 \Rightarrow a = \sqrt{3f}$$

подставляем в (1)

$$\sqrt{27f^3} = 3k\sqrt{3f} + f(f^2 - 3k)$$

Это уравнение в неотрицательных
 имеет одно решение: (т.е. b и c неотрицательные)

$$\begin{cases} f=3 \\ k=2 \end{cases} \begin{cases} b+c=3 \\ bc=2 \end{cases} \begin{cases} b=2 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow a=3$$

Ответ: $\begin{cases} a=3 \\ b=2 \\ c=1 \end{cases}$ или $\begin{cases} a=3 \\ b=1 \\ c=2 \end{cases}$.

Задача 2.

Подсчитаем сумму углов 73-х угольника.
По ф-ле она равна $(n-2) \cdot 180^\circ =$
 $= 71 \cdot 180^\circ = 12780^\circ$

Заметим, что максимально возможный
допустимый угол в задаче $- 175^\circ$, т.к.
он $< 180^\circ$ и :5. Если все углы многоугольника
будут по 175° , то сумма их будет $175^\circ \cdot 73 = 12775^\circ$,
это меньше, чем сумма всех углов 73-х угольника,
противоречие $\Rightarrow$ такого 73-х угольника не
существует, т.о.д.

Задача 8.

Заметим, что взяв все простые числа и 1
мы не нарушим правило крашеного цвета.

Закрашивать надо следующим образом:

1, затем $2 \cdot 2, 2 \cdot 3, 2 \cdot 5, \dots, 2 \cdot p_i$, где p_i наибольшее простое
число, кот. $2p_i \leq 8100$, затем $3 \cdot 3, 3 \cdot 5, 3 \cdot 7, \dots, 3 \cdot p_2$,
то есть закрасить всевозможные ~~пары~~
~~произведения~~ пар простых чисел и 1,
т.к. она никак не мешает.

Код участника:

(заполняется организатором)

МЮ-33

~1

Путь 1 ~~автомобиль~~ ехал со скоростью x , а второй со скоростью $\frac{5}{4}x$.
Найдём время, которое проехал велосипедист до обеих встреч.

9:00 → 12:20 ~

$$t_1 = 3420 \text{ м} = 3\frac{1}{3} \text{ ч} = \frac{10}{3} \text{ ч}$$

9:00 → 13:00

$$t_2 = 4 \text{ ч}$$

При встрече сумма путей автомобиля и велосипедиста будет равна расст. между городами, т.е. 300

Составим и решим систему:

Путь велосипедиста ехал со скоростью y

П.к. 2 автомобиля быстрее первого, то и встретился с велосипедистом раньше, нежели в 12:20

$$\begin{cases} \frac{10}{3} \cdot \frac{5}{4}x + \frac{10}{3}y = 300 \\ 4x + 4y = 300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{5}{4}x + \frac{10}{12}y = 90 \\ x + y = 75 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 4y = 360 \\ 4x + 4y = 300 \end{cases}$$

Вычтем из 1 уравнения второе

$$x = 60$$

$$y = \frac{300 - 4x}{4} = \frac{300 - 240}{4} = 15$$

Ответ: 15 км/ч

~2

Сумма углов 91-угольника равна $180(91 - 2) = 16020$

Найдём наибольший возможный угол этого 91-угольника делим сумму на 4 это 176

Путь все углы максимальные (176), тогда сумма углов будет

$$176 \cdot 91 = 16016$$

~2 (продолжение)

$16016 < 16020$, значит хотя бы 1 шар больше 176, и тогда он не делится на 4.

Ответ: не существует

~3

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 4b + 4c \end{cases}$$

$$a^2 = 4(b+c)$$

$$a = 2\sqrt{b+c}$$

a - натуральное, значит $b+c$ - квадрат
Пусть $b+c = t^2$, тогда $a = 2t$

$$a^3 - b^3 - c^3 = 3abc$$

$$a^3 - 3abc = b^3 + c^3$$

$$a(a^2 - 3bc) = (b+c)(b^2 - bc + c^2)$$

$$a = \frac{(b+c)(b^2 - bc + c^2)}{a^2 - 3bc}$$

$$2t = \frac{t^2(t^2 - 3bc)}{4t^2 - 3bc}$$

$$t^6 - 3bct^2 = 8t^3 - 6bct$$

$$t^5 - 3bct = 8t^2 - 6bc$$

$$-3bct + 6bc = 8t^2 - t^5$$

$$3bc(2-t) = 8t^2 - t^5$$

$$3bc = \frac{8t^2 - t^5}{2-t} = \frac{t^2(8-t^3)}{2-t} = \frac{t^2(2-t)(4+2t+t^2)}{2-t} = t^2(4+2t+t^2)$$

8t³

$$\frac{90 + 8100}{2} \cdot n$$

$$x^3 - 3x - 3$$

Код участника:

(заполняется организатором)

МЮ-33

~ 8

Ответ: 8011

Ваша может покрасить $n \leq 8011$ ~~полюбой~~ ⁸⁰¹¹ чисел от n до ~~конца~~, тогда произведение ~~мажор~~ двух будет больше, чем 8100 (т.к. наименьшее из них $90 \cdot 91 = 8190 > 8100$).

Докажем, что $n > 8011$ не подходит.

~~Пусть есть 8012 красных чисел и 88 не покрашенных~~

~~Возьмём 2 наименьших покрашенных числа, их произведение гарантированно не покрашено~~

~~Пусть закрашено все число от 889 до 8011~~

~~будет покрашено и, чтобы условие выполнялось~~

~~Нужно покрасить~~

Есть 2 числа расположенные от 1 до 89, но их произведение обязано быть покрашено

Есть все 2 числа расположенные от числа 89, но их произр не будет создано ^(или больше) покрашенное число.

Соответственно ~~и~~ есть закрасить число до 89 в дополнение к уже закрасенным, но придёт как минимум 1 число, которое потенциально можно закрасить, оставшись незакрашенным, и это не увеличит количество покрашенных чисел. Значит, оптимально будет покрасить только числа после 89

~ 22.4

$\underbrace{2 \dots 2}_{2024} \underbrace{34 \dots 4}_{2024}$

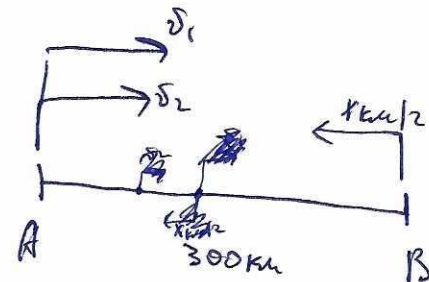
ооо (чётно)

так как число оканчивается на 4, и не равно 2, то оно не может быть простым

Код участника:

(заполняется организатором)

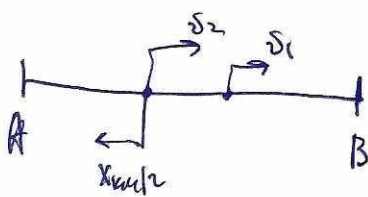
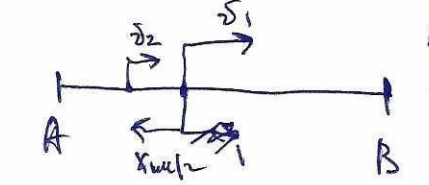
M 10-106



v_1

Пусть $x_{км/ч}$ - скорость автомобиля

$$v_1 = \frac{5}{4} v_2$$



$v_{св I} = v_1 + x$ - скор. св. от I и велосип.

$v_{св II} = v_2 + x$ - скор. св. от II и велосип.

$$t_{св} = \frac{S}{v_{св}}$$

$$\frac{S}{v_1 + x} = t_1$$

$$\frac{S}{v_2 + x} = (t_2 + t_1)$$

$$\frac{300}{v_1 + x} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{300}{v_2 + x} = 4$$

$$\begin{cases} 90 = v_1 + x \\ 75 = v_2 + x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90 = \frac{5}{4} v_2 + x \\ 75 = \frac{4}{4} v_2 + x \end{cases}$$

$$\frac{1}{4} v_2 = 15 \Rightarrow v_2 = 60 \text{ км/ч}$$

$$90 = \frac{5 \cdot 60}{4} + x \Rightarrow x = 15 \text{ км/ч}$$

Ответ: 15 км/ч.

v_2

Вопросы и ответы:

1) сумма углов $(21-2) \cdot 180^\circ = 16020^\circ$.

2) В выпуклом многоугольнике каждый угол $< 180^\circ$, тогда макс. сумма углов - 176° .

Но тогда макс. сумма углов - $176^\circ \cdot 91 = 16016^\circ$.

$$16016^\circ < 16020^\circ \Rightarrow \text{многоугольник}$$

Ответ: не существует

не может быть
выпуклым

Код участника:
(заполняется организатором)

M 10-106

Д 4.

$$\underbrace{2 \dots 2}_{2024} \underbrace{3 \dots 4}_{2024} \rightarrow \text{сумма цифр } 2 \cdot 2024 + 3 + 4 \cdot 2024 = 6 \cdot 2024 + 3 = 12147,3$$

т.е. число было $12147,3$ (по признаку десятичности)

Но единственное простое число $12147,3 - 3$ (у нас очевидно не 3)
т.е. число не простое

Ответ: не простое

Д 6

1) Заметим, что $abc + 2ab + 2bc + 2ac + 4a + 4b + 4c = (a+2)(b+2)(c+2) - 8$.

$$\text{Значит } abc + 2ab + 2bc + 2ac + 4a + 4b + 4c = 504$$

$$\downarrow$$

$$\underbrace{(a+2)}_2 \underbrace{(b+2)}_2 \underbrace{(c+2)}_2 = \frac{512}{2^3}$$

2) т.е. нам нужно найти количество способов разложить 2^9 на 3 слагаемых
Шары и перегородки:

— 0 0 0 0 0 0 0 0 0 —

$$\text{Способов } \frac{10 \cdot 9}{2!} = 45 \text{ способов разложить}$$

3) т.к. у нас условие было, то шары могут быть и отриц.

Первую шарику - 2 шарика, вторую - 2, III определяется арифметическим
т.е. всего решений $45 \cdot 4 = 180$
шарики можно получать из любого количества шариков
(например если 1 и 2 отрицательны, то 3 обязательно положительна.)

Ответ: 180 решений

ДЗ.

$$\begin{cases} b^3 + c^3 + 3abc - a^3 = 0 \quad (1) \\ a^2 = 4b + 4c \end{cases}$$

$$(1): b^3 + c^3 + 3abc - a^3 = (b+c-a)(a^2 + b^2 + c^2 + ab - bc + ac) = 0.$$

$$\begin{cases} b+c=a \\ a^2 + b^2 + c^2 + ab - bc + ac = 0. \end{cases}$$

$$1. \text{м.) } \begin{cases} b+c=a, \text{ подставим в } (2) \\ a^2 = 4(b+c) \quad (2). \end{cases}$$

$$a^2 = 4a.$$

$$\begin{cases} a=0 - \text{не натур.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=4, b+c=4, \text{ где } b, c \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=4 \\ b=3 \\ c=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=4 \\ b=2 \\ c=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=4 \\ b=1 \\ c=3 \end{cases}$$

$$2. \text{м.) } a^2 + b^2 + c^2 + ab - bc + ac = 0 \quad | :2$$

$$(a^2 + 2ab + b^2) + (a^2 + 2ac + c^2) + (b^2 - 2bc + c^2) = 0$$

$$\underbrace{(a+b)^2}_{\geq 0} + \underbrace{(a+c)^2}_{\geq 0} + \underbrace{(b-c)^2}_{\geq 0} = 0.$$

Равенство достигается при:

$$\begin{cases} a = -b, \text{ так } a \text{ и } b \in \mathbb{N}, \text{ то этот случай не возможен} \\ a = -c \\ b = c \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (4, 3, 1) \vee (4, 2, 2) \vee (4, 1, 3)$$

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-106

57.

$$x^3 - 3x - 3 = 0, \quad x - \text{корень.}$$

$$1 \text{ а.) } x \leq 0.$$

$$0 - 3 - 3 < 0, \quad x = 0.$$

$$-1 + 3 - 3 < 0, \quad \text{при } x = -1$$

$$-8 + 6 - 3 < 0, \quad \text{при } x = -2$$

тогда очевидно, что

x^3 — будет отрицательным
и $x^3 - 3x - 3$ — возвращение в
отриц. значение

$$x = 2,1$$

$$2,1^3 - 3 \cdot 2,1 - 3 = -0,039.$$

$$\text{А. } \sqrt[5]{39} < \sqrt[5]{2,1} \quad | \wedge 5$$

$$39 < \sqrt[5]{40,84101}, \quad \text{т.е. при } \sqrt[5]{39}, \text{ значение } y \text{ не с отриц. } (\neq 0),$$

$$\text{т.е. } x_{\text{корень}} > \sqrt[5]{39}$$

279.

$$3 \text{ а.) } x > \sqrt{3}$$

$$x^3 > 3x \quad | : x \neq 0$$

$$x^2 > 3, \quad x > \sqrt{3}$$

$$\text{при } x > \sqrt{3}, \quad \text{т.е.}$$

$$\text{при } x > \sqrt{3} (x > 0)$$

$$x^3 - 3x > 0.$$

$$2 \text{ а.) } 0 \leq x \leq \sqrt{3}.$$

$$x^3 - 3x - 3 = 0.$$

$$\underbrace{x}_{>0} (\underbrace{x-\sqrt{3}}_{\leq 0}) (\underbrace{x+\sqrt{3}}_{>\sqrt{3}}) - 3 = 0.$$



т.е. значение будет отриц.
окажется не подходит.

Тогда заметим, что
разность при увеличении
значения x (в выражении
 $x^3 - 3x$), само выражение
будет увеличиваться.

Т.е. если мы до-идем, что

для $x > \sqrt[5]{39}$, значение еще
отриц.,
то и ~~какая~~ для $x = \sqrt[5]{39}$ оно
будет отриц.

$$AB + CA = AD$$


$\triangle BEC$ - равн. , $\angle C = \angle E$

$\angle A \hat{X} E = \angle A \hat{E} D = \angle$, $\angle A \hat{E} D = \angle E \hat{D} C = \angle$, $AE \parallel DC \rightarrow \angle A \hat{D} C = 2\angle$
 In $\triangle ADC$: $\angle A \hat{D} C = 180^\circ - 10^\circ - 30^\circ = 140^\circ \rightarrow \angle = 70^\circ$

In $\triangle ABC$, $\angle ABC = 100^\circ - 10^\circ - 30^\circ = 140^\circ \rightarrow \alpha = 70^\circ$

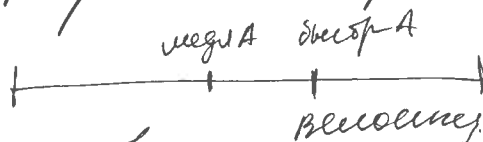
2) Чрез A проведем прямую $\parallel DB$. $AD \parallel AB$ и $DB \parallel VA \rightarrow ADBA$ - паралл.

N1.

Пусть v_1 – скорость более медленного автобуса.
 Тогда $\frac{5}{4}v_1$ – скорость более быстрого автобуса.

Пусть x – скорость велосипедиста.

Понятно, что велосипедист равные временные
 отрезки едет между А и Б.



(см. рис). Тогда первое
 время преодолевается за $3\frac{1}{3}$ часа, а второе –
 за 4 ч.

Тогда $3\frac{1}{3}(x + \frac{5}{4}v_1) = 300$ пройденный путь.

$$4(x + v_1) = 300 \quad | :4$$

$$\begin{cases} \frac{10}{3}(x + \frac{5}{4}v_1) = 300 \quad | : \frac{10}{3} \\ x + v_1 = 75 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + \frac{5}{4}v_1 = 90 \\ x + v_1 = 75 \end{cases}$$

$$\frac{1}{4}v_1 = 15 \Rightarrow v_1 = 60$$

$$\begin{cases} v_1 = 60 \\ x + v_1 = 75 \end{cases} \Rightarrow x = 15$$

Ответ: 15 км/ч – скорость велосипедиста.

Задана 7.

Заметим, что у многочлена $x^3 - 3x - 3$ старший коэффициент > 0 , т.е. с какого-то момента многочлен монотонно возрастает. Т.е. ~~на $x \rightarrow +\infty$ он~~ ^{при достаточно больших x} $x^3 - 3x - 3 > 0$

монотонно возрастает. т.е. $x \rightarrow +\infty$
 Предположим, его наибольший корень
 многочлена $(x) \leq \sqrt[5]{39}$. Тогда после x_0 график
 многочлена больше не пересекает Ox , и, поскольку
 многочлен возрастает, то ~~все~~ его градиент ^{возрастает} $(x_0, +\infty)$
 выше Ox (иначе бы или пересекло Ox еще раз
 пересек Ox и наименьший бы корень больше, или
 на $+\infty$ многочлен (т.е. при больших x) меньше
 нуля).

т.е. $\sqrt[5]{39} < \sqrt[5]{40.84101} = 2.1$ ($\sqrt[5]{39} < \sqrt[5]{40.84101}$, т.е.

$$X_0 \leq \sqrt[5]{39} < \sqrt[5]{40.84101} = 2,1 \quad (\sqrt[5]{39} < \sqrt[5]{40.84101}, \text{ r.k. } 39 < 40.84101)$$

Получается, что значение многочлена в 2.1 должно быть > 0 , но $9,261 - 6,3\sqrt{3} = -0,039 < 0$.
Противоречие. Получается, что корень $> 2,1 > \sqrt[5]{39}$.

Задача 6.

Заметим, что $abc + 2ab + 2bc + 2ac + 4a + 4b + 4c =$
 $= (a+2)(b+2)(c+2) - 8$

Тогда $(a+2)(b+2)(c+2) - 8 = 504$

$$(a+2)(b+2)(c+2) = 512. (*)$$

Т.е. все решения исходного уравнения являются решениями (*). (т.к. если раскрыть скобки и привести подобные, то из (*) получим исходное)

$512 = 2^9$. ~~Тогда~~ $(a+2)(b+2)(c+2)$ – разложение на множители 2^9 . Поскольку 2^9 – степень простого числа (двойки), то разложить его можно только на скобки, т.е. множители, каждый из которых имеет ^(по модулю) степень двойки (возможно, нулевое).

Рассмотрим решения, где каждое из чисел $a+2, b+2, c+2$ положительное. ~~(иначе не может быть)~~

~~Далее~~ Пусть есть решение

$$\begin{cases} a+2 = 2^x \\ b+2 = 2^y \\ c+2 = 2^z \end{cases} \text{ где } x+y+z=9.$$

~~Выясним~~ Мы можем считать кои-то решения, где $a+2, b+2, c+2$ $a+2 > 0, b+2 > 0, c+2 > 0$ с помощью метода шаров и переносов.

Для того поставим в ряд 9 шаров. Теперь вернем в переноски и обратим места, куда можно ставить переноски черточками (априс)

Теперь докажем, что на каждое решение $\circ \circ \circ \circ \circ \circ \circ \circ \circ$ есть ~~постановка~~ единственная ~~постановка~~ пересадка. Пусть есть решение a_0, b_0, c_0 :

$$\begin{cases} a_0 + 2 = 2^{\alpha_0} > 0 \\ b_0 + 2 = 2^{\beta_0} > 0 \\ c_0 + 2 = 2^{\gamma_0} > 0 \end{cases}, \quad \alpha_0 + \beta_0 + \gamma_0 = 9.$$

Запомним, что по ~~каждому~~ ~~решению~~ a_0, b_0, c_0 ~~есть~~ ~~уникальный~~ ~~набор~~ ~~однозначно~~ ~~определяется~~ a_0, b_0, c_0

~~отсчитаем~~ α

Чтобы увидеть это решение «на шарах» отсчитаем слева α_0 шаров и поставим пересадку после шара с номером α_0 (если $\alpha_0 = 0$, то ставим пересадку при первом шаре). Затем от указанного пересадки отсчитаем β_0 шаров и снова поставим пересадку (т.е. второе пересадка стоит после шара с номером $\alpha_0 + \beta_0$). Справа от второй пересадки отсчитаем γ_0 шаров.

Теперь составим ~~каждое~~ ^{новое} расстановки шаров решение ~~a_0, b_0, c_0~~ a_i, b_i, c_i . Поставим как-то пересадки. При первом слева пересадке α шаров, между первой и второй пересадками β шаров, а после ~~пер~~ второй (т.е. справа от нее) γ шаров.

$$\begin{cases} a_i + 2 = 2^{\alpha} \\ b_i + 2 = 2^{\beta} \\ c_i + 2 = 2^{\gamma} \end{cases} \quad a_i, b_i, c_i \text{ являются решением, т.е.} \\ \alpha + \beta + \gamma = 9.$$

Поскольку по решению (т.е. упорядоченному набору) a_i, b_i, c_i однозначно определяется упорядоченный набор d_i, b_i, t_i и по ~~каждому~~ ~~упор.~~ набору d_i, b_i, t_i однозначно определяется a_i, b_i, c_i -решение, то

Код участника: M10-27

(заполняется организатором)

и между множествами решений $\ast$, где $a+2>0, b+2>0, c+2>0$ расстановкой $\ast$ перелоронок устанавливаемые биенции. Тогда ко-во решений $\ast$, где $a+2>0, b+2>0$ и $c+2>0$ равно ко-ву способов поставить перелоронок. Перелоронок можно поставить $10 \cdot 10 = 100$ способами (т.к. ~~ка~~ ^{ка} перелоронок может стоять на 10 местах, ² ~~тоже~~ ^{тоже} на 10)

Теперь заметим, что если у нас есть ~~от~~ решение $\ast$, где к-то скобка < 0 , то таких скобок ровно 2 (т.к. если 3 или 1, то произведение слева < 0 , а $5/2 > 0$)

Тогда любое ~~и~~ решение, где 2 скобки < 0 можно поменять у решения, где все скобки > 0 , поставив минус перед двумя скобками (и переписать значение букв в этих скобках). Тогда каждому решению $\ast$, где $a+2>0, b+2>0, c+2>0$ сопоставляется решение, где 2 скобки отриц. (скобки не могут быть 0, т.к. иначе произведение 0) ~~а~~ ~~и~~ скобки с a и b отриц, с b и c , с a и c отриц. Тогда всего решений $100 \cdot 2 = 200$ в скобках было написано, приведу пример:

$$\left\{ \begin{array}{l} a+2 = -2^{\alpha_1} \\ b+2 = -2^{\beta_1} \\ c+2 = 2^{\gamma_1} \end{array} \right. \text{ сопоставляется решению } \left\{ \begin{array}{l} a'+2 = 2^{\alpha_1} \\ b'+2 = 2^{\beta_1} \\ c'+2 = 2^{\gamma_1} \end{array} \right. \text{ где } \begin{array}{l} a'_1 = 2^{\alpha_1} - 2 \\ b'_1 = 2^{\beta_1} - 2 \end{array}$$

Ответ: 300

Код участника: M10-27
(заполняется организатором)

Задача 2

Ответ: нет.

Решение: пусть существует. Сумма углов у 91-угольника $= 89 \cdot 180 = 16020$. Поскольку 91-угольник выпуклый, то ~~все~~ каждый его ~~угол~~ ≤ 180 . Тогда максимальное значение угла может быть 176 (это наименьшее число < 180 и кратное 4). Но заметим, что тогда сумма углов у 91-угольника $\leq 176 \cdot 91 = 16016 < 16020$.

Противоречие, т.к. ~~сумма~~ и мы получили противоречие: сумму углов сверху и полученное значение оказалось меньше суммы углов.

Код участника: M10-27
(заполняется организатором)

Задача 5.

1) Отметим на AD т. G так,
что $AB = AG$

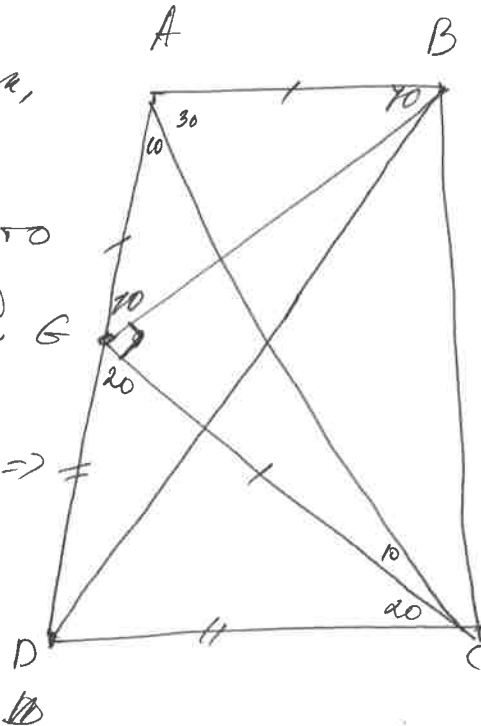
Поскольку $AD = AB + CD$, то
 $AG + GD = AB + CD$

и $AB = AG \Rightarrow GD = CD$

2) $\triangle ABG$ — $\triangle$ ($AG = AB$) $\Rightarrow$

$$\angle AGB = \angle ABG = \frac{180 - \angle GAB}{2} =$$

$$= \frac{180 - 40}{2} = 70$$



3) $\triangle BDC$ — $\triangle$ ($GD = DC$) $\Rightarrow \angle DGC = \angle DCG$

$\angle ADC = 180^\circ - \angle GAB$, т.к. $AB \parallel DC \Rightarrow \angle ADC = 140^\circ$.

Тогда $\angle DGC = \angle DCG = \frac{180 - 140}{2} = 20$

4) $\angle BGC = 90^\circ$, т.к. $\angle BGA + \angle BGC + \angle CGD = 180^\circ \Rightarrow$

$$\angle BGC = 180^\circ - 70^\circ - 20^\circ = 90$$

5) т.к. $AB \parallel DC$, то $\angle BAC = \angle ACD \Rightarrow \alpha = 30^\circ \Rightarrow \angle GCA = 30^\circ - 20^\circ = 10^\circ$

6) $\triangle AGC$: $\angle GAC = 10^\circ$, $\angle GCA = 10^\circ \Rightarrow \triangle AGC$ — $\triangle$ $\Rightarrow AG = GC$

Задача 3.

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 4b + 4c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^3 - (b+c)(b^2 - bc + c^2) = 3abc \end{cases}$$

$$\downarrow \frac{a^2}{4} = b+c \quad \text{подставим } \frac{a^2}{4} = b+c \text{ в 1-е уравнение.}$$

$$\downarrow a^3 - \frac{a^2}{4}(b^2 - bc + c^2) = 3abc \quad | :a \neq 0, \text{ т.к. } a \in \mathbb{N}$$

$$\downarrow a^2 - \frac{a}{4}(b^2 - bc + c^2) = 3bc \quad (1)$$

Вместо a^2 напишем $4b + 4c$ (т.к. $a^2 = 4b + 4c$)

$$4b + 4c - \frac{a}{4}(b^2 - bc + c^2) = 3bc$$

Заметим, что $\frac{a}{4}(b^2 - bc + c^2) \geq 0$ т.к. $b^2 - bc + c^2 \geq 0$, т.к. $b^2 + c^2 \geq 2bc \geq bc$, т.к. $(b-c)^2 \geq 0$.

$$\Rightarrow 4b + 4c \geq 3bc$$

Рассмотрим случаи:

1) $b = c = 1$ (доо, т.к. в и с равны) - т.е. одна из букв имеет значение 1.

2) $c > 1, b > 1$.

① Пусть $c = 1 \Rightarrow$ система переписывается как

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - 1 = 3ab \\ a^2 = 4b + 4 \end{cases}$$

После преобразования сводим к (1).

$$a^2 - \frac{a}{4}(b^2 - b + 1) = 3b, \text{ т.е.}$$

$$4b + 4 - \frac{a}{4}(b^2 - b + 1) = 3b$$

$$b + 4 = \frac{a}{4}(b^2 - b + 1). \text{ Вместо } a \text{ напишем}$$

$$2\sqrt{b+4} \text{ (т.к. } a^2 = 4b + 4 \Rightarrow a = 2\sqrt{b+4})$$

② Случай. $c \geq 2$, $b \geq 2$, т.к. $b, c \in \mathbb{N}$.

Рассмотрим предположим, $c = 3$.

Тогда $4b + 4 \cdot 3 \geq 3 \cdot 3 - b$

$$4b + 12 \geq 9b$$

$$12 \geq 5b \Rightarrow b < 2. \text{ противоречие } \Rightarrow c \neq 3$$

Аналогично $b \neq 3$. Тогда $c = 2$ и $b = 2$

Тогда
$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 4b + 4c \\ c = 2 \\ b = 2 \end{cases}$$

Тогда можно найти a у $a^2 = 4b + 4c$
 $a^2 = 8 + 8$
 $a^2 = 16$
 $a = 4$, т.к. $a \in \mathbb{N}$.

Проверим верна ли система:

$$\begin{cases} 64 - 8 - 8 = 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2 \\ 16 = 8 + 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 48 = 48 \\ 16 = 16 \end{cases}$$

Поискать есть решение

$$\begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \\ c = 2 \end{cases}$$

① Случай. $c = 1$ (всё в системе равносильно)

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - 1 = 3ab \\ a^2 = 4b + 4 \end{cases}$$

Заметим, что $\frac{a^2}{4} = b + 1$, т.е.

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = b + 1, \text{ т.е. } b + 1 - \text{квадрат.}$$

при этом $b \in \mathbb{N} \Rightarrow b \geq 3$.
 (имеем $b + 1$ не квадрат)

~~Пусть $b = 3 + k$.~~

Равнение уравнение $a^3 - b^3 - 1 = 3ab$ сведём к (1) (аналогично). Получим:

$$a^2 - \frac{a}{4}(b^2 - b + 1) = 3b$$

$a = 2\sqrt{b+1}$ подставим во второе, получим

$$4b+4 - \frac{\sqrt{b+1}}{2}(b^2 - b + 1) = 3b$$

$$b+4 = \frac{\sqrt{b+1}}{2}(b^2 - b + 1)$$

$$2b+8 = \sqrt{b+1}(b^2 - b + 1) \Rightarrow 2b+8 > \sqrt{b+1}$$

Пусть $\sqrt{b+1} = k$. Тогда $k^2 - 1 = b$

$$2k^2 + 6 = k^4 (k^4 - 2k^2 + 1 - k^2 + 1 + 1)$$

$$2k^2 + 6 = k^4 (k^4 - 3k^2 + 3)$$

$$k^5 - 3k^3 - 2k^2 + 3k - 6 = 0 \quad (2)$$

Заметим, что при $k \geq 3$ $k^5 > 3k^3 + 2k^2$ и $3k > 6$, т.е.

$k^2 > 3$ и $2k^2 > 3k$, т.е. $2k > 3$. т.е. при $k \geq 0$ $(2) > 0$.

Тогда проверим $k=1$

Тогда $k \leq 1$, но $k \geq 1 \Rightarrow \sqrt{b+1} \leq 1 \Rightarrow b \leq 0$, но

~~$b \in \mathbb{N}$. Проверим $k=1$~~

Заметим, что при $k \geq 4$ $k^5 > 3k^3 + 2k^2$ и $3k > 6$, т.е.

$k^2 > 3k + 2$ имеет корни при $k=4$ $k^5 > 3k^3 + 2k^2 \Leftrightarrow k^2 > 3k + 2$,

т.е. $k^2 - 3k - 2 > 0$, ~~но~~ ~~при $k=4$~~ ~~при $k=5$~~ ~~при $k=6$~~ ~~при $k=7$~~ ~~при $k=8$~~ ~~при $k=9$~~ ~~при $k=10$~~ ~~при $k=11$~~ ~~при $k=12$~~ ~~при $k=13$~~ ~~при $k=14$~~ ~~при $k=15$~~ ~~при $k=16$~~ ~~при $k=17$~~ ~~при $k=18$~~ ~~при $k=19$~~ ~~при $k=20$~~ ~~при $k=21$~~ ~~при $k=22$~~ ~~при $k=23$~~ ~~при $k=24$~~ ~~при $k=25$~~ ~~при $k=26$~~ ~~при $k=27$~~ ~~при $k=28$~~ ~~при $k=29$~~ ~~при $k=30$~~ ~~при $k=31$~~ ~~при $k=32$~~ ~~при $k=33$~~ ~~при $k=34$~~ ~~при $k=35$~~ ~~при $k=36$~~ ~~при $k=37$~~ ~~при $k=38$~~ ~~при $k=39$~~ ~~при $k=40$~~ ~~при $k=41$~~ ~~при $k=42$~~ ~~при $k=43$~~ ~~при $k=44$~~ ~~при $k=45$~~ ~~при $k=46$~~ ~~при $k=47$~~ ~~при $k=48$~~ ~~при $k=49$~~ ~~при $k=50$~~ ~~при $k=51$~~ ~~при $k=52$~~ ~~при $k=53$~~ ~~при $k=54$~~ ~~при $k=55$~~ ~~при $k=56$~~ ~~при $k=57$~~ ~~при $k=58$~~ ~~при $k=59$~~ ~~при $k=60$~~ ~~при $k=61$~~ ~~при $k=62$~~ ~~при $k=63$~~ ~~при $k=64$~~ ~~при $k=65$~~ ~~при $k=66$~~ ~~при $k=67$~~ ~~при $k=68$~~ ~~при $k=69$~~ ~~при $k=70$~~ ~~при $k=71$~~ ~~при $k=72$~~ ~~при $k=73$~~ ~~при $k=74$~~ ~~при $k=75$~~ ~~при $k=76$~~ ~~при $k=77$~~ ~~при $k=78$~~ ~~при $k=79$~~ ~~при $k=80$~~ ~~при $k=81$~~ ~~при $k=82$~~ ~~при $k=83$~~ ~~при $k=84$~~ ~~при $k=85$~~ ~~при $k=86$~~ ~~при $k=87$~~ ~~при $k=88$~~ ~~при $k=89$~~ ~~при $k=90$~~ ~~при $k=91$~~ ~~при $k=92$~~ ~~при $k=93$~~ ~~при $k=94$~~ ~~при $k=95$~~ ~~при $k=96$~~ ~~при $k=97$~~ ~~при $k=98$~~ ~~при $k=99$~~ ~~при $k=100$~~ ~~при $k=101$~~ ~~при $k=102$~~ ~~при $k=103$~~ ~~при $k=104$~~ ~~при $k=105$~~ ~~при $k=106$~~ ~~при $k=107$~~ ~~при $k=108$~~ ~~при $k=109$~~ ~~при $k=110$~~ ~~при $k=111$~~ ~~при $k=112$~~ ~~при $k=113$~~ ~~при $k=114$~~ ~~при $k=115$~~ ~~при $k=116$~~ ~~при $k=117$~~ ~~при $k=118$~~ ~~при $k=119$~~ ~~при $k=120$~~ ~~при $k=121$~~ ~~при $k=122$~~ ~~при $k=123$~~ ~~при $k=124$~~ ~~при $k=125$~~ ~~при $k=126$~~ ~~при $k=127$~~ ~~при $k=128$~~ ~~при $k=129$~~ ~~при $k=130$~~ ~~при $k=131$~~ ~~при $k=132$~~ ~~при $k=133$~~ ~~при $k=134$~~ ~~при $k=135$~~ ~~при $k=136$~~ ~~при $k=137$~~ ~~при $k=138$~~ ~~при $k=139$~~ ~~при $k=140$~~ ~~при $k=141$~~ ~~при $k=142$~~ ~~при $k=143$~~ ~~при $k=144$~~ ~~при $k=145$~~ ~~при $k=146$~~ ~~при $k=147$~~ ~~при $k=148$~~ ~~при $k=149$~~ ~~при $k=150$~~ ~~при $k=151$~~ ~~при $k=152$~~ ~~при $k=153$~~ ~~при $k=154$~~ ~~при $k=155$~~ ~~при $k=156$~~ ~~при $k=157$~~ ~~при $k=158$~~ ~~при $k=159$~~ ~~при $k=160$~~ ~~при $k=161$~~ ~~при $k=162$~~ ~~при $k=163$~~ ~~при $k=164$~~ ~~при $k=165$~~ ~~при $k=166$~~ ~~при $k=167$~~ ~~при $k=168$~~ ~~при $k=169$~~ ~~при $k=170$~~ ~~при $k=171$~~ ~~при $k=172$~~ ~~при $k=173$~~ ~~при $k=174$~~ ~~при $k=175$~~ ~~при $k=176$~~ ~~при $k=177$~~ ~~при $k=178$~~ ~~при $k=179$~~ ~~при $k=180$~~ ~~при $k=181$~~ ~~при $k=182$~~ ~~при $k=183$~~ ~~при $k=184$~~ ~~при $k=185$~~ ~~при $k=186$~~ ~~при $k=187$~~ ~~при $k=188$~~ ~~при $k=189$~~ ~~при $k=190$~~ ~~при $k=191$~~ ~~при $k=192$~~ ~~при $k=193$~~ ~~при $k=194$~~ ~~при $k=195$~~ ~~при $k=196$~~ ~~при $k=197$~~ ~~при $k=198$~~ ~~при $k=199$~~ ~~при $k=200$~~ ~~при $k=201$~~ ~~при $k=202$~~ ~~при $k=203$~~ ~~при $k=204$~~ ~~при $k=205$~~ ~~при $k=206$~~ ~~при $k=207$~~ ~~при $k=208$~~ ~~при $k=209$~~ ~~при $k=210$~~ ~~при $k=211$~~ ~~при $k=212$~~ ~~при $k=213$~~ ~~при $k=214$~~ ~~при $k=215$~~ ~~при $k=216$~~ ~~при $k=217$~~ ~~при $k=218$~~ ~~при $k=219$~~ ~~при $k=220$~~ ~~при $k=221$~~ ~~при $k=222$~~ ~~при $k=223$~~ ~~при $k=224$~~ ~~при $k=225$~~ ~~при $k=226$~~ ~~при $k=227$~~ ~~при $k=228$~~ ~~при $k=229$~~ ~~при $k=230$~~ ~~при $k=231$~~ ~~при $k=232$~~ ~~при $k=233$~~ ~~при $k=234$~~ ~~при $k=235$~~ ~~при $k=236$~~ ~~при $k=237$~~ ~~при $k=238$~~ ~~при $k=239$~~ ~~при $k=240$~~ ~~при $k=241$~~ ~~при $k=242$~~ ~~при $k=243$~~ ~~при $k=244$~~ ~~при $k=245$~~ ~~при $k=246$~~ ~~при $k=247$~~ ~~при $k=248$~~ ~~при $k=249$~~ ~~при $k=250$~~ ~~при $k=251$~~ ~~при $k=252$~~ ~~при $k=253$~~ ~~при $k=254$~~ ~~при $k=255$~~ ~~при $k=256$~~ ~~при $k=257$~~ ~~при $k=258$~~ ~~при $k=259$~~ ~~при $k=260$~~ ~~при $k=261$~~ ~~при $k=262$~~ ~~при $k=263$~~ ~~при $k=264$~~ ~~при $k=265$~~ ~~при $k=266$~~ ~~при $k=267$~~ ~~при $k=268$~~ ~~при $k=269$~~ ~~при $k=270$~~ ~~при $k=271$~~ ~~при $k=272$~~ ~~при $k=273$~~ ~~при $k=274$~~ ~~при $k=275$~~ ~~при $k=276$~~ ~~при $k=277$~~ ~~при $k=278$~~ ~~при $k=279$~~ ~~при $k=280$~~ ~~при $k=281$~~ ~~при $k=282$~~ ~~при $k=283$~~ ~~при $k=284$~~ ~~при $k=285$~~ ~~при $k=286$~~ ~~при $k=287$~~ ~~при $k=288$~~ ~~при $k=289$~~ ~~при $k=290$~~ ~~при $k=291$~~ ~~при $k=292$~~ ~~при $k=293$~~ ~~при $k=294$~~ ~~при $k=295$~~ ~~при $k=296$~~ ~~при $k=297$~~ ~~при $k=298$~~ ~~при $k=299$~~ ~~при $k=300$~~ ~~при $k=301$~~ ~~при $k=302$~~ ~~при $k=303$~~ ~~при $k=304$~~ ~~при $k=305$~~ ~~при $k=306$~~ ~~при $k=307$~~ ~~при $k=308$~~ ~~при $k=309$~~ ~~при $k=310$~~ ~~при $k=311$~~ ~~при $k=312$~~ ~~при $k=313$~~ ~~при $k=314$~~ ~~при $k=315$~~ ~~при $k=316$~~ ~~при $k=317$~~ ~~при $k=318$~~ ~~при $k=319$~~ ~~при $k=320$~~ ~~при $k=321$~~ ~~при $k=322$~~ ~~при $k=323$~~ ~~при $k=324$~~ ~~при $k=325$~~ ~~при $k=326$~~ ~~при $k=327$~~ ~~при $k=328$~~ ~~при $k=329$~~ ~~при $k=330$~~ ~~при $k=331$~~ ~~при $k=332$~~ ~~при $k=333$~~ ~~при $k=334$~~ ~~при $k=335$~~ ~~при $k=336$~~ ~~при $k=337$~~ ~~при $k=338$~~ ~~при $k=339$~~ ~~при $k=340$~~ ~~при $k=341$~~ ~~при $k=342$~~ ~~при $k=343$~~ ~~при $k=344$~~ ~~при $k=345$~~ ~~при $k=346$~~ ~~при $k=347$~~ ~~при $k=348$~~ ~~при $k=349$~~ ~~при $k=350$~~ ~~при $k=351$~~ ~~при $k=352$~~ ~~при $k=353$~~ ~~при $k=354$~~ ~~при $k=355$~~ ~~при $k=356$~~ ~~при $k=357$~~ ~~при $k=358$~~ ~~при $k=359$~~ ~~при $k=360$~~ ~~при $k=361$~~ ~~при $k=362$~~ ~~при $k=363$~~ ~~при $k=364$~~ ~~при $k=365$~~ ~~при $k=366$~~ ~~при $k=367$~~ ~~при $k=368$~~ ~~при $k=369$~~ ~~при $k=370$~~ ~~при $k=371$~~ ~~при $k=372$~~ ~~при $k=373$~~ ~~при $k=374$~~ ~~при $k=375$~~ ~~при $k=376$~~ ~~при $k=377$~~ ~~при $k=378$~~ ~~при $k=379$~~ ~~при $k=380$~~ ~~при $k=381$~~ ~~при $k=382$~~ ~~при $k=383$~~ ~~при $k=384$~~ ~~при $k=385$~~ ~~при $k=386$~~ ~~при $k=387$~~ ~~при $k=388$~~ ~~при $k=389$~~ ~~при $k=390$~~ ~~при $k=391$~~ ~~при $k=392$~~ ~~при $k=393$~~ ~~при $k=394$~~ ~~при $k=395$~~ ~~при $k=396$~~ ~~при $k=397$~~ ~~при $k=398$~~ ~~при $k=399$~~ ~~при $k=400$~~ ~~при $k=401$~~ ~~при $k=402$~~ ~~при $k=403$~~ ~~при $k=404$~~ ~~при $k=405$~~ ~~при $k=406$~~ ~~при $k=407$~~ ~~при $k=408$~~ ~~при $k=409$~~ ~~при $k=410$~~ ~~при $k=411$~~ ~~при $k=412$~~ ~~при $k=413$~~ ~~при $k=414$~~ ~~при $k=415$~~ ~~при $k=416$~~ ~~при $k=417$~~ ~~при $k=418$~~ ~~при $k=419$~~ ~~при $k=420$~~ ~~при $k=421$~~ ~~при $k=422$~~ ~~при $k=423$~~ ~~при $k=424$~~ ~~при $k=425$~~ ~~при $k=426$~~ ~~при $k=427$~~ ~~при $k=428$~~ ~~при $k=429$~~ ~~при $k=430$~~ ~~при $k=431$~~ ~~при $k=432$~~ ~~при $k=433$~~ ~~при $k=434$~~ ~~при $k=435$~~ ~~при $k=436$~~ ~~при $k=437$~~ ~~при $k=438$~~ ~~при $k=439$~~ ~~при $k=440$~~ ~~при $k=441$~~ ~~при $k=442$~~ ~~при $k=443$~~ ~~при $k=444$~~ ~~при $k=445$~~ ~~при $k=446$~~ ~~при $k=447$~~ ~~при $k=448$~~ ~~при $k=449$~~ ~~при $k=450$~~ ~~при $k=451$~~ ~~при $k=452$~~ ~~при $k=453$~~ ~~при $k=454$~~ ~~при $k=455$~~ ~~при $k=456$~~ ~~при $k=457$~~ ~~при $k=458$~~ ~~при $k=459$~~ ~~при $k=460$~~ ~~при $k=461$~~ ~~при $k=462$~~ ~~при $k=463$~~ ~~при $k=464$~~ ~~при $k=465$~~ ~~при $k=466$~~ ~~при $k=467$~~ ~~при $k=468$~~ ~~при $k=469$~~ ~~при $k=470$~~ ~~при $k=471$~~ ~~при $k=472$~~ ~~при $k=473$~~ ~~при $k=474$~~ ~~при $k=475$~~ ~~при $k=476$~~ ~~при $k=477$~~ ~~при $k=478$~~ ~~при $k=479$~~ ~~при $k=480$~~ ~~при $k=481$~~ ~~при $k=482$~~ ~~при $k=483$~~ ~~при $k=484$~~ ~~при $k=485$~~ ~~при $k=486$~~ ~~при $k=487$~~ ~~при $k=488$~~ ~~при $k=489$~~ ~~при $k=490$~~ ~~при $k=491$~~ ~~при $k=492$~~ ~~при $k=493$~~ ~~при $k=494$~~ ~~при $k=495$~~ ~~при $k=496$~~ ~~при $k=497$~~ ~~при $k=498$~~ ~~при $k=499$~~ ~~при $k=500$~~ ~~при $k=501$~~ ~~при $k=502$~~ ~~при $k=503$~~ ~~при $k=504$~~ ~~при $k=505$~~ ~~при $k=506$~~ ~~при $k=507$~~ ~~при $k=508$~~ ~~при $k=509$~~ ~~при $k=510$~~ ~~при $k=511$~~ ~~при $k=512$~~ ~~при $k=513$~~ ~~при $k=514$~~ ~~при $k=515$~~ ~~при $k=516$~~ ~~при $k=517$~~ ~~при $k=518$~~ ~~при $k=519$~~ ~~при $k=520$~~ ~~при $k=521$~~ ~~при $k=522$~~ ~~при $k=523$~~ ~~при $k=524$~~ ~~при $k=525$~~ ~~при $k=526$~~ ~~при $k=527$~~ ~~при $k=528$~~ ~~при $k=529$~~ ~~при $k=530$~~ ~~при $k=531$~~ ~~при $k=532$~~ ~~при $k=533$~~ ~~при $k=534$~~ ~~при $k=535$~~ ~~при $k=536$~~ ~~при $k=537$~~ ~~при $k=538$~~ ~~при $k=539$~~ ~~при $k=540$~~ ~~при $k=541$~~ ~~при $k=542$~~ ~~при $k=543$~~ ~~при $k=544$~~ ~~при $k=545$~~ ~~при $k=546$~~ ~~при $k=547$~~ ~~при $k=548$~~ ~~при $k=549$~~ ~~при $k=550$~~ ~~при $k=551$~~ ~~при $k=552$~~ ~~при $k=553$~~ ~~при $k=554$~~ ~~при $k=555$~~ ~~при $k=556$~~ ~~при $k=557$~~ ~~при $k=558$~~ ~~при $k=559$~~ ~~при $k=560$~~ ~~при $k=561$~~ ~~при $k=562$~~ ~~при $k=563$~~ ~~при $k=564$~~ ~~при $k=565$~~ ~~при $k=566$~~ ~~при $k=567$~~ ~~при $k=568$~~ ~~при $k=569$~~ ~~при $k=570$~~ ~~при $k=571$~~ ~~при $k=572$~~ ~~при $k=573$~~ ~~при $k=574$~~ ~~при $k=575$~~ ~~при $k=576$~~ ~~при $k=577$~~ ~~при $k=578$~~ ~~при $k=579$~~ ~~при $k=580$~~ ~~при $k=581$~~ ~~при $k=582$~~ ~~при $k=583$~~ ~~при $k=584$~~ ~~при $k=585$~~ ~~при $k=586$~~ ~~при $k=587$~~ ~~при $k=588$~~ ~~при $k=589$~~ ~~при $k=590$~~ ~~при $k=591$~~ ~~при $k=592$~~ ~~при $k=593$~~ ~~при $k=594$~~ ~~при $k=595$~~ ~~при $k=596$~~ ~~при $k=597$~~ ~~при $k=598$~~ ~~при $k=599$~~ ~~при $k=600$~~ ~~при $k=601$~~ ~~при $k=602$~~ ~~при $k=603$~~ ~~при $k=604$~~ ~~при $k=605$~~ ~~при $k=606$~~ ~~при $k=607$~~ ~~при $k=608$~~ ~~при $k=609$~~ ~~при $k=610$~~ ~~при $k=611$~~ ~~при $k=612$~~ ~~при $k=613$~~ ~~при $k=614$~~ ~~при $k=615$~~ ~~при $k=616$~~ ~~при $k=617$~~ ~~при $k=618$~~ ~~при $k=619$~~ ~~при $k=620$~~ ~~при $k=621$~~ ~~при $k=622$~~ ~~при $k=623$~~ ~~при $k=624$~~ ~~при $k=625$~~ ~~при $k=626$~~ ~~при $k=627$~~ ~~при $k=628$~~ ~~при $k=629$~~ ~~при $k=630$~~ ~~при $k=631$~~ ~~при $k=632$~~ ~~при $k=633$~~ ~~при $k=634$~~ ~~при $k=635$~~ ~~при $k=636$~~ ~~при $k=637$~~ ~~при $k=638$~~ ~~при $k=639$~~ ~~при $k=640$~~ ~~при $k=641$~~ ~~при $k=642$~~ ~~при $k=643$~~ ~~при $k=644$~~ ~~при $k=645$~~ ~~при $k=646$~~ ~~при $k=647$~~ ~~при $k=648$~~ ~~при $k=649$~~ ~~при $k=650$~~ ~~при $k=651$~~ ~~при $k=652$~~ ~~при $k=653$~~ ~~при $k=654$~~ ~~при $k=655$~~ ~~при $k=656$~~ ~~при $k=657$~~ ~~при $k=658$~~ ~~при $k=659$~~ ~~при $k=660$~~ ~~при $k=661$~~ ~~при $k=662$~~ ~~при $k=663$~~ ~~при $k=664$~~ ~~при $k=665$~~ ~~при $k=666$~~ ~~при $k=667$~~ ~~при $k=668$~~ ~~при $k=669$~~ ~~при $k=670$~~ ~~при $k=671$~~ ~~при $k=672$~~ ~~при $k=673$~~ ~~при $k=674$~~ ~~при $k=675$~~ ~~при $k=676$~~ ~~при $k=677$~~ ~~при $k=678$~~ ~~при $k=679$~~ ~~при $k=680$~~ ~~при $k=681$~~ ~~при $k=682$~~ ~~при $k=683$~~ ~~при $k=684$~~ ~~при~~

Код участника: M10-27

(заполняется организатором)

при $k=3$

~~$k^3 - 3k^2 - 2k^2 > 0, \text{ т.к. } k^3 - 3k - 2 > 0, \text{ т.к. } 9$~~

~~$\sqrt{bH} = k^3, \text{ т.е. } b=8$~~

Проверим:

$$c=1, b=8. \Rightarrow a = \sqrt{4 \cdot 8 + 4} = 6.$$

$$6^3 - 8^3 - 1^3 = 3 \cdot 8 \cdot 6 - 1, \text{ но } 6^3 - 8^3 - 1 < 0, \text{ т.к.}$$

$8^3 > 6^3 \Rightarrow$ отрицательное не может равняться
положит. числу. т.е. $b=8$ не подходит.

при $k=2$ $\sqrt{bH} = 2 \Rightarrow b=3, a = \sqrt{4 \cdot 3 + 4} = 4$

Проверим $c=1, b=3, a=4$

$$4^3 - 3^3 - 1^3 = 3 \cdot 4 \cdot 3 - 1 \text{ — верно}$$

$$4^2 = 4 \cdot 3 + 4 \text{ — верно}$$

Итак найдем решение $\begin{cases} a=4 \\ b=3 \\ c=1 \end{cases}$

при $k=1$ $\sqrt{bH} = 1 \Rightarrow b=0, \text{ но } b \in \mathbb{N}. \text{ Противоречие.}$

Ответ: $\begin{cases} a=4 \\ b=3 \\ c=1 \end{cases}$ и $\begin{cases} a=4 \\ b=2 \\ c=2 \end{cases}$

№1.

Первый автобус был встречен велосипедистом
спустя 3 часа 20 минут = $\frac{10}{3}$ часа = $3\frac{1}{3}$ часа

Второй автобус был встречен велосипедистом
спустя 4 часа

Пусть a – скорость второго автобуса, тогда
 $\frac{5}{4}a = 1,25a$ – скорость первого. Пусть b –
скорость велосипедиста, следовательно:

$$\begin{cases} \frac{300}{a+b} = 4 \\ \frac{300}{1,25a+b} = 3\frac{1}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4(a+b) = 300 \\ \frac{300}{1,25a+b} = \frac{10}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a+b = 75 \\ 12,5a + 10b = 900 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 10a + 10b = 750 \\ 12,5a + 10b = 900 \end{cases} \rightarrow$$

$$12,5a + 10b - 10a - 10b = 150 \rightarrow$$

$$2,5 \cdot a = 150 \rightarrow a = 60 \rightarrow b = 75 - 60 = 15$$

Ответ: 15 км/ч

№2

$180(n-2)$ – сумма углов n -угольника

Найдем сумму углов 91-угольника:

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-327

$$S = 180 \cdot 89 = 16020$$

$16020 : 4$, следовательно, следует проверить, может ли рядный из углов 91-угольника делиться на 4. Заметим, что в таком случае рядный из углов будет равен ~~тем~~ целому числу от 1 до 179 включительно, кратному 4. Самое большое число, удовлетворяющее условию – 176 (это максимально возможная мера угла потому, что нам 91-угольник – выпуклый, следовательно, все ^{углы} ~~углы~~ $< 180^\circ$). Трудно, все углы равны 176° , тогда сумма углов будет равна $176 \cdot 91 = 16016$, но $16016 < 16020 \rightarrow$ какой-то из углов всё-таки будет больше 176° , а значит, некое из указанных выше условий, не будет кратен 4. $\rightarrow$ Ответ: Нет.

N5

N6

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-327

~~abc~~ $abc + 2ab + 2bc + 2c + 4a + 4b + 4c = 504$

$abc + 2ab + 2c(a+b) + 4(a+b) + 4c = 504$

$ab(c+2) + 2(a+b)(c+2) + 4c = 504$

~~$(c+2)(ab + 2(a+b)(c+2))$~~
 ~~$(c+2)(ab + 2(a+b)) + 4c + 8 = 506$~~

$(c+2)(ab + 2(a+b)) + 4c + 8 = 512$

$(c+2)(ab + 2(a+b)) + 4(c+2) = 512$

$(c+2)(ab + 2a + 2b + 4) = 512$

$(c+2)(a(b+2) + 2(b+2)) = 512$

$(c+2)(a+2)(b+2) = 512 \rightarrow$

$(a+2)(b+2)(c+2) = 512 = 2^9$

$$\begin{array}{r|l} 512 & 2 \\ 256 & 2 \\ 128 & 2 \\ 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

Найдем количество решений, учитывая, что, исходя из произведения, каждый множитель $|a+2|$, $|b+2|$, $|c+2|$ — это степень двойки. При $|a+2| = 2^0$ получаем, что $|b+2|$ — от 0 до 9 степени двойки, каждый раз $|a+2|$ и $|b+2|$ соотнес-

- существует одно $|c+2|$, значит, вариантов
будет 10, аналогично, при ~~$a+2=$~~
~~то~~ при $|a+2|=2^1$ получим 9 вариантов,
при $|a+2|=2^2=8$ и так далее.

Тогда всего будет

$$10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 =$$

$$= 55 \text{ троек } (a+2; b+2; c+2).$$

Теперь рассмотрим случаи, когда
~~два из наших~~ два из наших
трёх множителей отрицательны:

$$\left. \begin{array}{l} a+2 < 0; \quad b+2 > 0; \quad c+2 < 0 \\ a+2 < 0; \quad b+2 < 0; \quad c+2 > 0 \\ a+2 > 0; \quad b+2 < 0; \quad c+2 < 0 \end{array} \right\} 3 \text{ случая}$$

Для каждого из случаев будет 55
вариантов троек всего - $55 \cdot 3 + 55 =$
 $= 55 \cdot 4 = 220$ решений. Ответ: 220

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-327

*7. N8

Заметим, что $8100 = 90^2 \Rightarrow$ Заметим, что если раскрасить красным все числа от 90 до 8100 включительно, получим, что произведение любых двух красных чисел будет превышать 8100 ($8100 = 90^2$, а в данной раскраске одно из чисел будет всегда строго больше 90, а другое – больше или равно 90). Всего будет закрашено $8100 - 90 + 1 = 8011$ чисел. Докажем,

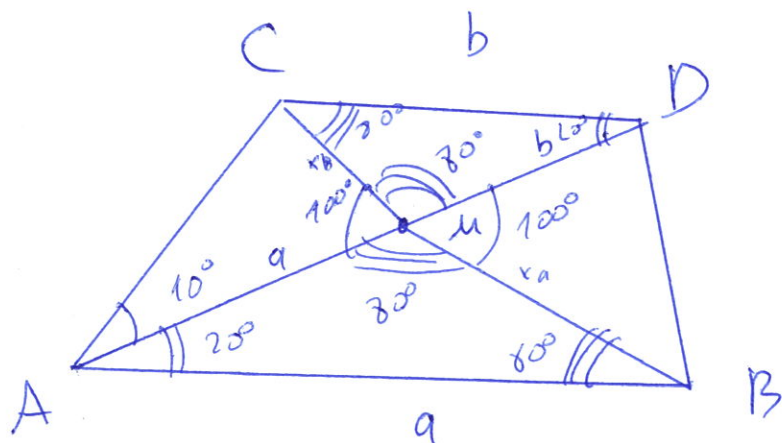
что раскрасить больше чисел нельзя.

~~Предположим~~ Но Заметим, что если мы закрасим больше чисел, мы обязательно закрасим хотя бы одно число a , такое, что $a \in [1; 89]$. a будет меньше 90, значит, найдётся такое число b ~~он~~ $\in [1, 8100]$, что $ab \leq 8100$. Тогда по условию,

в или ab не будет закрашено,
 значит, общее количество закрашенных
 чисел не будет превышать 1 (число a) +
 + 8011 (числа с 90 по 8100) - 1 (в или ab ,
 от 100 до 8100) = $8011 \rightarrow$ з.т.г.

Ответ: 8011 .

н 5.



$$\angle CAB = 30^\circ,$$

$$\angle CAD = 10^\circ \rightarrow$$

$$\angle DAB = 20^\circ.$$

Отметим на

AD такую точку M , что $AM = MB$ $AM = a$,
 $MD = b \rightarrow \triangle AMB$ - равноб. $\rightarrow \angle AMB = \angle MBA$
 $= \frac{(180 - 20)}{2} = 80^\circ$. $\angle DAB = \angle ADC$ ($AB \parallel CD$)
 $\rightarrow \angle ADC = 20^\circ$. Аналогично $\triangle AMD$,
 $\triangle CMD$ - равноб. $\rightarrow \angle DCM = \angle CDM = 80^\circ \rightarrow$
 $\triangle AMB$ и $\triangle CMD$ по двум сторонам и углу

между ними $\Rightarrow$

$$\frac{AB}{MB} = \frac{AM}{CB} = \frac{CM}{MB} =$$

$$= \frac{a}{b} \quad \angle DMB - \text{внешний у}$$

$$\angle AMB \text{ и } \angle DMB = 180 - 80^\circ = 100^\circ,$$

$$\rightarrow \angle AMC = 360 - 100 - 80 - 80 = 100^\circ \Rightarrow$$

$\triangle ACM \sim \triangle BMD$ по двум сторонам

и углу между ними $\Rightarrow \angle CAD =$

$$= \angle MDB = 10^\circ \Rightarrow \angle CDB = 20^\circ + 10^\circ =$$

$$= 30^\circ$$

$$\angle ADB = 10^\circ \quad \text{Ответ: } 10^\circ$$

Код участника:

110-95

(заполняется организатором)

A B V_0 - ск-ть велосипедиста

$$V_1 = \frac{5}{4} V_2 \text{ (скорости автомобилей)}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{3} (V_0 + \frac{5}{4} V_2) = 300 \text{ км} \\ 4(V_0 + V_2) = 300 \text{ км} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{3} V_0 + \frac{5}{12} V_2 = 300 \text{ км} \Rightarrow 4V_0 + 5V_2 = 1200 \text{ км} \Rightarrow \frac{4}{3} V_0 = \frac{1}{6} V_2 \Rightarrow V_2 = 4V_0$$

Тогда: $20V_0 = 300 \text{ км} \Rightarrow V_0 = 15 \text{ км/ч}$

Ответ: 15 км/ч.

N2

φ -ла суммы внутренних углов выпуклого n -угольника: $(n-2) \cdot 180^\circ$

где g_1 -на: $89 \cdot 180^\circ$

Тогда: $d_1 + d_2 + d_3 + \dots + d_{g_1} = 89 \cdot 180^\circ$ (где d_i - i -ый угол мн-ка)
 При этом $d_i \geq 4^\circ \Rightarrow 4(d_1' + d_2' + \dots + d_{g_1}') = 89 \cdot 180^\circ \Rightarrow d_1' + d_2' + \dots + d_{g_1}' = 89 \cdot 45^\circ$

$89 \cdot 45^\circ = 4005^\circ$, тогда пусть $d_1' = d_2' = d_3' = \dots = d_{g_0}' = 44^\circ$, а $d_{g_1}' = 45^\circ$, но такое быть не может т.к. тогда $d_{g_1} = 180^\circ$. Заметим, что значения $d_1', d_2', \dots, d_{g_0}'$ зафиксированы (с точностью до изменения индексов), т.к. если какой-то угол уменьшится на 1° , то другой увеличится на $1^\circ \rightarrow$ в мн-ке будет угол $< 180^\circ$, значит значение d_{g_1}' и d_{g_1} тоже зафиксированы, 45° и 180° соответственно.
 $\Rightarrow$ всегда найдется угол $d_i \geq 180^\circ \Rightarrow$ такого мн-ка нет.

Ответ: нет

N7

$$f(x) = x^3 - 3x - 3$$

$$2 < \sqrt[5]{39} = 39^{\frac{1}{5}} < 3$$

$$\text{Заметим, что } 2 < \sqrt[5]{39} < \sqrt[5]{40} \approx 2.1$$

Рассмотрим φ -ию $f(x)$ на промежутке $(2; +\infty)$

она очевидно возрастает (по св-ву кубической зависимости), тогда

$$f(\sqrt[5]{39}) < f(2.1)$$

$$f(2.1) = \sqrt[5]{9.261} - 6,3 - 3 < 0 \text{ (т.к. } \sqrt[5]{9.261} < 9,3) \Rightarrow f(\sqrt[5]{39}) < 0$$

т.к. при $x=2.1$ функция принимает отриц. значение, то при $x=\sqrt[5]{39}$ тоже

По условию $f(t)=0 \Rightarrow f(\sqrt[5]{39}) \Rightarrow t > \sqrt[5]{39}$ в силу монотонности $f(x)$ ч.т.д.
вс

Заметим, что если закрашивать цифру 1, то нельзя закрашивать
если закрашивать цифру 2, то еще можно закрашивать не более
больше никак

$$\frac{8100}{2} - 1 = 4049 \text{ чисел}$$

т.к. $\frac{1}{3}$ не закрашиваем $3 \Rightarrow$ не более $\frac{2}{3}$

Будем закрашивать числа так, чтобы результатом их перемножения
был бы отрезок $[1, 8100]$ (подумать: можно образцы, мы не будем иметь
себя возможности их закрашивать, т.к. они по условию неотрицательны)

Закрашиваем: 8100, 8099... 90. 89 ^{закрашиваем} ~~закрашивать не можем~~, и т.д.,
т.к. тогда не получится закрашивать $89 \cdot 90 = 8010$ и $89 \cdot 91 = 8099$, то

есть еще что мы получим $+1(89)$ и $-2(8010, 8099) \Rightarrow$ закрашиваем
то числа меньше 90 невозможно, т.к. уменьшает n (для произвольного
отрезка. Числа $x \in [x-1, x]$ ~~не~~ $x \in [89, 1]$ можно применить аналогичные к 89
распределения). $\frac{1}{3}$

Тогда итог: это кол-во чисел от 8100 до 90 включительно, то есть
 $8100 - 90 + 1 = 8011$

Ответ: 8011

Код участника:

410.05

(заполняется организатором)

W3

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 4b + 4c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a(a^2 - 3bc) = b^3 + c^3 \\ a = \sqrt{4b + 4c} \text{ (т.к. } b, c, a \geq 0) \end{cases} \Rightarrow \sqrt{4b + 4c} (4b + 4c - 3bc) = (b^3 + c^3) \cdot (b^2 - bc + c^2)$$

$\Rightarrow 2(4b - 3bc + 4c) \geq \sqrt{b+c}(b^2 - bc + c^2)$, заметим, что равенство может достигаться только тогда, когда $b+c = x^2$ где $x \in \mathbb{N}$.
 Более того, если рассмотреть это ур-е от-но b , то оно имеет максимум 3 решения (из соображений ^{квадратичной} зависимости)

Но не сложно сказать про c

$\& b+c=4$ (минимальный достижимый x^2 , т.к. $b, c \in \mathbb{N}, b, c \geq 0$)
 1 а. $b=3, c=1$

$2(12 - 9 + 4) = 2(9 - 3 + 1) \Leftrightarrow 7 = 7$ - подходит, а значит $c=3, b=1$ тоже
 2 а. подходит, т.к. уравненная система симметрична от-но a, b, c .

3 а. $b=c=2$

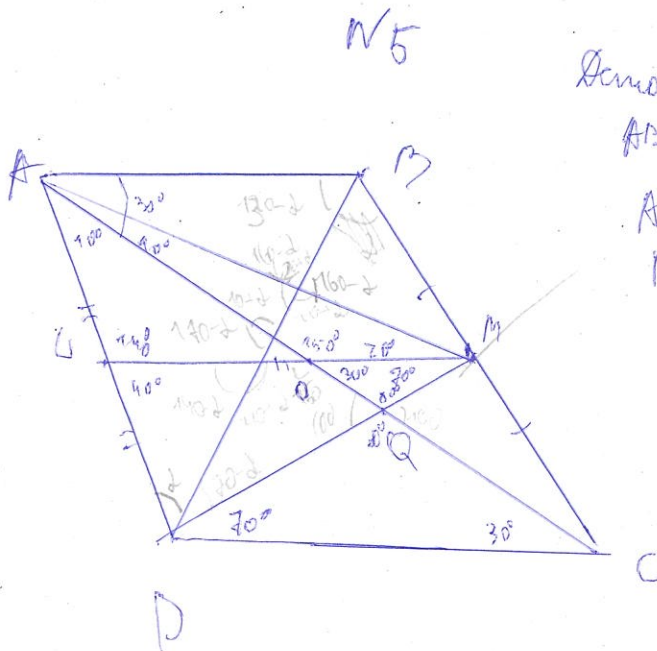
$2(8 - 12 + 8) = 2(4 - 4 + 4) \Leftrightarrow 4 = 4$ - верно, $\Rightarrow b=c=2$ тоже решение
 дальнейшая проверка не имеет смысла, т.к. мы нашли все 3 решения. Более того, начиная с некоторых b, c правая часть растет быстрее чем левая (из соображений асимптотического поведения) найдем a , соответствующие этим решениям

1 а. $a = \sqrt{4b + 4c} = 4$

2 а. $a = 4$

Тогда искомые ответы: $\{(4; 1; 3), (4; 3; 1), (4; 2; 2)\}$
 (в порядке $(a; b; c)$)

Ответ: $\{(4; 1; 3), (4; 3; 1), (4; 2; 2)\}$



Дано:

$ABCD$ – параллелограмм

$AB \parallel CD$

$\angle BAC = 100^\circ$

$\angle ABC = 30^\circ$

$|AB| + |CD| = |AD|$

Найти $\angle AQB$?

(*) L – середина $[AD]$, (*) M – середина $[BC]$

$$|LM| = \frac{|AD| + |BC|}{2} = |AL| = |LD| \Rightarrow \triangle DLM - \text{р/с} \quad \begin{cases} \angle LDM = \angle LMD = 70^\circ \\ \angle ALM = \text{р/с} \end{cases} \Rightarrow \angle LDM = \angle LMD = 70^\circ \Rightarrow \angle MDC = \angle ADC - \angle ADM = 140^\circ - 70^\circ = 70^\circ$$

$$\triangle ALM - \text{р/с} \Rightarrow \angle LAM = \angle AML = 20^\circ \Rightarrow \angle MAC = \angle DAC = 70^\circ$$

(*) $O = (AC) \cap (ML)$

$$\angle AOM = 150^\circ \text{ (по сумме } \angle \Delta)$$

$$\angle AOL = 30^\circ \text{ и } \angle OQM = 80^\circ \text{ (т.к. } OQ \perp ML = (AC) \cap (DM))$$

Ответ: 35

W4

W6

Ответ: 90

Ответ: 4

Бланк ответа

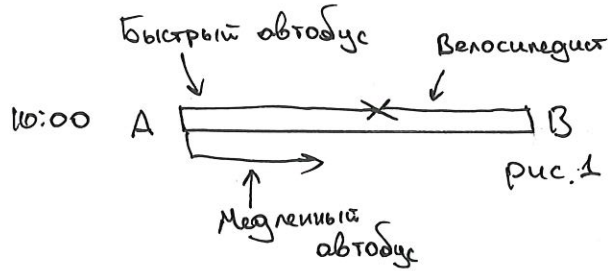
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:

110-95

(заполняется организатором)

N1



Пусть быстрый автобус - это автобус с самой быстрой скоростью $\Rightarrow$ медленный - оставшийся 2-й.

Скорость медленного обозначим за $V \Rightarrow$ по условию, скорость быстрого равна $\frac{17}{12}V$.

Обозначим скорость велосипедиста за x .

Рассмотрим первую встречу велосипедиста, рис. 1.

Т.к. они встретились "лоб в лоб", сумма их пройденных расстояний равна всему отрезку (по усл. $S=100$ км) (*).

Т.к. прошел всего час, получаем следующее уравнение

$$1 \cdot x + 1 \cdot \frac{17}{12}V = 100 \quad (\text{встреча с быстрым автобусом})$$

Очевидно, что сначала он встретит автобус с наибольшей скоростью, теперь уже с более медленным автобусом.

Рассмотрим вторую встречу велосипедиста, теперь уже с более медленным автобусом. С начала движения прошло 1 ч. 20 мин = $\frac{4}{3}$ ч. $\Rightarrow$ получаем уравнение:

$$\frac{4}{3} \cdot x + \frac{4}{3} \cdot V = 100 \quad (\text{по } (*)). \quad \text{Теперь решим систему уравнений:}$$

$$\begin{cases} x + \frac{17}{12}V = 100 \\ \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}V = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100 - \frac{17}{12}V \\ 4x + 4V = 300 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100 - \frac{17}{12}V \\ x = 75 - V \quad (1) \end{cases} \Rightarrow 100 - \frac{17}{12}V = 75 - V$$

$$25 = V \left(\frac{17}{12} - 1 \right)$$

$$25 = \frac{5}{12}V \Rightarrow 300 = 5V \Rightarrow V = 60 \text{ км/ч}$$

Получим V , теперь из уравнение (1) найдем x :

$$x = 75 - V = 75 - 60 = 15 \text{ км/ч}$$

Теперь подставим наши значения и проверим:

$$15 + \frac{17}{12} \cdot 60 = 15 + 85 = 100 \quad (1)$$

$$\frac{4}{3} \cdot 15 + \frac{4}{3} \cdot 60 = 20 + 80 = 100 \quad (2)$$

$\Rightarrow x = 15 \text{ км/ч}$. Ответ: Скорость велосипедиста равна 15 км/ч .

N4

Ответ: да, является

Код участника:

(заполняется организатором)

440-380

N2

Сумма углов 73-угольника: $(73-2) \cdot 180 = 71 \cdot 180 = 12780$.

По п. Дирихле, найдется угол ~~меньше~~^{больше} 175° . (Иначе, как максимум, сумма углов будет $175^\circ \cdot 73 = 12775 < 12780$) Но угол, градусная мера которого больше 175° и кратна 5 – один, 180° . Но он нам не подходит, т.к. это раз вершугий угол и мы рассматриваем выпуклый 73-угольник. Следовательно, такого быть не может. Ответ: не существует

~~N2~~

N7

$$x^3 - 3x - 4 = 0.$$

Подставим $x=2$: $8 - 6 - 4 = -2 < 0$ Подставим $x=3$: $27 - 9 - 4 = 14 > 0$ График ~~непрерывной~~ функции непрерывен $\Rightarrow \exists \xi \in (2; 3)$.
(Свойство, изогр. $x \in$

Заметим, что $32 < 46 < 243 \Rightarrow 2 < \sqrt[5]{46} < 3$.

Т.е. если мы докажем, что какое-то $x_1 > \sqrt[5]{46}$ при подстановке возвращает отрицательное значение, то мы докажем требуемое, ведь исходя из подстановки $x=2$ и $x=3$ понятно, что перед ~~пересечением~~ Ox значение функции было отрицательным, а после пересечения положительным, т.е. если мы докажем что ~~какое-то~~ какое-то $x_1 > \sqrt[5]{46}$ ~~возвращает отрицательное~~ при подстановке возвращает отрицательное значение, это будет означать, что $\sqrt[5]{46}$ лежит на графике до пересечения с Ox . (*)

$$x_1 = 2.16 = \frac{54}{25} \quad 2.16 > \sqrt[5]{46}, \text{ т.к. } \left(\frac{216}{100}\right)^5 > 46, \text{ т.к. } \left(\frac{216}{100}\right)^5 = \left(\frac{54}{25}\right)^5 = \frac{459165024}{9765625} > \frac{449218750}{9765625} = 46$$

$$\text{Подставим } x_1 \text{ в уравнение: } \left(\frac{54}{25}\right)^3 - 3 \cdot \frac{54}{25} - 4 = \frac{157464}{15625} - \frac{162}{25} - 4 = \frac{157464}{15625} - \frac{62500}{15625} - \frac{62500}{15625} = \frac{-7536}{15625} < 0 \Rightarrow \text{согласно рассуждению } (*), \xi > \sqrt[5]{46},$$

N8.

Ответ: при $n = 8010$. Возьмем все числа от 80 до 8100 . Тогда минимальное возможное произведение это $80 \cdot 81 = 8190$, что больше максимального числа на доске. Т.е. не покрасим мы числа от 1 до 89 , так как чисел $89 \Rightarrow$ покрасим мы $8100 - 89 = 8011$ чисел. Почему нельзя больше?

Если $n \geq 8012$, значит у нас ≥ 1 число из промежутка $[1; 89]$ (исходя из примера, чисел из промежутка $[1; 89]$ $8011 \Rightarrow$ при $n = 8012$, по п. Дирихле, ≥ 1 число, покрашенное в красный, ~~при этом~~ ~~лежит~~ ~~в промежутке~~ ~~$[1; 89]$~~ ~~$[1; 89]$~~ . Тогда ~~мы вернем~~ ~~произведение~~ ~~числа~~ ~~$[1; 89]$~~ ~~и~~ ~~любого~~ ~~другого~~ ~~этого~~ ~~произведение~~ ~~это~~ ~~число~~ ~~из промежутка~~ ~~$[1; 89]$~~ ~~уже~~ ~~может~~ ~~быть~~ ~~покрашено~~ ~~в~~ ~~красный~~. Если оно не покрашено в красный, тогда другое число из промежутка $[1; 89]$ покрашено в красный (других свободных непокрашенных нет, а n мы не уменьш). В сл. сл. мн.

Продолжение задачи 8: Таким образом у нас есть еще одно красное число. Если оно в произведении ~~какого-то~~ ~~и с~~ кем не дает красное число, то красных чисел среди $[1; 89]$ становится еще больше, т.к. если у нас ~~оно~~ ^{новые} числа из промежутка $[90; 8100]$ не раскрашены в красный, то ~~как~~ столько же чисел из промежутка $[1; 89]$ раскрашены в красный. Рано или поздно, все числа $[1; 89]$ покрасятся в красный, ~~т.к.~~ $n \geq 8012 > 89$. Но тогда возьмем числа 1 и 2, $1 \cdot 2 = 2$ – красное $\Rightarrow$ противоречие $\Rightarrow n \geq 8012$ быть не может $\Rightarrow n \leq 8012 \Rightarrow \max(n) = 8011$, пример приведен в начале решения.

Ответ: 8011

N6.

Добавим 1 с ~~8~~ обеих сторон:

$$1 + abc + ab + bc + ac + a + b + c = 1024 \Leftrightarrow (a+1)(b+1)(c+1) = 1024 = 2^{10}$$

$a, b, c \in \mathbb{Z}$, ~~т.к.~~ Решений бесконечно много, т.к. взяв ~~какое-то~~ $a = 2^x - 1$, где $x \in \mathbb{Z}$, найдем $2^{-x} - 1$, которое мы возьмем за b . За c мы возьмем $2^{10} - 1$.

~~т.к. $x \in \mathbb{Z}$~~ , При перемножении $(a+1)(b+1) = (2^x - 1 + 1)(2^{-x} - 1 + 1) = 2^0 = 1$.

$$1 \cdot (c+1) = 1 \cdot (2^{10} - 1 + 1) = 2^{10} \text{ — верно, т.е. такие}$$

числа нам подходят. Но т.к. $x \in \mathbb{Z}$, то таких x — бесконечно много $\Rightarrow$ ~~подходят~~ таких подходящих a и b бесконечно много $\Rightarrow$ решений бесконечно много

Ответ: бесконечно много

N3

$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \quad (1)$$

$$a^3 = 3(b+c) \quad (2)$$

Рассмотрим

уравнение (1)

$$\Rightarrow a^3 = b^3 + c^3$$

$$a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow a^3 = 3(b+c) \Rightarrow a^3 \geq 6$$

$$1) a^3 - 3abc - (b^3 + c^3) = 0$$

a

Подходит решение

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором)

ШО 330

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

Ш10 - 380

№1. Ответ: 15 км/ч

Реш: $\begin{matrix} 1,25 \text{ км/ч} \\ \xrightarrow{\quad} \\ \text{А} \end{matrix}$

$\xleftarrow{\quad} \text{Б}$
у км/ч

300 км

$$13:00 - 9:00 = 4 \text{ ч}$$

$$12:20 - 9:00 = 3 \frac{1}{3} \text{ ч}$$

Пусть скорости одного автобуса x км/ч $\Rightarrow$ другого $(x \cdot \frac{5}{4})$ км/ч = $(1,25x)$ км/ч
Скорость велосипедиста y км/ч.

Составим и решим систему ур-й:

$$\begin{cases} 300 = (1,25x + y) \cdot 3 \frac{1}{3} \\ 300 = (x + y) \cdot 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 90 = 1,25x + y \\ 75 = x + y \end{cases} \Rightarrow 15 = 0,25x \Rightarrow \underline{x = 60}$$

Тогда скорость велосипедиста $y = 75 - x = 75 - 60 = \underline{15 \text{ км/ч}}$

№4. Ответ: нет, не является

Решение: простое число – число, которое имеет ровно 2 делителя: это 1 и само число.

$$\underbrace{2 \dots 2}_{2024} 3 \underbrace{4 \dots 4}_{2024} \div 2, \text{ т.к. последняя цифра числа } \div 2, \text{ то}$$

и само число $\div 2 \Rightarrow$ у него уже больше 2 делителей, т.к. это число ещё $\div 1$ и самому себе $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ оно не простое, а составное

ч.т.д

N2 Ответ: не существует

Решение: $\sum \text{углов } 91\text{-угольника} = 180 \cdot (91 - 2) = 180 \cdot 89 = 16020$

Т.к. 91-угольник выпуклый, то каждый его угол $< 180^\circ$,

Тогда наиб. возможный угол : 4 это 176° , но
тогда сумма углов 91-угольника не превосходит

$$176 \cdot 91 = 16016 < 16020 \Rightarrow \text{такого выпуклого}$$

91-угольника не существует

N3. Ответ: $\{4; 1; 3\}$; $\{4; 2; 2\}$; $\{4; 3; 1\}$

Решение: $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \Rightarrow 3abc + b^3 + c^3 - a^3 = 0$$

$$(b+c-a)(a^2+b^2+c^2+ab+ac-bc) = 0$$

$$\begin{cases} b+c-a=0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+b^2+c^2+ab+ac-bc=0 & (2) \quad \emptyset \end{cases}$$

(2): Т.к по м. о 3 квадратах $a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ac$, то
(равенство при $a=b=c$)

$$a^2+b^2+c^2 \geq bc-ab-ac \Rightarrow \text{они равны при } a=b=c=0, \text{ но}$$

$$\text{м.к } a, b, c \in \mathbb{N}, \text{ то } a^2+b^2+c^2+ab+ac-bc > 0 \Rightarrow (2); \emptyset$$

$$(1): b+c-a=0 \Rightarrow b+c=a \text{ (погст. во 2 ур)}$$

$$\begin{aligned} &\downarrow \\ a^2 &= 4b+4c \Rightarrow a^2=4(b+c) \Rightarrow a^2=4a \Rightarrow a^2-4a=0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 - \text{не из} \\ \text{м.к } a \in \mathbb{N} \\ a=4 - \text{подх.} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a=4=b+c, \text{ а м.к } a, b, c \in \mathbb{N}, \text{ то } 4=1+3=2+2=3+1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=1 \\ c=3 \\ a=4 \\ b=2 \\ c=2 \\ a=4 \\ b=3 \\ c=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \{a; b; c\} = \{4; 1; 3\}; \{4; 2; 2\}; \{4; 3; 1\}$$

№6. Решение:

$$abc + 2ab + 2bc + 2ac + 4a + 4b + 4c + 8 = 504 + 8$$

$$(a+2)(b+2)(c+2) = 512 = 2^9$$

1a) $2^k \cdot 2^l \cdot 2^m = 512 = 2^9 \Rightarrow k+l+m=9$, а т.к. $a, b, c \in \mathbb{Z}$, то

$$k, l, m \in [0; 9] \text{ и } k+l+m=9$$

Это задача сводится к тому, сколько сп-в ^{сущ. поставит} ~~разместит~~

2 перегородки на 11 мест: $\textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1}$

Оставшиеся места зап-ся единицами. ^{перегородки}

$$\Rightarrow \text{всего сп-в: } C_{11}^2 = \frac{11!}{9! \cdot 2!} = \frac{11 \cdot 10}{2} = 55$$

~~2a) $-2^k \cdot (-2^l) \cdot 2^m = 512 = 2^9 = -2^k \cdot 2^l \cdot (-2^m) = 2^k \cdot (-2^l) \cdot (-2^m)$~~

$$2a) -2^k \cdot (-2^l) \cdot 2^m = 512 = 2^9 = -2^k \cdot 2^l \cdot (-2^m) = 2^k \cdot (-2^l) \cdot (-2^m)$$

$\Rightarrow$ решений будет в 3 раза больше, чем в первом случае

$$\Rightarrow 55 \cdot 3 = 165$$

Тогда всего решений $55 + 165 = 220$

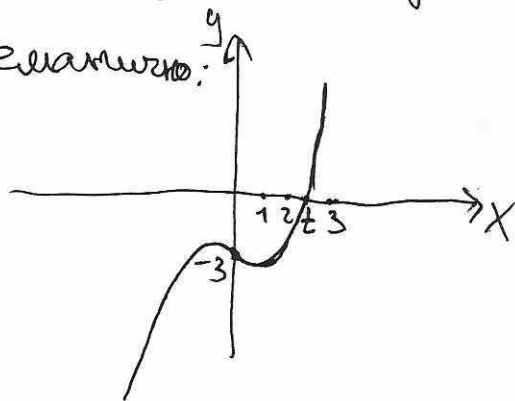
Ответ: 220

$$N7. x^3 - 3x - 3 = 0 \Rightarrow x(x^2 - 3) - 3 = 0$$

$$f(x) = x^3 - 3x - 3$$

График будет выглядеть примерно след. обр.:

Схематично:



Очевидно
Т.к. $x(x^2 - 3) - 3 < 0$ при $x \leq 0$

Также при $x \in [0; 2]$:
 $x(x^2 - 3) - 3 < 0$

$$\sqrt[5]{39} \approx 2,080716549 \text{ (находим с помощью калькулятора)}$$

Также с помощью калькулятора находим t :

$$t \approx 2,103803403$$

$\Rightarrow$ Очевидно, что $t > \sqrt[5]{39}$, т.к. $2,103803403 > 2,080716549$

з.м.г.

1. Пусть скорость одного автобуса x км/ч, второго $1,25x$ км/ч, а велосипедиста y км/ч. Тогда:

К 12:20.

Более быстрый автобус проехал $\frac{50}{12}x$ км.
Велосипедист проехал $\frac{10}{3}y$ км.

Более быстрый автобус и велосипедист встретились, т.е. суммарно проехали ~~более~~ 300 км.

К 13:00.

Более медленный автобус проехал $4x$ км.

Велосипедист проехал $4y$ км.

Более медленный автобус и велосипедист суммарно проехали 300 км.

Составим систему и решим её.

$$\begin{cases} \frac{50}{12}x + \frac{10}{3}y = 300. \\ 4x + 4y = 300. \end{cases}$$

$$4x + 4y = 300. \quad | :4. \quad xy = 75. \quad y = 75 - x.$$

$$\frac{50}{12}x + \frac{10}{3}(75 - x) = 300.$$

$$\frac{50}{12}x + 250 - \frac{10}{3}x = 300.$$

$$\frac{5}{6}x = 50.$$

$$x = 60.$$

$$y = 75 - 60 = 15 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 15.

2. Предположим, что такой многоугольник существует. Тогда из условий задачи следует, что ~~каждый~~ ~~его~~ ~~угол~~ ~~меньше~~ 180° ~~и~~ (многоугольник выпуклый) и кратен 4. То есть, каждый угол этого многоугольника не больше 176° . ~~То есть~~ Значит, сумма его углов не превосходит $176^\circ \cdot 31 = 16016^\circ$. Но по теореме о сумме углов выпуклого многоугольника сумма углов любого выпуклого n -угольника ~~равна~~ $180^\circ \cdot (31-2) = 16020^\circ$. Но $16020^\circ > 16016^\circ$. Значит, предположение неверно. Итого противоречие. Многоугольника не существует.

Ответ: нет.

6. Разложим левую часть на множители.

$$abc + 4ac + 2ac + ab + 2bc + 4b + 4c = 504.$$

$$a(b + 4 + 2c + 2b) + 2bc + 4b + 4c = 504. | +8$$

$$a(b + 4 + 2c + 2b) + 2bc + 4b + 4c + 8 = 512.$$

$$a(b + 4 + 2c + 2b) + 2(b + 2c + 4) = 512.$$

$$(b + 2b + 2c + 4)(a + 2) = 512.$$

$$(b + 2) + 2(c + 2)(a + 2) = 512.$$

$$(a + 2)(b + 2)(c + 2) = 512 = 2^9.$$

По формуле количества делителей натурального числа 512 имеет $9 + 1 = 10$ натуральных делителей. Воз-
можны 2 случая:

1) Все скобки в левой части $\neq 0$ и положительны. Тогда в этом случае получается $10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$ решений.

~~линейных~~ и нецелых решений
ПОВТОРЕНИЙ НЕ БУДЕТ, ПОСКОЛЬКУ КАЖДАЯ ЛЕВАЯ СКОБКА - ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ С КОЭФФИЦИЕНТОМ 1 И ЦЕЛОМУ СВОБОДНЫМ ЧЛЕНОМ. ЗНАЧИТ, КАЖДОЕ ИЗ ЧИСЕЛ $0, 1, 2$ БУДЕТ ОПРЕДЕЛЯТЬСЯ ОДНОЗНАЧНО И ВСЕГДА БУДЕТ ЦЕЛЫМ.

2) 2 СКОБКИ В ЛЕВОЙ ЧАСТИ ОТРИЦАТЕЛЬНЫ, 1 ПОЛОЖИТЕЛЬНА. ТОГДА В ЭТОМ СЛУЧАЕ ЖНАС БУДЕТ ~~10~~ ~~20~~ ~~720~~ $720 \cdot 3 = 2160$ РЕШЕНИЙ, ПОСКОЛЬКУ КАЖДОМУ ИЗ 720 ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ МОЖНО ПОСТАВИТЬ В СООТВЕТСТВИИ $3^2 = 3$ РЕШЕНИЯ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ, ПОСТАВИВ МИНУС ОДНОМУ ИЗ 3 ЧИСЕЛ. СУММАРНО РЕШЕНИЙ БУДЕТ ~~720~~ ~~2160~~ $720 + 2160 = 2880$.

ОТВЕТ: 2880.

7. ПУСТЬ $f(x) = x^3 - 3x - 3$. ТОГДА $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1)$. ПОСКОЛЬКУ $3(x^2 - 1) \geq 0$ ПРИ $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$, ФУНКЦИЯ $f(x)$ МОНОТОННО ВОЗРАСТАЕТ НА ПРОМЕЖУТКАХ $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ И МОНОТОННО УБЫВАЕТ ПРИ $x \in [-1; 1]$.

ТОГДА, ЕСЛИ КОРЕНЬ МНОГОЧЛЕНА $x^3 - 3x - 3 > 0$, ТО ОЧЕВИДНО $x^3 - 3x > 3$, ТО ЕСТЬ $x \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$. ЕСЛИ КОРЕНЬ ЛЕЖИТ В ПРОМЕЖУТКЕ $(3; +\infty)$, ТО ИЗ-ЗА МОНОТОННОГО ВОЗРАСТАНИЯ ~~функции~~ ~~он больше~~ $\sqrt[5]{39} < \sqrt[5]{243} = 3$. ПРЕДПОЛОЖИМ, ЧТО КОРЕНЬ ЛЕЖИТ НА ПРОМЕЖУТКЕ $(-\infty; 0)$. НО НА ПРОМЕЖУТКЕ $(-\infty; -1]$ $f(x)$ МОНОТОННО ВОЗРАСТАЕТ, А НА ПРОМЕЖУТКЕ $[1; 1]$ ~~он~~ МОНОТОННО УБЫВАЕТ.

Значит, $f(x) = -1 - 3x$ $\max(f(x))$ при $x \in (-\infty; 0) =$
 $= f(0) = -1 - 3 \cdot 0 = -1 < 3$. Противоречие. Значит,

многочлен не имеет отрицательных корней.
 И.т.д. корней. Значит, $x > \sqrt[3]{3}$; и.т.д.

8. Пример: раскрасим все числа от 20 до 8100 включительно. Тогда произведение любых двух красных чисел будет не меньше 20. $n = 8100 - 20 = 8081$ и.т.д.

ОЦЕНКА: назовём все числа от 20 до 8100 включительно большими, а остальные — маленькими. Если $n > 8081$, то либо покрашены все большие числа и какие-то маленькие, либо какие-то большие и какие-то маленькие. Первый случай невозможен, потому что очевидно, что для любого маленького числа найдётся большое, которое на него делится. Во втором случае, крася 1 маленькое число, мы теряем возможность больше 1 большого, поскольку очевидно, что для каждого большого числа существует больше 1 большого, произведение которого не меньше маленького числа. То есть, мы теряем более 1 большого числа за каждое маленькое. Значит, 2 случая тоже невозможны и $n = 8081$.

ОТВЕТ: 8081.

Код участника: М10-140
(заполняется организатором)

1. Пусть скорость первого автобуса равна x ^{км/ч}. Тогда скорость второго равна $0,8x$ ^{км/ч}. Пусть скорость велосипедиста равна y ^{км/ч}. Тогда:

К 12:20 первый автобус проехал $\frac{13}{3}x$ км.

К 12:20 велосипедист проехал $\frac{13}{3}y$ км.

К 13:00 первый автобус и велосипедист суммарно проехали 300 км.

К 13:00 второй автобус проехал $4 \cdot 0,8x = 3,2x$ км.

К 13:00 велосипедист проехал $4y$ км.

К 13:00 второй автобус и велосипедист суммарно проехали 300 км.

Составим систему и решим её.

$$\begin{cases} \frac{13}{3}x + \frac{13}{3}y = 300 \\ 3,2x + 4y = 300 \end{cases}$$

$$4y = 300 - 3,2x \quad \text{т.ч.} \quad y = 75 - 0,8x$$

$$\frac{13}{3}x + \frac{13}{3}(75 - 0,8x) = 300$$

$$\frac{13}{3}x + 325 - \frac{10,4}{3}x = 300$$

$$\frac{13}{3}x - \frac{10,4}{3}x = 300 - 325$$

$$\frac{2,6}{3}x = -25$$

~ 1



Пусть скорость первого автобуса (A_1) равна x км/ч
 тогда скорость второго автобуса (A_2) равна $\frac{14}{12}x$ км/ч

Между выездами из пункта В и первой встречей
 прошел $1 \times (10:00 - 9:00 = 1:00)$

тогда скорость велосипедиста (В) равна: $\frac{100 \text{ км} - \frac{14}{12}x \cdot 1}{1}$

Между выездами из пункта В и второй встречей прошло $\frac{4}{3} \times (10:20 - 9:00 = 1:20 = \frac{4}{3} \times)$

тогда скорость велосипедиста (В) равна: $\frac{100 \text{ км} - x \cdot \frac{4}{3}}{\frac{4}{3}}$

по условию задачи составим уравнение:

$$\frac{100 - \frac{14}{12}x \cdot 1}{1} = \frac{100 - \frac{4}{3}x}{\frac{4}{3}}$$

$$\frac{4}{3} \cdot 100 - \frac{4}{3} \cdot \frac{14}{12}x = 100 - \frac{4}{3}x$$

$$\frac{400}{3} - 100 = \frac{14}{9}x - \frac{4}{3}x$$

$$\frac{400 - 300}{3} = \frac{14 - 12}{9}x$$

$$\frac{100}{3} = \frac{2}{9}x$$

$$x = 60 \text{ км/ч}$$

тогда скорость велосипедиста (В) равна: $\frac{100 - 60 \cdot \frac{4}{3}}{\frac{4}{3}} = 15 \text{ км/ч}$

Ответ: 15 км/ч - скорость велосипедиста.

~ 2

Такого многоугольника не существует.

В n -угольнике сумма углов равна: $n \cdot 180^\circ = 12 \cdot 180^\circ$

Так как n -угольник выпуклый, то все его углы меньше 180° . Ближайшее
 число кратное 5 к 180° это 175° . Тогда углы меньше или равны 175° .

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n \leq 175^\circ \cdot 12 = 12 \cdot 175^\circ < 12 \cdot 180^\circ$$

Следовательно, не существует такого n -угольника.

Код участника:

(заполняется организатором)

1110-61

Ответ: такого 13-угольника не существует.

№6

$$abc + ab + bc + ac + a + b + c = 1023$$

$$(a+1)(b+1)(c+1) - 1 = 1023$$

$$(a+1)(b+1)(c+1) = 1024$$

$$1024 = 2^{10} \Rightarrow a+1, b+1, c+1 - \text{степени двоек}$$

Поскольку $(a+1)$ может принимать значения от 2^0 до 2^{10} , по степеням двоек.

Если $(a+1) = 2^0$, то всего 11 способов выбрать степень двойки для $(b+1)$ и $(c+1)$

Если $(a+1) = 2^1$, то всего 10 способов выбрать степень двойки для $(b+1)$ и $(c+1)$

И так далее до $(a+1) = 2^{10}$, где всего 1 способ выбрать степень двойки.

$$\text{Поскольку } 11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 66 - \text{способов}$$

Ответ: 66 решений

№8

Валек должен покрасить ~~только~~ все числа после 90 (включительно).

$$\sqrt{8100} = 90, \text{ значит } x \cdot y > 90 \cdot 90 = 8100$$

$$\text{Всего получится } 8100 - 90 + 1 = 8011 \text{ чисел}$$

Ответ: 8011 чисел

№4

Число $2 \dots 279 \dots 9$ не является простым.

$$2 \dots 279 \dots 9 = 2 \cdot \underbrace{1 \dots 1}_{2024} \cdot 10^{2025} + 7 \cdot 10^{2024} + \underbrace{1 \dots 1}_{2024} \cdot 9$$

Число $\underbrace{1 \dots 1}_{2024}$ делится нацело на 7 $\Rightarrow 2 \dots 279 \dots 9 \div 7$

Ответ: $2 \dots 279 \dots 9$ не является простым.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

1110-61

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

ШЮ-61

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

110 - 61

№1

 x - скорость велосипедиста1) v - скорость одного из автомобилей2) $\frac{5v}{4}$ - скорость второго автомобиля

$$\begin{cases} \left(x + \frac{5v}{4}\right) \cdot \frac{10}{3} = 300 \\ (x + v) \cdot 4 = 390 \end{cases}$$

т.к. скорость 2 больше, то
он раньше встретит велосипедиста.

$$x + v = 75$$

$$v = 75 - x$$

$$x + \frac{(75 - x) \cdot 5}{4} = 90$$

$$4x + 375 - 5x = 360$$

$$5x - 4x = +15$$

$$x = 15$$

Ответ: 15 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$

№2

Если рассмотреть, то сумма до уловов = 16 020

Если он правый, то его улов равен 176

Если он будет не правый, то его 90 уловов = 176, а

остаток = 180 не возможно, если умножить

другие уловы и увеличивать другой он будет > 180 $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ невозможно

Ответ: нет.

№3

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 4b + 4c \end{cases}$$

$$a^2 = 4(b+c) \Rightarrow a^2 : 4 \Rightarrow a : 2$$

т.к. $a \in \mathbb{N}$, то $b+c$ - квадрат числа

$$a = 4$$

$$b+c=4 \quad \text{предположим}$$

$$b=2; c=2 \quad 48=48 \oplus$$

$$b=3; c=1 \quad 36=36 \oplus$$

$$b=1; c=3 \quad 36=36 \oplus$$

т.к. $3abc > 0$, то $a^3 - b^3 - c^3 > 0$ и, следовательно, $a, b, c \in \mathbb{N}$

след квадрат a

$$a^2 = 4(b+c)$$

$$b+c=3$$

$$a^2 = 36$$

$$a = 6$$

$$b+c=9$$

т.к. куб быстро растет, то $b^3 + c^3 \overset{\text{будет}}{>} a^3$

$$\text{то есть для след } a^2 = 4(b+c) \quad b+c > 4$$

не будет решения.

Ответ: $(4; 2; 2); (4; 3; 1); (4; 1; 3)$

№ 8

Чтобы произведение двух мабых чисел не было простым, оно должно быть больше 8100, значит максимальное простое число = 80. То есть от 90 до 8100.

$$n = 8100 - 89 = 8011$$

Ответ: 8011

№ 4

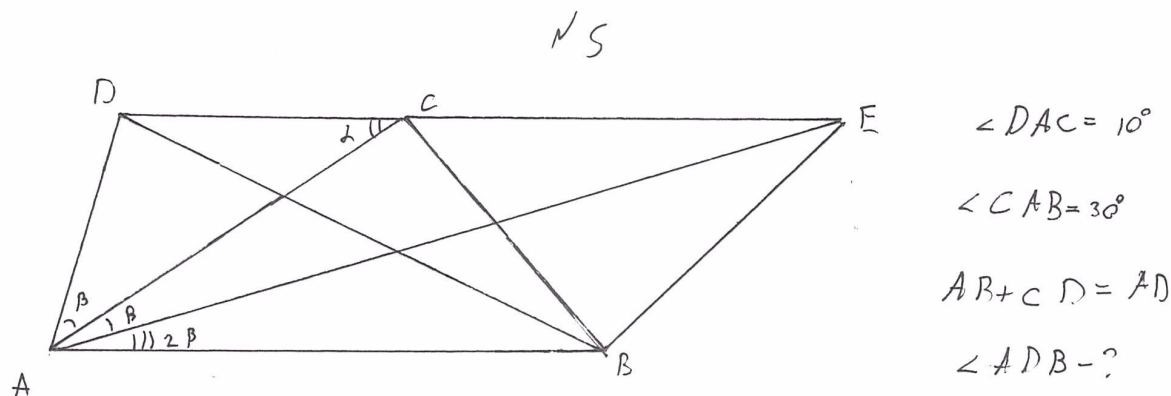
2...234...4 не может быть простым, т.к. делится на 4 $\Rightarrow :2$

Ответ: нет.

№ 1

$$t = \sqrt[5]{39}$$

Подставим $t^3 - 3t - 3 < 0$ т.к. это меньше нуля, а должно равняться 0, то t должен быть $> \sqrt[5]{39}$



Пусть $\angle DAC = \beta$
 $\angle CAB = \alpha$

$\angle CAB = \angle DCA = \alpha$ (накрестные)

Проведем $BE \parallel AC$ до пересечения с DC

$BE = DC + CE$

$CE = AB$ т.к. $(AC \parallel BE; AB \parallel CE) \Rightarrow$ ромб $ACEB$

$BE = DC + AB \Rightarrow AD = DE \Rightarrow \triangle ADE - \text{равнобедр}$

$\angle ADC = 180 - 30 - \alpha - \beta = 140$

$\angle DAE = \angle DEA = \frac{180 - 140}{2} = 20^\circ$

$\angle CAE = \angle DAE - \beta = \beta$

$\angle DAC = \angle CAE = \beta \Rightarrow AC - \text{бис}$ $\angle DAE \Rightarrow$

$\alpha = 3\beta$

$\angle EAB = \alpha - \beta = 2\beta$

$\angle DAE = \angle EAB = 2\beta \Rightarrow AE - \text{бис}$ $\angle DAB$

$\frac{AD}{AE} = \frac{DC}{CE}$ т.к. бис.

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-225

4) №1

S	U	t
300	x	y
300	$\frac{5x}{y}$	$3\frac{1}{3}$
300	y	

Пусть скор. I авт. = $x \Rightarrow$ II авт. = $\frac{5x}{y}$ и y = скорость велосипедиста

Известно, что первый автобус проехал ч. до встречи с

велос. одновременно со вторым, но II автобус ехал
3 ч. 20 мин = $3\frac{1}{3} = \frac{10}{3} \Rightarrow$ сост. систему уравнений

$$\begin{cases} 4x + 4y = 300 \\ \frac{5x}{y} \cdot \frac{10}{3} + \frac{10y}{3} = 300 \end{cases}$$

$$\frac{50x}{3} + \frac{10y}{3} = 300$$

$$\begin{cases} x = \frac{300-4y}{4} \\ \frac{50x}{12} + \frac{10y}{3} = 300 \end{cases} \Rightarrow x = 75 - y$$

$$\frac{50(75-y)}{12} + \frac{10y}{3} = 300 \quad | \cdot 6$$

$$1875 - 25y + 20y = 1800$$

$$1875 - 5y = 1800$$

$$75 = 5y$$

$$y = 15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Ответ: 15

2) 1/2. Сумма всех углов n -угол. $180(n-2)$ n -угольник

$$180(91-2) = 180 \cdot 89 = 16020 \Rightarrow \text{чтобы каждый}$$

угол был кратен 4, нужно чтобы сумма была

кратна 4. $\frac{16020}{4} = 4005$ - делится без остатка $\Rightarrow$ 91-угольник с углами кратными 4 существует

Ответ: да

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-225

№4
 * Число $2...234...4$ оканчивается на 4 $\Rightarrow$ это число – четное. Чтобы число было простым оно должно делиться ~~на себя~~ только на себя и единицу $\Rightarrow$ т.к. $2...234...4$ – четное $\Rightarrow$ все четные делятся на 2 $\Rightarrow 2...234...4 : 2$
 $\Rightarrow$ число $2...234...4$ – не явл. простым.
 Ответ: нет.

№4
 * I. $f(x) = x^3 - 3x - 3$; при $f(t) = 0$; $\sqrt[5]{39} \approx 2,08 \Rightarrow$
 $f(\sqrt[5]{39}) = 2,08^3 - 3 \cdot 2,08 - 3 \Rightarrow 2,08^3 - 2,08 \cdot 3 - 3 = -0,24 \Rightarrow f(\sqrt[5]{39}) < 0$
 II Построим г-ик ф-ии $f(x) = x^3 - 3x - 3$

x	0	1	3	-1	-2	-3	2
y	-3	-5	15	-1	-5	-21	-1

Видно, что при $x \in [\frac{1}{3}; +\infty)$ ф-ия возрастает. $\Rightarrow$
 при $f(t) = 0$; при $f(\sqrt[5]{39}) < 0$
 $t \in [2; 3] \Rightarrow$ из г-ика видно, что
 $t > \sqrt[5]{39} \Rightarrow$ Ответ: $t > \sqrt[5]{39}$.

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-225

$$abc + 2ab + 2ac + 2bc + 4a + 4b + 4c = 504$$

I. Можно преобразовать в $abc + 2ab + 2ac + 2bc + 4a + 4b + 4c$

$$I. abc + 2ab + 2ac + 2bc + 4a + 4b + 4c + 8 = (a+2)(b+2)(c+2)$$

Можно преобразовать данное уравнение так.

$$\Rightarrow (a+2)(b+2)(c+2) - 8 = 504 \Rightarrow (a+2)(b+2)(c+2) = 512$$

$$\Rightarrow 512 = 2^9;$$

II. Но уравнение $(a+2)(b+2)(c+2) = 2^9$ имеет столько же решений, что и $S+Z+V = 2^9 \Rightarrow$ можно представить, как: $2^x + 2^y + 2^z = 2^9 \Rightarrow x+y+z = 9 \Rightarrow$ надо подобрать

решения; 1) первая группа: $1+2+6 = 9$ от перестановки

получаем еще 6 вариантов $\Rightarrow$ 1) 1 2 6 - 6 вар.

2) 1 3 5 - 6 вар. аналогично; 3) 1 0 8 - 6 вар.; 4) 2 4 3 - 6 вар.

5) 2 7 0 - 6 вар.; 6) 0 3 6 - 6 вар.; 4) 4 5 0 - 6 вар. Итого: 42 вар.

Вторая группа: $1+1+7 = 9$ от перестановки получим 3 вар.

(т.к. две цифры совпадают.) $\Rightarrow$ 1) 1 1 7 - вар. 2) 1 7 1 - 3 вар.

3) 2 2 5 - 3 вар. 4) 0 0 9 - 3 вар. $\Rightarrow$ Итого: $3 \cdot 4 = 12$ вар.

Третья группа: $3+3+3 = 9$ - 1 вар. расклад

$\Rightarrow 42 + 12 + 1 = 55$ - вар. Также 512 можно получить,

если 2 множителя опустить и еще 1 положить. $\Rightarrow$

при опущении только те вар. 55 $\Rightarrow$

$55 \cdot 4 = 220$ т.к. раскладывать опущен можно 3-мя

вариантами $\Rightarrow$ Ответ: 220 решений

Код участника:
(заполняется организатором)

M10-225

№8. У нас есть числа от 1 до 8100 $\Rightarrow$ Видим, что 8100 - это квадрат 90 $\Rightarrow$ Чтобы при умножении произведение не являлось красным числом, произведение должно быть $> 90 \cdot 90 \Rightarrow$ т.к. выбор идет.

двух различных чисел $\Rightarrow$ два раза 90 - нельзя взять $\Rightarrow$ минимальное произведение - $90 \cdot 91 = 8190$
 $\Rightarrow$ Ваня закрасил все числа после 90 включительно
 $\Rightarrow$ 89 - число он не закрасил $\Rightarrow n = 8100 - 89 = 8011$

Ответ: 8011

№3
$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 4b + 4c \end{cases}$$

~~5) $a^2 = 4$~~

исходя из $a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \Rightarrow$
 $a^3 = 3abc + b^3 + c^3 \Rightarrow a^3 > b^3 + c^3$ и $3abc > c$
 $\Rightarrow a > b, c; b+c=9; a > b \cdot c$
 $a^2 = 4(b+c); b=4; c=5; \Rightarrow a=4 \Rightarrow$
 $4b+4c=16 \Rightarrow b+c=4;$

Все варианты: $b+c = 1+3; 2+2; 3+1 \Rightarrow 64 - 8 - 8 = 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2 -$
 - истина; аналогично: $64 - 1 - 24 = 3 \cdot 4 \cdot 3$ тоже верно
 $\Rightarrow 64 - 24 - 1 = 3 \cdot 4 \cdot 3$ - истина; при $a=b; b+c=16$ если $a=4,$
 то $a < b, c \Rightarrow$ не имеет смысла $\Rightarrow$

$a=4$
 $b=1$
 $c=3$

$a=4$

I Вар. $a=4$
 $b=3$
 $c=1$

II Вар. $a=4$
 $b=1$
 $c=3$

III Вар. $a=4$
 $b=2$
 $c=2$

$\Rightarrow$ Ответ: $4; 3; 1; 4; 1; 3; 4; 2; 2$

Бланк ответа

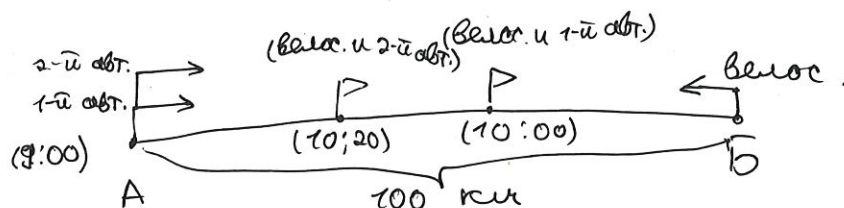
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-225

N 1



у км/ч - скор. велосипедиста.

а) т.к. $t = \bar{u}$ авт. и велосипедист встретились
через $t = \tau$, то найдем u - е:

$$\frac{17x}{12} \cdot 1 + y \cdot 1 = 100$$

б) т.к. 2-й авт. и велосипедист встретились
через 17 20 мин ($\frac{4}{3}$ ч), то лев. ур-е:

$$x \cdot \frac{4}{3} + y \cdot \frac{4}{3} = 100$$

Из п. а и п. б постр. сист., из котор.
найдем y (ответ):

$$\begin{cases} \frac{17x}{12} + y = 100 & (1) \\ \frac{4x}{3} + \frac{4y}{3} = 100 & (2) \end{cases}$$

(2): ~~$\frac{4}{3}(x+y) = 100$~~ $\frac{4}{3}(x+y) = 100$
 $x+y = \frac{100 \cdot 3}{4}$

$$x + y = 75$$

$$X = 75 - y$$

$$(1) : \frac{17(75-y)}{12} + y = 700 \quad | \cdot 12$$

$$17(75-y) + 12y = 1200$$

$$17.75 - 17y + 12y = 1200$$

$$17.75 - 54 = 1200 \quad 1:5$$

$$17.15 - y = 240$$

$$y = 255 - 240 \Rightarrow y = 15 \left(\frac{\text{km}}{\text{h}} \right)$$

Отвѣт: 15 км/ч

$$\begin{array}{r} 1 = 60 \\ 80 \text{ ft} = 14.8 \times 50 + 35 \\ \frac{4}{3} \cdot 60 + \frac{4}{3} \cdot 15 = \\ = 4 \cdot 20 + 4 \cdot 5 = \\ 100 + 20 = 120 \end{array}$$

N 2

73-х-уг. с угл., кратн. 5 - искомый

~~$$S_0(\text{сумма всех угл.}) = 180^\circ(73-2) = 180^\circ \cdot 71 = (5 \cdot 2^2 \cdot 9^2 \cdot 7 \cdot 1) = 12780^\circ$$

$$180 = 10 \cdot 18 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 9 = 5 \cdot 2 \cdot 9$$~~

$$\textcircled{1} S_0(\text{сумма всех угл.}) = 180^\circ(73-2) = 180^\circ \cdot 71 = (5 \cdot 2^2 \cdot 9^2 \cdot 7 \cdot 1) = 12780^\circ$$

$\textcircled{2}$ Т.к. 73-х-угольник - выпукл., то все его углы принадлежат промежутку $(0^\circ; 180^\circ)$
 сл-но, наиб. угол этого 73-х-угольника равен 175° (т.к. по усл. углы кратны пяти)

$\textcircled{3}$ Пусть такой 73-х-угольник существует, а также ~~все~~ все его 73 угла равны 175° . Тогда сумма его углов будет наиб.

Найдём сумму его углов:

$$S_y = 73 \cdot 175^\circ = 12775^\circ$$

Сравним S_0 и S_y

$$S_0 > S_y \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ Наибольш. 73-х-угольник с максимально возможным углом имеет (S_y) сумму углов меньше, чем должна быть у 73-х-угольника (S_0). Таким образом, чтобы 73-х-угольник существовал к его сумме надо прибавить 5° , но тогда либо один из углов будет равен 180° , либо хотя бы один угол не будет кратен пяти

Значит, искомого 73-х-угольника не существует.

Ответ: нет.

N 3

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc & (1) \\ a^2 = 3b + 3c & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad a^3 + (-b)^3 + (-c)^3 - 3abc = 0$$

$$a^3 + (-b)^3 + (-c)^3 - 3 \cdot a \cdot (-b) \cdot (-c) = 0$$

$$\cancel{a+b+c} (a + (-b) + (-c))(a^2 + b^2 + c^2 - a \cdot (-b) - (a \cdot (-c)) - (-b) \cdot (-c)) = 0$$

$$(a - b - c)(a^2 + b^2 + c^2 + ab + ac - bc) = 0$$

$$a) \begin{cases} a - b - c = 0 \\ a^2 = 3b + 3c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b + c & (I) \\ a^2 = 3(b + c) & (II) \end{cases}$$

$$II: a^2 = 3a$$

$$a^2 - 3a = 0$$

$$a(a - 3) = 0$$

$$1) a = 0 \notin \mathbb{N} \quad 2) \underline{a = 3}$$

$$\text{не подх.} \quad \underline{b+c = 3}$$

т.к. $b, c \in \mathbb{N}$, то:

$$1) \underline{b=1}; \underline{c=2}$$

$$2) \underline{b=2}; \underline{c=1}$$

$$(3; 1; 2); (3; 2; 1)$$

или

$$b) \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 + ab + ac - bc = 0 (*) \\ a^2 = 3b + 3c \end{cases}$$

Рассм. 1-е ур-е (*):

$$a^2 + b^2 + c^2 + ab + ac - bc = 0$$

$$a^2 + ab + ac + (b^2 - 2bc + c^2) + bc = 0$$

$$a^2 + ab + ac + (b - c)^2 + bc = 0$$

Оценим это выраж. при усл-ии, что $a, b, c \in \mathbb{N}$, т.е. Натуральными. Возм. знак 1

$$\underbrace{\underbrace{a^2}_{\geq 1} + \underbrace{ab}_{\geq 1} + \underbrace{ac}_{\geq 1} + \underbrace{(b-c)^2}_{\geq 0} + \underbrace{bc}_{\geq 1}}_{\geq 4} = 0$$

Сл-но, данная сист. (б) не имеет р-ш.

Ответ: $(3; 1; 2); (3; 2; 1)$

№7

$$x^3 - 3x - 4 = 0$$

Рассм. $y = x^3 - 3x - 4$

$$y' = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x+1)(x-1)$$

Знаки y' :характер y
(возраст./убыв.)

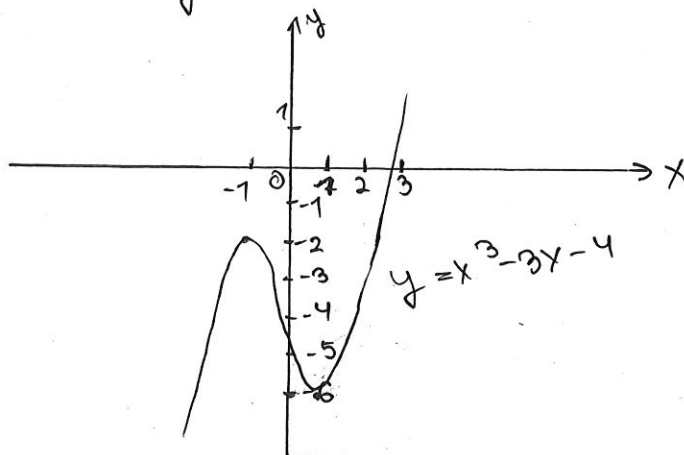
$x = -1, x = 1$ – точки экстремума. Найдём

знач. y в них:

а) $x = 1 \Rightarrow y = 1 - 3 - 4 = -6$

б) $x = -1 \Rightarrow y = -1 + 3 - 4 = -2$

Зная точки экстремума, а также характер
ор-ии на разных отрезках, схематически изо-
бразим $y = x^3 - 3x - 4$



Зная, что на отр. $[1; +\infty)$ $y \uparrow$, а
также, что при $x = 1, y = -6$, можно сделать
вывод, что $y = 0$ при $x \in (1; +\infty)$, т.е. это
корень ур-я (т-по уст.)

оценим значения t более строго:

• $x = 2 \Rightarrow y = 8 - 6 - 4 = -2 < 0$

• $x = 3 \Rightarrow y = 27 - 9 - 4 = 14 > 0$

Значит, $t \in (2; 3)$.

Возьмём число $x = 2,1875; x \in (2; 3)$.

Код участника: **М10-147**
(заполняется организатором)

Продолжение №7

при $x = 2,1875$: $y = -0,094971 < 0$ т.е. при $x = 2,1875$, $y < 0$ сравним с $t = \sqrt[5]{46}$:

$$\sqrt[5]{46} \triangleleft 2,1875$$

$$46 \triangleleft 2,1875^5$$

$$46 \triangleleft 50,08876$$

Следовательно получаем, что:

$$2,1875 > \sqrt[5]{46} \downarrow \text{(т.к. } y \uparrow \text{ на } [1; \infty))$$
$$0 > y(2,1875) > y(\sqrt[5]{46})$$

Значит, $x = t$, где t – корень уравнения
(т.е. $y = 0$) : $t > \sqrt[5]{46}$ Ответ: доказано

№5

Дано:

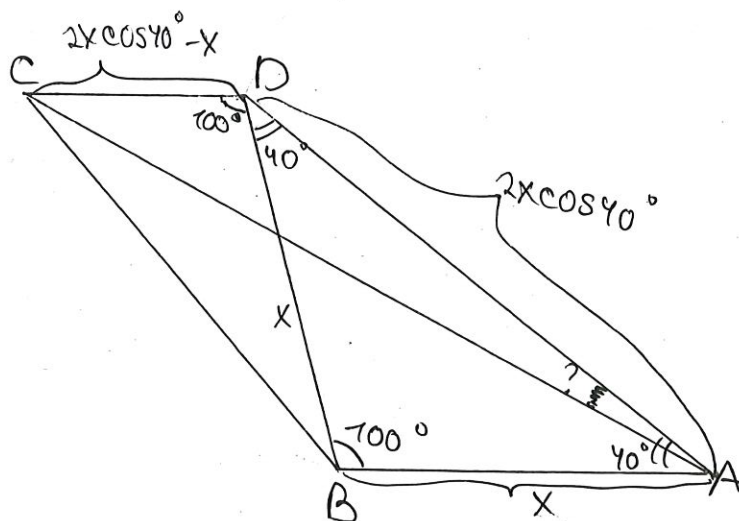
ABCD – трап.
(AB || CD)

$$\angle BAD = \angle ADB = 40^\circ$$

$$AB + CD = AD$$

Найти:

$$\angle DAC = ?$$



Решение:

1) В $\triangle ABD$: $\angle BAD = \angle ADB = 40^\circ \Rightarrow \triangle ABD$ – р/б с осн. AD, т.е. (AB = BD, как бж. стор.) ; $\angle ABD = 180^\circ - 2 \cdot 40^\circ = 100^\circ$ 2) ~~В $\triangle DAC$~~ т.к. AB || CD (ABCD – трап.), то $\angle ABD = \angle CDB = 100^\circ$, как corresp. углы при AB || CD и сеч. BD.3) Пусть AB = x = BD, тогда в $\triangle ABD$ по т. кос.:

Код участника: М10-147
(заполняется организатором)

продолж. N 5

т.к. ос.: ~~AB~~ $x^2 = x^2 + AD^2 - 2 \cdot x \cdot AD \cdot \cos 40^\circ$ $! : AD > 0$
 $AD = 2x \cdot \cos 40^\circ$

4) т.к. по усу. $AB + CD = AD$, то: $CD = AD - AB = 2x \cdot \cos 40^\circ - x$

5) $\angle CDA = \angle CDB + \angle BDA = 100^\circ + 40^\circ = 140^\circ$; см-но в $\triangle CDA$ по

т.к. ос.: $AC^2 = x^2(2\cos 40^\circ - 1)^2 + x^2 - 2x^2(2\cos 40^\circ - 1) \cdot \cos 140^\circ$

$AC^2 = x^2((2\cos 40^\circ - 1)^2 + 1 - 2(2\cos 40^\circ - 1) \cdot \cos(180^\circ - 140^\circ))$

$AC^2 = x^2(4\cos^2 40^\circ - 4\cos 40^\circ + 1 + 1 + (2\cos 40^\circ - 1) \cdot \cos 40^\circ)$

$AC^2 = x^2(4\cos^2 40^\circ - 4\cos 40^\circ + 2 + 2\cos^2 40^\circ - 2\cos 40^\circ)$

$AC^2 = x^2(2\cos^2 40^\circ - 3\cos 40^\circ + 2) \Rightarrow$

$\Rightarrow AC = x \sqrt{2\cos^2 40^\circ - 3\cos 40^\circ + 2}$

6) 6

$\triangle ACD$ по ~~т.к. ос.~~ т.к. ос., получим!

$\frac{AC}{\sin 140^\circ} = \frac{CD}{\sin \angle DAC} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin \angle DAC = \frac{CD}{AC} \cdot \sin 140^\circ = \frac{2x \cdot \cos 40^\circ \cdot \sin 140^\circ}{x \cdot \sqrt{2\cos^2 40^\circ - 3\cos 40^\circ + 2}} =$

$= \sin 10^\circ \Rightarrow \angle DAC = 10^\circ$

Ответ: 10°

$\overline{abc} + \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ac} + \overline{a} + \overline{b} + \overline{c} = 1023$ $1+1$
 $bc(a+1) + (a+1) + b(a+1) + c(a+1) = 1024$

$(a+1)(\overline{bc} + \overline{b} + \overline{c} + 1) = 1024$

$(a+1)(b(c+1) + (c+1)) = 1024$

$(a+1)(c+1)(b+1) = 1024$

Обозначим

$\left. \begin{array}{l} a+1 = x \\ c+1 = y \\ b+1 = z \end{array} \right\} \begin{array}{l} x, y, z \in \mathbb{Z}, \text{ т.к.} \\ (\overline{a+1}), (\overline{c+1}), (\overline{b+1}) \in \mathbb{Z} \end{array}$

См-но, достаточно решить ур-е:

$xyz = 1024$ в цел. числах
 $xyz = 2^{10}$

Рассмотрим, какие значения могут принимать x, y, z при усл-ии, что $x, y, z \in \mathbb{Z}$.

②

$$\left\{ \begin{array}{l} X = 2^0 \\ X = 2^1 \\ X = 2^2 \\ \dots \\ X = 2^{10} \end{array} \right\}$$

11 знам.

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{y} y = 2^0; 2^1, 2^2, \dots, 2^{10} \} \text{ 11 знам.} \\ \xrightarrow{z} z = 2^{10}; 2^9, 2^8, \dots, 2^0 \} \text{ 11 знам.} \end{array}$$

процесс - N6

См - 110, при $x > 0, y > 0, z > 0$: 11³ - пер.

~~Тогда~~ Тогда рассм. другие случ.:

$$\textcircled{1} \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ z > 0 \end{cases} \quad \textcircled{5} \begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \\ z < 0 \end{cases} \quad \textcircled{6} \begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \\ z < 0 \end{cases} \quad \textcircled{7} \begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \\ z > 0 \end{cases}$$

4 сура

Значит, всего существует $11^3 \cdot 4$ ~~списков~~ решений ур-я $x \cdot y \cdot z = 1023$ (столько же решений и в искомом ур-ии)

$$11^3 \cdot 4 = 5324 \text{ решения}$$

Ответ: 5324 решения

Ny

$$\underbrace{2 \dots 2}_{2024p} 7 \underbrace{999 \dots 9}_{2024p} - \text{число}$$

Данное число также можно предст. в виде:

a) $\underbrace{2 \dots 2}_{2024p} \quad 8 \underbrace{0 \dots 0}_{2024p} - 1$

$$S, \underbrace{2 \dots 2}_{2024p} \neq \underbrace{9 \dots 9}_{2023p} 8 + 1$$

Код участника: M10-147
(заполняется организатором)

продолж. N4

• в случае 5, последн. цифра - 8

① Если число ~~можно~~ $\underbrace{2 \dots 2}_{2024 \text{ р.}} \underbrace{7998}_{2023 \text{ р.}}$ можно предст. в виде a^2 , тогда исх. число будет равно (a^2+1) , т.е. не будет делиться ни на какое число и будет ~~совершенно~~ простым. Однако, ни одно цел. число в квадрате не даёт на конце 8 $\Rightarrow$ случ. 5 не подх.

• в случае а) получим:

① Если число $\underbrace{2 \dots 28}_{2024 \text{ р.}} \underbrace{0 \dots 0}_{2024 \text{ р.}}$ можно предст. в виде b^2 , тогда исх. число будет равно (b^2-1) , т.е. будет расклад. на множители

$$(b^2-1) = (b-1)(b+1);$$

$$\underbrace{2 \dots 2}_{2024 \text{ р.}} \underbrace{80 \dots 0}_{2024 \text{ р.}} = \underbrace{2 \dots 28}_{2024 \text{ р.}} \cdot 10^{2024} = \underbrace{2 \dots 28}_{2024 \text{ р.}} \cdot (10^{1012})^2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ надо выясн., яв-ся ли $\underbrace{2 \dots 28}_{2024 \text{ р.}}$ квадратом какого либо числа. Однако, как было сказ. в п. ① (случ. 5), число оканч. на 8 $\Rightarrow$ не яв-ся квадр.

Получаем, что исх. число - простое

Ответ: да, яв-ся простым

N8

Заяв. выписан от 1 до $90^2 \Rightarrow$

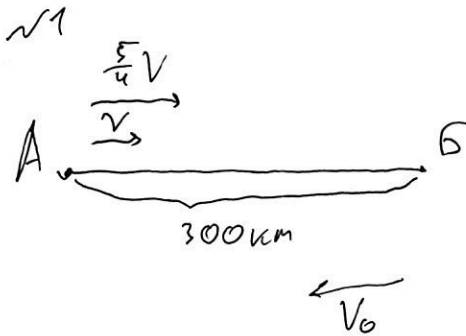
$\Rightarrow$ все прост. числа будут красн., т.к. их нельзя получить при перемножении 5, красными будут большие числа (т.е. около 90^2), т.к. они яв-ся произведением ^{исх.} меньших, чем они сами $\Rightarrow$ их кол-во будет большим

си-но, при выполн. п. а и п. б кол-во n чисел будет наибольшим.

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-129



Старт в 9:00

Встреча с первым автобусом в 12:20

через $\frac{10}{3}$ ч

Встреча со вторым в 13:00

через 4 ч

Пусть V_{x_i} - скорость сближения с каждым автобусом.

$$\begin{cases} V_{x_1} = \frac{5}{4}V + V_0 \\ V_{x_2} = V + V_0 \end{cases}$$

Автобус и велосипед проехали суммарно 300 км

$$V_{x_1} = \frac{300}{\frac{10}{3}} = 90 \text{ км/ч}$$

$$V_{x_2} = \frac{300}{4} = 75 \text{ км/ч}$$

$$\begin{cases} \frac{5}{4}V + V_0 = 90 \\ V + V_0 = 75 \end{cases}$$

$$\frac{1}{4}V = 15 \Rightarrow V = 60 \text{ км/ч}$$

$$75 = 60 + V_0$$

$$V_0 = 15 \text{ км/ч}$$

Ответ: $V_0 = 15 \text{ км/ч}$

Код участника:
(заполняется организатором)

M10-129

✓2

Найдём сумму углов такого многоугольника.

$$S_n = (n-2) \cdot 180$$

$$S_{91} = 89 \cdot 180 = 16020$$

Каждый угол меньше 180° .

Найдём максимальный угол, кратный 4

$$\alpha \rightarrow \max, \alpha < 180, \alpha \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow \alpha_{\max} = 176^\circ$$

Разместим 90 таких углов

$$S_{n-1} = 90 \cdot 176 = 15840$$

Значит, ещё 1 угол должен быть равен $16020 - 15840 = 180^\circ$, что невозможно.

Ответ: не существует

✓4

222...234...444

Простое число не может быть четным (только если это не 2). Число четное, если заканчивается на 0, 2, 4, 6, 8.

222...234...444 заканчивается на 4 $\Rightarrow$ оно четное $\Rightarrow$ не простое

Ответ: не является простым

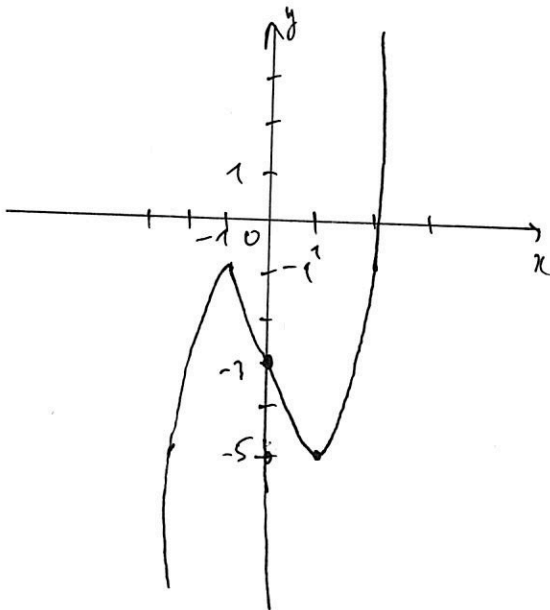
Код участника:

(заполняется организатором)

M10-129

$$\checkmark 7$$

$$x^3 - 3x - 3 = 0$$

Показать: $t > \sqrt[5]{39}$ 

Построим график функции

$$y = x^3 - 3x - 3$$

x	-2	-1	0	1	2	3
y	-5	-1	-3	-5	-1	15

$$\sqrt[5]{39} < 2,1, \text{ т.к. } 2,1^5 \approx 40,841 > 39.$$

$$2,1^3 - 3 \cdot 2,1 - 3 = 9,261 - 6,3 - 3 =$$

$$= 9,261 - 9,3$$

Ровно точки $x=1$ функция
всегда возрастает.

В точке $x=2,1$ $y = 9,261 - 9,3 < 0$
т.е. $t > 2,1$.

Соответственно, $t > 2,1 > \sqrt[5]{39}$
Ч.т.в.

$$\checkmark 8$$

$$1, 2, 3, \dots, 8000, 8100$$

Вопк не мог покрасить 1, т.к. $n \cdot 1 = n$, т.е. после покраски 1 нельзя
покрасить ни одно другое число.

Начнём красить с конца, т.к. произведение двух трёхзначных
будет больше 10000, $\Rightarrow$ будет выходить из ряда.

Покрасим все от 100 до 8100.

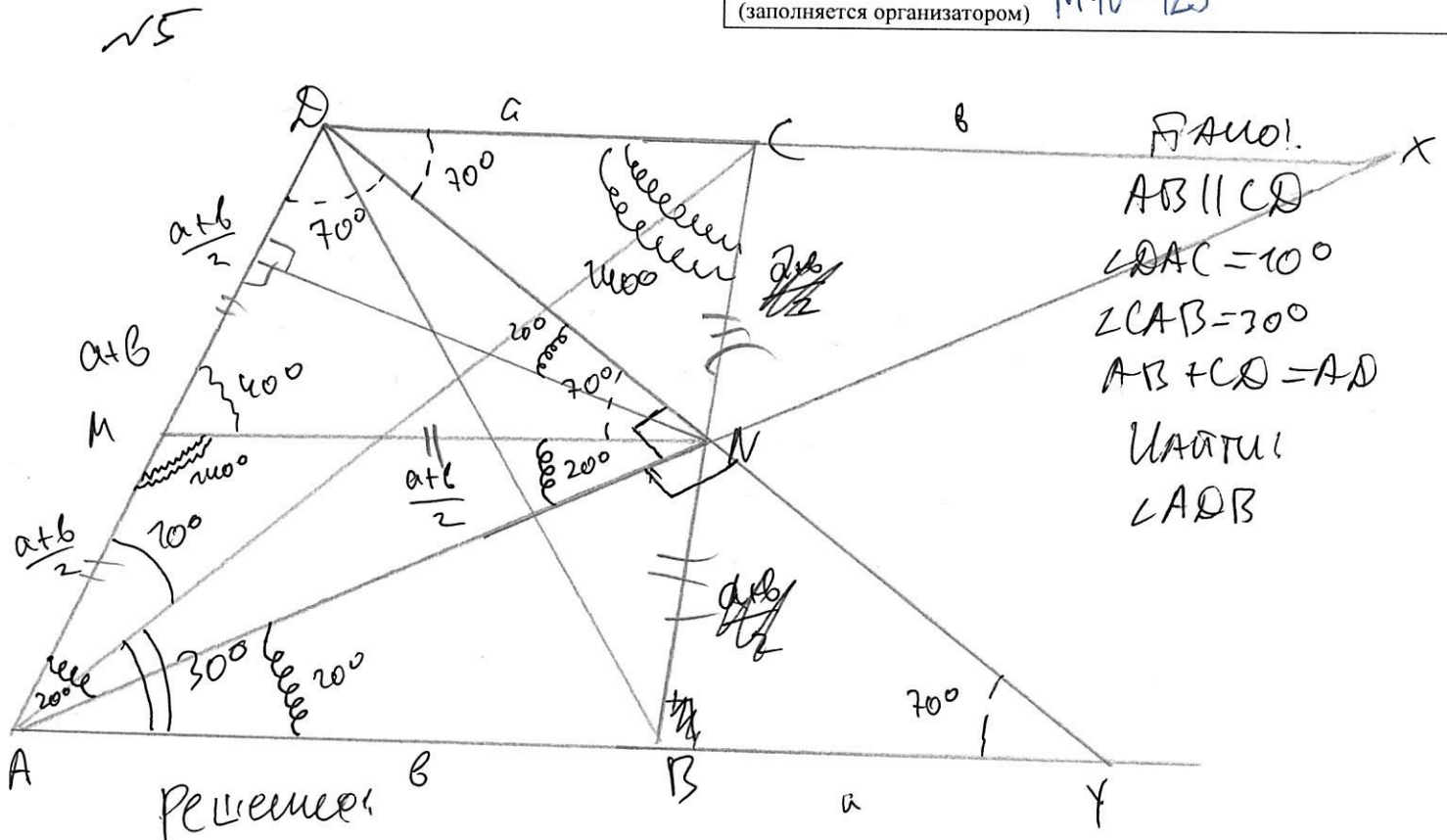
Теперь будем красить двузначные пока их произведение не
будет попадать в ряд чисел зайца.

$$90 \cdot 91 = 8190 > 8100$$

$$89 \cdot 90 = 8010 < 8100 \Rightarrow \text{запомним на } 90.$$

Наибольшая покраска потребует столько краски (других чисел $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ наибольшее n при покраске всех от 90 до 8100
 $n = 8100 - 90 + 1 = 8011$

Ответ: $n = 8011$



Пусть $DC = a$, $AB = b$. Тогда $AD = a + b$. Проверим
 срединную линию MN . $MN = \frac{a+b}{2} = MD = AM$.
 $\triangle MDN$ и $\triangle AMN$ - р/б $\Rightarrow \angle DAN = \angle ANM = 20^\circ$, $\angle MDN = \angle MND = 70^\circ$
 (услы при основании).

$$\angle AND = 20^\circ + 70^\circ = 90^\circ$$

Проведём AN и DN до XY и AB $\Rightarrow AX \cap DC = X$.

Заметим, что $ADXY$ - ромб. $\Rightarrow AN = AB = MN = r$.

~~Следствие: ромб вписанной в ромб окружности.~~
 $\Rightarrow AD = CB = a + b \Rightarrow ABCD$ - ~~равнобедренный~~ ~~трапеция~~.

Ответ: $\angle ADB = 60^\circ$

~6

Ответ: 32 решения

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-129

✓3

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 4b + 4c \end{cases}$$

$$b + c = \frac{a^2}{4}$$

$$a^3 - (b^3 + c^3) = 3abc$$

$$a^3 - (b+c)(b^2 - bc + c^2) - 3abc = 0$$

$$a(a^2 - 3bc) - (b+c)(b^2 - bc + c^2) = 0$$

$$a(a^2 - 3bc) - \frac{a^2}{4}(b^2 - bc + c^2) = 0$$

$$a(a^2 - 3bc - \frac{a}{4}(b^2 - bc + c^2)) = 0$$

$$a = 0$$

||

$$b = -c$$

$$(0; m; -m)$$

$a \neq 0$, т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$
не является решением

$$a = 2\sqrt{b+c}$$

$$8\sqrt{b^3 + 3b^2c + 3bc^2 + c^3} - b^3 - c^3 = 6\sqrt{bc(b+c)}$$

✓16

Ответ: ~~36!~~
5042

✓3

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 4b + 4c \end{cases}$$

При $a=6$

$$b+c=9$$

$b=4, c=5$ - верно

$c=4, b=5$ - верно

При $a=8$

$$b+c=16$$

после $a=6$ не имеет решений, т.к.

хотя бб1 одно из b и $c > a$. $\Rightarrow$

$$a^2 \equiv 0$$

1	$\equiv 1$
4	$\equiv 0$
9	$\equiv 1$
16	$\equiv 0$
25	$\equiv 1$
36	$\equiv 0$
49	$\equiv 1$
64	$\equiv 0$

каждый 25 квадрат
удовл. условию.

$$a \equiv 0$$

$$a^3 > b^3 + c^3$$

$$a^2 - 3bc - \frac{a}{4}(b^2 - bc + c^2) = 0$$

~~$a^2, (b^2 - bc + c^2)$ - всегда больше~~

~~много раз было 0~~

~~если $b=c$, $(a^2 - 3b^2)$ по свойству $b^2 - bc + c^2$ по неравенству Коши~~

$$a^3 - (b+c)(b^2 - bc + c^2) = 3abc$$

$$a^3 - (b+c)((b+c)^2 - 3bc) = 3abc$$

$$a^3 - (b+c)^3 + 3bc(b+c) = 3abc$$

$$a^3 - (b+c)^3 + 3bc(b+c-a) = 0$$

$$a^3 - (b^3 + 3b^2c + 3bc^2 + c^3) + 3bc(b+c-a) = 0$$

$$a^3 - b^3 - c^3 - 3b^2c - 3bc^2 + 3b^2c + 3bc^2 - 3abc = 0$$

Ответ: ~~12345~~ (4; 2; 2)

Заметим, что $a \equiv 0, a > 2$.

$a^3 > b^3 + c^3$, т.к. $3abc > 0; a, b, c > 0$

$$a^2 = 4(b+c)$$

$$b, c < a$$

$$a_{\min} = 4$$

$$16 = 4b + 4c$$

$$b+c=4$$

$$\begin{cases} b=1, c=3 \\ b=2, c=2 \\ b=3, c=1 \end{cases}$$

$$64 - 1 - 27 = 3 \cdot 4 \cdot 3 - \text{Верно}$$

$$64 - 8 - 8 = 3 \cdot 2 \cdot 2 - \text{Верно}$$

$$64 - 27 - 1 = 3 \cdot 4 \cdot 3 - \text{Верно}$$

Ответ: (4; 1; 3); (4; 2; 2);
14; 7; 11



пусть скорости (км/ч) первого автобуса v_1 , тогда скорость второго автобуса $\frac{5}{4}v_1$ (км/ч), скорость велосипедиста v_2 (км/ч), тогда т.к. по за. первая встреча была в 12:20, а вторая в 13:00, а всего $S = 300$ км,

то можем составить систему

$$\begin{aligned} 12:20 - 9:00 &= 3\frac{1}{3} \text{ ч} \\ 2 \text{ } 32 \text{ } 20 \text{ мин} &= 3\frac{1}{3} \text{ ч} \end{aligned} \quad \begin{cases} \left(\frac{5}{4}v_1 + v_2 \right) \cdot 3\frac{1}{3} = 300 \text{ (км)} \\ (v_1 + v_2) \cdot 4\frac{1}{4} = 300 \text{ (км)} \end{cases}$$

$$13:00 - 9:00 = 4 \text{ ч}$$

$$v_1 + v_2 = 75$$

$$v_2 = 75 - v_1$$

$$\left(\frac{5}{4}v_1 + (75 - v_1) \right) \cdot \frac{10}{3} = 300$$

$$\frac{1}{4}v_1 + 75 = \frac{300}{10} = 30$$

$$\frac{1}{4}v_1 = 15$$

$$v_1 = 60 \text{ км/ч,}$$

$$\text{тогда } v_2 = 75 - 60 = 15 \text{ км/ч}$$

Ответ: 15 км/ч.

Сумма углов A

$180^\circ \cdot (n-2)$, где n - кол-во вершин

тогда если $n = 91$

$180^\circ \cdot (91-2) = 180^\circ \cdot 89$, а тогда каждый угол делится на 4, то макс. возм. цел. значение угла - 176° . тогда в сумме $\geq 176^\circ \cdot 91$

Код участника:

1110 99

(заполняется организатором)

но $180^\circ.89 = 176^\circ.89 + 4^\circ.89$, что
недо сравните с
 $176^\circ.91$

$$176^\circ.89 + 4^\circ.89 \neq 176^\circ.91$$

$$4^\circ.89 \neq 176^\circ.2$$

$$356^\circ \neq 352^\circ$$

Значит тогда хотя бы
один угол должен
быть $> 176^\circ$, но
среди чисел от 177 до
179 нет крат-
ных 4, значит тогда
невозможно сделать так чтобы
все углы
были ≤ 4 .

Ответ: нет.

56
Разножили выражение на множители
($abc + 2ab + 2ac + 2bc + 4a + 4b + 4c + 8$)
т.к. $(a+2)(b+2)(c+2) = (ab + 2a + 2b + 4)(c+2) =$
 $= abc + 2ab + 2ac + 4a + 2bc +$
 $+ 4b + 4c + 8$
тогда $abc + 2ab + 2bc + 2ac + 4a + 4b + 4c =$
 $= (a+2)(b+2)(c+2) - 8 = 504$
 $(a+2)(b+2)(c+2) = 512 = 2^9$
т.к. $a, b, c \in \mathbb{Z}$, то $a+2, b+2, c+2$
 $\in \mathbb{Z}$
тогда переберем
степени 2, которые
могут быть
в числах

Код участника:

11/10-99

(заполняется организатором)

1)	0	0	9	-
2)	0	1	8	
3)	0	2	7	
4)	0	3	6	
5)	0	4	5	
6)	1	1	7	-
7)	1	2	6	
8)	1	3	5	
9)	1	4	4	-
10)	2	2	5	-
11)	2	3	4	
12)	3	3	3	

среди всех возможных
одно с 3 одинаковыми
цифрами тогда
где а, б с могут
быть разными
считаем 1 раз,
4 с 2 одинаковыми цифрами
и с 3 одинаковыми цифрами,
т.к. могут быть случаи

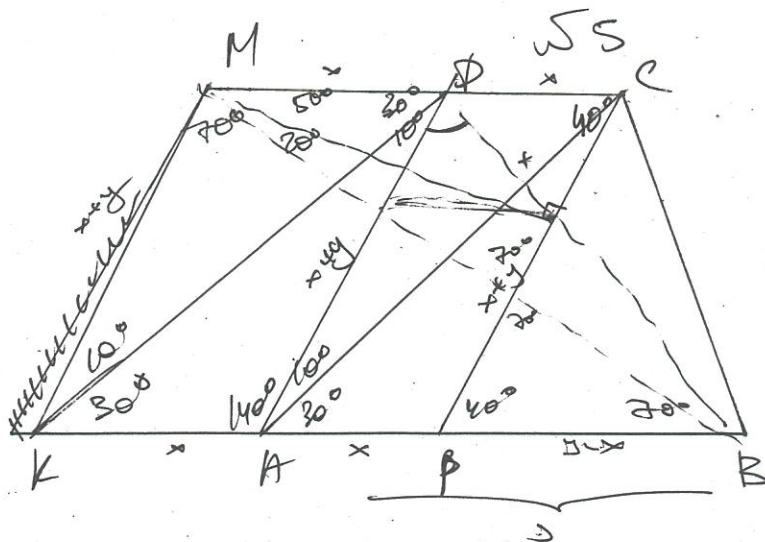
xxxy
xyxx
yxxx

с 3 разными цифрами
считаем 6 раз
случаев

xyz
xzy
yxz
yzx
zxy
zyx

$$1 + 3 \cdot 4 + 6 \cdot 7 = 1 + 12 + 42 = 55$$

Ответ: 55. ~~разово~~



Код участника:

М10-99

(заполняется организатором)

МК и ВА и СР

МРАК, ДСАА - нинин

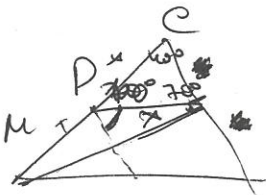
расширен зини:

$$\angle CAD = \angle MKD = 10^\circ = \angle ACP = \angle KDA$$

$$\angle DKA = \angle CPA = 30^\circ = \angle DCA = \angle MKC$$

$$\text{т.к. } MD = DC = AK = AD = x, \text{ а } KM = AD = CP = xy$$

но у нас $KM = KB \Rightarrow P/B$ и $BP = y - x$
 дв. сторона на 70°



тогда $\triangle BOP$ - P/B унн на 70°

$$CO = xy - (y - x) = 2x$$

$$MC = CO = 2x \text{ унн на } 70^\circ$$

тогда $\triangle CMP$ - $50^\circ, 20^\circ$

$$OP = x \text{ унн на } 70^\circ$$

$$\text{тогда } \angle CPO = 100^\circ - 10^\circ = 90^\circ$$

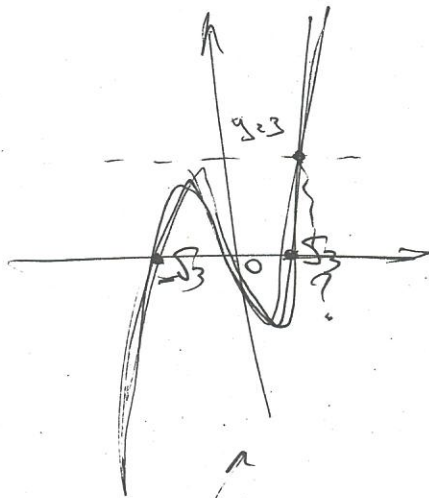
$$\angle KPA = \angle BPA = 100^\circ - 10^\circ = 90^\circ$$

$$-10^\circ = 40^\circ$$

ответ: 40°

57

Дунация имеет вид



см. график.

т.к.

$$x(x^2 - 3) = 3$$

то находим
 значение которое
 увеличивается
 на единицу

(можно даже проверить
 подбором
 значений)

$$f(x) = x(x^2 - 3)$$

$$f(x) = 0 \text{ при } x = 0 \text{ и } x = \pm\sqrt{3}$$

тогда очевидно что

при $x \in [\sqrt{3}, \infty)$ $f(x) \uparrow$
 монотонно возрастает

1
M 10.99

(заполняется организатором)

$$\sqrt{39} \approx 2,08072$$

$$\sqrt{39} \approx 9,00826$$

напробувано $\times \sqrt[5]{39}$

$$\cancel{\frac{3}{3}} \cdot \frac{3}{3} = 3^{\frac{3}{3}} = 3^1 = 3 \neq 0$$

22

9,00826-6,24216-3 < 0

non bene x, sem

Barbara Felt, etc.

उदाहरण $f(x) = f(\sqrt{39}) - 3$

T.L. stands for

0, 875

при условии

$$x, T.e. x \in \mathbb{R}$$

Оценка:

58
ne boue

$$\sqrt{8100} = 90$$

T.K. more eyes

2 красные шарика
может быть конра-

Left side neck abnormality

рассуждений, что

$\leq 2\sqrt{n}$

54

Заметим, что всевозможные признаки делимости на 2, 4, 3, 9, 10, 7 также замечательны, что и число

Буде ~~xxx~~ монт генерал на II, III, IV
 $\frac{2 \dots 239}{2000} \dots \frac{9}{2000} \quad \frac{32.10}{2000} + \frac{3.10}{2000} + \frac{9}{2000}$

Код участника:

1410-99

(заполняется организатором)

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 4b + 4c \end{cases}$$

$$b+c = \frac{a^2}{4}$$

$$(b+c)^2 = \frac{a^4}{16}$$

$$\begin{aligned} b^2 - bc + c^2 &= (b+c)^2 - 3bc = \frac{a^4}{16} - \left(a^2 - \frac{b^3+c^3}{a}\right) = \\ &= \frac{a^4}{16} - \left(4(b+c) - \frac{(b+c)(b^2-bc+c^2)}{a}\right) = \\ &= \frac{a^4}{16} - 4(b+c) + \frac{(b+c)(b^2-bc+c^2)}{a} \end{aligned}$$

$$x = y^2 - 4y + \frac{xy}{2y}$$

$$2x\sqrt{y} = 2y^2\sqrt{y} - 8y\sqrt{y} + x\sqrt{y}$$

$$2x = 2y^2 - 8y + x\sqrt{y}$$

$$2(y-4) + x(\sqrt{y}-2) = 0$$

$$2y(\sqrt{y}-2)(\sqrt{y}+2) + x(\sqrt{y}-2) = 0$$

$$(\sqrt{y}-2)(2y\sqrt{y}+4y+x) = 0$$

$$\textcircled{1} \sqrt{y} = 2$$

$$\begin{aligned} \sqrt{b+c} &= 2 \\ b+c &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{4 \cdot 4} = 4 \\ a, b, c &\in \mathbb{N} \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} 2y(\sqrt{y}+2) + x = 0$$

$$\begin{aligned} \sqrt{y} &= -2 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &> 0, \text{ т.к.} \\ (b-c)^2 + bc &= 0 \end{aligned}$$

уравнение не имеет решений.

$a, b, c \in \mathbb{N}$ $\Rightarrow$ $a, b, c \geq 0$, следовательно, $a, b, c \in \mathbb{N}$.

Код участника: М10-99
(заполняется организатором)

(44)

Поискать в и с

1) 1 и 3

$$4^2 = 4 \cdot (b+c) = 4 \cdot 4 \quad \textcircled{V}$$

$$4^3 - 3 - 3^3 = 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 3, \text{ т.е. } 36 = 4 \cdot 9 \quad \textcircled{V}$$

2) 3 и 1

аналогично

1 и 3

пока. +1.

наперед
в и с не влезет

3) 2 и 2

$$4^2 = 4 \cdot (b+c) = 4 \cdot 4 \quad \textcircled{V}$$

$$4^3 - 2^3 - 2^3 = 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2$$

$$48 = 3 \cdot 16 \quad \textcircled{V}$$

Ответ: (4; 1; 3);

(4; 3; 1);

(4; 2; 2).

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-164

N1

Пусть скорость 2-го автобуса x км/ч, тогда скорость 1-го будет в $\frac{5}{4}$ раз больше

Пусть скорость велосипедиста будет y км/ч

Зная время когда встретились велосипедист с 1-м и 2-м автобусом

Составим и решим уравнение $12:20 - 9:00 = 3 \frac{1}{3}$ ч

$13:00 - 9:00 = 4$ ч

$$\begin{cases} \frac{5}{4}x \cdot 3 \frac{1}{3} + y \cdot 3 \frac{1}{3} = 300 \text{ км} \\ x \cdot 4 + y \cdot 4 = 300 \text{ км} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{5}{4}x \cdot \frac{10}{3} + y \cdot \frac{10}{3} = 4x + 4y \\ \frac{25}{6}x + \frac{10}{3}y = \frac{24}{6}x + \frac{12}{3}y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{6}x = \frac{2}{3}y \\ x = 4y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \cdot 4 + y \cdot 4 = 300 \\ x = 4y \end{cases}$$

$$16y + 4y = 300 \quad 20y = 300 \quad y = 15 \text{ км/ч} \quad \text{Ответ: } 15$$

N2

Максимум у любого выпуклого n -угольника сумма внешних сторон всегда равна $180^\circ \cdot 360^\circ$, чтобы угол был кратен 4 или ^{внутренний} ~~внешний~~ угол кратен 4, то и внешний угол также кратен 4 тк $180:4$. Если внешний угол должен быть минимальным (чтобы мог существовать 91 -угольник) и при этом кратен 4, то он будет равен 4. $360:4 = 90$ углов максимум может быть в выпуклой фигуре, ~~т.е.~~ чтобы внутренние углы были кратны 4. Тк $91 > 90$, то Ответ: существовать не может.

N3

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ x^2 = 4b + 4c \end{cases} \quad \text{если } a^2 = 4b + 4c, \text{ то } b + c = \frac{a^2}{4}$$

$$\begin{cases} a^3 - (b^3 + c^3) = 3abc \\ b + c = \frac{a^2}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^3 - (b+c)(b^2 - ab + c^2) = 3abc \\ b+c = \frac{a^2}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} a^3 - (b+c)(b+c)^2 - 3bc = 3abc \\ b+c = \frac{a^2}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^3 - \frac{a^2}{4} \cdot \left(\left(\frac{a^2}{4} \right)^2 - 3bc \right) = 3abc \\ b+c = \frac{a^2}{4} \end{cases} \quad a^3 - \frac{a^6}{64} + \frac{3a^2bc}{4} = 3abc \quad \frac{64a^3 - a^6}{64} = 3abc \left(\frac{a}{4} - 1 \right)$$

$$\frac{a^3(4-a)(16+4a+a^2)}{64} = 3abc \left(\frac{a}{4} - 1 \right)$$

$$\frac{a^3 \cdot 4 \left(1 - \frac{a}{4} \right) (16 + 4a + a^2)}{64} = 3abc \left(\frac{a}{4} - 1 \right)$$

$$1 - \frac{a}{4} \cdot (-1) = \frac{a}{4} - 1, \text{ значит}$$

$$4^2 = 4(b+c) \quad 4 = b+c$$

$$\begin{aligned} a=4, b=1, c=3 \\ \text{Ответ: } a=4, b=3, c=1 \\ a=4, b=2, c=2 \end{aligned}$$

Тк $1 - \frac{a}{4} = 0$ $a=4$

$$\begin{aligned} b=1 \quad c=3 \quad 64 - 1 - 27 &= 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 3 \quad 36 = 36 \checkmark \\ b=3 \quad c=1 \quad 64 - 27 - 1 &= 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 \quad 48 = 36 \checkmark \\ b=2 \quad c=2 \quad 64 - 8 - 8 &= 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2 \quad 48 = 48 \checkmark \end{aligned}$$

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-164

н 4
Т.к. $2 \dots 234 \dots 4$ оканчивается на 4, то оно кратно 2 значим
число $2 \dots 234 \dots 4$ не является простым.

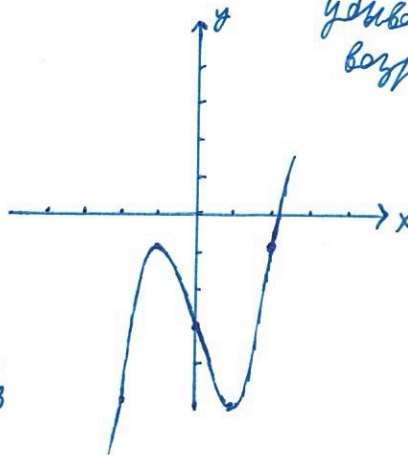
Ответ: Не является простым

н 7

построим график функции $y = x^3 - 3x - 3 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline y & -5 & -1 & -3 & -5 & -1 & 3 \end{array}$$

на отрезке $(-\infty; -1]$ функция
убывает, а на отрезке $[1; +\infty)$
возрастает $\Rightarrow$ функция
 $y = x^3 - 3x - 3$ имеет всего
1 корень



предположим $x = \sqrt[5]{39}$

$$y = \sqrt[5]{39}^3 - 3 \cdot \sqrt[5]{39} - 3$$

$$\sqrt[5]{39}^3 = \sqrt[5]{243 + 1 \cdot 243} = \sqrt[5]{243 + 1 \cdot 243}$$

$$\begin{array}{l} 243 = 3^5 \\ 32 = 2^5 \end{array}$$

$$3 \cdot \sqrt[5]{39} = 3 \cdot \sqrt[5]{32 + 7}$$

$$\sqrt[5]{(243 + 1 \cdot 243)} < 3 \cdot (\sqrt[5]{32 + 7} + 1)$$

$$3 \sqrt[5]{243 + 1 \cdot 243} < 3 \cdot (\sqrt[5]{32 + 7} + 1)$$

$$\sqrt[5]{243 + 1 \cdot 243} < \sqrt[5]{32 + 7} + 1 \Rightarrow \text{уравнение имеет знак } - \Rightarrow \text{е должно}$$

быть больше $\sqrt[5]{39}$ т.н.д.

н 8

Если в колледже количество от 1 до 100 закрасить число n , то
в.к. можно быть либо красным, либо белым в 100. Если нарисовать красным
числа начиная с 100 до 90, то тогда произведем 2х разных красных
чисел будет больше в 100, что означает, что все числа от 90 до в 100
будут соответствовать критерию покраски $n = 100 - 90 + 1 = 11$, если
не продолжать красить числа, то на каждом закрашенном числе будет ^{появится}
как минимум 1 число, которое не соответствует критерию покраски.

Ответ: 11

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором)

M10-164

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-164

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-164

N 1

Пусть x – скорость одного из автобусов, тогда скорость другого $\frac{5}{4}x$

Пусть y – скорость велосипедиста, тогда

$$\begin{cases} 300 = \frac{10}{3} \cdot (\frac{5}{4}x + y) & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 300 = 4 \cdot (x + y) & (2) \end{cases}$$

из (2): $x + y = 75$

$x = 75 - y$, подставим в (1).

$$300 = \frac{10}{3} (\frac{5}{4}(75 - y) + y) \cdot 3$$

$$900 = 10 (\frac{5}{4}(75 - y) + y) \cdot 3$$

$$90 = \frac{5}{4}(75 - y) + y \cdot 4$$

$$360 = 5(75 - y) + 4y$$

$$360 = 375 - 5y + 4y$$

$$y = 15$$

Ответ: 15 км/ч

N 2

Если такой многоугольник существует, то сумма его углов:

$89 \cdot 180^\circ$. Если все углы в 91 -угольнике будут равны, то каждый из

них; $\frac{89 \cdot 180^\circ}{91} > 176$. Получаем, что если все углы кратны 4

недостаточно, чтобы все углы были по 176, в таком случае их сумма меньше, чем $89 \cdot 180^\circ$, значит, нужно, чтобы был угол большей градусной меры, а следующее число после 176 кратное 4: 180° , но не может быть, чтобы какой-то угол был 180° , то есть не существует 91 -угольника, у которого градусная мера каждого из углов кратна 4.

Ответ: НЕТ

Бланк ответов N 1

N 3

Пусть $x = -b$, $y = -c$, перепишем 1-ое уравнение системы и преобразуем его: $a^3 + x^3 + y^3 = 3axy$

$$a^3 + x^3 + y^3 - 3axy = 0$$

$$(a+x+y)(a^2+x^2+y^2-ax-ay-xy)=0, \text{ тогда}$$

$$\begin{cases} a+x+y=0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+x^2+y^2-ax-ay-xy=0 & (2) \end{cases}$$

(1) $a = -x - y = b + c$ — подставим во 2-ое уравнение исходной системы.

Получим: $a^2 = 4a$

$$a(a-4)=0 \Rightarrow a=0 \text{ или } a=4$$

$a=0$ не подходит, т.к. 0 не натуральное число

Значит $a = b + c = 4 \Rightarrow$ ~~варианты~~ решения: $a=4, b=1, c=3$;

$a=4, b=2, c=2$; $a=4, b=3, c=1$.

$$(2) 2a^2 + 3x^2 + 3y^2 - 2ax - 2ay - 2xy = 0$$

$$(a-x)^2 + (a-y)^2 + (x-y)^2 = 0$$

$$(a+b)^2 + (a+c)^2 + (b-c)^2 = 0 \Rightarrow b=c=-a$$

Подставим во второе уравнение исходной системы:

$$c^2 = bc; \quad c(c-b)=0$$

$c=0$ или $c=b$; $c=0$ не подходит, т.к. 0 не натуральное число

Значит решение: $a=-b$; $b=b$; $c=b$

Ответ: $(4; 1; 3)$ $(4; 2; 2)$ $(4; 3; 1)$ $(-8; 8; 8)$

Бланк ответов № 2

N 4

Нет, число делится на 4: две его последние цифры образуют 44 – делится на 4 $\Rightarrow$ по признаку делимости на 4 число $2 \dots 234 \dots 4$ не является простым

Ответ: нет

N 4

Пусть $f(x) = x^3 - 3x - 3$. Докажем, что ~~$f(\sqrt[5]{39})$~~ $f(\sqrt[5]{39})$ меньше 0.
 $f(\sqrt[5]{39}) = \cancel{(\sqrt[5]{39})^3} - \sqrt[5]{39} \cdot 3 - 3 \cancel{(\sqrt[5]{39})^3} = (\sqrt[5]{39})^3 - 3(\sqrt[5]{39} + 1) \dots$

~~$$\sqrt[5]{39} > 2 \Rightarrow \sqrt[5]{39} + 1 > 3 \Rightarrow 3(\sqrt[5]{39} + 1) > 3\sqrt[5]{39} + 3 > 3\sqrt[5]{39} + 3\sqrt[5]{39} = 6\sqrt[5]{39} > 6 \cdot 2 = 12 > (\sqrt[5]{39})^3$$~~

Кравды $(\sqrt[5]{39})^3$ и 9

~~$$(\sqrt[5]{39})^3$$~~

~~$$9(\sqrt[5]{39} + 1)^5$$~~

$\begin{array}{r} 39 \\ \times 39 \\ \hline 351 \\ + 114 \\ \hline 1521 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1521 \\ \times 39 \\ \hline 13689 \\ + 4563 \\ \hline 59319 \end{array}$	$\begin{array}{r} 81 \\ \times 9 \\ \hline 729 \end{array}$	$\begin{array}{r} 429 \\ \times 9 \\ \hline 3861 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6561 \\ \times 9 \\ \hline 59049 \end{array}$
--	--	---	---	---

$$\dots (\sqrt[5]{39})^3 \quad 3(\sqrt[5]{39} + 1) \mid \text{возведём оба числа в степень 5}$$

$$39^3 \quad 3^5 \cdot (\sqrt[5]{39} + 1)^5$$

$$13^3 \quad 9 \cdot (\sqrt[5]{39} + 1)^5$$

$$\sqrt[5]{39} > 2,01 \Rightarrow 9(\sqrt[5]{39} + 1)^5 > 9 \cdot 3,01^5 > 2200$$

$$13^3 = 2197 < 2200 < 9(\sqrt[5]{39} + 1)^5 \Rightarrow (\sqrt[5]{39})^3 < 3(\sqrt[5]{39} + 1) \Rightarrow f(\sqrt[5]{39}) < 0$$

$$f(x) = 3 \cdot x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x-1)(x+1)$$

функция $\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \hline -1 \quad 1 \end{array} \rightarrow x$
 При $x > 1$ ~~возрастает~~ $f(\sqrt[5]{39}) < 0$; $\sqrt[5]{39} > 1$
 Корень уравнения $f(x) = 0$, то есть $x^3 - 3x - 3 = 0$ больше $\sqrt[5]{39}$
 этот $N 3$

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-294

№ 6

$$(a+2)(b+2)(c+2) = abc + 2ab + 2bc + 2ac + 4a + 4b + 4c + 8$$

Перепишем исходное уравнение:

$$(a+2)(b+2)(c+2) - 8 = 504$$

$$(a+2)(b+2)(c+2) = 512$$

$$(a+2)(b+2)(c+2) = 2^9$$

Есть 2 случая:

1) Все скобки-положительные

2) Две скобки отрицательные, а одна положительная

Рассмотрим 1-ый случай:

Пусть x, y, z — целые

$$a+2 = 2^x$$

$$b+2 = 2^y$$

$$c+2 = 2^z, \text{ тогда: } 2^x \cdot 2^y \cdot 2^z = 2^9$$

$$x+y+z=9$$

Нужно найти, сколько решений имеет это уравнение в целых неотрицательных x, y, z (а, b, c также были целыми). Таких решений, что все скобки положительные: 45

Рассмотрим 2-ой случай:

$$\text{Пусть } a+2 = -2^x$$

$$b+2 = -2^y$$

$$c+2 = 2^z$$

$$(a+2)(b+2)(c+2) = -2^x \cdot -2^y \cdot 2^z = 2^{x+y+z} = 2^9$$

Здесь тоже 45 решений

$$a+2 = -2^x$$

$$a+2 = 2^x$$

Итого 45 решений

$$b+2 = 2^y$$

$$b+2 = -2^y$$

$$c+2 = -2^z$$

$$c+2 = 2^z$$

Тогда всего решений у исходного уравнения: $45 + 45 \cdot 3 = 180$

Ответ: 180

№ 4

Код участника:

(заполняется организатором)

М 10-266

N1

$$x = \sigma_{\text{I}} \text{ авт}$$

$$\frac{5}{4}x = \sigma_{\text{II}} \text{ авт}$$

$$\cancel{4x} = y = \sigma_{\text{вер.}}$$

$$\begin{cases} \frac{10}{3} - \frac{5}{4}x = 300 - \frac{10}{3}y & | \cdot 3 \quad (1) \\ 4x = 300 - 4y & (2) \end{cases}$$

$$2) \quad \cancel{4x} = 75 - y.$$

$$\frac{50}{4}x = 900 - 10y \quad | \cdot 4.$$

$$50(75 - y) = \cancel{900} 3600 - 40y.$$

$$3750 - 50y = 3600 - 40y.$$

$$150 = 10y$$

$$15 = y. \quad \text{Итак } \sigma_{\text{вер.}} = 15 \text{ килл.}$$

$$\sigma_{\text{вер.}}: 15 \text{ килл.}$$

Код участника:

(заполняется организатором)

М10-266

№1

Нет, т.к. число оканчивается на 4 $\Rightarrow$ оно $\div 2$

№2

Найдено число ≤ 91 уг-ка. это по формуле $(n-2)180$, где n - кол-во ≤ 16020 .

$16020 : 91 = 176$ (ост 4). ^{эту} ~~эти~~ 4 ^{н/о} ~~н/о~~ ^{н/о} добавит к 1 у углов (если мы $\downarrow$ какой-то ≤ 4 , то н/о $\downarrow$ $\Rightarrow$), но $176 + 4 = 180$, а это разб ≤ 4 , т.е. у нас пропал верш, если $+ >$, если $+$, то ≤ 180 , $\Rightarrow$ мы не ~~не~~ ^{не} ~~выпуклый~~ $\Rightarrow$ невозможно

№3

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 4b + 4c. \end{cases}$$

замечим, что т.к. числа $\mathbb{N}$, то ~~не~~ $3abc > 0$. $\Rightarrow$

$$a^3 - b^3 - c^3 > 0. \quad a^3 > b^3 + c^3 \Rightarrow a^3 > b^3 \Rightarrow a > b$$

$$a^3 > c^3 \Rightarrow a > c.$$

a^2 - четно $\div 4$. $\Rightarrow a$ $\div$ хотя бы 2.

$$a^2 = 4(b+c)$$

тогда число a^2 можно записать как $a^2 = 4 \cdot p^2$, где p^2 - произведение прост. дел-лей a .

Теперь сравним $2a$ и p^2 . $2a = p \cdot 2 \cdot 2$.

$4p$ больше, чем p^2 когда;

$$4p > p^2$$

$4 > p$. а теперь:

докажем, что если $p^2 > 2a$, то:

$$a^2 = 4(b+c)$$

$$\begin{array}{l} \parallel \\ 4-p^2 \end{array} \quad \downarrow \text{г-но Битт} \\ 4-p^2 \quad 4-p^2.$$

$$4p^2 = 4p^2$$

$$\parallel \quad 4 \cdot 2a.$$

$a^2 < 4 \cdot 2a$, а это не г-но быть. т.е $b+c$ г-но
быть $\leq$ чем p^2 .

докажем, что $\sqrt{\quad}$ только до:

$$2^2 = 4(b+c)$$

$$b+c=1 - \text{невозможн (} b, c \in \mathbb{N} \text{)}$$

$$4^2 = 4(b+c)$$

$$1) \text{ по пробам. } b=1$$

$$c=3.$$

$$64 - 27 - 1 = 36$$

$$3abc = 3 \cdot 4 \cdot 3 = 36$$

невоз.

$$3abc = 3 \cdot 4 \cdot 3 = 36$$

$$2) \quad b=2, c=2.$$

$$4^2 = 4 \cdot (2+2)$$

$$64 - 8 - 8 = 48$$

$$3abc = 3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$$

✓

✓

Код участника:

(заполняется организатором)

М10-266

$$8^2 = 4(b+c)$$

$$b+c = 16.$$

предположим что если $b=8$ $c=8$ $8^3 - 8^3 = 8^3 - 8^3 \neq 3 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$.

2) $10^2 = 4 \cdot 25$, предположим что $b+c$ будет 1.
и будет $\neq > 2a \geq$
и $\geq$ ~~так~~ $b > a$
 $c > a$.

2) ~~2)~~ $(a; b; c)$
ответ: $(4; 1; 3)$
 $(4; 3; 1)$
 $(4; 2; 2)$.

Н1 ~~Заметим, что если $x < 3$, то тем $x < 3$ и~~
пусть a - корень. ~~уравнения.~~

$$a^3 - 3a - 3 = 0$$

$$a(a^2 - 3) - 3 = 0.$$

$$a(a^2 - 3) = 3.$$

~~но~~ предположим $\sqrt[3]{39} = 39^{\frac{1}{3}}$.

Заметим, что корень лежит от 2 до 3, т.к. $f(2) < 0$,
а $f(3) > 0$. т.е. $\exists$ у корней от 2 до 3 ($f(x)$
непрерывна и монотонна).

~~предположим~~ также предположим, что $\sqrt[3]{39} < 3$.
подставим $39^{\frac{1}{3}}$ в ур-е.

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-266

$$\frac{1}{3} \geq t.$$

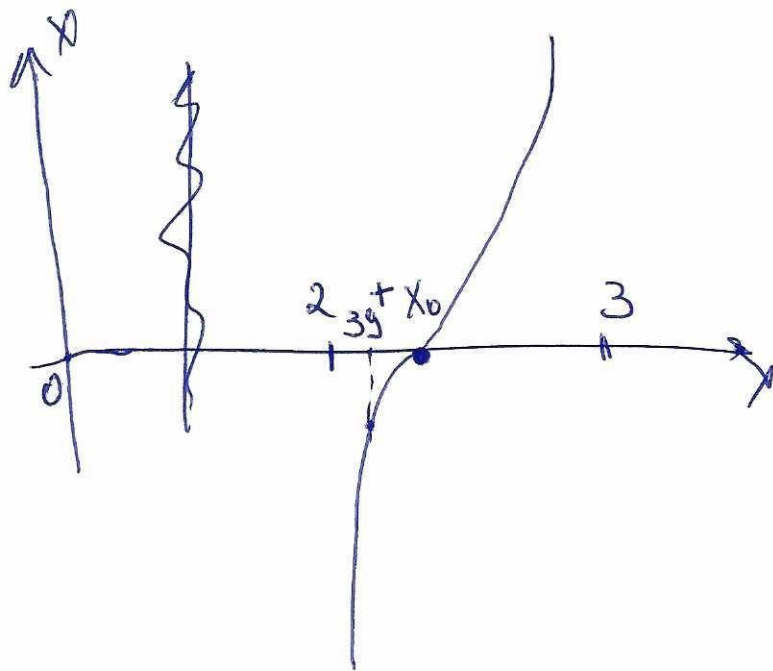
$$39^{3t} - 3 \cdot 39^t - 3 =$$

$$39^t (39^{2t} - 3) - 3$$

$$< 0, \text{ т.к. } 2 \cdot 39^{2t} < 3(1 + 39^{2t})$$

из (*). $\Rightarrow$ все вып-ные < 0 .

т.е. рас-рши гр-н. из док-ного ранее



$$\Rightarrow x^0 \geq \sqrt[5]{39}$$

№ 1

Ответ: 15 км/ч

Пусть x км/ч - V II автобуса, тогда $\frac{5}{4}x$ км/ч - V I автоб.

y км/ч - V велосипедиста

Тогда I-й встретит велосипедиста через $\frac{10}{3}$ ч после начала движения и одновременно они проедут 300 км.

Составим уравнение: $\frac{10}{3} \cdot \frac{5}{4}x = 300 - (\frac{10}{3}y)$

Аналогично II-й встретит велосипедиста через 4 часа:

$$4x = 300 - 4y$$

$$\begin{cases} \frac{50}{12}x = 300 - \frac{10}{3}y; & \rightarrow \frac{50}{12}x + \frac{10}{3}y = 300 \\ 4x + 4y = 300, \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{50}{12}x + \frac{10}{3}y = 4x + 4y, \neq 300$$

$$50x + 40y = 48x + 48y,$$

$$2x = 8y; x = 4y$$

Мы знаем, что $4x + 4y = 300$, заменим x на $4y$,

$$16y + 4y = 300; 20y = 300; y = 15.$$

$\Rightarrow V$ велосипедиста 15 км/ч

№ 3

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc & (1) \\ a^2 = 4b + 4c & (3) \end{cases}$$

$$a^2 = 4b + 4c \quad (3)$$

$$\text{Из (1)} \quad b^3 + c^3 - a^3 + 3abc = 0$$

$$(b+c-a)(a^2+b^2+c^2+ab+ac-bc) = b^3+c^3-a^3+3abc = 0$$

СМР 1 и 6

Код участника:

(заполняется организатором)

М 10-144

$$\Rightarrow \begin{cases} b+c-a=0 \\ a^2+b^2+c^2+ab+ac-bc=0(2) \end{cases}$$

(2) Заметим, что по неравенству 0 3 квадратов:

$$a^2+b^2+c^2 \geq ab+ac+bc \quad \text{и} \quad ab+ac+bc \geq bc-ab-ac, \text{ и} \quad ab+ac+bc \geq bc-ab-ac$$

$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2 \geq bc-ab-ac \Rightarrow a^2+b^2+c^2+ab+ac-bc \geq 0$$

$$\Rightarrow (2) \text{ уравнение всегда } \geq 0$$

$$\Rightarrow b+c-a=0;$$

$$(3) a^2=4b+4c=4a;$$

$$a^2=4a; a(a-4)=0$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=4 \end{cases} \text{ не ур.}$$

$16=4b+4c; b+c=4$, тогда поднайдём решение:

$$\begin{cases} a=4, \\ b=1, \\ c=3, \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=4, \\ b=2, \\ c=2, \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=4, \\ b=3, \\ c=1. \end{cases}$$

Ответ: $\{4; 1; 3\}; \{4; 2; 2\}; \{4; 3; 1\}$

№ 4

Ответ: нет, не является

2... 2 3 4... 4
2024 2024

∴ 2, т.к. означает на четную цифру, и очевидно что $2 \geq 2$
⇒ оно простое

№ 6

$$abc + 2ab + 2bc + 2ac + 4a + 4b + 4c = 507$$

Прибавим к каждой части равенства по 8.

$$abc + 2ab + 2ac + 2bc + 4a + 4b + 4c + 8 = 512$$

$$abc + 2ab + 2bc + 2ac + 4a + 4b + 4c + 8 = 512$$

$$= (a+2)(b+2)(c+2) = 512 = 2^9$$

Решим задачу для неположительных $a+2, b+2, c+2$

Тогда по крайней мере одно из чисел $a+2, b+2, c+2$ равно степени двойки, то по крайней мере одно из чисел a, b, c равно степени двойки.

ст. двойки.

$$a+2 = 2^k$$

$$b+2 = 2^m$$

$$c+2 = 2^n$$

$$2^k \cdot 2^m \cdot 2^n = 2^9 \quad (\geq) \quad k+m+n=9$$

$$(k; m; n) \neq 0 \quad a \neq 2$$

Задача сводится к тому? СРС выбрать 3 числа нестр. число, что их сумма = 9

Это всё равно, что поставить 2 перегородки на 9+2 = 11 мест. (перегородки отделяют шарики, и нас всего 9 шариков)

⇒ поставив 2 перегородки мы получим 3 места для наших чисел) число может быть $= 0$

Поставить 2 перегородки мы не можем это $C_{11}^2 = 55$ способов

Теперь заметим, что если $\{a+2; b+2; c+2\}$ – решение, то $\{- (a+2); - (b+2); c+2\}$ – решение

$\{- (a+2); b+2; - (c+2)\}$ – решение

$\{a+2; - (b+2); - (c+2)\}$ – решение

Поскольку если есть стр. ч. то и ч. четное кол-во, т.е. 2 (т.ч. чисел всего 3)

И больше решений нет. Таким образом из каждого тройки решений $\{a+2; b+2; c+2\}$ можно получить ещё 3 решения. ⇒ всего решений

$$55 + 55 \cdot 3 = 55 \cdot 4 = 220$$

Ответ: 220 решений.

(Считаем, что $\{a; b; c\} \neq \{b; a; c\}$ – различные решения)

Код участника:

(заполняется организатором)

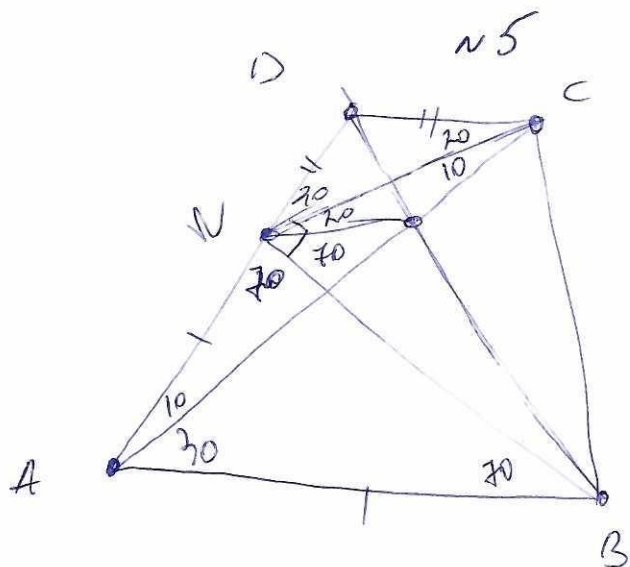
М10 - 144

~2

Сумма углов выпуклого n -угольника $= 180(n-2)^\circ$

При $n=91$, сумма $= 180 \cdot 89 = 16020^\circ$

Заметим, что наименьший угол не больше 176° , т.ч. он очевидно $< 180^\circ$, а наиб. число $:4$ не превосходит 180 , это 176 . Но $176 \cdot 91 = 16016 < 16020$ (сумма углов 91 -угольника не должна быть $176 \cdot 91$)
 $\Rightarrow$ такого 91 -угольника не существует
Ответ: не существует!



$$AD = AB + CD$$

Но сторона AD содержит точку K, такую, что $CD = DK$, $AK = AB$

Ответ: 50°

стр 5 из 5

Код участника:

(заполняется организатором)

МФО-121

N_3^e

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc^* & a, b, c \in \mathbb{N} \\ a^2 = 4b + 4c^{\textcircled{1}} \end{cases}$$

Рассмотрим уравнение $*$: $a^3 - b^3 - c^3 - 3abc = 0$; Пусть $d = -b$; $e = -c$:

$$a^3 + d^3 + e^3 - 3ade = 0$$

$$(a + d + e)(a^2 + d^2 + e^2 - ad - ae - de) = 0$$

$$\begin{cases} a + d + e = 0^{\textcircled{1}} \\ a^2 + d^2 + e^2 - ad - ae - de = 0^{\textcircled{2}} \end{cases}$$

$$a^2 + d^2 + e^2 - ad - ae - de = 0^{\textcircled{2}}$$

Рассмотрим $\textcircled{1}$ случай: $\Rightarrow a = -d - e = b + c$; Подставим в $\textcircled{2}$ уравнение:

~~$$\begin{aligned} a^2 &= 4(b+c) \\ a^2 &= 4a \\ a(a-4) &= 0 \\ a &\in \{0; 4\} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a \in \{0; 4\} \\ a = b + c \\ a^2 = 4b + 4c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b + c = 0 \\ 4(b+c) = 0 \end{cases}$$

Подставляем значения a , получаем:

$$\begin{cases} b^3 - c^3 = 0 \\ 4(b+c) = 0 \Rightarrow b = -c \end{cases}$$~~

$$\textcircled{2} a^2 = 4(b+c)$$

$$a^2 = 4a$$

$$a(a-4) = 0$$

$$a \in \{4\}, \text{ т.к. } \{0\} \notin \mathbb{N}$$

Подставляем значение a :

~~$$\begin{aligned} 64 - b^3 - c^3 &= 12bc \\ b + c &= 4 \Rightarrow b = 4 - c \\ 64 - (4-c)^3 - c^3 &= 12c \end{aligned}$$~~

При $a=4$ получается $b+c=4$ и т.к. $b, c \in \mathbb{N}$ находим решения: $(4; 3; 1); (4; 2; 2); (4; 1; 3)$, где a - первое число
 b - второе число
 c - третье число

Рассмотрим второй случай:

$$a^2 + d^2 + e^2 - ad - ae - de = 0$$

$$(a-e)^2 + (d-e)^2 + (a+d)^2 = 0$$

$$(a+c)^2 + (c-b)^2 + (a-b)^2 = 0$$

~~Следовательно~~ Следовательно $a=c$ и $c=b$ и $a=b$ одновременно, но это равенство достигается только при $a=b=c=0$, но $\{0\} \notin \mathbb{N}$

Ответ: $(4; 3; 1); (4; 2; 2); (4; 1; 3)$

N_4^2

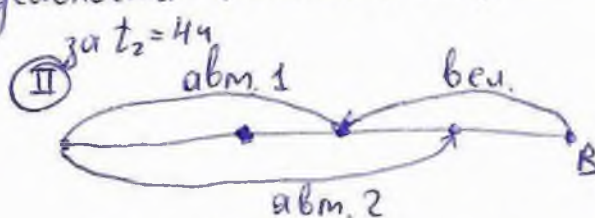
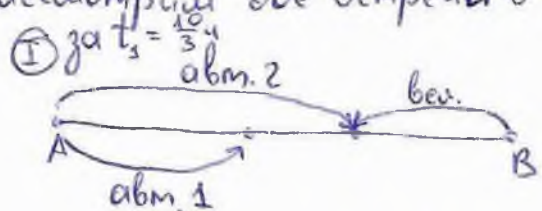
Это число чётное, т.к. заканчивается на 4 $\Rightarrow$ оно кратно 2, значит его можно представить в виде: $2 \cdot \underbrace{11 \dots 11}_{2024 \text{ раз}} \underbrace{222 \dots 2}_{2023 \text{ раз}} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ это число ~~не~~ не является простым.

N_1^0

Пусть скорость первого автобуса x , тогда скорость второго автобуса равна $(\frac{5}{4}x)$. ~~Пусть~~ Пусть скорость велосипедиста равна y .

Рассмотрим обе встречи в отдельности (схематично)



Запомним, что в Ⓘ $S_{\text{авт. 2}} + S_{\text{вел.}} = S_{AB}$ и в Ⓜ $S_{\text{авт. 1}} + S_{\text{вел.}} = S_{AB}$.

Зная, что $S = v \cdot t$, составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{10}{3} (\frac{5}{4}x + y) = 300 \\ 4(x + y) = 300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{4}x + y = 90 \\ x + y = 75 \\ \frac{1}{4}x = 15 \\ x = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \Rightarrow y = 15 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \end{cases}$$

Код участника:

(заполняется организатором)

М 10-121

№2

 $n=91$

Найдем сумму всех углов в 91-угольнике: $\sum_{91} = (n-2) \cdot 180^\circ =$
 $= 89 \cdot 180 = 16020^\circ$.

Теперь рассмотрим правильный 91-угольник. В нём каждый угол равен $\frac{16020}{91} \approx 176,044^\circ$. Заметим, что если бы каждый угол равен 176° , то ~~это было бы~~ необходимо каким-то образом распределить $(0,44^\circ \cdot 91) = 40,04^\circ$, но ~~во-первых, здесь~~, во-первых здесь есть дробная часть, а во-вторых, мы не можем увеличивать градусную меру какого-то из углов, т.к. угол $\in (0; 180)$, а следующее число $\div 4$ после 176° это 180° , а значит мы можем только уменьшать каждый угол $\Rightarrow$ мы не можем получить ~~этого~~ этот остаток методом уменьшения и увеличения углов. Такой 91-угольник не существует.

Ответ: не существует

№7

$x^3 - 3x - 3 = 0$; Построим функцию $y = x^3 - 3x - 3$: Сначала определим промежутки возрастания и убывания функции: $y' = 3x^2 - 3$;

$$y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0$$

$$3(x-1)(x+1) = 0$$



$\frac{1}{2}$ $y \uparrow$ при $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ и $y \downarrow$ при $x \in [-1; 1]$. Схематично изобразим график этой функции:

$$x_{\max} = -1; y_{\max} = y(-1) = -1 + 3 - 3 = -1$$

$$x_{\min} = 1; y_{\min} = y(1) = 1 - 3 - 3 = -5$$

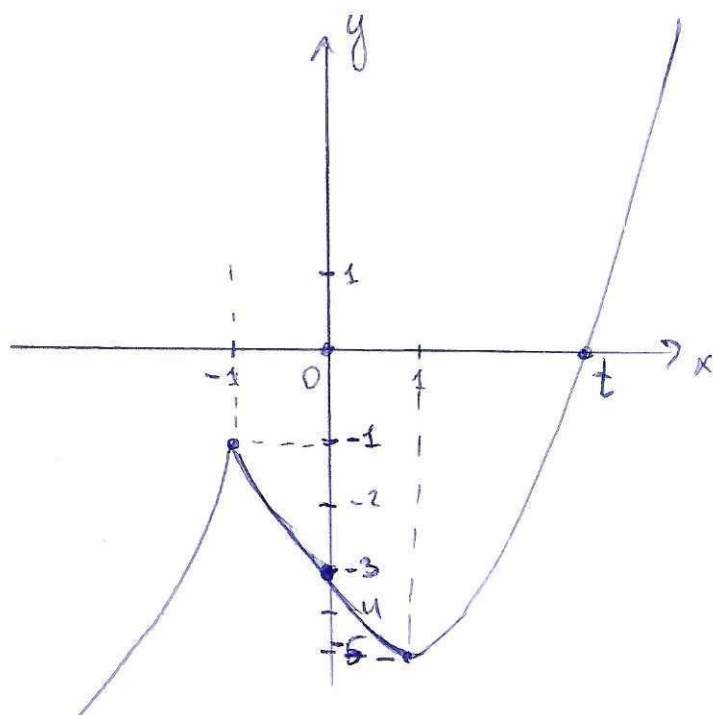
1

$$\text{при } x=0 \quad y=-3$$

Код участника:

(заполняется организатором)

МЮ-121



Заметим, что t - ед. корень уравнения и $t > 1$.

Также эта функция возрастает монотонно при $x \in [1; +\infty)$

Найдем приближительное значение:

$$\begin{aligned} \sqrt[5]{39} &= \sqrt[5]{32+7} = \sqrt[5]{32(1+\frac{7}{32})} = 2\sqrt[5]{1+\frac{7}{32}} = \\ &= 2 \cdot (1+\frac{7}{32})^{\frac{1}{5}} \approx 2 \cdot (1+\frac{7}{32 \cdot 5}) = 2 + \frac{7}{80} = 2,0875 \end{aligned}$$

Теперь подставим в ур-е $(x^3 - 3x - 3) = 0$, $x = \sqrt[5]{39}$:

$$\begin{aligned} (\sqrt[5]{39})^3 - 3 \cdot \sqrt[5]{39} - 3 &= (2,0875)^3 - 3 \cdot 2,0875 - 3 \approx 9,0966 - \\ - 6,2625 - 3 &= -0,1659. \end{aligned}$$

Мы получили, что $y(\sqrt[5]{39}) < 0$ отрицательное, значит оно лежит левее t по абсциссе аргумента t , т.к. $y \uparrow$ монотонно при $x \in [1; +\infty) \Rightarrow t$ больше $\sqrt[5]{39}$

Код участника:

(заполняется организатором)

МЮ-121

№8

Рассмотрим пример распределения до 20
с max n: (k-красной)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
k k k k k k k k k k k k k k k k k k k

Теперь скажем, что максимальное кол-во красных чисел равно n . Заметим, что когда Волк покрасил первое число a , то он исключил из множества всех значений от 1 до 8100 одно число; когда покрасил два числа (a и b), то он исключил из множества a и b и $a \cdot b$; когда покрасил три числа (a, b, c), то он исключил из множества a, b, c и $a \cdot b, a \cdot c, b \cdot c$ и т.д. То есть он исключил из множества $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

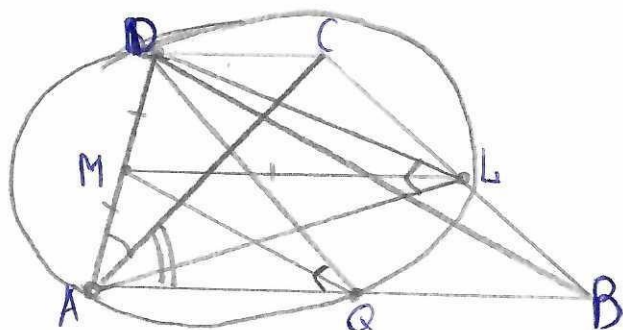
Но количество не может быть больше количества всех чисел:

$$\frac{n(n+1)}{2} \leq 8100$$

$$n(n+1) \leq 16200$$

$$\text{Отсюда } n_{\max} = 126$$

Ответ: 126



Haarum $\angle ADB$

$$AM = MD = \frac{1}{2}AD \text{ u } CL = LB \text{ (no onp) ;}$$

$$ML = \frac{1}{2} (\underbrace{DC+AB}_{AD}) \text{ (по св-ву сред. линии)} = \frac{1}{2} AD \Rightarrow ML = AM = MD;$$

(по обр.т. о мед. в прам. Δ)

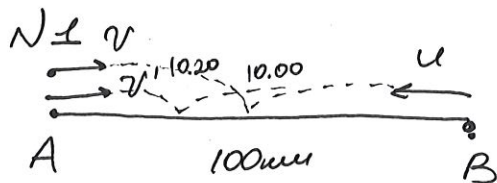
2) Т.к. $AM = MB = ML$ в $\triangle ADL \Rightarrow \triangle ADL$ - прямоугольн. с $\angle ALD = 90^\circ$;
~~прямоугольн.~~

3) ηров. окр. $\odot$ κολο $\triangle ADL$: γ.окр. $\odot$ m.M и $r = AM$

и) ΔADQ - прямоугол., т.к. опир. на диаметр;

5) Далее считаем дуги и углы и получаем ответ $\angle ADB = 20^\circ$

Orbem 129°



Первая встреча в 10.00 $\Rightarrow$ в пути 1 час; вторая в 10.20 $\Rightarrow$ в пути 1.20ч
 $\parallel$
 $1\frac{1}{3} \text{ ч}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 \text{ ч} = \frac{100 \text{ м}}{v+u} \\ 1\frac{1}{3} \text{ ч} = \frac{100 \text{ м}}{v'+u} \\ v' = \frac{12}{17} v \end{cases}$$

$$\begin{cases} 100 = v+u \rightarrow u = 100-v \Rightarrow 100 = \frac{16}{17}v + \frac{4}{3}(100-v) = \\ 100 = \frac{4}{3} \cdot \frac{12}{17}v + \frac{4}{3}u \end{cases}$$

$$= v\left(\frac{16}{17} - \frac{4}{3}\right) + \frac{4}{3} \cdot 100 = 100$$

$$\Rightarrow \frac{100}{3} - \frac{20}{51}v = 0$$

$$\Rightarrow v = 85 \frac{\text{м}}{\text{ч}}$$

$$u = 15 \frac{\text{м}}{\text{ч}}$$

Ответ: $15 \frac{\text{м}}{\text{ч}}$ – скорость велосипедиста.

N2

Найдем сумму углов выпуклого 73-угольника:

$$180(73-2) = 180 \cdot 71 = 12780^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{12780^\circ}{73} \gg 175^\circ \Rightarrow \text{у фигуры должны быть углы больше } 175^\circ$$

Предположим, что существует x углов по 175° и y углов по 180° . $\Rightarrow x \cdot 175^\circ + y \cdot 180^\circ = 12780^\circ$

Код участника:

(заполняется организатором)

ЕМО-83

продолж. №2

Т.к. x и y должны были быть целыми, т.к. это кол-во углов, то
заменим это $x=72$ и $y=1$ являются корнями ур-я.

$$72 \cdot 175 + 180 = \underline{12780}$$

Ответ: да, существует, например с 72-ми углами по 175° и одним в 180° .

№3

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 3b + 3c \end{cases} \quad \text{Пусть } \begin{cases} b+c=x \\ bc=y \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} b^3+c^3 &= \\ &= (b+c)(b^2-bc+c^2) = \\ &= x(x^2-3y) \end{aligned}$$

Тогда система имеет вид:
$$\begin{cases} a^2 = 3x \\ a^3 - x(x^2 - 3y) = 3ay \end{cases}$$

Из 2 ур-я: $a^3 - x^3 + 3xy - 3ay = 0$

$$(a-x)(a^2+x^2+ax) + 3y(x-y) = 0$$

$$(a-x)(a^2+ax+x^2-3y) = 0$$

$$\begin{cases} a=x=b+c \\ a^2+a(b+c)+(b+c)^2-3bc=0 \end{cases}$$

Из 1 ур-я: $\begin{cases} a=b+c \\ a^2=3(b+c) \end{cases} \Leftrightarrow a=3 \Rightarrow b+c=3$

$$3^3 - 3(3^2 - 3y) = 3 \cdot 3 \cdot y$$

$$27 - 27 + 9y = 9y \Rightarrow \text{верно при}$$

любым произв. b, c , тогда, т.к. $b > 0$ и $c > 0$ и

они натуральные то $(1; 2), (2; 1)$ – b и c

продолж. N 3

$$\text{Из 2 ур-е: } a^2 + a(b+c) + (b+c)^2 - 3bc = 0$$

Рассмотрим, как кв. ур. относительно a

$$D = (b+c)^2 - 4(b+c)^2 + 12bc = -3(b+c)^2 + 12bc = \\ = -3b^2 - 3c^2 + 6bc = -3(b-c)^2$$

Но т.к. мы решаем в натур. числах то чтобы

а было натур. дискриминант должен быть целым.

Т.к. $\sqrt{-3(b+c)^2} = |b+c| \cdot \sqrt{3}$, то единственный вариант $\rightarrow$

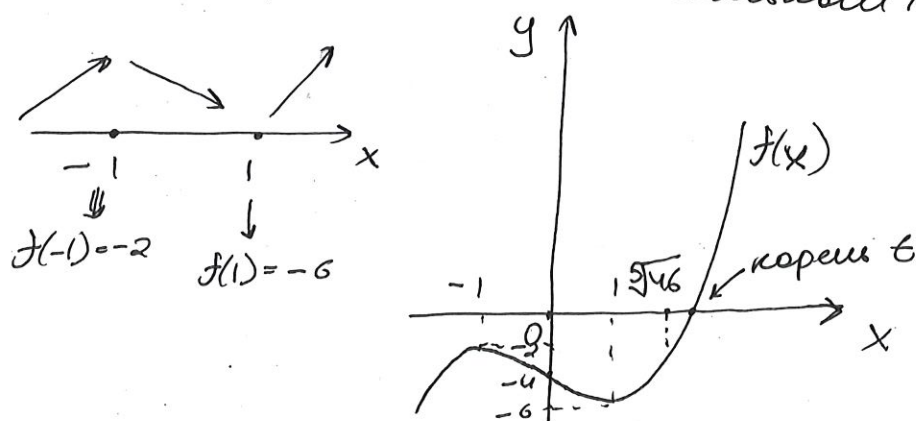
$$\underline{b=c}$$

$$\Rightarrow a^2 + 2ba + 4b^2 - 3b^2 = 0$$

 $(a+b)^2 = 0$, но это значит, что $a = -b$, то есть не имеет р-н в натур. числах $\emptyset$
Ответ: $(3; 1; 2); (3; 2; 1)$.

N 7

$$x^3 - 3x - 4 = 0 = f(x)$$

Производная функции $-f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow$ $\Rightarrow f'(x) = 0$ при $x = \pm 1$, т.е. в точ-ках ± 1 находится локальный максимум и минимум

продолж. №7

Код участника:

(заполняется организатором)

ШКО-83

Чтобы доказать, что

в ~~меньше~~ больше, чем $\sqrt[3]{46}$, то необходимо подставить $\sqrt[3]{46}$ в $f(x)$ и убедиться, что выражение принимает отрицательное значение (видно из графика)

$$f(\sqrt[3]{46}) = 46^{\frac{3}{5}} - 3 \cdot 46^{\frac{1}{5}} - 4 = -0,5055...$$

Т.е. значение отрицательно из графика видно, что значение $t > \sqrt[3]{46}$.

№6

$$abc + ab + bc + ac + a + b + c = 1023$$

$$a(bc + b + c + 1) + bc + b + c = 1023$$

$$a = \frac{1023 + 1 - (bc + b + c + 1)}{bc + b + c + 1} = \frac{1024}{bc + b + c + 1} - 1 = a$$

Т.е. необходимо решить в целых числах, то $bc + b + c + 1$ принимает значения степеней 2 со знаком $\pm$ на промежутке от -1024 до 1024

$$1) bc + b + c + 1 = 1024 \Rightarrow a = 0 \quad b(c+1) + c = 1023$$

$$(b+1)(c+1) = 1024$$

↑
такое ур-е имеет 20 решений

$(0; 2^{10}-1); (1; 2^9-1)$ и т.д. (так же с отрицательными)

~~$bc + b + c + 1$ принимает $-1024, -512, \dots, 512, 1024$ т.е. отрицательные~~

$$2) bc + b + c = 512 \Rightarrow a = 1$$

$$(b+1)(c+1) = 512$$

Аналогично, у ур-е 20 решений

И так далее рассмотрим для всех значений $bc + b + c + 1$

продолжи №6

Тогда получим: $22 \cdot 2 + 20 \cdot 2 + \dots + 2 \cdot 2 = 264$ решения.Ответ: 264 решения.

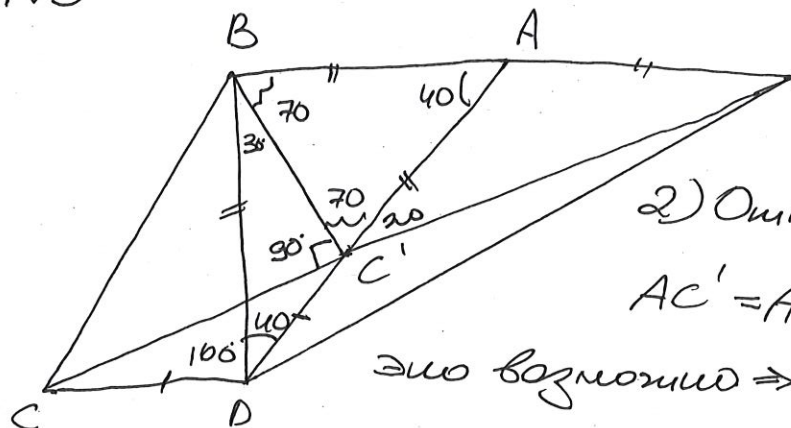
№8

Ответ: при $n = 8011$, например все числа на промежутке: $[90; 8100]$, т.е. даже если перемножить самые маленькие числа: $90 \cdot 91 > 8100$, т.е. не будет ^{красных} произв.

Докажем, что больше нельзя: предположим, что можно больше, но тогда из промежутка $[1; 89]$ будет использовано хотя бы 1 число, а из промежутка $[90; 8100]$ хотя бы 7922, но это гарантирует то, что какие-то 2 красных числа дадут произв. еще одно

Ответ: 8011.

№5



1) $\angle BAD = \angle ADB$
 $\Rightarrow \triangle BAD$ - равнобедр.
 $AB = BD$

2) Опустим $\perp$ с A на BD , т.е.
 $AC' = AB$ и $BC' = CD$, т.е. $AD = CD + AB$

это возможно $\Rightarrow \triangle C'OC$ - равноб.
 и $\triangle BAC'$ - равноб.

3) $\angle A = 40^\circ$; $\angle BDA = 40^\circ \Rightarrow \angle ABC' = \angle AC'B = 70^\circ$

продолжи N 5

$$4) \angle A + \angle D = 180^\circ \text{ из-за параллельности } \Rightarrow \angle BDC = 100^\circ$$

$$\Rightarrow \angle ABD = 30^\circ$$

$$5) \angle DCC' = \angle DC'C = 20^\circ \Rightarrow \angle CC'B = 90^\circ$$

$$6) \text{Продлим } CC' \text{ до пересечения с } AB \text{ в } A' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AA' = AB = AC' = BD$$

N 4

$\underbrace{22 \dots 2}_{2024} \underbrace{799 \dots 9}_{2024}$ не является простым

1. Пусть скорость второго автомобиля x км/ч, тогда скорость первого $\frac{17}{12}x$ км/ч. Пусть скорость велосипедиста y км/ч. Тогда скорость движения I автомобиля и велосипедиста $(\frac{17}{12}x + y)$ км/ч, II автомобиля и велосипедиста $(x + y)$ км/ч. I автомобиль и велос. встретились через 1 час после выезда (9:00 — 10:00), II автомобиль и велос. — через $\frac{4}{3}$ часа. Учитывая что расстояние между ~~пунктами~~ А и Б 100 км, составим систему уравнений:

$$\begin{cases} (\frac{17}{12}x + y) \cdot 1 = 100 & | \cdot 12 \\ (x + y) \cdot \frac{4}{3} = 100 & | \cdot \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 17x + 12y = 1200 \\ x + y = 75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 17x + 12(75 - x) = 1200 \\ y = 75 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x = 300 \\ y = 75 - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 15 \end{cases} \quad \text{Получим, что скорость велосипедиста } 15 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 15 км/ч.

Пусть утверждение задачи верно.

2. По формуле суммы углов выпуклого n -угольника, $(180^\circ \cdot (n - 2))$

в 73-^{выпуклом}угольнике ~~тогда~~ сумма углов $180^\circ \cdot (73 - 2) = 180^\circ \cdot 71$.

Пусть градусные меры его углов $a_1, a_2, \dots, a_{73}$. Тогда

$a_1 + a_2 + \dots + a_{73} = 180^\circ \cdot 71$ (1). Исходя из условия, что они все

должны быть кратны 5, a_k должно быть представимо в

виде $5 \cdot b_k$ (где $k = 1, 2, 3, \dots, 73$), где $b_k \in \mathbb{N}$, т.е. $a_1 = 5b_1, a_2 = 5b_2,$

$a_3 = 5b_3, \dots, a_{73} = 5b_{73}$. Тогда подставим (1) получим вид:

$$5b_1 + 5b_2 + \dots + 5b_{73} = 180^\circ \cdot 71 \quad | :5$$

$$b_1 + b_2 + \dots + b_{73} = 36^\circ \cdot 71 \quad (2)$$

2

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!»

Код участника: М10-69

(заполняется организатором)

2. (продолжение)

Так как многоугольник выпуклый, $\alpha_k < 180^\circ$, значит, $5b_k < 180^\circ \Rightarrow b_k < 36^\circ$. $b_k \in \mathbb{N}$, поэтому $b_k \leq 35^\circ$.

Оценим левую часть неравенства (2), используя то, что $b_k \leq 35^\circ$:
 $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{73} \leq 35^\circ \cdot 73 = 2555^\circ$.

Но правая часть неравенства (2) $36^\circ \cdot 71 = 2556^\circ$, то есть
 $b_1 + b_2 + \dots + b_{73} \leq 2555^\circ < 2556^\circ \Rightarrow b_1 + b_2 + \dots + b_{73} < 36^\circ \cdot 71$.

Перишли к противоречию с (2). Следовательно, утверждение задачи неверно, ~~фактически~~ ~~такого~~ ~~такой~~ ~~существует~~ невозможно.

Ответ: Нет, не существует.

4. $\underbrace{2 \dots 2}_{2024} 7 \underbrace{9 \dots 9}_{2024}$ (Рассчитаем сумму цифр данного числа: $2 \cdot 2024 + 7 + 9 \cdot 2024 =$
 $= (2+9) \cdot 2024 + 7 = 11 \cdot 2024 + 7 = 20240 + 2024 + 7 = 22271$)

Представим данное число в виде ~~суммы~~ суммы:

$$2 \dots 2 \cdot 10^{2025} + 7 \cdot 10^{2024} + 9 \dots 9 = 1 \dots 1 \cdot 2 \cdot 10^{2025} + 7 \cdot 10^{2024} + 1 \dots 1 \cdot 9 =$$

$$= (1 \dots 1 \cdot 2 \cdot 10^{2025} + 1 \dots 1 \cdot 9) + 7 \cdot 10^{2024} = \frac{1 \dots 1 \cdot (2 \cdot 10^{2025} + 9)}{1} + 7 \cdot 10^{2024}$$

Проверим кратность выражения $(2 \cdot 10^{2025} + 9)$ числу 7 (будем преобразовывать его по модулю 7):

$$2 \cdot 10^{2025} + 9 \equiv 2 \cdot (10-7)^{2025} + 9 \equiv 2 \cdot 3^{2025} + 9 \equiv 2 \cdot 3 \cdot (3^2)^{1012} + 9 \equiv 6 \cdot 9^{1012} + 9 \equiv$$

$$\equiv 6 \cdot (9-7)^{1012} + 9 \equiv 6 \cdot 2^{1012} + 9 \equiv 6 \cdot 2 \cdot 2^{1011} + 9 \equiv 12 \cdot (2^3)^{337} + 9 \equiv 12 \cdot 8^{337} + 9 \equiv$$

$$\equiv 12 \cdot (8-7)^{337} + 9 \equiv 12 \cdot 1^{337} + 9 \equiv 12 + 9 \equiv 21 \equiv 0 \pmod{7}$$

Получим, что $(2 \cdot 10^{2025} + 9) : 7$ (имеет остаток 0 при делении на 7).

Тогда $(1 \dots 1 \cdot (2 \cdot 10^{2025} + 9)) : 7 \Rightarrow ((1 \dots 1 \cdot (2 \cdot 10^{2025} + 9) + 7 \cdot 10^{2024}) : 7$, то есть данное число ~~делится~~ ~~на~~ ~~7~~, строго больше 7, кратно простому числу 7. Значит, оно составное.

4. (продолжение) Число, число 2...279...9 не является простым.
 Ответ: нет, не является.

8. Заметим, что если все красные числа ~~меньше~~ больше или равны 90, то они соответствуют условию, так как произведение любых двух ^(различных) из них как минимум $90 \cdot 91 > 8100$.
В противном случае в таком случае, максимальное количество красных чисел 8011: (Все натуральные от 90 до 8100 включительно).
Все натуральные от 90 до 8100 включительно.

Тверь заметил, что если до 1 ~~Макс~~ ~~Зел~~ ~~Макс~~ красным числом, то кроме него не может ~~Зел~~ ~~Макс~~ быть красным число (если a — красное, то $a \cdot 1 = a$ — тоже красное; противоречие). Такой случай даёт всего лишь ⁽¹⁾ одно красное число, поэтому он точно не "максимальный" (ваше ружье "долгий" пример), значит, рассматривать его не имеет смысла. Но есть составы разобраны случаи (тогда найти "максимальный"), когда натур. числа от 2 до 89 включ. могут быть красными.

③ Пусть $n \in \{2; 3; 4; \dots; 88; 89\}$ — крайнее. Тогда рассуждая как в п. 1, получим, что n и $179-n$ являются крайними членами арифметической прогрессии. Докажем, что они все остальные: $n \in \{2; 3; \dots; 89\} \Rightarrow (179-n) \in \{90; 91; \dots; 177\}$.

(И летам в рассматриваемом промежутке (от 1 до 100))

$$180 \leq (179-n) \cdot n \leq 8100 \Leftrightarrow \begin{cases} (179-n)^2 \geq 180 \\ (179-n-n)^2 \leq 8100 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} h^2 - 179h + 180 \leq 0 & \textcircled{A} \\ h^2 - 479h + 8100 \geq 0 & \textcircled{B} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} h^2 - 179h + 180 \leq 0$$

$$y = n^2 - 179n + 120 - \text{кв.гр. с-гид, график параболы, броски вверх}$$

Вершина $n_0 = \frac{-(-179)}{2 \cdot 1} = 89,5$ ~~$n_0 = -\frac{b}{2a}$~~

4

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M10-69

(заполняется организатором)

8. (продолжение) Так. вершина параболы в $n_0 = 89,5$, ветви вверх, а ~~при~~ $2 \leq n \leq 89$, - функция убывает $\Rightarrow$ при $n = 89$ её макс. значение. Это $89^2 - 179 \cdot 89 + 180 = 89 \cdot (89 - 179) + 180 = -90 \cdot 89 + 180 = -90 \cdot (89 - 2) \leq 0 \Rightarrow$ неравенство ① верно.

② $n^2 - 179n + 8100 \geq 0$
 $y = n^2 - 179n + 8100$ - квадрат. ф-ция, график - парабола, ветви вверх, вершина $n_0 = \frac{-(-179)}{2 \cdot 1} = 89,5$. Так. $2 \leq n \leq 89$, ф-ция убывающая $\Rightarrow$ её миним. знач. достигается при $n = 2$: $2^2 - 179 \cdot 2 + 8100 \geq 0 \Rightarrow$ неравенство ② верно.

Уточню для ~~каждого~~ $n \in \{2, 3, \dots, 89\}$ $n, (179-n), n(179-n)$ - разные числа, причем последние два не меньше 90. Поэтому, что n и $(179-n)$ будут уникальными для каждого числа, а значит ~~они не могут быть одинаковыми~~ n и $n(179-n)$ так же уникальны для всех n . ~~(Кроме случая $n_1 = n_2$ и $n_1(179-n_1) = n_2(179-n_2)$)~~ $y = n(179-n) < -n^2 + 179n$ - квадрат. ф-ция, ветви вниз, вершина - $n_0 = \frac{-179}{2 \cdot (-1)} = 89,5$ (график параболы)

В силу того что $n \in \{2, 3, \dots, 89\}$, ф-ция строго возрастает, т.е. у. Поэтому, исходя из условия, числа ~~нельзя~~ $n, (179-n)$ и $n(179-n)$ не могут одновременно быть красными, а значит, всего красных чисел не может быть больше $8100 - 88 - 1 = 8011$ - совб. пример ~~уже приведен.~~
 $\uparrow$
 $n \in \{2, 3, \dots, 89\}$ $n = 1$
 (88 красн, 6 белых макс. 2 числа красные)

Ответ: 8011.

5

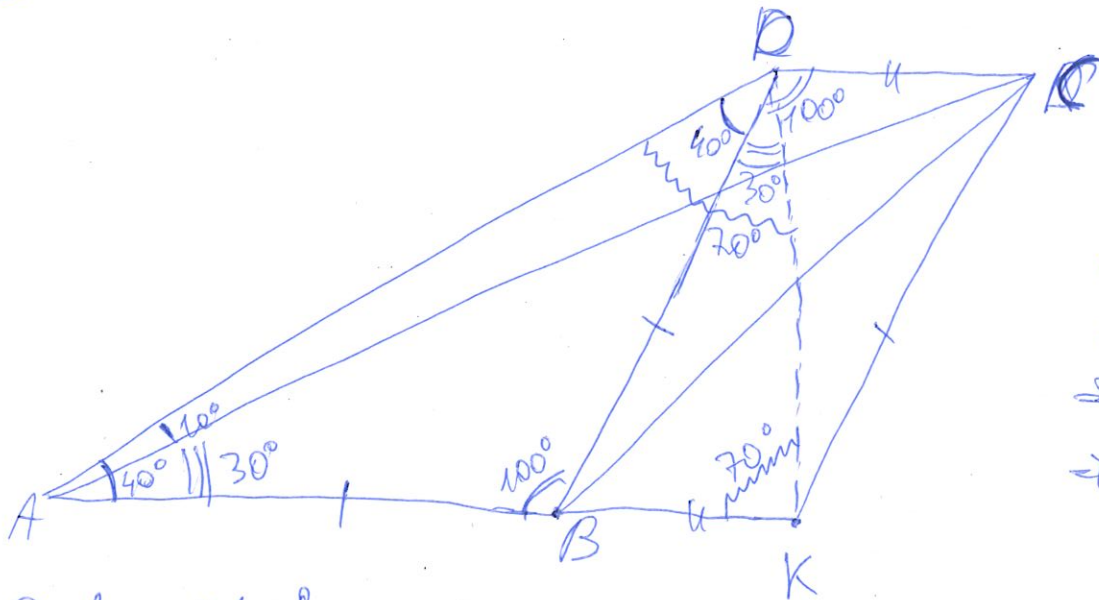
Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M10-69

(заполняется организатором)

5.



Докажем
 $AB \text{ на } BK = CD$
 Тогда $AK = AD \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle ADK - \text{равноб.} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle ABK = \angle AKD = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$

Ответ: 10°

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 3b + 3c \end{cases} \quad \begin{cases} a^3 - (b^3 + c^3) = 3abc \\ b + c = \frac{a^2}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} a^3 - (b+c)(b^2 - bc + c^2) = 3abc \\ b + c = \frac{a^2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^3 - \frac{a^2}{3} \left(\left(\frac{a^2}{3} \right)^2 - bc \right) = 3abc \\ b + c = \frac{a^2}{3} \end{cases}$$

~~$a+b+c$~~

7. $x^3 - 3x - 4 = 0$ (если $t \leq \sqrt[5]{46}$, то $t^3 \leq (\sqrt[5]{46})^3$)

$$x^3 - x^2 + x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x^2(x-1) + (x+1)(x-4) = 0$$

если $t \leq \sqrt[5]{46}$, то $x^2 \leq 5$, $x-1 \leq 1,5 \Rightarrow x^2(x-1) \leq 7,5$

N1

Дано:

$$t_0 = 0$$

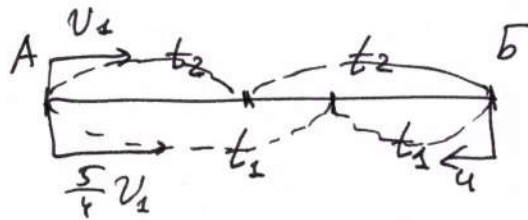
$$t_1 = \frac{10}{3} \text{ часа}$$

$$t_2 = 4 \text{ часа}$$

$$S = 300 \text{ км}$$

$$V_2 = \frac{5}{4} V_1$$

$u = ?$



$$S = \frac{5}{4} V_1 t_1 + u t_1$$

$$S = V_1 t_2 + u t_2 \Rightarrow V_1 = \frac{S}{t_2} - u$$

$$S = t_1 \left(\frac{5}{4} \left(\frac{S}{t_2} - u \right) + u \right)$$

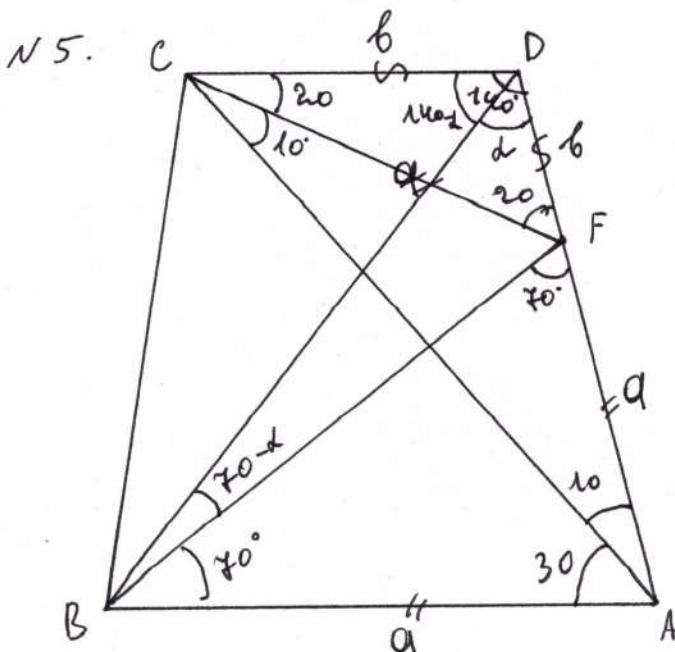
$$\frac{S}{t_1} = \frac{5S}{4t_2} - \frac{u}{4} ; u = 4S \left(\frac{5}{4t_2} - \frac{1}{t_1} \right) = 15 \text{ км/час}$$

Ответ: 15 км/час

N4.

Число является простым, если оно делится только на 1 и на само себя. у числа $\underbrace{2 \dots 2}_{2024} \underbrace{34 \dots 4}_{2024}$ в конце стоит цифра 4, следовательно, оно уже делится на 2 $\Rightarrow$ оно не простое.

Ответ: нет.



Дано: ABCD - трап.

AB || CD

$$\angle DAC = 10^\circ; \angle CAB = 30^\circ$$

$$AB + CD = AD$$

Найти: $\angle ADB = ?$

Решение:

$$1) DF = CD; FA = AB, \text{ т.к. } AB + CD = AD.$$

$$2) \angle CDF = 140^\circ = 180^\circ - \angle DAB, \text{ т.к. } CD \parallel AB, \text{ DA - секущая (конкр. односторонние)}$$

$$\angle DAB = \angle CAB + \angle DAC = 40^\circ.$$

$$3) \triangle CDF - \text{равн.}, \text{ т.к. } CD = DF \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle DCF = \angle DFC = \frac{180^\circ - 140^\circ}{2} = 20^\circ$$

N5 (продолжение)

4) $\angle DCA = \angle CAB = 30^\circ$, как $H/1$, при $CD \parallel AB$ и CA – сек.

$$\Downarrow$$

$$\angle ACF = 30 - 20 = 10^\circ$$

5) $\angle FCA = \angle FAC \Rightarrow \Delta CFA - p\sigma \Rightarrow CF = FA$ 6) Пусть $\angle ADB = \alpha$ 7) $\Delta BAF - p\sigma$, т.к. $BA = FA \Rightarrow \angle FBA = \angle BFA = \frac{180 - 40}{2} = 70^\circ$ 8) $\angle CDB = 140 - \alpha \Rightarrow \angle DBA = \angle CDB = 140 - \alpha$, как $H/1$, при $CD \parallel AB$

$$\Downarrow$$

$$\angle DBF = 70 - \alpha$$

и BD – сек.9) по т. син ΔCDF :Пусть $CD = b$; $AB = a$, тогда:

$$\frac{a}{\sin 140} = \frac{b}{\sin 20} \Rightarrow a = \frac{b \sin 140}{\sin 20}$$

10) по т. син ΔBDF :

$$\frac{BF}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin(70 - \alpha)}$$

$$\Downarrow$$

$$BF = \frac{b \sin \alpha}{\sin(70 - \alpha)}$$

по т. син ΔBFA :

$$\frac{BF}{\sin 40} = \frac{a}{\sin 70}$$

$$\Downarrow$$

$$BF = \frac{a \sin 40}{\sin 70}$$

$$\frac{b \sin \alpha}{\sin(70 - \alpha)} = \frac{a \sin 40}{\sin 70} \Rightarrow \frac{b \sin \alpha}{\sin(70 - \alpha)} = \frac{b \sin 140 \sin 40}{\sin 20 \sin 70} \quad | : b$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin(70 - \alpha)} = \frac{\sin 140 \sin 40}{\sin 20 \sin 70}; \text{ Пусть } \frac{\sin 140 \cdot \sin 40}{\sin 20 \cdot \sin 70} = A, \text{ тогда:}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin 70 \cos \alpha - \cos 70 \sin \alpha} = A; \sin \alpha = A(\sin 70 \cos \alpha - \cos 70 \sin \alpha)$$

$$\sin \alpha + A \cos 70 \sin \alpha = A \sin 70 \cos \alpha; \sin \alpha(1 + A \cos 70) = A \sin 70 \cos \alpha$$

при $\cos \alpha = 0$, $\sin \alpha \neq 0$ и $(1 + A \cos 70) \neq 0 \Rightarrow \cos \alpha$ точно не равен 0
 $\Downarrow$
 на $\cos \alpha$ можно делить

№5 (продолжение)

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{A \sin \gamma_0}{1 + A \cos \gamma_0}; \quad \tan \alpha = \frac{\sin 140^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin \gamma_0}{\sin 20^\circ \cdot \sin \gamma_0 \left(1 + \frac{\sin 140^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \cos \gamma_0}{\sin 20^\circ \cdot \sin \gamma_0}\right)}$$

$$\alpha = \arctg \left(\frac{\sin 140^\circ \cdot \sin 40^\circ}{\sin 20^\circ \left(1 + \frac{\sin 140^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \cos \gamma_0}{\sin 20^\circ \cdot \sin \gamma_0}\right)} \right) = 40^\circ$$

Ответ: $\angle ADB = 40^\circ$.

№7.

Доказ.

Дано:

t – корень
уравнения: $x^3 - 3x - 3 = 0$

при $t = \sqrt[5]{39}$:

$$\left(\sqrt[5]{39}\right)^3 - 3\left(\sqrt[5]{39}\right) - 3 < 0$$

$$\Downarrow$$

Доказ-мб:

 $t > \sqrt[5]{39}$ Т.к. $f(x) = x^3 - 3x - 3$ – возрастающая, то, при

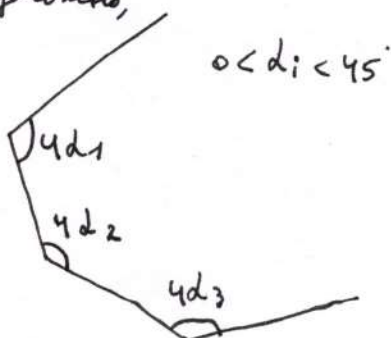
$$t \leq \sqrt[5]{39}; \quad t^3 - 3t - 3 \leq 0 \Rightarrow t \text{ точно больше чем } \sqrt[5]{39}$$

т.е. г.

№2
Пример: сумма углов в ~~31~~ выпуклом 31-угольнике:

$$S = 180 \cdot (n-2) = 180 \cdot (31-2) = 16020, \text{ тогда:}$$

Пусть это возможно,
тогда:



$$4d_1 + 4d_2 + \dots + 4d_{31} = 16020 \quad | :4$$

$$d_1 + d_2 + \dots + d_{31} = 4005$$

Пусть $d_1; d_2; \dots; d_{30}$ каковы-
из этих углов равен 44° , а $d_{31} = 1^\circ$

$$4d_1; 4d_2; 4d_3; \dots; 4d_{30} \text{ каковы-бы равны } 176^\circ, \text{ а } d_{31} = 4^\circ$$

Ответ: г.г.

N8.

Оценка:

$\sqrt{8100} = 90 \Rightarrow$ натуральные числа $\in [1; 89]$ ~~при первичности~~
являются делителями для натуральных чисел $\in [1; 8100] \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ если покрасить в краевый натуральное число $\in [1; 89]$ и
ещё какое-то число $\in \mathbb{N}$ из промежутка $[1; 8100]$, то нельзя
будет покрасить в краевый те числа, для которых они
являются делителями $\Rightarrow [1; 89]$ – красить не надо $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ можно покрасить: $8100 - 89 = 8011$ число; если покрасить
ещё хоть одно число, то будет покрашено только край делителя
Пример: ^{число, которое является произведением только что покрашенного и}
^{ещё какого-то из уже покрашенных.}



красим все натуральные

числа $\in [90; 8100] \Rightarrow$ их
получится 8011 число.

Ответ: 8011.

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 4b + 4c \Rightarrow a^2 : 4 \Rightarrow a : 2 \end{cases}$$

N6

$$ab + 2ab + 2bc + 2ac + 4a + 4b + 4c + 8 = 512$$

$$(a+2)(b+2)(c+2) = 512; 512 = 2^9$$

1) у $(a+2)$ первые 10 вар: $1; 2; 2^2; 2^3; \dots; 2^9$

	↓	↓	↓	↓	↓
ко-во всего вариантов решений в целых числах для a, b, c	10	9	8	7	1 вар
	вар	вар	вар	вар	

2) у $(a+2)$ вторые 10 вар: $-1; -2; -2^2; \dots; -2^9$

	↓	↓	↓	↓	↓
ко-во всего вариантов решений в целых числах для a, b, c	2	2	2	2	2
	вар	вар	вар	вар	2 · 1 вар.

№ 6 (продолжение)

ко-во вариантов всего в 2) умножаем на 2, т.к.
множитель (-1) может быть либо $b(b+2)$, либо $b(c+2)$

↓

Всего решений в целых числах:

$$3 \cdot (10 + 9 + 8 + 7 + \dots + 1) = 3 \cdot 55 = 165$$

Ответ: 165 решений в целых числах

№ 3 (продолжение)

$$a^3 - 3abc = b^3 + c^3$$

$$a(a^2 - 3bc) = b^3 + c^3; \quad a(4b + 4c - 3bc) = b^3 + c^3; \quad a = \frac{b^3 + c^3}{4b + 4c - 3bc} \text{ ЕМ.}$$

$$4b + 4c - 3bc = (b+4)(c+4) - 4(2+bc) \quad (b^3 + c^3) : (4b + 4c - 3bc)$$

$$4b + 4c - 3bc \neq 0.$$

Пусть v — скорость второго автобуса.
 Тогда $\frac{17}{12}v$ — скорость первого автобуса.

Пусть x — скорость велосипеда.

$x+v$ — скорость сближения велосипеда со 2-ым

$x + \frac{17}{12}v$ — скорость сближения велосипеда с 1-ым

$t_2 = 17 \cdot 20 \text{ мин} = 1 \frac{1}{3} \text{ ч}$ — прошло с 9:00 до встречи со 2-ым

$t_1 = 12$ — прошло с 9:00 до встречи с 1-ым

$S = \frac{v}{t}$ К моменту встречи сумма расстояний пройденных
 встретившимися была равна 100 км, т.е. они сблизились на 100 км

$$\begin{aligned} 100 &= \frac{x+v}{\frac{1}{3}} = \frac{3(x+v)}{1} \\ 100 &= \frac{x + \frac{17}{12}v}{\frac{1}{12}} = 12(x + \frac{17}{12}v) \\ 100 &= 12x + 17v \\ 100 - 17v &= 12x \\ x &= \frac{100 - 17v}{12} \end{aligned}$$

$$V = \frac{S}{t}$$

$$x+v = \frac{100}{\frac{4}{3}} = 75 \text{ км/ч}$$

$$x + \frac{17}{12}v = \frac{100}{1} = 100 \text{ км/ч}$$

$$75 - v = 100 - \frac{17}{12}v$$

$$25 = \frac{5}{12}v$$

$$v = \frac{25 \cdot 12}{5} = 60 \text{ км/ч}$$

$$x = 75 - v = 15 \text{ км/ч}$$

Ответ: 15 км/ч

Код участника:

(заполняется организатором)

ШКО-123

Сумма углов 73-угольника ^{№2} равна $180^\circ \cdot 71 = 12780^\circ$

Максимальная величина угла выпуклого многоугольника, кратного ^{это} 5 $\neq 175^\circ$ (т.к. в многоугольниках углов 180° не бывает). Если каждый из углов примет своё максимальное значение, в сумме получится $175 \cdot 73 = 12775^\circ < 12780^\circ$.

Значит, такого 73-угольника не существует.

№3

$$(a-b-c)(a^2+b^2+c^2-bc+ac+ab) = a^3-b^3-c^3-3abc$$

$$\begin{cases} a^3-b^3-c^3=3abc \\ a^2=3b+3c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2=3b+3c \\ (a-b-c)(a^2+b^2+c^2-bc+ac+ab)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b-c=0 \\ a^2=3b+3c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b-c=0 \\ a^2=3b+3c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b-c=0 \\ a^2=3b+3c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=b+c \\ a^2=3(b+c) \end{cases}$$

$$a^2=3a$$

$$a(a-3)=0$$

$$\begin{cases} a=0 - \text{посторонний корень} \\ a=3 \end{cases}$$

$$b+c=3$$

$$\begin{matrix} b=2 & \text{или} & c=2 \\ c=1 & & b=1 \end{matrix}$$

$$(3; 2; 1)$$

$$(3; 1; 2)$$

$$\text{или} \begin{cases} a^2+b^2+c^2-bc+ac+ab=0 \\ a^2=3b+3c \end{cases}$$

Так как $a, b, c \in \mathbb{N}$, то каждое из слагаемых больше 0 и их сумма не при каких натуральных a, b, c не равна 0

Ответ: $(3; 2; 1), (3; 1; 2)$

Код участника:

(заполняется организатором)

ШО-123

№4

По признаку делимости на 7, $2 \dots 2 7 9 9 \dots 9$ — не простое число

22 Разобьем число на тройки с конца:

$$\underbrace{22}_{674 \text{ тройки}} \underbrace{2 \dots 2 7 9 9}_{674 \text{ тройки}} \underbrace{9 \dots 9}_{674 \text{ тройки}}$$

Продолжим делить на тройки, передя их знаки:

1) $9 \dots 9$ — сократится, т.к. ~~будет~~ 337 положительных и 337 отрицательных одинаковых по модулю единиц

2) $7 9 9$ — будет ~~получен~~ со знаком „+“ т.к. ранее было четное кол-во троек

3) $2 2 \dots 2$ — сократится по причине из п.1)

4) $2 2$ — будет со знаком „-“ т.к. ранее было нечетное кол-во троек

Итого: $7 9 9 - 2 2 = 7 7 7$; $7 7 7 : 7$; $2 \dots 2 7 9 \dots 9 : 7$ и является составным

$$\text{№6} \quad a b c + a b + b c + a c + a + b + c = 1023$$

$$a b c + a b + b c + a c + a + b + c + 1 = 1024$$

$$b(a c + a + c + 1) + (a c + a + c + 1) = 1024$$

$$(b+1)(a c + 1) + c + 1 = 1024$$

$$(a+1)(b+1)(c+1) = 1024 = 2^{10}$$

Пусть $m = a+1$, тогда уравнение $m n k = 2^{10}$ будет иметь в целых числах
 $n = b+1$
 $k = c+1$ столько же решений, сколько исходное

т.ч. $k=2^{10}$ имеет $C_{12}^2 = 66$ решений в натуральных числах

(как расставить 2 перегородки между 10 шарами).

Зная одно натуральное решение в нат. числах, мы можем предоставить ещё 3 решения в целых числах (зная решение $(x; y; z)$ можно предоставить решения $(-x; -y; z)$, $(-x; y; -z)$, $(x; -y; -z)$). Значит, уравнение $mnk=2^{10}$ имеет $66 \cdot 4 = 264$ решения в целых числах (как и исходное).

Ответ: 264.

№7

~~т.ч. $2 \cdot 16^5 > 47$~~

$$2 \cdot 16^5 > 47$$

~~т.ч. $\sqrt[5]{46} < 2.16$~~

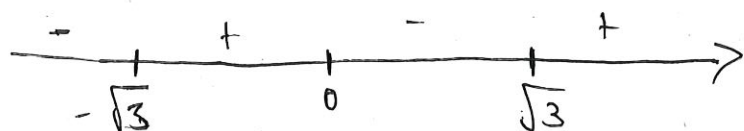
$$\sqrt[5]{46} < 2.16$$

$$x^3 - 3x - 4 = 0$$

$$x^3 - 3x = 4$$

Рассмотрим $f(x) = x^3 - 3x$

$$x^3 - 3x = x(x^2 - 3)(x^2 + 3)$$



$f(x) \geq 0$, если $x \in [-\sqrt{3}; 0] \cup [\sqrt{3}; +\infty)$

На промежутках ~~от~~ $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup [0; \sqrt{3}] - (0; 3)$ $f(x) < 0$, а значит и меньше 4. Корней на этом промежутке быть не может

Значит, уравнение $x^2 - 3x - 4 = 0$ имеет 1 корень, при этом он больше, чем 53.

На участке от $\sqrt{3}^{go} + \infty$, функция строго возрастает.

$$f(2, 16) = 3,597696 < 4$$

$$F(\sqrt{46}) < F(2, 16) < 4$$

Так, как $f(x)$ строго возрастает на промежутке $(\sqrt{3}; +\infty)$, то $f > 2,16 > \sqrt[5]{46}$, что и требовалось доказать.

При $n = \frac{8100}{8010}$, присен $\frac{1}{8}$ зокриване числа от 90 до 8100. Произведение

Ничего 2 разницы красной чисел будет больше, чем 81000
моды
его просто не будет в таблице. Мы не можем закрашивать
больше, т.к. закрашивая число от 1 до 99 , нам
приходится "терять" как минимум 2 числа
от 90 до 8100, что невыгодно для банка.

Код участника:

(заполняется организатором)

ШНО - 142

Количество способов будет такое же, как и в 1 случае, просто $b+1$ и $c+1$ будут меньше 0 $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ количество способов 66.

3) $(a+1) < 0, (b+1) < 0, (c+1) > 0 \Rightarrow$ Аналогично 2 случаю 66 способов.

4) $(a+1) < 0, (b+1) > 0, (c+1) < 0 \Rightarrow$ Аналогично 2 случаю 66 способов

Всего количество способов (решений) $66 \cdot 4 = 264$

ii) Теперь давайте рассматривать, когда $b+1 = 2^0$, а $a+1$ и $c+1$ меньше 0. Но можно заметить, что который из таких способов мы уже рассмотрели. Например, $a+1 = 2^0, b+1 = 2^0, c+1 = 2^{10}$, когда $a+1 = 2^0$ зафиксировано, то же самое, что $a+1 = 2^0, b+1 = 2^0, c+1 = 2^{10}$, но только $b+1 = 2^0$ зафиксировано $\Rightarrow$ всего 264 решения

Ответ: 264.

Задача 3

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc & a, b, c \in \mathbb{N} \\ a^2 = 3b + 3c \end{cases}$$

Заметим, что $a^2 : 3$ ($a^2 = 3(b+c)$) $\Rightarrow (b+c)$ тоже делится на 3, т.к. $\sqrt{3} \notin \mathbb{N}$.

Пусть $a = 3$, тогда, решая систему уравнений, получаем $b=2, c=1$ или $b=1, c=2$.

Заметим, что увеличивая a и наоборот b , как $b = \frac{a^2}{3} - c$, получаем квадратное уравнение относительно c . Но дискриминант у этого уравнения — отрицательный $\Rightarrow$ нет решений.

Ответ: $a=3, b=2, c=1$ или $a=3, b=1, c=2$.

Задача 4

Ответ: число является простым.

Задача 8

Если мы закрасим поперечные 4050 швов, то их произведение будет больше, чем 8100. Самое маленькое число, которое мы затекиваем — это 4051.

$\sqrt{8100} = 90$, т.е. $90 \cdot 90 = 8100 \Rightarrow$ что числа меньше 90 можно затекивать, иначе будет в производстве красное шов $\Rightarrow 8100 - 90 = 8010$ швов можно закрасить максимально.

Ответ: 8010.

Задача 5

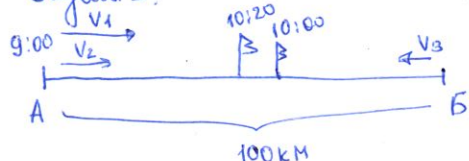
Ответ: $\angle DAC = 10^\circ$.

Код участника:

(заполняется организатором)

СМО-142

Задача 1.



Пусть V_1 - скорость 1 автобуса; V_2 - скорость 2 автобуса;
 V_3 - скорость велосипедиста.
 Тогда $V_1 = \frac{17}{12} V_2$ (по условию)

1 автобус и велосипедист встретились через 1 час $\Rightarrow V_1 \cdot 1 + V_3 \cdot 1 = 100$, $V_1 = \frac{17}{12} V_2$
 2 автобус и велосипедист встретились через $\frac{4}{3}$ часа $\Rightarrow V_2 \cdot \frac{4}{3} + V_3 \cdot \frac{4}{3} = 100$

Получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{17V_2}{12} + V_3 = 100 & | \cdot 12 \\ \frac{4V_2}{3} + \frac{4V_3}{3} = 100 & | \cdot 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17V_2 + 12V_3 = 1200 \\ 4V_2 + 4V_3 = 300 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17V_2 + 12V_3 = 1200 \\ V_2 + V_3 = 75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17V_2 + 12V_3 = 1200 \\ V_3 = 75 - V_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 17V_2 + 12(75 - V_2) = 1200 \\ V_3 = 75 - V_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5V_2 = 300 \\ V_3 = 75 - V_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V_2 = 60 \\ V_3 = 15 \end{cases}$$

Ответ: 15 км/ч - скорость велосипедиста.

Задача 2

Сумма углов в 73-угольнике равна $180^\circ \cdot (73 - 2) = 12780^\circ \Rightarrow$
 $12780^\circ : 73 > 175 \Rightarrow$ если не брать угол в 175° , то другой угол будет 180° (т.к. 180 делит 12780 на целое число 175 , которое кратно 5). Т.е. если мы возьмем, например, 71 угол по 175° , то один из двух оставшихся углов должен будет быть равен $180^\circ \Rightarrow$
 Каждый угол, кроме 175° , но $175 \cdot 73 = 12775 < 12780^\circ \Rightarrow$ хотя бы 1 угол должен быть больше 175° , т.е. 180° , но такое не может быть, т.к. 73-угольник - выпуклый $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ нет такого многоугольника.

Ответ: не существует.

Задача 6

$$abc + ab + bc + ac + a + b + c = 1023$$

$$(a+1)(b+1)(c+1) - 1 = 1023$$

$$(a+1)(b+1)(c+1) = 1024 = 2^{10}$$

① 1) $(a+1) > 0, (b+1) > 0, (c+1) > 0$, тогда:

$$1. a+1 = 2^0 \Rightarrow \begin{cases} b+1 = 2^0, c+1 = 2^{10} \\ b+1 = 2^1, c+1 = 2^9 \\ b+1 = 2^2, c+1 = 2^8 \\ \vdots \\ b+1 = 2^{10}, c+1 = 2^0 \end{cases}$$

11 способов

$$2. a+1 = 2^1 \Rightarrow \begin{cases} b+1 = 2^0, c+1 = 2^9 \\ b+1 = 2^1, c+1 = 2^8 \\ \vdots \\ b+1 = 2^9, c+1 = 2^0 \end{cases}$$

10 способов

$$\dots 11. a+1 = 2^{10} \Rightarrow b+1 = 2^0, c+1 = 2^0$$

1 способ

Тогда всего количество решений будет $11 + 10 + \dots + 1 = \frac{11+12}{2} = 66$ способов.2) $(a+1) > 0, (b+1) < 0, (c+1) < 0$, тогда:

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

ШКО - 142

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

ШКО-172

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

ШО-142

(Лист 1)

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!»

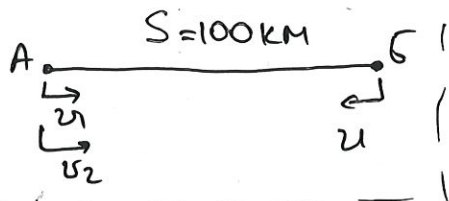
Код участника:

(заполняется организатором)

1100-119

№1) Введем обозначения:

Пусть v – скорость второго автобуса, который едет медленнее, тогда скорость первого $= \frac{17}{12}v$. Скорость велосипедиста – u . S – расстояние между А и Б.



Рассмотрим встречу автобуса и велосипедиста в 10:00. Велосипедист встретился с 1 автобусом, т.е. его скорость больше второго.

Их скорость сближения равна: $\frac{17}{12}v + u$. Время равно 1 ч. Значит по формуле $S = vt \Rightarrow 100(\text{км}) = (\frac{17}{12}v + u) \cdot 1(\text{ч})$

Рассмотрим вторую встречу в 10:20 со вторым автобусом. Скорость сближения равна $(v + u)$. Время равно $\frac{4}{3}$ ч. $\Rightarrow 100(\text{км}) = (v + u) \cdot \frac{4}{3}(\text{ч})$

Получим систему уравнений

$$\begin{cases} (\frac{17}{12}v + u) \cdot 1 = 100 \\ (v + u) \cdot \frac{4}{3} = 100 \end{cases} \Rightarrow \frac{17}{12}v + u = \frac{4}{3}v + \frac{4}{3}u \Rightarrow \frac{1}{12}v = \frac{1}{3}u \Rightarrow v = 4u.$$

Подставим во второе уравнение:

$$\frac{5u \cdot 4}{3} = 100$$

$$20u = 300$$

$$u = 15 \text{ км/ч}$$

Ответ: 15 км/ч.

№7) Введем функцию $f(x) = x^3 - 3x - 4$

Возьмем производную: $f'(x) = 3x^2 - 3$

$$3x^2 - 3 = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x = \pm 1$$



Значит $f(x)$ на промежутке:

$(-\infty; -1)$ – возрастает

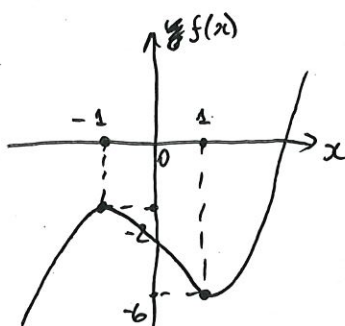
$(-1; 1)$ – убывает

$(1; +\infty)$ – возрастает

находим $f(-1)$ и $f(1)$, чтобы схематично построить график.

$$f(-1) = -1 + 3 - 4 = -2$$

$$f(1) = -6$$



Значит, чтобы корень (т) был больше $\sqrt[5]{46}$, нужно, чтобы $f(\sqrt[5]{46}) < 0$, т.к. на промежутке $(1; +\infty)$ функция монотонно возрастает, и ~~эта~~ при $x = 1$ она меньше нуля.

Используя калькулятор, посчитаем: (продолжение на листе)

(Лист 2)

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

ШКО - 119

продолжение номера 7)

$$f(5\sqrt{46}) \approx -0,5055...$$

А значение корня $f(t)$ будет $> 5\sqrt{46}$ Ч.Т.Д.

$$\text{№6) } abc + ab + bc + ac + a + b + c = 1023; a, b, c \in \mathbb{Z} \text{ (целые числа)}$$

$$abc + ab + bc + ac + a + b + c + 1 = 1024$$

$$(a+1)(b+1)(c+1) = 2^{10}$$

если a, b, c – целые числа, то $(a+1), (b+1), (c+1)$ – тоже целые

Значит $(a+1), (b+1), (c+1)$ – двоица в какой-то степени.

Есть 2 случая:

1. все множители положительные

2. 2 множителя отрицательные, один – положительный

1) если пара чисел (a_1, b_1, c_1) – подходит, то

$$a_1 = 2^\alpha; b_1 = 2^\beta; c_1 = 2^\gamma, \text{ где } \alpha, \beta, \gamma \text{ — числа от } 0 \text{ до } 10. \text{ (целые)}$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 10$$

Найдем все тройки (α, β, γ) . Пусть $\alpha \leq \beta \leq \gamma$.

$$\alpha=0: \begin{array}{l} 0010 \\ 019 \\ 028 \\ 037 \\ 046 \\ 055 \end{array}$$

(далее тройки
повторяются)

$$\alpha=1: \begin{array}{l} 118 \\ 127 \\ 136 \\ 145 \end{array}$$

$$\alpha=2: \begin{array}{l} 226 \\ 235 \\ 244 \end{array}$$

$$\alpha=3: 334$$

$$\alpha=4: 444!?$$

нет таких
троек, где
 $\alpha=4$.

Итого 14 троек $\Rightarrow$ 14 решений, где множители положительные

2) Рассмотрим те же тройки, что и в случае 1. Чтобы произведение было положительно, только 2 тройки должны быть отрицательными. Значит в паре:

(A, B, C) есть 3 варианта:

$$\begin{array}{l} (-A, -B, C) \\ (A, -B, -C) \\ (-A, B, -C) \end{array}$$

если в тройке есть 2 повторяющихся числа, то вариантов 2.

(продолжение на листе 3)

(Лист 3)

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!»

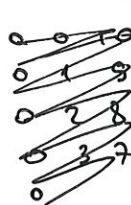
Код участника:

(заполняется организатором)

ШКО - 118

продолжение номера 6)

Теперь посчитаем тройки с отриц. числами:

 из 1 случая $\Rightarrow$ 8 троек с неповторяющ. числами: $8 \cdot 3 = 24$
4 тройки с 2 отрицательными числами: $4 \cdot 2 = 8$

Итого $24 + 8 = 32$ тройки с отриц. числами

Всего троек $32 + 14 = 46$

Ответ: 46.

№2) Найдем сумму углов 73-угольника по формуле: $S = 180^\circ (n-2)$,
где n – число сторон.

$$S = 180^\circ \cdot 71 = 12780^\circ.$$

Если утверждение в задаче верно, то все углы 73-угольника должны быть $\leq 175^\circ$, потому что $\geq 180^\circ$ они быть не могут. Ближайшее число кратное 5 и меньшее 180 – это 175.

Тогда сумма углов должна быть $\leq 175 \cdot 73 (\leq 12775)$

Но ведь $S = 12780^\circ (12780^\circ > 12775^\circ \text{ !?})$ Противоречие, значит такого 73-угольника не существует

Ответ: НЕТ, не существует.

№3) Заметим, что если пометить все N (натуральные) числа от 90 ($\sqrt{8100}$) до 8100 включительно в красный цвет, то условие выполняется, так как произведение 2 минимальных чисел $= 90 \cdot 91 > 8100$. Значит $n \geq (8100 - 89) \Rightarrow n \geq 8011$.

Но может ли быть $n \geq 8012$? Разделим все числа на 2 группы: 1. от 1 до 89 и; 2. от 90 до 8100. Тогда в 1 группе должно быть хотя бы 1 красное число (а).

Но ведь $a \cdot 90 < 8100$, т.к. $1 \leq a \leq 89$. Значит, чтобы условие выполнялось, нужно, чтобы минимальное число во 2 группе (б) было

от 90 до 178 включительно, т.к. $178 \cdot 90 = 16020 > 8100$
если $b \geq 179$, то числа во 2 группе $\geq 179 \cdot 90 = 16110 > 8100$
(предположение на 4 месте)

(Лист 4)

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

Ш10-119

продолжение №8)

если $b \geq 179$, то чисел (и расписок) во 2 группе $\leq 8100 - 179 + 1$ (≤ 7922)

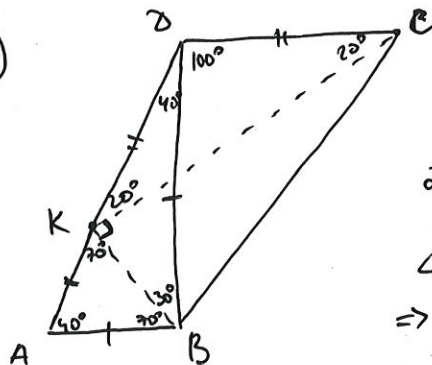
в 1 группе чисел $\leq 89 \Rightarrow$ Всего чисел ≤ 8011 , но мы рассматриваем случай $n \geq 8012$!

Значит $b_{\max} = 178$. Рассмотрим $b = 178$:

максимальное произв. равно $89 \cdot 178 = 15842 > 8100 \Rightarrow$ подходит

Ответ: 8011.

№5)



1. $AB + CD = AD$. Значит на AD есть точка K, причем $AK = KB$, $DC = DK$. ~~Также верно, что $AK = KB$~~

$\angle BAC = \angle CAD = 40^\circ \Rightarrow \triangle ABD$ - равнобедр. $\Rightarrow AB = DB = AK$

2. Также равнобедр. являются $\triangle AKB$ и $\triangle DKC$.

$$\Rightarrow \angle AKB = \angle BDK = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$$

$$\angle BDC = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ \text{ (из параллельности } AB \text{ и } DC)$$

$$\Rightarrow \angle DKC = \angle DCK = \frac{180^\circ - 100^\circ - 40^\circ}{2} = 20^\circ$$

3. $\angle BKC$ - искомое, т.к. $180^\circ - 70^\circ - 20^\circ = 90^\circ$.

$\angle CDB = \angle ABD = 100^\circ$ или накрестные при $AB \parallel DC$ и секущей BD
 $\Rightarrow \angle DBK = 100^\circ - 70^\circ = 30^\circ$

(Лист 5)

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание — финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

ШО-119

$$\sqrt{3) \begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 3b + 3c \end{cases} \quad (a, b, c \in \mathbb{N})$$

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^3 = 3ab + 3ac \end{cases} \Rightarrow 3ab + 3ac - b^3 - c^3 - 3abc = 0$$

$$a^2 = 3(b+c) \Rightarrow b+c = 3 \cdot k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N}, \text{ чтобы } a \text{ было натуральным.}$$

$$\Rightarrow a^2 = 3^2 \cdot k^2.$$

$$a = 3k.$$

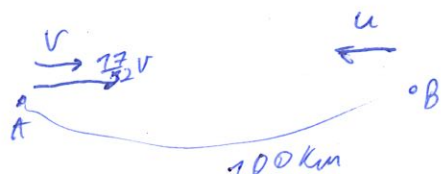
$$\begin{cases} 27k^3 - b^3 - c^3 = 9kbc \\ 9k^2 = 3(b+c) \end{cases}$$

$$\sqrt{4) \underbrace{2 \dots 2}_{2014} 7 \underbrace{9 \dots 9}_{2014}}$$

$$\text{Сумма цифр: } 2014 \cdot 2 + 7 + 2014 \cdot 9 = 22271.$$

$$22271 \not\div 3 \Rightarrow \text{число не делится на } 3^n, n \in \mathbb{N}.$$

№1.



1) Пусть скорость «медленного» автомобиля тогда «быстрого» $-\left(\frac{17}{12}v\right)$ км/ч. Пусть скорость велосипедиста $-(u)$ км/ч.

2) Т.к. велосипедист встретил автомобиль в разное время, в 10:00 он встретил «быстрый», а в 10:20 – «медленный».

3) С 9:00 до 10:00 велосипедист в сумме с «быстрым» проехал все расстояние (100 км) $t_1 = 10 - 9 = 1$ час

4) аналогично с медленным с 9:00 до 10:20 100 км.

5) составим систему уравнений:

$$\begin{cases} (u + \frac{17}{12}v) \cdot 1 = 100 \\ (u + v) \cdot \frac{4}{3} = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u + \frac{17}{12}v = 100 \\ u + v = 75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 75 - v + \frac{17}{12}v = 100 \\ u = 75 - v \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{5}{12}v = 25 \Rightarrow v = 60 \text{ км/ч} \\ u = 75 - v \end{cases} \Rightarrow u = 75 - 60 \Rightarrow u = 15 \text{ км/ч}$$

Ответ: скорость велосипедиста $u = 15$ км/ч.

№2.

$$N = 180(n-2) = 180 \cdot 77 \quad (\text{сумма всех угловых пер. углов})$$

$$N = \alpha_{\text{ср}} = \frac{180(n-2)}{n} = \frac{180 \cdot 77}{73} \quad (\text{среднее зн. угла})$$

Прежде, что максимальный зн. угла кратен 5: $\alpha = 175^\circ$ (т.к. 73-угольник невыпуклый) среднее: $\alpha_{\text{ср}} = \frac{180 \cdot 77}{73} \approx 175.175$.

$$180 - 77 \cdot 175 \cdot 73 \cdot 5; 36 \cdot 77 \cdot 35 \cdot 73; 2556 > 2555$$

Значит среднее значение угла $> 175^\circ$; а значит хотя бы один угол будет $> 175^\circ$ (по сл. из принципа Дирихле)

Значит этот (хотя бы один) угол будет больше, чем 175° (т.к. 73-угольник невыпуклый).

$\beta \in (175; 180)$ (т.к. β не кратен 5. $\Rightarrow$ некого 73-го угла нет).

Ответ: не существует.

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 77 \\ \hline 252 \\ 2556 \end{array} \quad \begin{array}{r} 35 \\ \times 73 \\ \hline 205 \\ 2555 \end{array}$$

Код участника:

(заполняется организатором)

1110-54

№ 3.

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 3b + 3c \end{cases} \quad \left(\text{сделаем замену } \begin{matrix} b = -d \\ c = -e \end{matrix} \right) \Rightarrow \begin{cases} a^3 + d^3 + e^3 - 3ade = 0 \\ a^2 = -3d - 3e \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+d+e) / (a^2+d^2+e^2-ad-de-ae) \\ a^2 = -3d-3e \end{cases} \quad \left(\text{сделаем обратную замену} \right) \rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a-b-c)(a^2+b^2+c^2+ab+ac-bc) = 0 \\ a^2 = 3b+3c \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-b-c=0 & (1) \\ a^2 = 3b+3c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+b^2+c^2+ab+ac-bc=0 \\ a^2 = 3b+3c \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} a = b+c \\ a^2 = 3b+3c \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a=3 \\ (3; 0; 0) \end{matrix}$$

$$a=3 \Rightarrow \begin{cases} b=2 \\ c=1 \\ b=1 \\ c=2 \end{cases}$$

решения

$$3^2 = 3+3 \quad \text{верно} \Rightarrow 3^2 = 3+6.$$

$$(2) \quad a^2+b^2+c^2+ab+ac-bc=0 \Rightarrow (3; 2; 1); (3; 1; 2) \text{ — решения,}$$

$$b, c \in \mathbb{N} \text{ (по условию)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b^2+c^2-2bc = (b+c)^2 \geq 0 \quad \forall b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b^2+c^2-2bc+bc \geq 0+bc > 0 \Rightarrow$$

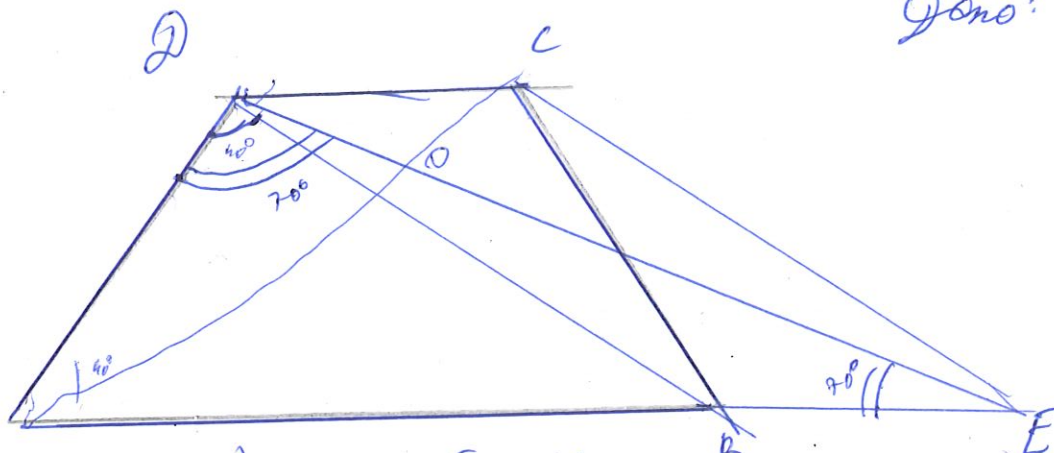
$$\Rightarrow b^2+c^2-bc > 0 \Rightarrow$$

$$\frac{a^2}{>0} + \underbrace{(b^2+c^2-bc)}_{>0} + \underbrace{(c^2+ab+ac)}_{>0} > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{уравнение (2) не имеет решений}$$

$$\text{Ответ: } (3; 1; 2); (3; 2; 1).$$

№.



Дано: $\angle BAD = \angle ABD = 40^\circ$
 $AB + CD = AD$
 $\angle DAC = ?$
 $AB \perp CD$
 $AB \parallel CD$

- 1) $\triangle ABD$ - равнобедренный $\Rightarrow AB = BD$.
- 2) Пусть $CE \parallel BD$ и $CE \cap AB = F$; тогда $\begin{cases} CD \parallel BE \\ BD \parallel CE \end{cases} \Rightarrow$
- $\Rightarrow BDCE$ - параллелограмм (по определению).
- 3) $AE = AB + BE = AB + CD \Rightarrow$
 $(BE = CD \text{ по свойствам параллелограмма})$
- $\Rightarrow AE = AD \Rightarrow$
- 4) $\angle AED = \angle ADE$ (по свойствам равнобедренного треугольника)
- 5) Тогда $\angle DEA = \angle DEB = 70^\circ$ (по углам при вершине E)
- 6) $\angle BDE = \angle ADE - \angle ADB = 30^\circ$; $\angle EDB = \angle CED = 30^\circ$
- 7) Пусть $\angle DCE = \angle CAB = x \Rightarrow \angle DOC = 180 - x$ (по углам при вершине O)

Код участника:

(заполняется организатором)

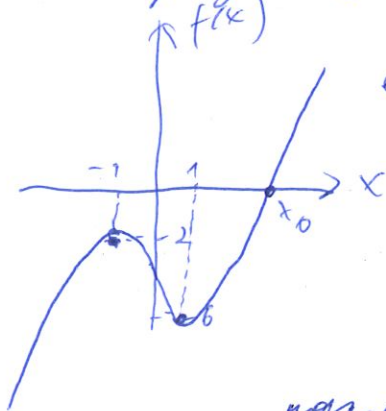
ИИО - 54

№4.

$$x^3 - 3x - 4 = 0; \text{ пусть } f(x) = x^3 - 3x - 4; \text{ возьмём производную}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3; \text{ найдём экстремумы: } \begin{cases} x=1 & f(1) = -6 \\ x=-1 & f(-1) = -2. \end{cases}$$

знаки:

нарисуем эскиз графика $f(x) = x^3 - 3x - 4$.вывод: надо найти такое $\varepsilon > 0$ $f(x_\varepsilon) < 0$

$$x_\varepsilon < \sqrt[5]{46} \quad \text{и т.к. } f(x) \text{ монотонно}$$

$$f(x_\varepsilon) < 0 \quad \text{и т.к. } f(x) \text{ монотонно}$$

$$\sqrt[5]{46} > 1$$

 x_0 точно $> \sqrt[5]{46}$, попробуем найтитакое $\varepsilon > 0$:

$$\text{пусть } x_\varepsilon = \frac{13}{6}$$

$$f\left(\frac{13}{6}\right) = \left(2 + \frac{1}{6}\right)^3 - 3\left(2 + \frac{1}{6}\right) - 4 = 8 + \frac{3 \cdot 2^2}{6} + \frac{3 \cdot 2}{36} + \frac{1}{276} - 6 - \frac{1}{2} - 4 =$$

$$= 8 + 2 + \frac{1}{6} + \frac{1}{276} - 10 - \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{276} - \frac{1}{2} = \frac{4}{276} - \frac{108}{276} < 0.$$

$$\left(2 + \frac{1}{6}\right)^3 < 46; \left(2 + \frac{1}{6}\right)^3 < 2^3 + \frac{2^2 \cdot 3}{6} + \frac{2^2 \cdot 10}{36} + \frac{2^2 \cdot 10}{276} + \varepsilon =$$

$$\leq 32 + \frac{40}{3} + \frac{80}{36} \leq 32 + 13 + \frac{2}{3} + 2 + \frac{8}{36} = 47 + \varepsilon_0 > 46 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x_0) < 0 \\ x_0 > \sqrt[5]{46} \end{cases} \Rightarrow x_0 > x_\varepsilon > \sqrt[5]{46} \Rightarrow \text{корень больше } \sqrt[5]{46}$$

$$\text{итог.}$$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором)

ШКО - 54

Олимпиада 10 класс

Второй вариант

1. (10 баллов) Из города А в город Б, расстояние между которыми 300 км, в 9:00 вышли два автобуса, причем скорость одного из них в $5/4$ раз больше скорости другого. В то же время из города Б в город А выехал велосипедист. Первый автобус он встретил в 12:20, а второй – в 13:00. Найдите скорость велосипедиста, выразив её в км/ч.

2. (10 баллов) Существует ли выпуклый 91-угольник такой, что градусная мера каждого из его углов кратна 4?

3. (12 баллов) Решите систему уравнений в натуральных числах:

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 4b + 4c. \end{cases}$$

4. (12 баллов) Является ли простым число $2 \dots 234 \dots 4$? (сначала 2 написано 2024 раза, затем 4 написано 2024 раза).

5. (12 баллов) В трапеции $ABCD$ ($AB \parallel CD$) оказалось, что $\angle DAC = 10^\circ$, $\angle CAB = 30^\circ$ и $AB + CD = AD$. Найдите угол ADB .

6. (14 баллов) Сколько существует решений уравнения

$$abc + 2ab + 2bc + 2ac + 4a + 4b + 4c = 504$$

в целых числах?

7. (14 баллов) Пусть t – корень уравнения $x^3 - 3x - 3 = 0$. Докажите, что t больше, чем $\sqrt[5]{39}$.

8. (16 баллов) Заяц выписал все натуральные числа от 1 до 8100. Волк покрасил n чисел Зайца в красный цвет так, чтобы произведение любых двух различных красных чисел не было красным. При каком наибольшем n это возможно?

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-56

№1.

Пусть скорость одного автобуса равна $x \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.Тогда скорость другого автобуса равна $\frac{5}{4}x \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.Пусть скорость велосипедиста равна $y \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.Первая встреча велосипедиста произойдет с автобусом, скорость которого равно $\frac{5}{4}x \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Встретятся они ^{после начала движения} через $3\frac{1}{3}$ ч (время с 9:00 до 12:20). Велосипедист за это время проедет: $3\frac{1}{3}y$ -км, а автобус за это время проедет: $3\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{4}x$ -км.~~Весь~~ По условию расстояние от А до Б равно 300 км.Составим уравнение: $3\frac{1}{3}y + 3\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{4}x = 300$ (*)Вторая встреча велосипедиста будет с автобусом, скорость которого равна $x \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Встретятся они через 4 ч. после начала движения (время с 9:00 до 13:00). Велосипедист за это время проедет: 4y-км, а автобус за это время проедет 4x-км.

По условию расстояние от А до Б равно 300 км.

Составим уравнение: $4x + 4y = 300$ (**).

На основе уравнений (*) и (**) составим систему уравнений

$$\begin{cases} 3\frac{1}{3}y + 3\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{4}x = 300 \\ 4x + 4y = 300 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{10}{3}y + \frac{25}{4}x = 300 \\ x + y = 75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{10}{3}y + \frac{25}{4}x = 300 \\ x = 75 - y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{10}{3}y + \frac{25(75-y)}{4} = 300 \\ x = 75 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20y + 1875 - 25y = 1200 \\ x = 75 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5y = -675 \\ x = 75 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 675 \\ x = 75 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 135 \\ x = 75 - 135 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 135 \\ x = -60 \end{cases}$$

Таким образом скорость велосипедиста равна $15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.Ответ: $15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

N2.

Допустим, что такой 91-угольник существует.
Сумма ~~углов~~ ^{углов} выпуклого многоугольника считается по формуле $(n-2) \cdot 180^\circ$, где n — кол-во вершин этого многоугольника.

Тогда сумма углов 91-угольника равна: $(91-2) \cdot 180^\circ = 89 \cdot 180^\circ = 16020^\circ$. Любой угол ~~любого~~ ^{любого} выпуклого многоугольника меньше, чем 180° . Значит, максимальное значение угла выпуклого многоугольника кратное 4 это 176° . Допустим, что градусная мера каждого угла нашего выпуклого 91-угольника равна 176° . Всего углов 91. Значит их сумма: ~~91~~ $91 \cdot 176^\circ = 16016^\circ$. Получим, что в таком 91-угольнике ~~и даже при максима-~~ ^{и даже при максима-} ~~льно допустимых значениях углов (они: 4) их сумма:~~ ~~тогда~~ $16016^\circ < 16020^\circ$. Значит такого 91-угольника не существует.
Ответ: Не существует.

N4.

Пусть $x = \underbrace{2 \dots 2}_{2024 \text{ раза}} \underbrace{34 \dots 4}_{2024 \text{ раза}}$.

Заметим, что число x оканчивается на чётную цифру 4. Значит, число ~~x~~ x делится на 2. ($x:2$)

Посчитаем сумму цифр числа x . Она равна: $2 \cdot 2024 + 3 + 4 \cdot 2024 = 12147$ — делится на 3. Если сумма цифр числа делится на 3, то и само число делится на 3. Значит x делится на 3. ($x:3$)

Получим, что число $x:2$ и $x:3$. Значит x — не ~~делится~~ ^{есть продолжен} ~~делится~~ ^{на 6} ~~на 6~~ ^{на 6}.

№. (см. др. страницу)

Знают x - не является простым числом.

Ответ: число $\underbrace{2 \dots 2}_{2024 \text{ раз}} \underbrace{34 \dots 4}_{2024 \text{ раз}}$ не является простым.

№7.

Если t -корень уравнения $x^3 - 3x - 3 = 0$, то выполняется равенство: $t^3 - 3t - 3 = 0$

$t^3 - 3(t+1) = 0$. Добавим и отнимем 1.

$$t^3 + 1 - 1 - 3(t+1) = 0$$

$$t^3 + 1^3 - 3(t+1) - 1 = 0$$

$$(t+1)(t^2 - t + 1) - 3(t+1) = 1$$

$$(t+1)(t^2 - t - 2) = 1$$

$$(t+1)(t+1)(t-2) = 1$$

$(t+1)^2(t-2) = 1$ (*). Заметим, что $(t+1)^2 \geq 0$. Тогда точно выполняется

Тогда t точно больше 2 ($t > 2$), так как если бы t было меньше 2 ($t < 2$), то выражение слева $((t+1)^2(t-2))$ было бы не положительным и тогда не достигалось бы равенства.

Введем функцию: $f(t) = (t+1)^2(t-2)$. Заметим, что $f(t)$ возрастает.

Заметим, что при $t \in (2; +\infty)$, $f(t)$ -монотонно возрастает.

Найдем $f(t_1)$, где $t_1 = 2,1$, т.е. найдем $f(2,1) = (2,1+1)^2(2,1-2) = 3,1^2 \cdot 0,1 = 0,961$. Значит, если $f(t_1) = 1$ и $f(2,1) = 0,961$ и $f(t)$ -монотонно возрастает при $t > 2$, то $t_1 > 2,1$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-56

№7. (продолжение)

Заметим, что $\sqrt[5]{39} < 2,1$, но $t > 2,1$. Значит,
 $t > \sqrt[5]{39}$ что и требовалось доказать.

№6.

$$abc + 2ab + 2bc + 2ac + 4a + 4b + 4c = 504$$

Заметим, что $(a+2)(b+2)(c+2) = abc + 2ab + 2bc + 2ac + 4a + 4b + 4c + 8$.

Значит $(a+2)(b+2)(c+2) = 504 + 8$

$$(a+2)(b+2)(c+2) = 2^9. \text{ Посчитаем кол-во р-ий.}$$

Заметим, что пара ~~Посчитаем, откуда пара~~
в которых есть одинаковые числа: $(1, 2^9)$ - 3 варианта

Пусть $a+2=x$ $b+2=y$ $c+2=z$

$$\left. \begin{matrix} (1, 2^9, 1) \\ (2^9, 1, 1) \end{matrix} \right\} \uparrow$$

$$xyz = 2^9. \text{ Посчитаем сколько решений (количество)}$$

может быть у данного уравнения, которое будет
равно кол-ву решений исходного уравнения.
Для этого сначала посчитаем тройки, в которых
есть одинаковые числа: $(1, 1, 2^9); (1, 2^9, 1); (2^9, 1, 1)$ - 3 тройки решений
Аналогично для набора $2^2, 2^2, 2^5$ - будет 3 тройки решений,
и $2^4, 2^4, 2$ - 3 тройки решений. А для набора $2^3, 2^3, 2^3$ - одна тройка
решений.

Теперь посчитаем тройки решений, в каждой из
которых все числа разные. Таких будет $10 \cdot 9 \cdot 1 = 90$ троек

Итого $90 + 3 + 3 + 3 + 1 = 100$ решений.

Значит у исходного уравнения 100 решений

Ответ: 100 решений.

N7.

Рисунки: шагунд 2-го - $\sqrt{\frac{K_{н12}}{4}}$, а шагунд 1-го - $\sqrt{\frac{K_{н12}}{4}}$, а шагунд 1-го - $\sqrt{\frac{K_{н12}}{4}}$.
До конца с блочным шагом 1-го - $\sqrt{\frac{K_{н12}}{4}}$, а шагунд 1-го - $\sqrt{\frac{K_{н12}}{4}}$.

$$\begin{cases} \frac{70}{3}x \cdot \frac{5}{4} = 300 - \frac{70}{3}x \cdot 1.6 \\ 4x = 360 - 4x \cdot 1.4 \end{cases} \quad \begin{cases} 25x^2 = 2800 - 20x \cdot 1.5 \\ x = 75 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5v = 360 - 4x \\ v = 75 - x \end{cases} \quad 360 - 4x = 375 - 5x; \quad x = 15$$

Publ. 75 Kuzl.

N24.

Число 2... 274... 4 делится на 2, а значит, на 2 делится и сумма
и.к. делителей, и сумма чисел 2.

N/A

Пример на $n=8077$: показана в примере все числа помножая с 90, минимальное произведение равно $90 \cdot 97 \cdot 90 \cdot 90 = 8700 \Rightarrow$ минимальное произведение не меньше 8790, а значит $8700 - 89 = 8077$.

[illegible]

N 2

Rangini yara < 780 unare. 97-year-oldman ne flemythmune low. O nien ne
97 year $\Rightarrow$ n.e., yaryunke neha rangni yake: 4 sa nien ne goro yama 776.
Be yake ≤ 776 , no ubrye, yama yake ~~at least~~ $\leq$ 76076, a yee hachengal
yama balba $780(97-2) = 76020 > 76076 \Rightarrow$ kono mabrychubanka ne
ayylalyem.

Answer: none.

7/3

$$\text{m. B. } a^2 = 4(b+c) \quad a^2 = 0 \Rightarrow a = 0$$

~~Arbeitsblätter~~ Arbeitsblätter nummerieren: $a, b, c = (4, 7, 3), (4, 3, 7)$

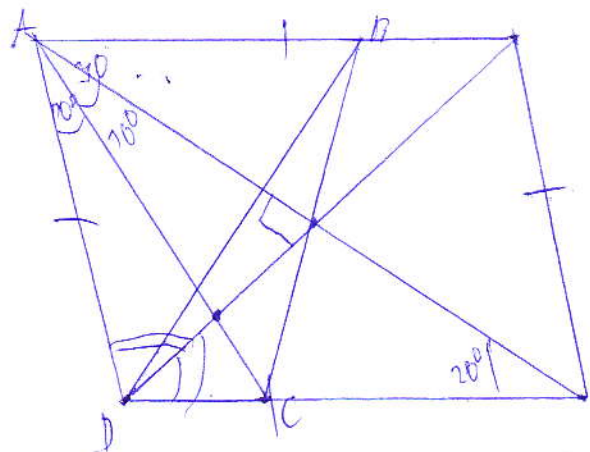
145.

Прогнози AD на групи DLZAB.

Wavelengths of light: 40, 20, 40

Program DC will give us ABZAL

конкурс К/БД суммарно 740; 2070



N^o 7.

• K $f(-2) \leq 0$, a $f(3) > 0$, a ~~maimed~~ ~~negativ~~ $f(0) = 3x^2 - 3 > 0$ na ~~zobrazenie~~ $(2; 3)$
 $t \in (2; 3)$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-360

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание — финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-360

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-360

N4

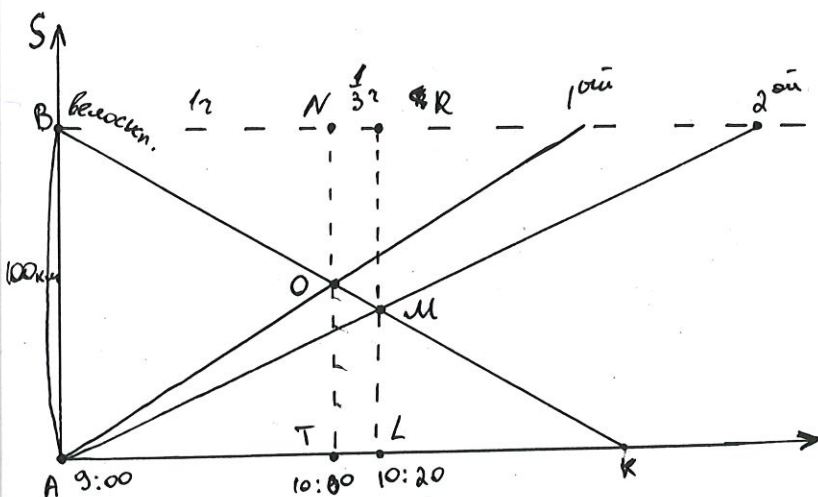
Нет, не является.

Рассмотрим признак делимости на 7.

22...222799...999, разобьём на тройки. 9 нас получится ровно 674 тройки, состоящих лишь из 9. Эти тройки мы разобьём на пары вида $(\overline{999} - \overline{999})$ - по признаку делимости. 674 делится нацело на 2 $\Rightarrow$ все тройки разобьются и последняя тройка (если первая тройка на конце числа (исходного)) будет с - (т.к. + и - чередуются в признаке и они с конца числа (исходного) +. Далее будет тройка 799 со знаком +. Далее 2024 двойки мы также разобьём на тройки (их также ровно 674), а тройки на пары. Кси этот раз ~~первая~~ $\neq$ парой будут иметь вид $\overline{999} - \overline{222} + \overline{222}$, т.к. 799 с + $\Rightarrow$ первая 222 после 799 должна быть с -. В конце останется 22, которое будет с - (т.к. последняя перед ней 222 с +). Тогда получим из исходного числа - число $799 - 22$, т.е. 777 (действуя по алгоритму признака делимости на 7). 777 действительно делится на 7, а значит и исходное число. Получается, что у исходного числа ровно делителей 1 и оно само есть делитель 7. $\Rightarrow$ исходное число не простое.

Ответ: нет, не простое.

N1



1) скорость 100 автомобиля - 2 км/ч,
Тогда скорость $200 = \frac{12}{17} 2$ км/ч.
Точка O - пересечение (встреча)
 100 автомобиля и велосипедиста,
Точка M - встреча 200 автомобиля
и велосипедиста.

2) OT - путь, пройденный 100 автомобилем за $1/3$, т.е. 2 км.,
Тогда ON - $(100 - 2)$ км.

3) ML - путь, пройденный 200 автомобилем за $1/3$, т.е. $(\frac{12}{17} 2 \cdot \frac{4}{3})$ км.
т.е. $\frac{16}{17} 2$ км., тогда MK - $(100 - \frac{16}{17} 2)$ км.

4) Рассмотрим $\triangle BON$ и $\triangle BMR$ - прямоугольные.

$\angle NBO$ - общий $\Rightarrow \triangle BON \sim \triangle BMR$ (по 2 углам - $\angle BNO = \angle BRM = 90^\circ$ и общий) $\Rightarrow \frac{ON}{MR} = \frac{BN}{BR}$

$$\frac{BN}{BR} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{ON}{MR} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{100 - v_1}{MR} = \frac{3}{4} \Rightarrow MR = \frac{400 - 4v_1}{3}$$

5) Получаем уравнение $\frac{400 - 4v_1}{3} = 100 - \frac{16}{17}v_1$ (из п.3 и п.4)

$$\frac{400}{3} - \frac{300}{3} = \frac{4}{3}v_1 - \frac{16}{17}v_1$$

$$\frac{100}{3} = \frac{20}{51}v_1$$

$$v_1 = \frac{100}{3} \cdot \frac{51}{20}$$

$$v_1 = 85 \text{ км/ч}$$

6) $ON = 100 - 85 = 15 \text{ км}$, а ON - путь, пройденный велосипедистом за $t_2 \Rightarrow$ скорость велосипедиста - $\frac{15}{1} \text{ км/ч}$, т.е. 15 км/ч

Ответ: 15 км/ч

№6

$$abc + ab + bc + ac + a + b + c = 1023$$

$$\underline{abc} + \underline{ab} + \underline{bc} + \underline{ac} + \underline{a} + \underline{b} + \underline{c} + 1 = 1023 + 1$$

$$ab(c+1) + b(c+1) + a(c+1) + c+1 = 1024$$

$$(c+1)(ab+b+a+1) = 2^{10}$$

$$(c+1)(b(a+1)+a+1) = 2^{10}$$

$$(c+1)(b+1)(a+1) = 2^{10}$$

$$\text{П.к. } a, b, c \in \mathbb{Z} \Rightarrow (a+1), (b+1), (c+1) \in \mathbb{Z}$$

Рассмотрим все возможные случаи произведения 3 членов, чтобы оно равнялось 2^{10}

1) $1 \cdot 1 \cdot 2^{10}$. При этом 2^{10} может быть любой из 3 слагаемых $\Rightarrow$ 3 варианта значений a, b, c : $(0; 0; 2^{10}-1); (0; 2^{10}-1; 0); (2^{10}-1; 0; 0)$. Кроме того, т.к. слагаемые могут быть меньше 0 $\Rightarrow$ две каких-то слагаемых могут быть < 0 : $(-1; -1; 2^{10})$ или $(-2^{10}; 1; -1)$ и у каждой из них по 3

варианта значений для a, b и c . Всего в этом случае 9 вариантов

- 2) $1 \cdot 2^5 \cdot 2^5$. Ситуация, аналогичная первой. 9 вариантов
- 3) $2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^7$. Будет 6 вариантов значений для a, b, c , но также есть $-2^1 \cdot -2^2 \cdot 2^7 \Rightarrow$ ещё 6 вариантов, $-2^1 \cdot 2^2 \cdot -2^7 \Rightarrow$ ещё 6, $-2^2 \cdot -2^7 \cdot 2^1$ - ещё 6 вариантов. Всего получаем 24 варианта на эту ситуацию
- 4) $2^1 \cdot 2^3 \cdot 2^6$, аналогично п. 3 $\Rightarrow$ 24 варианта
- 5) $2^1 \cdot 2^4 \cdot 2^5$, аналогично п. 3 $\Rightarrow$ 24 варианта
- 6) $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^5$, аналогично п. 3 $\Rightarrow$ 24 варианта
- 7) $2^2 \cdot 2^4 \cdot 2^4$, аналогично п. 1 $\Rightarrow$ 9 вариантов
- 8) $2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^4$, аналогично п. 1 $\Rightarrow$ 9 вариантов
- 9) $1 \cdot 2^1 \cdot 2^9$, аналогично п. 3 $\Rightarrow$ 24 варианта
- 10) $1 \cdot 2^2 \cdot 2^8$, аналогично п. 3 $\Rightarrow$ 24 варианта
- 11) $1 \cdot 2^3 \cdot 2^7$, аналогично п. 3 $\Rightarrow$ 24 варианта
- 12) $1 \cdot 2^4 \cdot 2^6$, аналогично п. 3 $\Rightarrow$ 24 варианта

Получаем, что всего решений $24 \cdot 8 + 9 \cdot 4$, т.е. 228

Я не рассматривала ситуации, где все 3 стороны отрицательны или лишь одна отрицательна, т.к. тогда произведение всех 3 сторон было бы также отрицательно, а $1024 > 0$.

Ответ: 228 вариантов.

✓2

- 1) Сумма ~~угол~~ углов 73-угольника - $180 \cdot 71$, т.е. 12780° . (по формуле $180^\circ(n-2)$, где n - количество углов в многоугольнике)
- 2) Суммой ~~двух~~ углов многоугольника такая, чтоб была $:5 - 175^\circ$, т.к. каждый угол в ~~многоугольнике~~ ^{формуле} по определению меньше 180° .
- 3) Тогда, если в 73-угольнике все углы по 175° , то сумма его углов ~~равна~~ $175 \cdot 73$, т.е. 12775° .
- 4) $12775^\circ < 12780^\circ \Rightarrow$ такого 73-угольника нет

Ответ: нет

Код участника:

(заполняется организатором)

1110 - 288

№3

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 3b + 3c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 - 3abc = 0 \\ a^2 = 3b + 3c \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-b-c)(a^2+b^2+c^2-bc+ab+ac) = 0 \\ a^2 = 3b + 3c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b-c=0 \\ a^2 = 3b + 3c \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} a = b+c \\ a^2 = 3(b+c) \end{cases}$$

$$\frac{a^2}{a} = \frac{3(b+c)}{b+c}$$

$$a = 3$$

$$b+c = 3$$

$$\Rightarrow b=1, c=2$$

или

$$b=2, c=1$$

$$(т.к. a, b, c \in \mathbb{N})$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} a=3; b=2; c=1 \\ a=3; b=1; c=2. \end{cases}$$

№8 Раскрасим все, начиная с 90.

8100 = 90 · 90. Значит произведение любых 2^х чисел больших 90 будет давать число большее 8100 ⇒ не раскрашенное в красный. Может ли быть в ряду раскрашенное число, меньшее 90? Нет.

Т.к. если мы такое добавим, то произведение этого числа с какими-то еще двумя другими числами из ряда даст число из раскрашенных. Значит так, 89 даст 89 · 90 в произведении с 90 раскрашенное, 88 с 90 и 89 и т.д. Значит добавлять меньшие числа невыгодно. Раскрашивать только маленькие числа также невыгодно, т.к. они дают много произведений меньших 8100. Значит, кандалеем выгодно раскрасить все числа, начиная с 90. Тогда будет раскрашено 8100-90, т.е. 8010 чисел

Ответ: 8010 чисел

Код участника:

(заполняется организатором)

ММО - 288

✓

$$x^3 - 3x - 4 = 0$$

$$x(x^2 - 3) = 4$$

$$x^2 - 3 = \frac{4}{x}$$

$$x^2 = \frac{4}{x} + 3$$

1) $x^2 \geq 0 \Rightarrow x > 0$ (т.к. $3 > 0, 4 > 0 \Rightarrow \frac{4}{x} + 3 \leq 0$ при $x < 0, \frac{4}{x} + 3 > 0$ при $x > 0$)

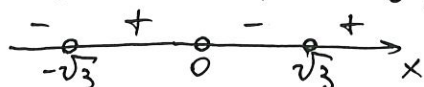
$$x^3 - 3x = x(x^2 - 3) = x(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$$

$$x(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 4$$

~~$$x(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) > 0$$~~

$$x(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) > 0$$

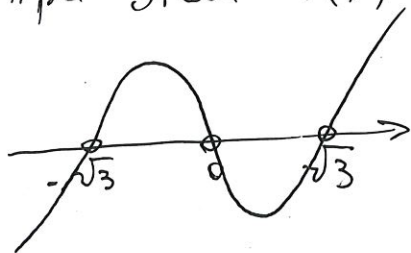
Ищем: $x = 0; x = \sqrt{3}; x = -\sqrt{3}$



2) $x \in (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$

3) Из п.1 $\Rightarrow$ что промежуток $(-\infty; -\sqrt{3})$ нам не подходит $\Rightarrow$ рассматриваем только $(\sqrt{3}; +\infty)$

При этом $f(x) = x(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$ имеет вид



~~$$x = 2,16, f(x) \approx 3,6$$~~

$3,6 < 4 \Rightarrow x^3 - 3x - 4 < 0 \Rightarrow$ Все значения, лежащие в промежутке $(\sqrt{3}; 2,16)$ будут меньше 4, т.к. на этом промежутке $f(x)$ возрастает $\Rightarrow$ исходное уравнение будет < 0 . При этом $2,16^5 > 46 \Rightarrow 2,16 > \sqrt[5]{46}$, а значит корни исходного уравнения $> \sqrt[5]{46}$, т.к. $f(x)$ будет достигать 4 в большем x .
Доказано.

Код участника:
(заполняется организатором)

M10-236

№ 3.

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
1 авт.	$\frac{5}{4}x$	—	—
2 авт.	x	—	—
Вел.	y	—	—
1 авт. + вел.	$\frac{5}{4}x + y$	$3\frac{20}{60} = 3\frac{1}{3}$	300
2 авт. + вел.	$x + y$	4	300

Решение.

$$\begin{cases} S = vt \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} (\frac{5}{4}x + y) 3\frac{1}{3} &= 300 \\ 4(x + y) &= 300 \end{aligned} \right. & \begin{cases} (\frac{5}{4}x + y) 3\frac{1}{3} = 300 \\ 4x + y = \frac{300}{4} \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{5}{4}x + y = \frac{300 \cdot 3}{10} \\ x + y = 75 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{5}{4}x + 75 - x = 90 \\ y = 75 - x \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{4}x = 15 \\ y = 75 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 15 \cdot 4 = 60 \\ y = 75 - 60 = 15 \end{cases} \Rightarrow \text{скорость велосипедиста равная } y \text{ равна } 15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Ответ: скорость велосипедиста равна $15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$

N_2 .

Решение.

Исполним, что сумма углов градусных мер
всех его углов n -угольника равна $180(n-2)$,
то есть для 93-угольника сумма его углов
равна $180 \cdot (93-2) = 180 \cdot 91 = 16380$, заметим, что
если это возможно, то каждая из градусных
мер кратна 4, то сумма углов должна как
минимум ~~равняться~~ быть кратно 4, так как если
все слагаемые кратны какому либо числу, то
и их сумма кратна ему, 16380 кратно 4, теперь
рассмотрим "максимальную" сумму углов удов.
данному условию, она будет равно максимальной
~~сумме~~ возможной градусной мере угла удов. усл.,
то есть угол на ка-во углов в угольнике, макс.
градусная мера угла в нашем случае, это
176, т.к. угол не может быть больше 180, т.к.
иначе это будет невыпуклый многоугольник, и не
может быть равен 180, т.к. иначе он это
будет не ~~много~~угольником с 93 углами, а многоугольником
с меньшим кол-вом углов, тогда максимальным
угол 93-угольника может быть 376, т.к. это
максимальное число кратно 4 и меньше 180,
тогда "максимальная" сумма углов равно $176 \cdot 93 =$
 $= 16368$, что меньше 16380 $\Rightarrow$ это ~~невозможно~~ несуществу-
ет выпуклый 93-угольник, такой, что все его
углы кратны 4-ем, т.к. иначе он будет уже
не выпуклым или не 93-угольником.

Ответ: не существует

№3.

Решение.

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 4b + 4c \end{cases} \quad \begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 4(b+c) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a^3 - b^3 - c^3 &= a^3 - (b^3 + c^3) = a^3 - (b+c)(b^2 - 2bc + c^2) = \\ &= a^3 - (b+c)(b^2 + 2bc + c^2 - 3bc) = a^3 - (b+c)((b+c)^2 - 3bc) \\ \begin{cases} a^3 - (b+c)((b+c)^2 - 3bc) &= 3abc \\ \frac{a^2}{4} &= b+c \end{cases} \quad \begin{cases} a^3 - \frac{a^2}{4} \left(\left(\frac{a^2}{4} \right)^2 - 3bc \right) &= 3abc \\ \frac{a^2}{4} &= b+c \end{cases} \end{aligned}$$

$$a^3 - \frac{a^2}{4} \cdot \left(\frac{a^2}{4} \right)^2 + 3bc \cdot \frac{a^2}{4} = 3abc$$

$$a^3 - \frac{a^2 \cdot a^4}{4 \cdot 4^2} = 3abc - \frac{3a^2 bc}{4}$$

$$a^3 \left(1 - \frac{a^3}{4^3} \right) = 3abc \left(1 - \frac{a}{4} \right)$$

$$a^3 \left(1 - \frac{a}{4} \right) \left(1^2 + 1 \cdot \frac{a}{4} + \left(\frac{a}{4} \right)^2 \right) - 3abc \left(1 - \frac{a}{4} \right) = 0$$

$$a \left(1 - \frac{a}{4} \right) \left(a^2 \left(1^2 + \frac{a}{4} + \frac{a^2}{16} \right) - 3bc \right) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$a=0 \text{ или } 1 - \frac{a}{4} = 0 \text{ или } a^2 \left(1 - \frac{a}{4} + \frac{a^2}{16} \right) - 3bc = 0$$

$$1. \text{ Если } a=0, \text{ то } \begin{cases} 0 - b^3 - c^3 = 3 \cdot 0 \cdot b \cdot c \\ 0 = 4b + 4c \end{cases} \quad \begin{cases} -b^3 - c^3 = 0 \\ 0 = 4(b+c) \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^3 + c^3 = 0 \\ b + c = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (-c)^3 + c^3 = 0 \\ b = -c \end{cases} \quad \begin{cases} -c^3 + c^3 = 0 \\ b = -c \end{cases} \quad \begin{cases} 0 = 4(b+c) \\ 0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -c \end{cases}$$

если, $a=0$, то $b=-c$, $3.$

2. Если $1 - \frac{a}{4} = 0$, то $1 = \frac{a}{4}$

$$\begin{cases} 4 = a \Rightarrow \begin{cases} 4^3 - b^3 - c^3 = 3 \cdot 4 \cdot bc \\ 4^2 = 4b + 4c \end{cases} \end{cases} \begin{cases} 4^3 - (b+c)(b^2 - bc + c^2) = 12bc \\ 4 \cdot 4 = 4(b+c) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 64 - 4(b^2 + c^2 - 3bc) = 12bc \\ 4 = b+c \end{cases} \begin{cases} 16 - 4^2 + 4bc = 12bc \\ 4 = b+c \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3bc = 12bc \\ 4 = b+c \end{cases} \begin{cases} 9bc = 0 \\ 4 = b+c \end{cases} \begin{cases} bc = 0 \\ 4 = b+c \end{cases} \begin{cases} \begin{bmatrix} b=0 \\ c=0 \end{bmatrix} \\ 4 = b+c \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ Если $b=0$, то $4 = 0 + c \Rightarrow c = 4$

Если $c=0$, то $4 = 0 + b \Rightarrow b = 4$

3. Если $a^2 \left(1 - \frac{a}{4} + \frac{a^2}{16}\right) - 3bc = 0$

$$(4b+4c) \left(1 - \frac{a}{4} + \frac{4b+4c}{16}\right) - 3bc = 0$$

$$4b+4c - (b+c)(a) + (b+c)^2 - 3bc = 0$$

$$a^2 = 4(b+c) \Rightarrow a = \pm 2\sqrt{b+c}$$

$$4b+4c - (b+c)\sqrt{b+c} + (b+c)^2 - 3bc = 0$$

Ответ: 1. При $a=0$, $b=-c$, где $c \in \mathbb{Z}$; 2. При $a=4$,
или $b=0$, $c=4$ или $c=0$, $b=4$

N7.

Решение.

$$x^3 - 3x - 3 = 0$$

$$x(x^2 - 3) = 3 \Rightarrow x(x^2 - 3) > 0 \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 - 3 > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x < 0 \\ x^2 - 3 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} < x < 0 \end{cases}$$

1. Если $x > \sqrt{3}$, то сравним $\sqrt{3}$ и $\sqrt[5]{39}$, приведем их к одной степени: $\sqrt[10]{3^8} = \sqrt[10]{243}$

2. Заметим, что на промежутке $x \in (\sqrt{3}; +\infty)$, функция $x(x^2 - 3)$ возрастает, тогда подставим в нее $x = \sqrt[5]{39}$, $\sqrt[5]{39} ((\sqrt[5]{39})^2 - 3) = \sqrt[5]{39} (\sqrt[5]{39^2} - \sqrt[5]{3^5}) = \sqrt[5]{99} (\sqrt[5]{13^2 \cdot 3^2} - \sqrt[5]{3^3 \cdot 3}) = \sqrt[5]{99 \cdot 3^2} (\sqrt[5]{169} - \sqrt[5]{27})$

$$\begin{aligned} \text{Заметим, что } \sqrt[5]{169} &\neq \sqrt[5]{32} < \sqrt[5]{169} < \sqrt[5]{243} \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 < \sqrt[5]{169} < 3, \sqrt[5]{13 \cdot 13} < \sqrt[5]{169} < \sqrt[5]{172.10388} \Rightarrow \\ \Rightarrow 2,7 < \sqrt[5]{169} < 2,8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Заметим, что } \sqrt[5]{1} < \sqrt[5]{27} < \sqrt[5]{32} \Rightarrow 1 < \sqrt[5]{27} < 2; \Rightarrow \\ \sqrt[5]{29,76099} < \sqrt[5]{27} < \sqrt[5]{32} \Rightarrow 1,9 < \sqrt[5]{27} < 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (\sqrt[5]{169} - \sqrt[5]{27}) \in (2,7 - 2, 2,8 - 1,9) \Rightarrow 0,7 < \sqrt[5]{169} - \sqrt[5]{27} < 0,9$$

$$\begin{aligned} \text{Теперь рассмотрим } \sqrt[5]{39 \cdot 9} = \sqrt[5]{351}; \sqrt[5]{243} < \sqrt[5]{351} < \sqrt[5]{1024} \\ \Rightarrow 3 < \sqrt[5]{351} < 4, \sqrt[5]{335,54432} < \sqrt[5]{351} < \sqrt[5]{393,35393} \Rightarrow \\ \Rightarrow 3,2 < \sqrt[5]{351} < 3,3 \Rightarrow 0,7 \cdot 3,2 < \sqrt[5]{351} (\sqrt[5]{169} - \sqrt[5]{27}) < 0,9 \cdot 3,3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2,24 < \sqrt[5]{351} (\sqrt[5]{69} - \sqrt[5]{27}) < 2,97 \Rightarrow$$

$\Rightarrow \sqrt[5]{351} (\sqrt[5]{69} - \sqrt[5]{27}) < 3 \Rightarrow$ Если $t \in (\sqrt{3}; +\infty)$, то она больше $\sqrt[5]{351}$, т.к. функция $x^2(x^2-3)$ на этом промежутке возрастает $\Rightarrow$ т.е. она примет значение ≈ 3 при большем x .

2. Рассмотрим $f(x) = x^2(x^2-3)$, на промежутке $x \in (-\sqrt{3}; 0)$, заметим, что если $x \in (-1; 0)$, то $x^2 - 3 > x^2 - 3 > (-1)^2 - 3 \Rightarrow x^2 - 3 \in (-2; -1) \Rightarrow$
 $\Rightarrow (-3) \cdot (-2) < x(x^2-3) < 0 \cdot (-2) \Rightarrow x(x^2-3) \in (0; 3)$
 Теперь рассмотрим $f(x)$ на промежутке $x \in [-1; -\sqrt{2}]$, тогда $(-1)^2 - 3 \geq x^2 - 3 \geq (-\sqrt{2})^2 - 3 \Rightarrow x^2 - 3 \in [-2; -1] \Rightarrow$
 $\Rightarrow (-2)(-\sqrt{2}) \geq x(x^2-3) \geq (-1)(-1) \Rightarrow x(x^2-3) \in [1; 2\sqrt{2}]$
 Теперь рассмотрим $f(x)$ на промежутке $x \in (-\sqrt{2}; -\sqrt{3})$, тогда $(-\sqrt{2})^2 - 3 > x^2 - 3 > (-\sqrt{3})^2 - 3 \Rightarrow x^2 - 3 \in (-1; 0) \Rightarrow$
 $\Rightarrow (-1)(-\sqrt{3}) > x(x^2-3) > 0 \cdot (-\sqrt{2}) \Rightarrow x(x^2-3) \in (0; \sqrt{3})$

$$\Downarrow$$

$$x(x^2-3) \in (0; 3), \text{ при } x \in (-\sqrt{3}; 0) \quad (2\sqrt{2} = \sqrt{8} \Rightarrow 2\sqrt{2} < 3)$$

$$\Downarrow$$

$$x(x^2-3) < 3, \text{ при } x \in (-\sqrt{3}; 0) \Rightarrow x(x^2-3) \neq 3, \text{ при } x \in (-\sqrt{3}; 0)$$

Из всего вышеперечисленного можно сделать вывод, что у $x^2 - 3x - 3 = 0$ только 1 корень принадлежащий промежутку $[\sqrt{3}; +\infty)$, который больше $\sqrt{3}$

ч.т.д. $\square$

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-236

№4.

Заметим, что данное число оканчивается на 4, тогда это означает, что оно четное, также заметим, что это число ~~не простое~~ ^{четное} не равно 2, а единственное простое число ~~оканчивающееся на~~ это 2 $\Rightarrow$ следовательно число $2 \dots 234 \dots 4$ - не простое, т.к. кратно само себе и 1 оно еще делится на 2.

~~№5~~

Решение.

~~Заметим, что произведение любых двух чисел~~

Ответ: не является простым числом

№8.

Решение.

Заметим, что произведение любых двух различных натуральных чисел не менее 90 не меньше произведений 90 и 93 равно 8190, т.к. минимальное произведение равно произведению двух минимальных чисел. Также заметим, что произведение любых двух различных натуральных чисел не превышает 90 не больше произведений 90 и 93 равно 8010, т.к. максимальное произведение равно произведению 2 наибольших чисел.

Также заметим, что любое натуральное число от 1 до 93 включительно даёт с 90 произведение от 90 до 8010 включительно

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-236

Заметим, что $x \cdot y$, где $x, y \in \mathbb{N}$, $x < y - 1$,
 меньше $(x-1)(y+1) = xy - y + x - 1 \Rightarrow$ ~~для~~ каждое
 из произведений $89 \cdot 91, 88 \cdot 92, 87 \cdot 93, \dots, 1 \cdot 100$,
~~меньше~~ не больше $89 \cdot 91 = 8099 \Rightarrow$ если
 мы красим число ^х меньше 90 в красный, то
 не можем покрасить ни ~~ни~~ ^{число} $180 - x$ ни число $x(180-x)$,
 которое будет точно принадлежать промежутку
 от 179 до 8099 включительно $\Rightarrow$ м.к. натуральных
 чисел меньше 90 $\Rightarrow$ 89, то мы не можем
 покрасить как минимум 89 чисел в красный,
 м.с. $n \leq 8100 - 89 \Rightarrow n \leq 8101$, ~~а также~~ $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ максимальное n - это 8101.

Например, если банк покрасит все числа от
 90 в красный, то как говорилось ранее
 произведение любых двух чисел из этого
 промежутка не менее $90 \cdot 91 = 8190 \geq$ м.с. произв-
 дения любых двух чисел ^{не} принадлежит красным
 числам

Ответ: $n = 8101$

51

Пусть скорость 1 автобуса $= V_a \Rightarrow$ скорость 2 автобуса $\frac{5}{4}V_a$
(по условию); скорость велосипедиста $= V_b$.

т.к. автобусы и велосипедист выехали в одно время 9:00

$\Rightarrow$ с первым автобусом они встретились через $13 - 9 = 4$ часа

а, со вторым $12:20 - 9:00 = 3:20 = \frac{16}{3}$ часа (т.к. скорость 2 автобуса $>$ скорости велосипедиста)

составим систему уравнений:

т.к. расстояние между А и Б 300 км

$$\begin{cases} 300 = V_a \cdot 4 + V_b \cdot 4 & (1) \\ 300 = V_a \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{16}{3} + V_b \cdot \frac{16}{3} & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad 300 = 4V_a + 4V_b \quad | :4$$

$$75 = V_a + V_b \Rightarrow V_b = 75 - V_a$$

$$(2) \quad 300 = \frac{50}{12} V_a + \frac{16}{3} V_b \quad | \cdot 3$$

$$900 = 12.5 V_a + 16 V_b \quad (\text{теперь подставим вместо } V_b)$$

$$900 = 12.5 V_a + 750 - 16 V_a \Rightarrow V_a = 60$$

$$V_b = 75 - 60 = 15 \text{ км/ч}$$

Ответ: 15

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-200

Б2

Сумма углов выпуклого n -угольника $= (n-2) \cdot 180$
 Известный факт $\Rightarrow$ сумма углов выпуклого 31-угольника
 $= 29 \cdot 180 = 16020$. Предположим, что такой 31-угольник сущес-
 твует $\Rightarrow$ градусная мера всех его углов $: 4 \Rightarrow$ т.к. n -угольника
 выпуклый наименьший его угол < 180 (180-б.б. не может т.к. это
 прямая)
 $\Rightarrow$ максимальный угол < 180 и который $: 4 = 180 - 4 = 176$
 $\Rightarrow$ сумма всех углов выпуклого 31-угольника с углом
 градусная мера которого $: 4 \leq 176 \cdot 31 = 16016$
 (31-угол)
 $16016 < 16020$ (противоречие) т.к. мы предположили, что
 такой 31-угольник существует.

Ответ: нет

Б4

$\underbrace{2 \dots 2}_{2011} \underbrace{34 \dots 4}_{2021}$ - это число не является простым т.к. оканчивается
 на 4 $\Rightarrow : 2 \Rightarrow$ не простое

Ответ: нет

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-200

53

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 = 4(b+c) \end{cases} \quad a)$$

$$a) \Rightarrow a : 2 \Rightarrow \left(\frac{a}{2}\right)^2 = b+c$$

Код участника:
(заполняется организатором)

M10-200

√7

$$x^3 - 3x - 3 = 0$$

- кубическое уравнение $\Rightarrow$ монотонная и возрастающая на всей области определения (имеем 1 корень)

$$\text{Пусть } \sqrt[5]{35} = m \quad \Rightarrow \quad 39 = m^5 \quad \text{при } m = 2.1 \quad m^5 = 40.84101$$

$$40.84101 > 39 \Rightarrow m < 2.1 \quad \text{подставим в уравнение значение } 2.1$$

$$2.1^3 - 3 \cdot 2.1 - 3 = 9.261 - 6.3 - 3 = -0.039 < 0 \quad \Rightarrow \text{корень } x^3 - 3x - 3 > 2.1$$

, а так мы доказали что $\sqrt[5]{35} < 2.1 \Rightarrow$ логарифмическим
 $t > \sqrt[5]{35}$ ■

√8

т.к произведение модных фук красных $\neq$ красному $\Rightarrow$ темное красное $\neq$ на красное. Предположим, что модный цвет имеет

большее количество модных $\Rightarrow$ к другим найдем количество модных

модных ≤ 90 (зависит от 8100 модных) $\Rightarrow$ их произведение < 8100

(и если оно не красное $\Rightarrow$ найдем количество модных ≤ 90

и т.д. пока мы не рассмотрим все цвета от 1 до 90; а так

модные цвета: 1, (красный) $\Rightarrow$ модных красных ≤ 8011

Пример: рассмотрим все цвета от 90 до 8100 включительно
 модных модных $8100 - 90 + 1 = 8011$. Произведение модных фук $\neq$

красному, т.к. модных произведение красных $= 90 \cdot 91 = 8190 > 8100$
 $\Rightarrow$ остальные произведение модных будут > 8100 ■

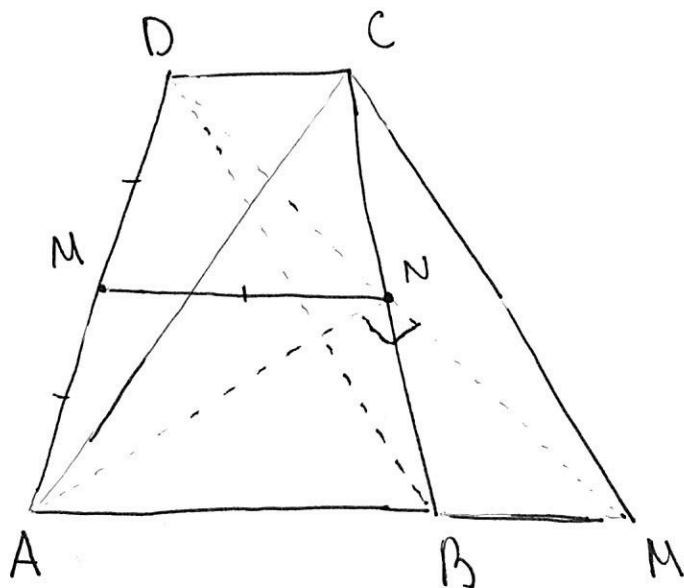
Ответ: 8011

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-200

55

Дано: ABCD-трап $\angle DAC = 10^\circ$ $\angle CAB = 30^\circ$, $AB + CD = AD$ Найти: $\angle ADB$

Проведем сегмент в трап ABCD

MN, так $MN = \frac{DC + AB}{2} \Rightarrow MN = \frac{AD}{2}$ $\Rightarrow DM = AM = MN \Rightarrow \angle DNA = 90^\circ$ т.к. в $\triangle ADN$ медиана = $\frac{1}{2}$ стороны к которой пров.

Продлим AB за точку B на длину отрезка = CD до точки M

 $BM = DC$ Р-м DCMB ($DC = BM$ и $DC \parallel BM$) $\Rightarrow$ это параллелограмм

CM-диагональ; N-точка пересечения диагоналей

т.к. $\angle DNA = 90^\circ \Rightarrow \angle ANM = 180 - 90 = 90$ ($AD = AM$) $\Rightarrow \triangle ADM$ -равнобедр $\Rightarrow AN$ -высота и биссектр $\Rightarrow \angle DAN = \angle NAM = \frac{30 + 10}{2} = 20$ $\Rightarrow \angle NMA = 90 - 20 = 70 \Rightarrow \angle MDC = \angle AMN = 70$

1 страница

- 1.) Пусть скорость автобуса x , тогда $1 - \frac{5}{4}x$, скорость велосиста y
 $t_1 = 12\frac{1}{3} - 9 = 3\frac{1}{3}$, $t_2 = 13 - 9 = 4$. где t_1 - время встречи велосиста с 1 автобусом
 t_2 - время встречи велосиста со 2 автобусом

$$\begin{cases} \frac{5}{4}x \cdot 3\frac{1}{3} + y \cdot 3\frac{1}{3} = 300 \\ x \cdot 4 + y \cdot 4 = 300 \end{cases}$$

$$\frac{1}{6}x = \frac{2}{3}y \quad | \cdot 3$$

$$4x + 4y = \frac{25}{6}x + y \cdot \frac{10}{3} \quad ; \quad \frac{1}{2}x = 2y \quad ; \quad x = 4y, \text{ тогда}$$

$$4y \cdot 4 + 4y = 300; \quad 20y = 300, \quad y = 15 \text{ (км/ч)}$$

Ответ: 15 км/ч скорость велосиста.

- 2.) n - кол-во углов; $S = (n-2) \cdot 180$ - сумма углов в выпуклом многоугольнике
 $S = (91-2) \cdot 180 = 16020$, это сумма ~~всех~~ ^{всех} градусных мер 91-угольника,
 у свойств суммы есть одно правило, что сумма чисел делится на
 какое-то число, только если каждое из этих чисел составляющих
 сумму делится на это число, $16020 : 4 \Rightarrow$ что есть такой
 выпуклый ~~многоугольник~~ ^{многоугольник}, что каждый угол его делится на 4;

~~Ответ: существует~~ Но бороться с выводами не стоит,
 максимальное число меньше 180 и ~~которое~~ ^{которое} делится на 4 это
 176° , если угол будет $\geq 180^\circ$, то многоугольник уже невыпуклый.
 тогда умножив $91 \cdot 176 = 16016 < S$, больше половины градусную
 меру углов мы не можем, что означает, что многоугольник просто
 не существует, а если повысить до 180° , то один из углов уже не будет
 делиться на 4.

Ответ: Нет, не существует.

2 страница

4.) $2 \dots 234 \dots 4$ – искомое число, т.к. у нас есть предположение: 2, то число : 2, если оно оканчивается на число которое делится на два, то и само число делится на 2. Число $2 \dots 234 \dots 4$: 2
Из этого следует, что это число по определению простым быть не может, оно составное.

Ответ: число $2 \dots 234 \dots 4$ не является простым.

$$3.) \begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 4b + 4c \end{cases}$$

$a = 2\sqrt{b+c}$, т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$, то, на них можно делить > 0 .

$$8(b+c)\sqrt{b+c} - b^3 - c^3 = 6\sqrt{b+c}bc;$$

$$8(b+c)\sqrt{b+c} - b^3 - c^3$$

$$\frac{8(b+c)\sqrt{b+c} - b^3 - c^3}{\sqrt{b+c}bc} = 6;$$

$$8(b+c)\sqrt{b+c} - (b^3 + c^3)$$

$$\frac{8(b+c)\sqrt{b+c} - (b^3 + c^3)}{\sqrt{b+c}bc} = 6;$$

$$8(b+c)\sqrt{b+c} - (b+c)(b^2 - bc + c^2)$$

$$\frac{8(b+c)\sqrt{b+c} - (b+c)(b^2 - bc + c^2)}{\sqrt{b+c}bc} = 6$$

$$(b+c)(8\sqrt{b+c} - b^2 + bc - c^2)$$

$$\sqrt{b+c}bc$$

$$= 6;$$

$$(b+c)^{\frac{3}{2}}(8\sqrt{b+c} - (b^2 + 2bc + c^2) + 3bc)$$

$$\sqrt{b+c}bc$$

$$= 6$$

$$8(b+c) - (b+c)^{\frac{5}{2}} + 3bc\sqrt{b+c} = 6bc;$$

$$8(b+c) + 3bc\sqrt{b+c} - 6bc - (b+c)^{\frac{5}{2}} = 0;$$

$$(b+c)(8 - (b+c)^{\frac{3}{2}}) - 3bc(2 - \sqrt{b+c}) = 0$$

$$(2 - \sqrt{b+c})(4(b+c) + 2(b+c)^{\frac{3}{2}} + (b+c)^2 - 3bc) = 0;$$

$$4(b+c) + 2(b+c)^{\frac{3}{2}} + b^2 + 2bc + c^2 - 3bc = 4(b+c) + 2(b+c)^{\frac{3}{2}} + b^2 - 2bc + c^2 + bc =$$

$$= 4(b+c) + 2(b+c)^{\frac{3}{2}} + (b-c)^2 + bc \geq 0, \text{ это всегда больше } 0, \text{ это значит}$$

что в ур-е 1) мы можем получить 0, только, если $(2 - \sqrt{b+c}) \geq 0$.

Код участника:
(заполняется организатором)

M 10-175

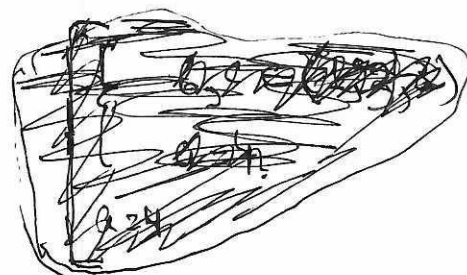
3 стороны



$$\begin{cases} 2 - \sqrt{b+c} = 0 \\ a = 2\sqrt{b+c} \end{cases}$$

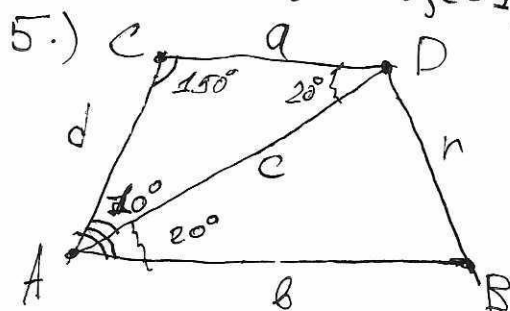
$$\begin{cases} 2 = \sqrt{b+c} \\ a = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b+c = 4 \\ a = 4 \end{cases}$$



Ответ: 1.) $b=1; c=3; a=4$
2.) $b=2; c=2; a=4$
3.) $b=3; c=1; a=4$

$b, c \in (1; 3)$
 $a=4$



Дано: ABCD - трапеция
 $\angle DAC = 30^\circ$
 $\angle CAB = 30^\circ$
 $a+b=c$

Найти: $\angle APB$ - ?

Решение: $\angle ACD = 180^\circ - \angle CAB = 150^\circ$; $\angle DAB = 30^\circ - 10^\circ = 20^\circ = \angle COA$ (н.а.)
 $\cos 20^\circ = \frac{a^2 + c^2 - d^2}{2ac}$ (следствие из м. косинусов.) $\cos 10^\circ = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
также по м. синусов $\frac{a}{\sin 10^\circ} = \frac{c}{\sin 150^\circ} \Rightarrow a = 2c \sin 10^\circ$, м.к. $a+b=c$, то.
 $b = c(1 - 2\sin 10^\circ)$, по аналогии $d = 2c \sin 20^\circ$

$$\frac{a^2 + c^2 - d^2}{2ac} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \Rightarrow a^2bc + c^3b - d^2bc = b^2ac + c^3a - a^2ac$$

$$a^2bc + c^3b - d^2bc = b^2ac + c^3a - a^2ac \quad | :c$$

$$a^2b + c^2b - d^2b = b^2a + c^2a - a^2b + c^2b + d^2b$$

$$r^* = \sqrt{\frac{b^2a + c^2a - a^2b - c^2b + d^2b}{a}}; \quad r = \sqrt{b^2 + c^2 - ab + \frac{-c^2b + d^2b}{a}}$$

$$r = \sqrt{\frac{c^2(1-2\sin 10^\circ)^2 + c^2 - 2c^2 \sin^2 10^\circ (1-2\sin 10^\circ) - a^2(1-\sin 10^\circ) + 4c^2 \sin^2 10^\circ (1-2\sin 10^\circ)}{2 \cdot \sin 10^\circ}}$$

$$r = c \sqrt{(1-2\sin 10^\circ)^2 + 1 - 2\sin^2 10^\circ (1-2\sin 10^\circ) + \frac{4\sin 20^\circ (1-\sin 10^\circ) - (1-\sin 10^\circ)}{2 \sin 10^\circ}}$$

$$r = c \sqrt{3 - 6\sin 10^\circ + 8\sin^2 10^\circ - 4\sin^2 20^\circ + \frac{4\sin 20^\circ - 1}{2 \sin 10^\circ}}$$

4 страница

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-175

$$\frac{b}{\sin \angle ADB} = \frac{r}{\sin 20^\circ}; \quad \sin \angle ADB = \frac{b \cdot \sin 20^\circ}{r}$$

$$\sin \angle ADB = \frac{(1 - 2 \cdot \sin 10^\circ) \cdot \sin 20^\circ}{\sqrt{3 - 6 \sin 10^\circ + 8 \sin^2 10^\circ - 4 \sin^2 20^\circ + \frac{4 \sin 20^\circ - 1}{2 \sin 10^\circ}}}$$

Ответ:

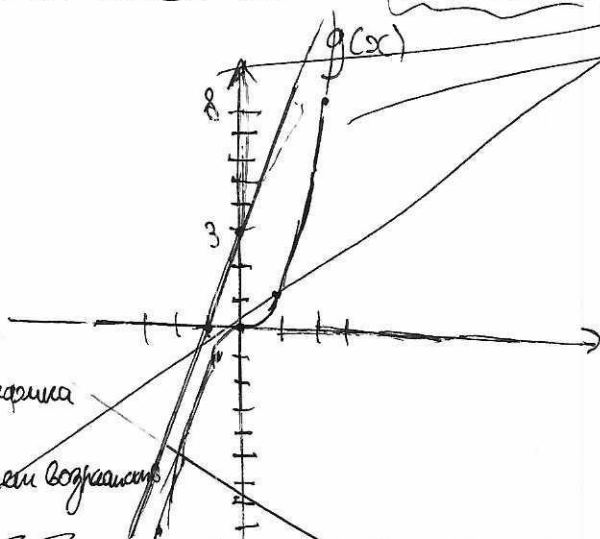
$$\angle ADB = \arcsin \left(\frac{(1 - 2 \sin 10^\circ) \sin 20^\circ}{\sqrt{3 - 6 \sin 10^\circ + 8 \sin^2 10^\circ - 4 \sin^2 20^\circ + \frac{4 \sin 20^\circ - 1}{2 \sin 10^\circ}}} \right)$$

6.) $x^3 - 3x - 3 = 0$

$$x^3 = 3x + 3$$

$$f(x) = x^3$$

$$g(x) = 3x + 3$$



На какой точке графика

x^3 именно на $(0; +\infty)$ будем возрастать как и $g(x)$.

~~График $f(x)$ будет возрастать, как и $g(x)$ убывать.~~

Возьмем производную $f'(x) = (x^3)' = 3x^2$, и от $g'(x) = (3x + 3)' = 3$

в какой-то момент, а именно в т. ~~где $x = \sqrt{1.5}$~~ скорость роста ~~функции $f(x)$~~ функции $f(x)$ будет меньше, чем функции $g(x)$

5 страница

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-175

$$x^3 - 3x + 3 = 0$$

$$x^3 = 3x + 3$$

$$f(x) = x^3$$

$$g(x) = 3x + 3$$

Возьмем производную от $f(x)$ и $g(x)$

$$f'(x) = 3x^2$$

$$g'(x) = 3$$

скорость роста функций

$f'(x)$ становится

меньше $f'(x)$ на промежутке

$$[x > \sqrt{3.5}]$$

$$[x < -\sqrt{3.5}]$$

$\Rightarrow$ что ур-е будет иметь 2 корня,

один из которых меньше $-\sqrt{3.5}$ нас не интересует.

Сейчас нам нужно доказать только то, что $f(\sqrt[5]{39}) < g(\sqrt[5]{39})$ тогда, $f(x)$ еще не пересечет $g(x)$ в т. $x=t$.

$$\sqrt[5]{39}^3 < 3\sqrt[5]{39} + 3$$

$$2 < \sqrt[5]{39} < 3;$$

$$2 < \sqrt[5]{39} < 3$$

$$8 < 3\sqrt[5]{39} < 9;$$

$$8 < \sqrt[5]{39}^3 < 27$$

$$9 < 3\sqrt[5]{39} + 3 < 12;$$

$$\text{и т.к. } 9 < 3\sqrt[5]{39} + 3 < 12, \text{ а } 8 < \sqrt[5]{39}^3 < 27$$

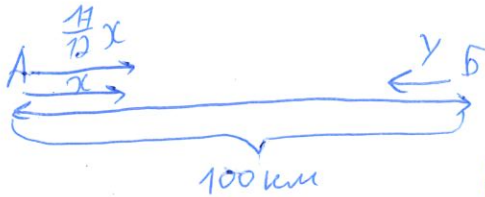
$$\text{то } \sqrt[5]{39}^3 < 3\sqrt[5]{39} + 3 \Rightarrow t = \sqrt[5]{39}, \text{ а.т.д.}$$

Код участника:

(заполняется организатором)

Ш10-161

1.



9:00 Выезд
 10:00 Встреча I авт и вел.
 10:20 Встреча II авт и вел.

Пусть $V_{I \text{ авт.}} = x$, тогда $V_{II \text{ авт.}} = \frac{17}{12}x$

I авт и вел. встретились через 1 час

II авт и вел. встретились через $\frac{4}{3}$ часа

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{17}{12}x \cdot 1 + y \cdot 1 = 100 \\ x \cdot \frac{4}{3} + y \cdot \frac{4}{3} = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{17}{12}x + y = 100 \\ x \frac{4}{3} + \frac{4}{3}y = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 100 - \frac{17}{12}x \\ \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}(100 - \frac{17}{12}x) = 100^* \end{cases}$$

$$* \frac{4}{3}x + \frac{400}{3} - \frac{17}{9}x = 100 \quad | \cdot 9$$

$$12x + 1200 - 17x = 900$$

$$-5x = -300 \quad | :(-5)$$

$$x = 60 \Rightarrow V_{II \text{ авт.}} = 60$$

$$y = 100 - \frac{17}{12}x$$

$$y = 100 - \frac{17}{12} \cdot 60$$

$$y = 100 - 85$$

$$y = 15 \text{ км/ч} \Rightarrow V_{\text{вел.}} = 15 \text{ км/ч}$$

Ответ: 15 км/ч

2.

Для начала посчитаем сумму углов 73-угольника по формуле $180(n-2)$

$$180(73-2) = 180 \cdot 71 = 12780$$

Теперь разделим сумму углов на количество углов, если результат будет кратно 5, то такой выпуклый 73-угольник существует.

$$12780 : 73 \approx 175,205... \Rightarrow 175,205... \text{ не кратно } 5 \Rightarrow \text{не существует}$$

Ответ: не существует.

Код участника:

(заполняется организатором)

ШО-161

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 3b + 3c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 - 3ak = 0 \\ a^2 = 3b + 3c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^3 = b^3 + c^3 + 3abc : a \\ a^2 = 3b + 3c \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = \frac{b^3}{a} + \frac{c^3}{a} + 3bc \\ a^2 = 3b + 3c \end{cases} \Rightarrow \frac{b^3}{a} + \frac{c^3}{a} + 3bc = 3b + 3c$$

Ответ:

- 1) На 2 цифры не делится 4.
- 2) Рассмотрим начало числа: 22222222...
 $22222222... : 3 = 740740740...$
 Цифры из трёх повторяющихся чисел, но важно учесть, что первое делится число: 22, поэтому вернее записать как 074074074...
 2024 не кратно трём, 2022 кратно. Цифры закончатся после 2022 цифр 2. Добавим ^{первую} оставшиеся две цифры 675 непачное числа: 07. После деления 22 на 7 в остатке останется 1.
 Сложим следующее число: 7; $17 : 3 = 5$ с остатком 2. Сложим.
 Оставшееся число: $2999999 : 3 = 999999... \Rightarrow$ Число не кратно 3.
- 3) На 5 цифры не делится.
- 4) Рассмотрим начало числа: 2222222222...
 $2222222222... : 7 = 317460317460...$
 Цифры из шести повторяющихся чисел, но важно учесть, что первое делится число: 22, поэтому вернее записать

как 031746031746...

2024 не кратно шести, 2022 кратно. Уши закончили после 2022 цифр 2. Добавляем ^{первые} оставшиеся две цифры 338 нечетного числа: 03. Тогда делим 22 на 73 в остатке оставшиеся 1.

Сносим следующее число: 7; $17:7=2$ с остатком 3.

Сносим. Оставшееся число: 3999999

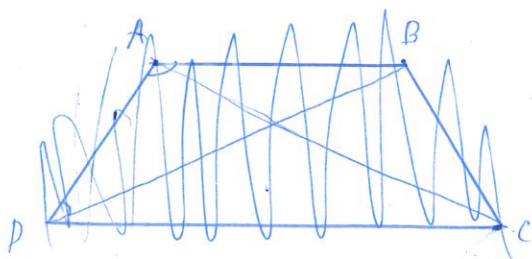
3999999... : 7 = 571428571428...

Уши из шести повторяющихся чисел. 2024 не кратно шести, 2022 кратно. Уши закончили после 2022 цифр 2. Сносим остаток и добавляем ^{первые} оставшиеся две цифры 338 нечетного числа: 57.

$399:57=7 \Rightarrow$ число кратно делится на 7. (3 ~~остаток~~ остаток от предыдущего деления)

Делитель числа 2...27999...9 - 7, соответственно, оно простое.

Ответ: нет

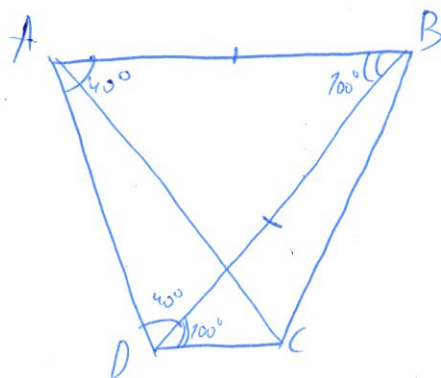


5.
 $AB + CD = AD$
 $AB \parallel CD$
 $\angle BAD = \angle ADB = 40^\circ$
 $\angle DAC = ?$

Решение:

$\angle ABD = 180^\circ - \angle BAD - \angle ADB = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$
 $\angle BDC$ и $\angle ABD$ - накрест лежащие при параллельных AB и CD и секущей $BD \Rightarrow \angle BDC = \angle ABD = 100^\circ$
 $\angle ADC = \angle ADB + \angle BDC = 40^\circ + 100^\circ = 140^\circ$
 $\angle DAC = 30^\circ$

Ответ: 30°



Код участника:

(заполняется организатором)

ШКО-161

6

$$abc + ab + bc + ac + a + b + c = 1023$$

Для начала выделим группу ответов $(1023; 0; 0); (0; 1023; 0); (0; 0; 1023)$. Также будут три ответа, если a, b или $c = 0$ и еще ± 3 в остальных случаях, ведь порядок цифр может меняться, а от перестановки слагаемых или множителей сумма не изменится, а в примере присутствует только система

Ответ: 9

7.

$\pm$ - корень уравнения $x^3 - 3x - 4 = 0$

Док-то: $\pm > \sqrt[5]{46}$

$$2 < \sqrt[5]{46} < 2,5$$

$$x^3 - 3x - 4 = 0$$

$$x(x^2 - 3) = 4$$

При $x \in (-\infty; -\sqrt{3})$ не решит, т.к. произведение будет всегда отрицательным

~~при $x = -\sqrt{3}$ не~~

$x = -\sqrt{3}$ не подходит, т.к. произведение будет равно нулю

При $x \in (-\sqrt{3}; -\sqrt{3}) \setminus \{0\}$ не решит, т.к. произведение всегда будет отрицательным или < 4

~~при $x = 0$ не~~ подходит, т.к. произведение будет равно нулю

При $x = \sqrt[5]{46}$ произведение будет < 4

При $x \in (\sqrt{3}; \sqrt[5]{46})$ произведение будет < 4

$$\Rightarrow \pm > \sqrt[5]{46}$$

Ч.Т.Д.

8.

Нужно записать максимальное число итак с наибольшим натуральным числом так, чтобы произведение было > 8100 . То есть, необходимо, чтобы $x_{\text{min}} \cdot (x_{\text{min}} + 1) \geq 8100$; $\sqrt{8100} = 90$. Получим пары 89; 90 и 90; 91!

$89 \cdot 90 = 8010$ (а это - одно из загражденных чисел)

$90 \cdot 91 = 8190 \Rightarrow 90$ - минимальное загражденное число.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

Примечание: 89 ^{максимальной} также можно закрасить, а 8010 не закрашивать, но ^{сумма} закраски чисел не меняется.

Из вышесказанного следует, что незачисленным будут только первые 89 чисел $\Rightarrow n = 8011$.

Ответ: 8011.

Код участника:

(заполняется организатором)

M 10-139

N1

Пусть S – расстояние между А и Б
 x – скорость автобуса с большей скоростью
 y – скорость автобуса с меньшей скоростью
 z – скорость велосипедиста

тогда: $x = \frac{5y}{4}$; велосипедист быстрее встретит автобус со скоростью x , т.к. скорость сближения больше чем с другим автобусом ($x > y$). Тогда:

$$(1) \begin{cases} S = (x+z) \cdot t_1; t_1 = 12 \text{ ч.} \end{cases} \text{ тогда } 9x = 32 \text{ км} = 3 \frac{1}{3}x = \frac{10}{3}x$$

$$(2) \begin{cases} S = (y+z) \cdot t_2; t_2 = 13 \text{ ч.} - 9 \text{ ч.} = 4 \text{ ч.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = (\frac{5y}{4} + z) \cdot \frac{10}{3} \\ S = (y+z) \cdot 4 \end{cases} \Rightarrow (\frac{5y}{4} + z) \cdot \frac{10}{3} = (y+z) \cdot 4$$

$$\frac{50y}{12} + \frac{10z}{3} = 4y + 4z \cdot 12$$

$$50y + 40z = 48y + 48z; \quad 2y = 8z; \quad y = 4z$$

подставим $y = 4z$ в (2):

$$S = (4z+z) \cdot 4 = 20z; \quad S = 300 \text{ км по усл.}$$

$$\Rightarrow z = \frac{S}{20} = \frac{300}{20} = 15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Ответ: $z = 15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$

~~Пусть x_1, x_2, x_3 такое возможно, тогда обозначим углы в мм-ке так: $4x_1, 4x_2, 4x_3, \dots, 4x_{91}$, где $4x_i \in \mathbb{N}$ т.к. $4x_i \div 4$ и $x_i \in \mathbb{N}$ т.к. $4x_i \div 4$~~

~~Сумму градусных мер углов по формуле $180(n-2) = 180 \cdot (91-2) = 180 \cdot 89$ мы можем высчитать пусть $S = x_1 + x_2 + \dots + x_{91} \Rightarrow 180 \cdot 89 = 4S \div 4$~~

$$4005 = 45 \cdot 89 = S$$

~~Предположим, что $x_1 \neq x_2 \neq x_3 \neq \dots \neq x_{91}$ и посчитаем для таких x_i минимальную $S \Rightarrow S_{\min} = 1+2+3+\dots+91 = \frac{1+91}{2} \cdot 91 = 46 \cdot 91 = 4186$~~

$$4186 - 4005 = 181 \Rightarrow \text{нужно уменьшить есть какие-то равные углы}$$

S	
4186	$1+2+3+\dots+91$ $46+46+46+\dots+46$
4036	$1+1+2+\dots+90$
4007	$1+1+1+2+\dots+89$ 1
4005	$1+1+1+1+1+4+\dots+89$

Соответственно $4; 4; 4; 4; 4; 16; 20 \dots$

Код участника:

(заполняется организатором)

M 10-139

числа $\underbrace{2 \dots 2}_{2024 \text{ раза}} \underbrace{34 \dots 4}_{2024 \text{ раза}}$ — проверим на признаки делимости N^4

1) число заканчивается на 4 : 2 $\Rightarrow$ все числа : 2

2) сумма цифр числа равна $2 \cdot 2024 + 3 + 4 \cdot 2024 = 6 \cdot 2024 + 3 = 3(2 \cdot 2024 + 1) = 3 \cdot 4049 \equiv 3 \Rightarrow$ все числа : 3

из ~~этих~~ 2-х пунктов видно, что число : 2 и число : 3
 $\Rightarrow \underbrace{2 \dots 2}_{2024 \text{ раза}} \underbrace{34 \dots 4}_{2024 \text{ раза}} = 6k$, где $k \in \mathbb{N}$ и $k > 1$ иначе $2 \dots 234 \dots 4 = 6$ противоречие

$\Rightarrow$ число $2 \dots 234 \dots 4$ разбивается хотя бы на 3 множителя
 $\Rightarrow$ число не простое

Ответ: число не простое. N^4

$$x^3 - 3x - 3 = 0$$

$$x = t \Rightarrow t^3 - 3t - 3 \neq 0; t^3 = 3(t+1) \quad | t+1$$

$$(t+1)(t^2 - t + 1) = 3(t+1) + 1; (t+1)(t^2 - t - 2) = 1$$

$$(t+1)^2(t-2) = 1$$

$$D = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9$$

$$t = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 2 \\ -1 \end{cases}$$

Предположим, что $t \leq \sqrt{391}$

если $t+1 \leq 0$, то $t \leq -1 \Rightarrow t-2 \leq -3 \Rightarrow (t+1)^2(t-2) < 0$ — не может быть

$$\Rightarrow t+1 > 0; t > -1$$

$$\left\{ \begin{aligned} (t+1)^2 &= \frac{1}{t-2} & t-2 < \sqrt{391}-2 & ; \sqrt{391} \sqrt{\frac{11}{5}} \\ & & \sqrt{391}-2 < 2,2-2 & ; 39 \sqrt{\frac{11}{5}} \end{aligned} \right.$$

$$\frac{1}{t+2} > 5$$

$$(t+1)^2 > 5$$

$$t+1 > \sqrt{5}, \text{ т.к. } t+1 > 0$$

$$t > \sqrt{5} - 1$$

$$t-2 < 0,2; t-2 < \frac{1}{5}$$

$$t < 2,2; t < \frac{11}{5}$$

$$\frac{1}{t-2} > 5$$

$$11^5 = 11 \cdot 11^2 \cdot 11 = 121 \cdot 11 \cdot 11 = 161051$$

$$5^5 = 125 \cdot 25 = 3125$$

$$\frac{161051}{3125} = 51,55232$$

$$39 \cdot 11^5 = 5769999$$

$$39 \cdot 11^5 = 5769999$$

N 6

$$abc + 2ab + 2bc + 2ac + 4a + 4b + 4c = 504$$

$$(a+2)(b+2)(c+2) = (ab + 2a + 2b + 4)(c+2) = abc + 2ac + 2bc + 4c + 2ab + 4a + 4b + 8 =$$

$$= (abc + 2ac + 2bc + 2ab + 4a + 4b + 4c) + 8 \Rightarrow \text{добавим и отнимем}$$

$$(a+2)(b+2)(c+2) = 504 + 8 = 512 = 2^9$$

1) $a+2 = 2 \Rightarrow a = 0$; $(b+2)(c+2) = 2^8$; $(b+2)(c+2) = 2^7$; $(a+2) \in \mathbb{Z}; (b+2) \in \mathbb{Z}; (c+2) \in \mathbb{Z}$
пусть a , не равная нулю, $a+2 = 2^k$, где $k \geq 3$

тогда $a+2 = 2^k \Rightarrow a = 2^k - 2 = 2(2^{k-1} - 1) \Rightarrow (a+2)$ содержит множитель не кратный 2, но 2^9 содержит только $2 \Rightarrow$ степени двойки у любого числа $(a+2), (b+2), (c+2)$ меньше 3

Подбор:

1) $(a+2) = 1 \Rightarrow (b+2)(c+2) = 2^9 \Rightarrow$ по принципу Дирихле у какого-то числа из $(b+2), (c+2)$ степень двойки ≥ 5 чего не может быть

2) $(a+2) = 2 \Rightarrow (b+2)(c+2) = 2^8$

$\Rightarrow$ по принципу Дирихле у какого-то числа степень двойки ≥ 4 , чего не может быть

3) $(a+2) = 2^2 = 4 \Rightarrow (b+2)(c+2) = 2^7$

$\Rightarrow b = -1; b = 0; c = 2^3 - 2 = 510$
 $b = 2^3 - 2 = 510; c = 2^3 - 2 = 510$
 $b = 2^4 - 2 = 14; c = 2^3 - 2 = 510$

$b = 2^3 - 2 = 510; c = 2^6 - 2 = 62$
 $b = 2^4 - 2 = 14; c = 2^5 - 2 = 30$

Рассчитаем варианты:

Пусть $a+2, b+2, c+2 \in \mathbb{Z}$ т.к. $a, b, c \in \mathbb{Z}$

значит $a+2, b+2, c+2$ могут быть отрицательными

Пусть $(a+2), (b+2), (c+2) \neq 0$; На каждое число будем выбирать степени двойки:

1.1) $(a+2) = 2 \Rightarrow$ на $(b+2)(c+2)$ остается $2^8 \Rightarrow 9$ т.к. нечетно $\Rightarrow$ решений

1.2) $(a+2) = 2^2 \Rightarrow$ на $(b+2)(c+2)$ остается $2^7 \Rightarrow 7$ реш.

1.3) $(a+2) = 2^3 \Rightarrow$ ост. $2^6 \Rightarrow 6$ реш.

1.4) $(a+2) = 2^4 \Rightarrow$ ост. $2^5 \Rightarrow 5$ реш.

1.5) $(a+2) = 2^5 \Rightarrow$ ост. $2^4 \Rightarrow 5$ реш.

1.6) $(a+2) = 2^6 \Rightarrow$ ост. $2^3 \Rightarrow 4$ реш.

1.7) $(a+2) = 2^7 \Rightarrow$ ост. $2^2 \Rightarrow 3$ реш.

1.8) $(a+2) = 2^8 \Rightarrow$ ост. $2^1 \Rightarrow 2$ реш.

1.9) $(a+2) = 2^9 \Rightarrow$ ост. $2^0 \Rightarrow 1$ реш.

1.10) $(a+2) = 1 \Rightarrow$ ост. $2^9 \Rightarrow 10$ реш.

Всего вариантов без учета минусов $= 10 + 9 + 8 + \dots + 1 = \frac{10+1}{2} \cdot 10 = 55$

Теперь расставим минусы на $(a+2), (b+2), (c+2)$ может быть 4 варианта расстановки минусов $\Rightarrow$ всего вариантов $55 \cdot 4 = 220$

Код участника:

(заполняется организатором)

M10-139

Предположим, что такое ^{N2} возможно
Пусть S – сумма всех углов 31-угольника, $S \in \mathbb{N}$
тогда $180(n-2) = 4S$; $180 \cdot 29 = 4S \mid 4$

$$S = 95 \cdot 29 = 4005; S = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{31}, \text{ где } x_i = \text{мера угла}$$

$x_i < 45$, т.к. иначе какой-то угол больше либо равен 180°
чего не может быть, т.к. если больше 45° , то мн-ка
не выпуклый, а если равно 45° , то какой-то угол
равен $180^\circ \Rightarrow$ получился 30-угольник

$$\begin{array}{r} 4005 \overline{) 31} \\ 364 \overline{) 44} \\ 365 \\ \hline 3694 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\Rightarrow 4005 = 44 \cdot 29 + 1; S = 44 \cdot 29 + 1 = 1276$$

$\Rightarrow$ по теореме Дирихле какой-то

x_i ~~у~~ больше либо равен $45 \Rightarrow$ какой-то угол
либо равен 180° , что означает, что 30-угольник, либо больше 180°
что означает, что не выпуклый 31-угольник
 $\Rightarrow$ противоречие $\Rightarrow$ не существует такого мн-ка

Ответ: не ~~может~~ существует.

N3

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 4(b+c) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a(a^2 - 3bc) &= b^3 + c^3 \\ a(4b - 3bc + 4c) &= b^3 + c^3 \\ a &= \frac{b^3 + c^3}{4b - 3bc + 4c} \end{aligned}$$