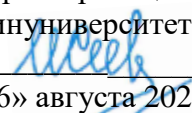


Федеральное государственное образовательное бюджетное
учреждение высшего образования
«Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

УТВЕРЖДАЮ
Директор Лицея
Финансового университета


И.В. Сивцова
«26» августа 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ
«СЛОЖНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ»
Среднее общее образование

Москва – 2025

Рабочая программа согласована
на заседании педагогического совета
Протокол от № 1 от «26» августа 2025 г.

Рабочая программа курса внеурочной деятельности

«Сложные задачи по геометрии»

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа курса внеурочной деятельности «Сложные задачи по геометрии» рассчитана на обучающихся выпускного одиннадцатого класса. Процесс решения задач служит одним из средств овладения системой научных знаний по тому или иному учебному предмету. Особенно велика его роль при обучении математике, где задачи выступают действенным средством формирования основополагающих математических знаний и умений. В процессе решения, обучающиеся овладевают методами решения различных геометрических задач, знакомятся с прикладными вопросами геометрии. Решение сложных задач в выпускном классе служит повторению, обобщению и систематизации полученных ранее знаний, а также формирует базу для дальнейшего изучения математических дисциплин в вузе.

Программа курса ориентирует учителя на дальнейшее совершенствование уже усвоенных обучающимися знаний и умений. Для этого вся программа делится на несколько разделов. В программе выделены основные разделы школьного курса геометрии, в начале изучения которых с обучающимися повторяются основные теоретические факты и понятия, а также формулы данного раздела. При подборе задач по каждому разделу можно использовать вычислительные и качественные задачи, позволяющие эффективно повторить теоретический материал, а также задачи различной сложности, которые выстраиваются в последовательность с нарастающей сложностью.

При решении задач по геометрии особое внимание уделяется построению чертежа, переводу задачи на язык чертежа и записи «Дано», логически грамотному построению доказательства со всеми необходимыми ссылками на теоретический материал, навыкам вычислений, на накопление опыта решения задач различной трудности.

При повторении обобщаются, систематизируются как теоретический материал, так и приемы решения задач, принимаются во внимание цели повторения при подготовке к единому государственному экзамену.

Цель программы

- повторить курс планиметрии, изучение которого закончилось в 9 классе;
- обеспечить дополнительную поддержку обучающихся для сдачи единого государственного экзамена по математике (эта часть программы предусматривает решение задач главным образом базового и отчасти повышенного уровня);

- развить содержание курса геометрии для изучения на профильном уровне (эта часть программы предусматривает решение задач повышенного и высокого уровня).

В соответствии с планом внеурочной деятельности Лицея на освоение курса внеурочной деятельности «Сложные задачи по геометрии» отводится 96 часов. Рабочая программа предусматривает обучение решению задач по планиметрии в объеме 2 часа в неделю в течение 1 учебного года. Распределение часов для изучения различных разделов программы не является жестко детерминированным. Оно может варьироваться в зависимости от подготовленности и запросов обучающихся.

Используемые учебники и пособия

1. Гордин Р.К. ЕГЭ 2020. Математика. Геометрия. Планиметрия. Задача 16 (профильный уровень) / Под ред. И.В. Ященко. — М., 2021.
2. Гордин Р.К. ЕГЭ 2020. Математика. Геометрия. Стереометрия. Задача 14 (профильный уровень) / Под ред. И.В. Ященко. — М., 2021.
3. Эйсымонт И.М. Сборник задач для подготовки к ЕГЭ по математике (профильный уровень): учебное пособие // Москва: РУСАЙНС, 2020
4. ЕГЭ-2019/2020: Математика. Профильный уровень: Типовые экзаменационные варианты. 36/10 вариантов профильный уровень / под ред. И.В. Ященко. – М.: Национальное образование, 2021

Литература и Интернет-ресурсы

1. <http://math100.ru/ege/ege-profil/>
2. <http://alexlarin.net/>

РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ «СЛОЖНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ»

Личностные результаты

- в ценностно – ориентационной сфере – чувство гордости за российскую математическую науку, гуманизм, положительное отношение к труду, целеустремленность;
- в трудовой сфере – готовность к
- осознанному выбору дальнейшей образовательной траектории;
- в познавательной (когнитивной, интеллектуальной) сфере – умение управлять своей познавательной деятельностью.

Метапредметные результаты

- овладение умениями проводить анализ поставленной задачи, подбирать и реализовывать методы решения, анализировать результаты;
- развитие познавательных интересов, интеллектуальных и творческих способностей в процессе решения геометрических задач и самостоятельного

- приобретения новых знаний, расширение границ применимости геометрических знаний;
- воспитание духа сотрудничества в процессе совместного выполнения задач, уважительного отношения к мнению оппонента, обоснованности высказываемой позиции, готовности к морально-этической оценке использования научных достижений, уважения к творцам науки и техники, обеспечивающим ведущую роль математики в современном мире;
 - использование приобретенных знаний и умений для решения практических, жизненных задач, рационального природопользования и защиты окружающей среды, обеспечения безопасности жизнедеятельности человека и общества.

Предметные результаты

Обучающиеся должны уметь:

- анализировать математическую проблему;
- проговаривать вслух решение;
- анализировать полученный ответ;
- классифицировать предложенную задачу;
- составлять простейших задачи;
- последовательно выполнять и проговаривать этапы решения задачи средней трудности;
- выбирать рациональный способ решения задачи;
- решать комбинированные задачи;
- владеть различными методами решения задач: аналитическим, графическим и т.д.

СОДЕРЖАНИЕ КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ «СЛОЖНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ» С УКАЗАНИЕМ ФОРМ ОРГАНИЗАЦИИ И ВИДОВ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

1. Планиметрия

Треугольник. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат. Трапеция. Окружность и круг. Вписанные и описанные окружности. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника. Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности. Длина отрезка, ломаной, окружности; периметр многоугольника. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора. Координаты и векторы на плоскости.

2. Стереометрия

Прямые и плоскости в пространстве. Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма.

Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде. Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида. Сечения куба, призмы, пирамиды. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр). Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка. Шар и сфера, их сечения. Угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми; расстояние между параллельными плоскостями. Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы. Объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара. Координаты и векторы в пространстве.

Итоговое тестирование

Формы организации и виды деятельности

- проведение практического занятия;
- проведение лекции.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№ п/п	Тема	Форма деятельности	Количество часов на изучение
Планиметрия			
1.	Диагностическая работа		1
2.	Медиана прямоугольного треугольника	практическое занятие; лекция	3
3.	Удвоение медианы	практическое занятие; лекция	3
4.	Параллелограмм. Средняя линия треугольника	практическое занятие; лекция	3
5.	Трапеция	практическое занятие; лекция	3
6.	Высоты и биссектрисы треугольника	практическое занятие; лекция	3
7.	Отношение отрезков	практическое занятие; лекция	3
8.	Отношение площадей	практическое занятие; лекция	3
9.	Касательная к окружности	практическое занятие; лекция	3
10.	Касающиеся окружности	практическое занятие; лекция	3
11.	Пересекающиеся окружности	практическое занятие; лекция	2
12.	Окружности, связанные с	практическое занятие;	3

	треугольником и четырехугольником	лекция	
13.	Пропорциональные отрезки в окружности	практическое занятие; лекция	2
14.	Углы, связанные с окружностью	практическое занятие; лекция	2
15.	Вспомогательные подобные треугольники	практическое занятие; лекция	3
16.	Некоторые свойства высот и точки их пересечения	практическое занятие; лекция	2
Стереометрия			
17.	Построения на проекционном чертеже	практическое занятие; лекция	2
18.	Угол между прямыми	практическое занятие; лекция	2
19.	Угол между плоскостями	практическое занятие; лекция	2
20.	Расстояние от точки до прямой. Расстояние от точки до плоскости	практическое занятие; лекция	2
21.	Угол между прямой и плоскостью	практическое занятие; лекция	2
22.	Расстояние между скрещивающимися прямыми	практическое занятие; лекция	2
23.	Площадь сечения	практическое занятие; лекция	2
24.	Объем многогранника	практическое занятие	2
25.	Фигуры вращения	практическое занятие; лекция	2
26.	Элементы правильных пирамид	практическое занятие; лекция	2
27.	Метод координат	практическое занятие; лекция	6
	Итого		68 часов

Методические рекомендации

Особенность данного курса состоит в том, что прежде всего рассматриваются конфигурации, наиболее часто встречающиеся в задачах школьного курса. Далее рассматриваются способы нахождения различных элементов геометрических фигур и методы решения геометрических задач.

I. Планиметрия

Медиана прямоугольного треугольника

Рассматривается свойство медианы, проведенной из вершины прямого угла, а также обратная теорема.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определения прямоугольного и равнобедренного треугольников, определение медианы; свойства медиан, свойства углов треугольника.

Удвоение медианы

Рассматривается прием решения задач, основанный на удвоении медианы.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определение параллелограмма; свойства диагоналей параллелограмма; признак параллельности двух прямых; свойства углов при параллельных прямых и секущей.

Параллелограмм. Средняя линия треугольника

Здесь продолжается изучение свойств параллелограмма, начатое в предыдущей теме, обсуждаются свойства средней линии треугольника.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определение средней линии треугольника и ее свойства.

Трапеция

Рассматриваются дополнительные построения в задачах с трапецией такие как перенос боковой стороны или диагонали. Обсуждается замечательное свойство трапеции.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определение трапеции и ее свойства; замечательное свойство трапеции; понятие параллельного переноса.

Высоты и биссектрисы треугольника

Рассматриваются различные приемы нахождения высот и биссектрис треугольника.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определения биссектрисы и высоты треугольника; свойства высот треугольника; формулы для нахождения площади треугольника; свойства биссектрис; теорема косинусов.

Отношение отрезков

Рассматриваются задачи, которые решаются с помощью теоремы о пропорциональных отрезках.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: признаки равенства и признаки подобия треугольников; теорема Фалеса и обратная к ней.

В этой теме целесообразно рассмотреть и доказать теорему Менелая.

Отношение площадей

Рассматриваются задачи на отыскание отношения площадей фигур при известных отношениях линейных размеров, и обратная задача отыскания отношения отрезков при известных отношениях площадей.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: понятие площади фигуры; формулы для отыскания площадей треугольников и четырехугольников.

Касательная к окружности

Рассматриваются свойства касательной к окружности.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определения окружности, радиуса окружности, касательной к окружности; свойства радиуса, проведенного в точку касания; свойство двух касательных, проведенных из одной точки к окружности.

Касающиеся окружности

Рассматриваются два вида касания: внешним и внутренним образом.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: основное свойство касающихся окружностей; свойства окружности, вписанной в угол.

Пересекающиеся окружности

Рассматриваются задачи с двумя и более пересекающимися окружностями.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определение и свойства хорды; свойство центров пересекающихся окружностей.

Окружности, связанные с треугольником и четырехугольником

Рассматриваются методы нахождения радиусов описанной, вписанной и внеписанной окружностей треугольника, а также задачи, связанные с вписанными и описанными четырехугольниками.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определения и свойства описанной, вписанной и внеписанной окружностей треугольника; определение описанного четырехугольника; определение вписанного четырехугольника; свойство углов вписанного четырехугольника; свойство сторон описанного четырехугольника; теорема синусов.

Пропорциональные отрезки в окружности

Рассматриваются теоремы о произведении отрезков пересекающихся хорд окружности, о касательной и секущей, а также следствия из них.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: теорему о произведении отрезков пересекающихся хорд окружности, теорему о касательной и секущей.

Углы, связанные с окружностью

Рассматриваются задачи, где свойства вписанных и центральных углов существенно упрощают доказательство.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определения вписанного и центрального углов, понятие угловой величины дуги; признак вписанного четырехугольника.

Вспомогательные подобные треугольники

Рассматриваются задачи, для решения которых необходимо найти пару подобных треугольников.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: признаки подобия треугольников.

Некоторые свойства высот и точки их пересечения

Обсуждаются некоторые важные свойства высот, серединных перпендикуляров и точки пересечения высот.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определения высот и серединных перпендикуляров; свойства точки пересечения высот.

II. Стереометрия

Построения на проекционном чертеже

Рассматриваются вопросы изображения пространственных фигур на плоскости.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: понятие параллельной проекции; свойства параллельных проекций.

Угол между прямыми

Рассматриваются методы отыскания угла между пересекающимися и скрещивающимися прямыми.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определение скрещивающихся прямых; понятие параллельных прямых в пространстве; определение угла между скрещивающимися прямыми.

Угол между плоскостями

Решаются задачи на отыскание угла между плоскостями, на доказательство перпендикулярности или параллельности плоскостей.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определение двугранного угла; определение линейного угла двугранного угла; определение угла между плоскостями; признак перпендикулярности прямой и плоскости; признак перпендикулярности плоскостей.

Расстояние от точки до прямой. Расстояние от точки до плоскости

Рассматриваются задачи на отыскание расстояния от точки до прямой через высоту некоторого треугольника и от точки до плоскости через длину перпендикуляра.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определение расстояния от точки до прямой; определение расстояния от точки до плоскости.

Угол между прямой и плоскостью

Решаются задачи на отыскание угла между прямой и плоскостью через расстояние от некоторой точки на прямой до плоскости.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определение угла между прямой и плоскостью; понятие проекции прямой на плоскость; теорема о трех перпендикулярах.

Расстояние между скрещивающимися прямыми

Рассматривается один из наиболее сложных вопросов стереометрии – отыскание расстояния между скрещивающимися прямыми. Обсуждаются несколько методов отыскания этого расстояния: как расстояние от одной прямой до параллельной плоскости, содержащей вторую прямую, как длина общего перпендикуляра, через формулу для объема тетраэдра.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определение общего перпендикуляра скрещивающихся прямых; определение расстояния между скрещивающимися прямыми; формула для объема тетраэдра.

Площадь сечения

Рассматриваются задачи на отыскание площади сечения непосредственно через формулы планиметрии и через площадь ортогональной проекции.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: понятие сечения тела плоскостью; методы построения сечений; теорема о площади ортогональной проекции.

Объем многогранника

Рассматриваются различные формулы объемов многогранников, соотношение между объемами подобных многогранников.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: формулы для объема призмы и пирамиды; формула объема треугольной призмы через площадь боковой грани; теорема об отношении объемов подобных многогранников.

Фигуры вращения

Рассматриваются задачи, связанные с телами вращения, определением их объемов и площадей поверхностей, построением сечений тел вращения плоскостями. Обсуждаются вопросы симметрии тел вращения.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определения шара, конуса и цилиндра; формулы для объемов шара, конуса и цилиндра; формулы для площадей поверхностей шара, конуса и цилиндра; свойства сечений тел вращения.

Элементы правильных пирамид

Рассматриваются общие свойства правильных пирамид, а также особенности, связанные с правильным многоугольником, лежащим в основании правильной пирамиды.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определение правильной пирамиды; общие свойства ребер и углов в правильных пирамидах; определения правильной треугольной пирамиды, правильной четырехугольной пирамиды, правильной шестиугольной пирамиды.

Метод координат

Эта тема посвящена применению метода координат при решении стереометрических задач. Рассматриваются основные приемы введения системы координат при решении стереометрических задач.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: формулу расстояния между точками, координаты середины отрезка, понятие вектора в пространстве, формула скалярного произведения двух векторов и выражение угла между векторами через скалярное произведение, признаки перпендикулярности и параллельности двух векторов, уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно ненулевому вектору, общее уравнение плоскости, уравнение плоскости в отрезках, формула для отыскания угла между плоскостями, заданными своими уравнениями, формула расстояния от точки до плоскости.