Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М-11-763

№1

Покупая <20 наборов мы тратим больше (т.к. деньги нам никто не возвращает). Получается, что лучше сразу купить ≥20 наборов для получения кешбэка. С каждого набора мы получаем 15% его стоимости (т. е. он нам обходится в $620 \cdot 0{,}85 = 527$ руб.) ⇒ максимальное кол-во наборов $\left\lfloor \frac{30000}{527} \right\rfloor = 56$ наборов

Ответ: 56.

№2

$y = \ln \frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$ ODS: $\log_a b = c \rightarrow b > 0$

$$\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0 \rightarrow \frac{-(x+3)(x-1)}{(1-x)(1+x)} > 0$$

+ −3 − −1 + 1 +

$x \in (-\infty; 3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

Ответ: $x \in (-\infty; 3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

№3

$P(x) = ax^2 + bx + c$ $[0;1]$ промежут. 1 $[1;2]$ промежут. 2 $[2;3]$ промежут. 3

Попробуем определить, где находится вершина параболы:

В промежутке 2 ~~и 3~~ её быть не может: ~~если ветви парабола направлены вверх, то~~ из условия ясно, что с одной стороны функция убывает, а с другой возрастает ?! (так не может быть)

В промежутке 3: (ветви парабола вниз)

$P(0) = a \cdot 0 + 0 + c = 3 \Rightarrow c = 3$

$P(1) = a + b + c = 6 \Rightarrow a + b = 3$

Для третьего промежутка минимум будет на одном из краёв:

$P(2) = 4a + 2b + 3 = 7$
$2a + 2(a+b) = 4$
$2a = -2$
$a = -1 \quad b = 4$

$x_{верш.} = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2$ ← так быть не может (+ $a<0$) т.к. если вершина в 2, то в 3 не значение точно меньше

$P(3) = 9a + 3b + 3 = 7$
$3(a+b) + 6a = 4$
$6a = -5$
$a = -\frac{5}{6} \quad b = 3\frac{5}{6}$

$x_{верш} = \frac{-3\frac{5}{6}}{-2 \cdot \frac{5}{6}} = \frac{23}{10} \in [2;3]$

подойдёт т.к.

$P(x) = -\frac{5}{6}x^2 + 3\frac{5}{6}x + 3$

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-763

Вершина на промежутке 1:
(ветви вверх)

$P\left(\frac{-b}{2a}\right) = a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\left(\frac{-b}{2a}\right) + c = 3$

$\frac{ab^2}{4a^2} + \frac{b^2}{2a} + c = 3$ $\quad \frac{b^2}{4a} + \frac{b^2}{2a} + c = 3$ $\quad \frac{3b^2}{4a} + c = 3$ $\quad c = 3 - \frac{3b^2}{4a}$

$P(1) = a + b + c = 6$
$P(2) = 4a + 2b + c = 7$ $\Rightarrow 3a + b = 1$

$b = 1 - 3a$

т.к. $0 \le \frac{-b}{2a} \le 1$

$b \in [-2a; 0]$

$a \in [\frac{1}{3}; 1]$

$b = 1 - 3a$

$c = 3 - \frac{3(1-3a)}{4a}$

Вершина до промежутка 1:
(ветви вверх)

$P(0) = c = 3$

$P(1) = a + b + 3 = 6 \mid a + b = 3$

$P(2) = 4a + 2b + 3 = 7$

$2a + 2(a+b) = 4$

$a = -1$?! (ветви вверх)

Вершина после 3 промежутка:
(ветви вниз)

$P(0) = c = 3$

$P(1) = a + b + c = 6 \Rightarrow a + b = 3$

$P(2) = 4a + 2b + 3 = 7$

$a = -1 \quad b = 4$

$x_{верш} = \frac{-4}{-2} = +2 \notin (3; +\infty)$

Ответ: $P(x) = -\frac{5}{6}x^2 + 3\frac{5}{6}x + 3$; $P(x) = ax^2 + bx + c$, где $a \in [\frac{1}{3}; 1]$, $b = 1 - 3a$, $c = 3 - \frac{3(1-3a)}{4a}$

№5

$2 - 6^{\frac{1}{2} + \log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2} + \log_2 \cos x}$

$2 - \sqrt{6}\sin x = \sqrt{2}\cos x$

$2 = \sqrt{2}\cos x + \sqrt{6}\sin x$

$2 = \sqrt{2}(\cos x + \sqrt{3}\sin x)$

$\sqrt{2} = \cos x + \sqrt{3}\sin x \quad | : \cos x \neq 0$

$\frac{\sqrt{2}}{\cos x} = 1 + \sqrt{3}\,tg\,x$

возведем обе части во вторую степень

$\frac{2}{\cos^2 x} = 1 + 2\sqrt{3}\,tg\,x + 3tg^2 x$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-763

$2tg^2x+2=1+2\sqrt{3}\,tg\,x+3tg^2x$

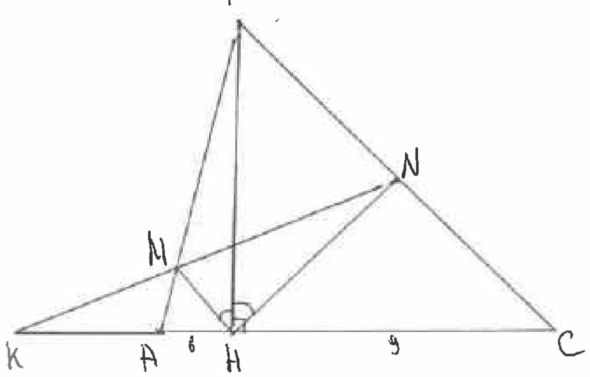
$tg^2x+2\sqrt{3}\,tg\,x-1=0$

$tg\,x=2-\sqrt{3}$ $\qquad$ $tg\,x=-2-\sqrt{3}$

$x=\pm arctg(2-\sqrt{3})+\pi k;\ k\in \mathbb{Z}$ $\qquad$ $x=\pm arctg(-2-\sqrt{3})+\pi n;\ n\in \mathbb{Z}$

Ответ: $x=\pm arctg(2-\sqrt{3})+\pi k;\ x=\pm arctg(-2-\sqrt{3})+\pi n;\ k,n\in\mathbb{Z}$

№6



т. Менелая:

$$\frac{CN}{NB}\cdot\frac{BM}{MC}\cdot\frac{AK}{AK+15}=1 \quad (1)$$

прямые

HM и HN симметрич. отн BH

$\Updownarrow$

$\angle MHB=\angle NHB$

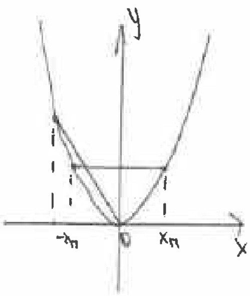
Это может быть любой угол, и на ответ это не повлияет, поэтому возьмём его равным 45°

$\Rightarrow$ HN – бис. $\angle BHC$

HM – бис. $\angle AHB$ $\Rightarrow$ делят противоположн. сторону в соотношении бок. сторон, тогда наше

выражение (1) принимает вид: $\frac{9}{BH}\cdot\frac{BH}{6}\cdot\frac{AK}{AK+15}=1 \Rightarrow \frac{AK}{AK+15}=\frac{6}{9} \Rightarrow AK=30$

Ответ: 30



№8

$d^2=(x_1^2-x_2^2)^2+(x_1-x_2)^2$

В момент || оси x: $d=2|x_n|$

при x_n ||

В момент перехода: $d^2=x_1^4+x_1^2$

Бланк ответа №1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 – 675

$\boxed{№2}$

$y = \lg\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} = \log_{10}\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$, из определения подлогарифмического выражения: $\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0$

$\frac{x^2+2x-3}{x^2-1} > 0$, $x^2+2x-3=0$

$\frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+1)} > 0$ $\frac{D}{4} = 1+3 = 4$

$x_{1,2} = -1 \pm 2 = \{-3; 1\}$

$\begin{cases}(x+3)(x+1)(x-1)^2 > 0\\ (x-1)(x+1) \neq 0\end{cases} \Longleftrightarrow$ $+ \; - \; + \; +$ $-3 \quad -1 \quad 1$ x

$\Rightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$.

Ответ: $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$.

$\boxed{№1}$

Пусть $(20+x)$ – количество купленных наборов пряжи, тогда $620\cdot(20+x)$ руб. – стоимость купленной пряжи, а $0{,}15\cdot 620\cdot(20+x)$ руб – кешбэк от внесённой суммы, тогда составим и решим уравнение:

$620(20+x) - 0{,}15\cdot 620(20+x) = 30000 \quad |:10$

$62\cdot 20 + 62x - 0{,}15\cdot 62\cdot 20 - 0{,}15\cdot 62x = 3000$

$1240 + 62x - 186 - 9{,}3x = 3000$

$52{,}7x = 1946$

$x \approx 36{,}9$, но т.к. $x \in \mathbb{Z}$ и является количеством наборов пряжи, на которые точно хватит 30000 рублей, то $x = 36 \Rightarrow n = 20 + x =$ $= 20 + 36 = 56$ – максимально возможное количество наборов

Ответ: 56.

Бланк ответа №2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-675

$\boxed{№5}$

$2 - 6^{\frac{1}{2}+\log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$

$2 - \sqrt{6}\cdot 6^{\log_6 \sin x} = \sqrt{2}\cdot 2^{\log_2 \cos x}$

$2 - \sqrt{6}\cdot \sin x = \sqrt{2}\cos x \quad |:\sqrt{2}$

$\sqrt{2} - \sqrt{3}\sin x = \cos x \quad |:2$

$\frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

ограничение: $\begin{cases} \sin x > 0 \Rightarrow x \in (2\pi n;\ \pi + 2\pi n), \\ \cos x > 0 \Rightarrow x \in (-\frac{\pi}{2} + 2\pi n;\ \frac{\pi}{2} + 2\pi n), \end{cases}$ $n \in Z$

$\Rightarrow x \in (2\pi n;\ \frac{\pi}{2} + 2\pi n),\ n \in Z$

$\cos(\frac{\pi}{3} - x) = \cos\frac{\pi}{4}$ или $\cos(\frac{\pi}{3} - x) = \cos\frac{11\pi}{4}$

$\frac{\pi}{3} - x = \frac{\pi}{4}$ и $\frac{\pi}{3} - x = \frac{11\pi}{4}$

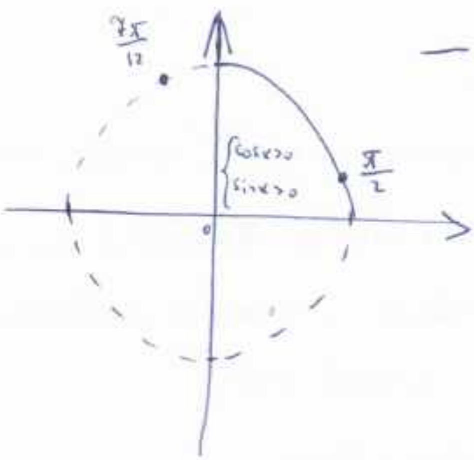
$x = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$

$x = \frac{\pi}{3} - \frac{11\pi}{4} = -\frac{7\pi}{12}$

$x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in Z$

$x = \frac{7\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in Z$ —

— не удовлетворяет условию $x \in (2\pi n;\ \frac{\pi}{2} + 2\pi n),\ n \in Z$



Ответ: $x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in Z.$

Бланк ответа №3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-675

№3

$y = ax^2 + bx + c$

$x \in [0; 1] \Rightarrow y_{min} = 3$
$x \in [1; 2] \Rightarrow y_{min} = 6$
$x \in [2; 3] \Rightarrow y_{min} = 7$
при увеличении значения x, увеличивается и y ⇒ ~~[illegible]~~ ⇒ ⇒ чем меньше x, тем меньше y, таким образом y_{min} достигается при x = 0, x = 1, x = 2 (где y_{min} соответственно равен 3, 6, 7). Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 3 = a\cdot 0 + b\cdot 0 + c \\ 6 = a\cdot 1^2 + b\cdot 1 + c \\ 7 = a\cdot 2^2 + 2b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ a + b + c = 6 \\ 4a + 2b + c = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ a + b = 3 \Rightarrow a = 3 - b \ (1) \\ 4a + 2b = 4 \quad |:2 \end{cases}$$

$$2a + b = 2 \ (2)$$

Подставим (1) в (2):
$$2a + b = 2$$
$$2(3 - b) + b = 2$$
$$6 - 2b + b = 2$$
$$b = 4 \Rightarrow a = 3 - 4 = -1$$

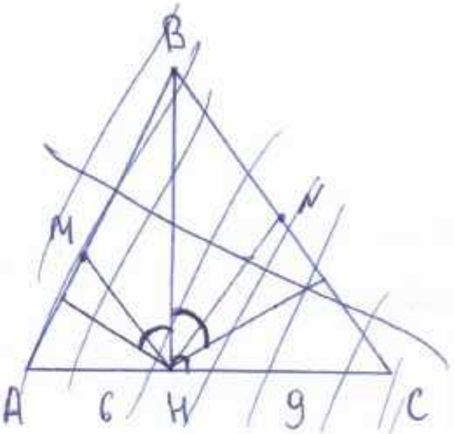
$-x^2 + 4x + 3 = y$ — искомый ~~[illegible]~~ квадратный трёхчлен.

Ответ: $-x^2 + 4x + 3$

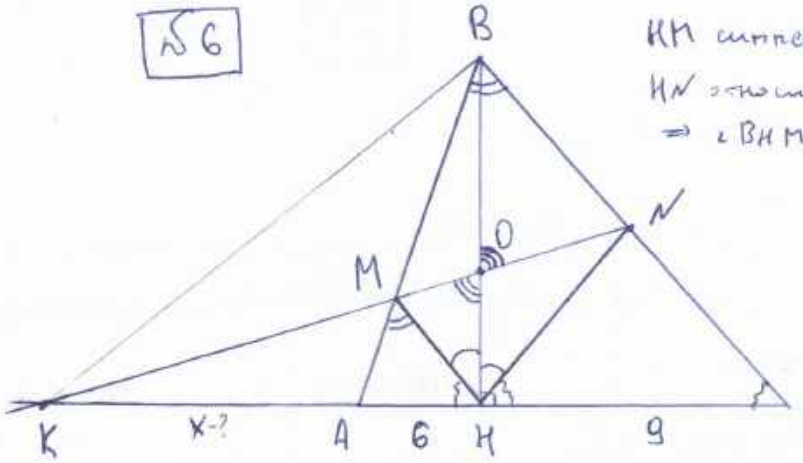
Бланк ответа №4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M11- 675
(заполняется организатором)



№6



MH симметрично
HN относительно BH
⇒ $\angle BHM = \angle BHN$

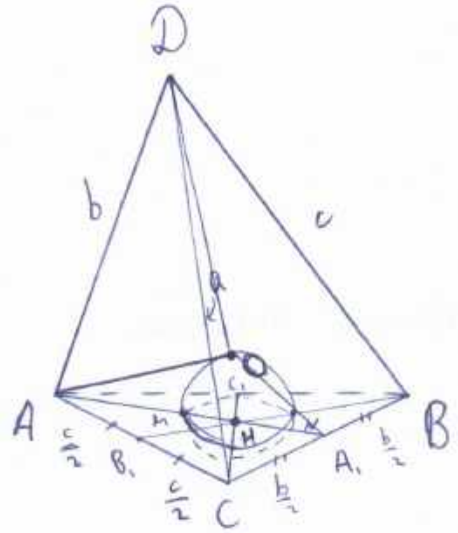
~~1) Около любого треугольника можно описать окружность ⇒ опишем окр-ть около $\triangle KBH$~~

1) Пусть $MH \parallel BC$ (т. M берем произвольно по условию) ⇒ $\angle MHA = \angle BCA$,

$\triangle AHM \sim \triangle ACB$ $\frac{AH}{AC} = k = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

2) $\angle BHM = \angle BHN$, BH – перпендикуляр к AC ⇒ $\angle MHA = \angle NHC$ ⇒ $\angle NHC = \angle BCA$. тогда $\triangle HNC$ – р/б ($NH = NC$)

3) BH – ~~медиана~~ биссектр. $\triangle MHN$ ⇒ $\frac{MO}{ON} = \frac{HM}{NH}$ (по св-ву биссектр)



№4

Решение:

1) $MH = R = \frac{1}{3} AA_1$, где $AA_1 = BB_1 = CC_1$ – медианы $\triangle ABC$, а R – радиус сферы ($MH = HN = HO = R$)

2) $DO = OA$, т.к. т. O равноудалена от всех вершин тетраэдра по условию ⇒ $\triangle DOA$ – р/б

3) $\triangle ABC = \triangle CDA = \triangle CDB = \triangle BAD$ по 3-м сторонам (из условия)

) AA_1, BB_1, CC_1 – медианы ⇒ $\frac{AH}{A_1H} = \frac{BH}{B_1H} = \frac{CH}{C_1H} = \frac{2}{1}$

Бланк ответа №5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-675

№8

d – отрезок

$y = x^2$

x	0	1	-1	2	-2
y	0	1	1	4	4

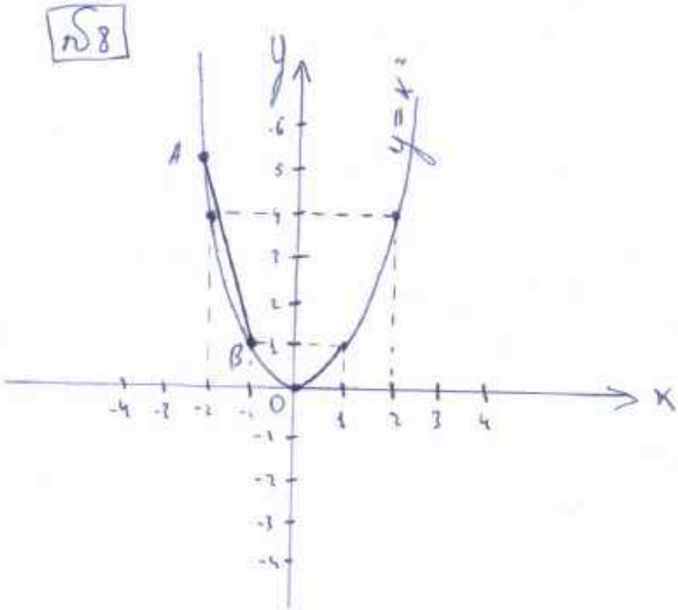
$a > 0 \Rightarrow$ ветви ↑

$b = 0$, $c = 0$

$AB = d$

т. A – начало отрезка d

т. B – конец отрезка d



– Первоначально отрезок d находился в полуплоскости $x < 0 \Rightarrow$ т. A и т. B имели следующие координаты: $x_{A_1} < 0$ и $x_{B_1} < 0$

– После перемещения отрезка d он оказался в полуплоскости $x > 0 \Rightarrow x_{A_2} > 0$ и $x_{B_2} > 0$

– Абсциссы всех точек, принадлежащих d только возрастают, что возможно при любой длине отрезка d

Ответ: $d \in R / \{0\}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

1 | Код участника: (заполняется организатором) М11-681

№1

За каждую купленную пачку будет заплачено не менее 90% её изначальной стоимости, т.е. не менее $630 \cdot 0{,}9 = 567$ руб.

$\frac{20000}{567} = 35 + \frac{155}{567}$, значит, на 20000 руб можно купить не более 35 пачек бумаги. Приведём пример возможного алгоритма осуществления такой покупки: сначала купить 20 пачек с кэшбэком 10%, потом ещё 15 пачек с кэшбэком 10%, итоговая стоимость: $35 \cdot 567 = 19845$ руб.

Ответ: 35

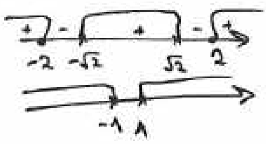
№2

$y = \sqrt{\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$, $D(y)$ – ?

Эта функция определена $\Leftrightarrow$ $\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)} \geq 0$

$$\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{\frac{x^2-1-1}{10-1}} \geq 0 \\ x^2-1>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{(x-2)(x+2)}{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})} \geq 0 \\ (x-1)(x+1)>0 \end{cases}$$



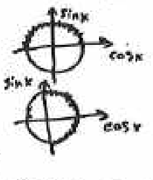
Ответ: $(-\infty; -2] \cup (-\sqrt{2}; -1) \cup (1; \sqrt{2}) \cup [2; +\infty)$

№5

$$3^{-\frac{1}{2}} + 6^{-\frac{1}{2}+\log_6 \sin x} = 2^{-\frac{1}{2}+\log_2 \cos x} \quad | \cdot \sqrt{6}$$

$$\sqrt{2} + 6^{\log_2 \sin x} = \sqrt{3} \cdot 2^{\log_2 \cos x}$$

$$\begin{cases} \sqrt{2} + \sin x = \sqrt{3} \cos x \\ \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} \frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 2\pi l < x < \frac{\pi}{2} + 2\pi l \end{cases}, \ l \in \mathbb{Z}$$

Бланк ответа

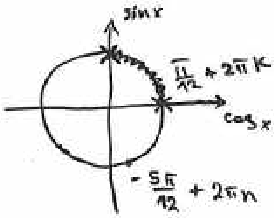
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

2 Код участника: (заполняется организатором) M11-681

$$\begin{cases} \sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 2\pi l < x < \frac{\pi}{2}+2\pi l \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x-\frac{\pi}{3} = -\frac{3\pi}{4}+2\pi n, \ n \in \mathbb{Z} \\ x-\frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4}+2\pi k, \ k \in \mathbb{Z} \end{array}\right. \\ 2\pi l < x < \frac{\pi}{2}+2\pi l \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = \frac{-5\pi}{12}+2\pi n \\ x = \frac{\pi}{12}+2\pi k \end{array}\right. \\ 2\pi l < x < \frac{\pi}{2}+2\pi l \end{cases}$$



Ответ: $\frac{\pi}{12}+2\pi k, \ k \in \mathbb{Z}$

№ 3

$f(x) = \underset{\neq 0}{a}x^2+bx+c$ – искомый многочлен

x_0 - верш. $x_0 = -\frac{b}{2a}$

0 1 2 3
3 6 8

1) $a<0$:

т.к. макс. знач на $[1;2]$ и на $[2;3]$ возр $(8>6)$, то $x_0 \notin (-\infty; 2]$

$f(x) \downarrow\downarrow$ на $[x_0;+\infty)$, $f(x) \uparrow\uparrow$ на $(-\infty; x_0]$

1.1) $x_0 \in (2;3)$: ~~макс.~~ в силу моном: $\begin{cases} f(1)=3 \\ f(2)=6 \\ f(\frac{b}{2a})=8 \end{cases}$

$$\begin{cases} a+b+c=3 \\ 4a+2b+c=6 \\ \frac{b^2}{4a}-\frac{b^2}{2a}+c=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a=c \\ b=3-3a \\ -b^2+4ac=32a \end{cases}$$

$$\begin{cases} c=2a \\ b=3(1-a) \\ 9(a^2-2a+1)+32a-4ac=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9a^2+14a-8a^2+32a+9=0 \\ c=2a \\ b=3(1-a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+46a+9=0 \\ c=2a \\ b=3(1-a) \end{cases}$$

$D/4 = 23^2-9 = 520 = 20\cdot 26 = 40\cdot 13$

$$\begin{cases} a=-23\pm\sqrt{520} \\ c=2a \\ b=3(1-a) \end{cases}$$ но $a>0$

~~$a=-23+\sqrt{5..}$~~

$\varnothing$

1.2) $x_0 \geq 3$:

$$\begin{cases} f(1)=3 \\ f(2)=6 \\ f(3)=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b+c=3 \\ 4a+2b+c=6 \\ 9a+4b+c=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c=2a \\ b=3(1-a) \\ \cancel{8a+6(1-a)} \\ 9a+12(1-a)+2a=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a+12=8 \\ c=2a \\ b=3(1-a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=4 \\ b=-9 \\ c=8 \end{cases}$$ $\varnothing$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

3 | Код участника: (заполняется организатором) М11-681

2) $a > 0$:

$f(x)\downarrow\downarrow$ на $(-\infty; x_0]$

$f(x)\uparrow\uparrow$ на $[x_0; +\infty)$ $\Rightarrow$ $x_0 \notin [1; +\infty)$

2.1) $0 < a < 1$:

$\begin{cases} f(0)=3 \\ f(2)=6 \\ f(3)=8 \end{cases}$ или $\begin{cases} f(1)=3 \\ f(2)=6 \\ f(3)=8 \end{cases}$ – уже было в 1.2)

$\begin{cases} c=3 \\ 4a+2b+c=6 \\ 9a+6b+c=8 \end{cases}$ $\begin{cases} a=4 \\ b=-9 \\ c=8 \end{cases}$

$\begin{cases} 4a+2b=3 \\ 9a+6b=5 \\ c=3 \end{cases}$

$\begin{cases} 3a=4 \\ b=\frac{5-9a}{6} \\ c=3 \end{cases}$

$\begin{cases} a=\frac{4}{3} \\ b=\frac{5-12}{6} \\ c=3 \end{cases}$

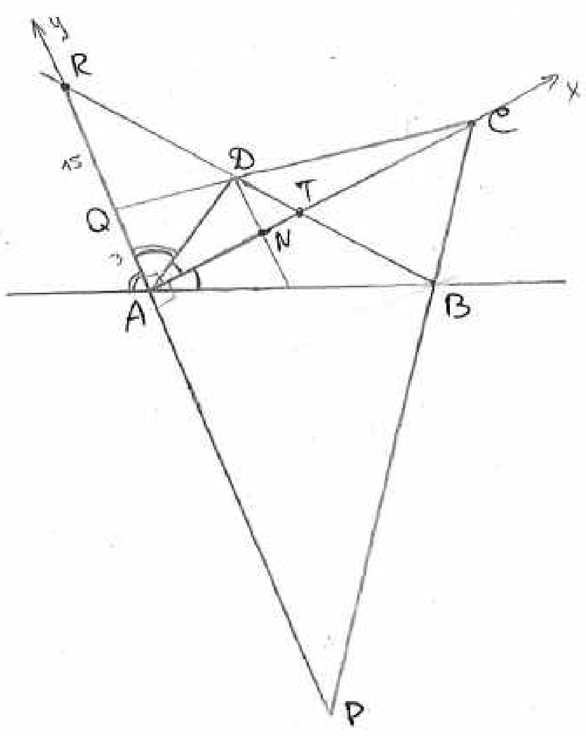
$\begin{cases} a=\frac{4}{3} \\ b=-\frac{7}{6} \\ c=3 \end{cases}$, но $a > 0$

2.2) $a \le 0$

$\begin{cases} f(1)=3 \\ f(2)=6 \\ f(3)=8 \end{cases}$

– уже рассм. в 1.2)

Ответ: $y = 4x^2 - 9x + 8$; $y = \frac{4}{3}x^2 - \frac{7}{6}x + 3$.



№3

$\angle RAC = 90°$ (как половина развернутого угла)

пусть $\angle DAT = \alpha$, ~~$\sin\alpha = x$~~ $N = \text{пр}_{AT} D$

~~$AD = 18x$~~ пусть $AN = b$, $AT = a$

Введём ДПСК: $A(0;0)$, $\vec{Ox} \uparrow\uparrow \vec{AR}$, $\vec{Oy} \uparrow\uparrow \vec{AC}$

$R(0;18)$, $N(b;0)$, $T(a;0)$, $Q(3;0)$

RT: $\frac{x-0}{a-0} = \frac{y-18}{-18}$

DN: $x = b$

$y = -18\frac{b}{a} + 18$ $D(18(1-\frac{b}{a}); b)$

QD: ...

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11 – 353

(заполняется организатором)

Задача №2

$$y=\lg\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$$

$$y=\log_{10}\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$$

Область определ.: $\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}>0$

$$\frac{x^2+2x-3}{1-x^2}<0$$

$$\frac{(x+3)(x-1)}{(1-x)(1+x)}<0 \qquad x\neq 1$$

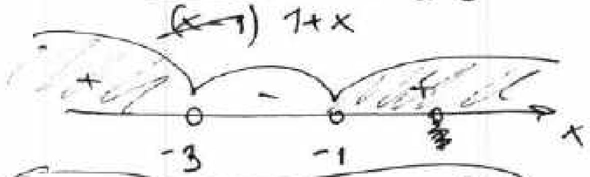
$\cancel{-\frac{20}{6}+6x+3=7}$

$\cancel{-\frac{20}{6}+6x=4}$

$\cancel{6x=\frac{44}{6}}$

$\cancel{6=\frac{44}{6}}$

$$\frac{\cancel{(x-1)}\,x+3}{\cancel{(x-1)}\,1+x}>0$$



$x\in(-\infty;-3)\cup(-1;+\infty) \Rightarrow (-\infty;-3)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$

Ответ: $x\in(-\infty;-3)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$

Задача №5.

$$2-6^{\frac{1}{2}+\log_6\sin x}=2^{\frac{1}{2}+\log_2\cos x}$$

ОДЗ: $\begin{cases}\sin x>0\\ \cos x>0\end{cases} \Rightarrow$ x только в 1 четверти

$\Updownarrow$

$$2-\sqrt{6}\cdot 6^{\log_6\sin x}=\sqrt{2}\cdot 2^{\log_2\cos x}$$

$$2-\sqrt{6}\cdot\sin x=\sqrt{2}\cdot\cos x$$

$$\sqrt{2}\cos x+\sqrt{6}\sin x=2 \quad \Big|:2\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\frac{\pi}{6}\cdot\cos x+\cos\frac{\pi}{6}\cdot\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}+x\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l}\frac{\pi}{6}+x=\frac{\pi}{4}+2\pi k\\ \frac{\pi}{6}+x=\frac{3\pi}{4}+2\pi k\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+2\pi k\\ x=\frac{7\pi}{12}+2\pi k\end{array}\right. \quad k\in\mathbb{Z}$$

$\longrightarrow$ посторонние корни, т.к. лежат во 2 четверти

1

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11-353
(заполняется организатором)

Ответ: $x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$

Задача № 1.

Изначально имеем 30000 руб. и 15% кешбэк

пусть в первый раз он купил $n \geq 20$ наборов (нам выгоднее брать больше 20 наборов, чтобы получать кешбэк и покупать на него еще наборы),

Тогда у него осталось: $30000 - 0,85 \cdot n \cdot 620$

во второй раз пусть он купил $n_1 \geq 20$ наборов пряжи; тогда осталось

$30000 - 0,85 \cdot n \cdot 620 - 0,85 \cdot n_1 \cdot 620$ – это должно быть ≥ 0,

т.к он может потратить все деньги, либо у него останется остаток.

Тогда: $30000 \geq 0,85 \cdot 620(n + n_1)$

$n + n_1 \leq \frac{30000}{620 \cdot 0,85} \Rightarrow n + n_1 \leq 60$

Тогда, чтобы купить макс. кол-во наборов можем взять любое $n \geq 20$, чтобы ~~[illegible]~~, на оставшиеся деньги купить n_1 пряжи.

Возьмем $n = 30$ набора

У него осталось $30000 - 0,85 \cdot 620 \cdot 30 =$ ~~$13600 р. + 2790 р.$~~ $= 30000 - 15810 = 14190$ р

покупаем n_1 наборов на максимальную всю сумму:

$n_1 = 22$ набора

~~$\frac{14560}{620}$~~ $=$

$\frac{14190}{620} = 22,$ ~~$8 + 830$ р.~~

Останется: $14190 - 0,85 \cdot n_1 \cdot 620 = 14190 - 11594 = 2596$ р.

и закупаем на всю сумму $\frac{2596}{620} = 4$ набора

Итого: $30 + 22 + 4 = 56$ наборов

Ответ: 56 наборов

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11 – 353

(заполняется организатором)

Задача N 3.

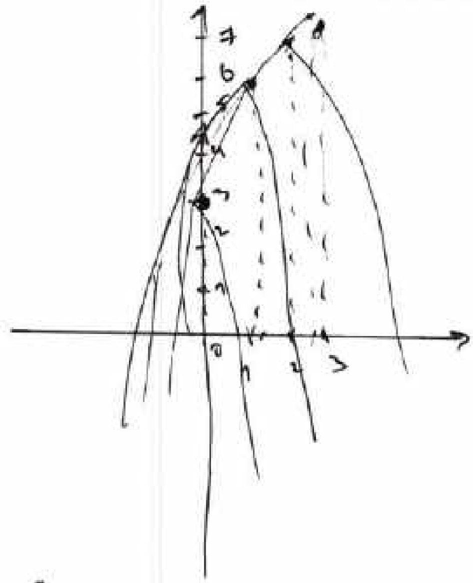


рис 1

(1) $y = ax^2 + bx + c$

рассмотрим при $a > 0$:

пусть вершина в $(0, 3)$

тогда $c = 3$, а $b = 0$

подставим $x = 1$, он должен равняться 6

$a + 3 = 6 \Rightarrow a = 3$

подставим $x = 2$:

$3 \cdot 4 + 3 = 7$ не работает для вершины в $(0, 1)$

для вершины в $(1; 6)$ и $(2; 7)$

точка $(0; 3)$ не будет минимумом в промежутке от $[0; 1]$

Рассмотрим вершины для $a < 0$:

для промежутка $[0; 1]$, если это парабола ветвями вниз, то точки $(1; 6)$ и $(2; 7)$ тоже не принадлежат

для промежутка $[1; 2]$

точка $(2; 7)$ не будет принадлежать параболе

для промежутка $[2; 3]$

вершина в $(2; 7)$

$$\begin{cases} a + b + 3 = 6 \\ 4a + 2b + 3 = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow$$ в промежутке $[2; 3]$

точка $y = 7$ это не миним

3

Тогда $2 \le \frac{-b}{2a} \le 3$ при $a < 0 \Rightarrow b > 0$

при этом графику должны принадл. точки $(0,3)$; $(1;6)$; $(2;7)$

$x = 1 \Rightarrow$

$$\begin{cases} a + b + 3 = 6 \\ 9a + 3b + 3 = 7 \end{cases} \Rightarrow \quad a = -\frac{5}{6} \quad b = \frac{23}{6}$$

$x = 3 \nearrow$

Тогд при $x = 3$

$y = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{23}{6}x + 3$

$y = 4$ будет минимум.

Ответ: $y = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{23}{6}x + 3$

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-1053

№1 $p = 630$ руб

при $q \geq 15$ – кэшбек 10%

Для закупки на 15 пачек необходимо $15 \cdot 630 = 9450$.

$S = 20000$ руб.

~~Внесёт все~~ средства ~~на покупку (т.к. … на покупк~~

Рассмотрим на покупку сколько пачек хватит денег без кэшбэка. $\frac{20000}{630} \approx 31{,}746$

Рассмотрим при каком объёме первой закупки нам хватит денежных средств для закупки во второй раз (число будет ≥ 16, т.к. 31 можно купить без кэшбэка).

при $n = 18$ сумма закупки составит 11340, остаток 8760, а кэшбек 1134 $\Rightarrow$ суммы хватит для второй закупки.

при $n = 19$ сумма закупки составит 11970, остаток 8030, а кешбэк 1197. $1197 + 8030 = 9227 < 9450 \Rightarrow$ суммы не хватит.

В первый раз закупаем 18 пачек бумаги, остаётся $8760 + 1134 = 9894$ рублей.

$\frac{9894}{630} \approx 15{,}7048 \Rightarrow$ хватит на покупку 15 упаковок, остаток составит 444 рублей, кешбэк 945 рублей $\Rightarrow$ общий остаток 1389 рублей, что хватит на покупку 2 упаковок.

Итого было куплено $18 + 15 + 2 = 33 + 2 = 35$ упаковок бумаги при покупке I покупки на 18, II на 15 и III на 2.

Ответ: 35. ~~упаковок~~

№2 $y = \sqrt{\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$ Чтобы ф-ция была определена необходимо, чтобы и знаменатель и числитель были одинаковых знаков (или числитель $= 0$, ~~знаменатель~~), ~~что~~ чтобы знаменатель был $\neq 0$, логарифм был определён.

$$\begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ \lg(x^2-1) \neq 0 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ \lg(x^2-1) > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ \lg(x^2-1) < 0 \end{cases} \\ x^2 - 4 = 0 \end{array}\right. \end{cases}$$

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-1053

(заполняется организатором)

№2 (продолжение)

$$\begin{cases} x^2-1>0 \\ \lg(x^2-1)\neq 0 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2-4>0 \\ \lg(x^2-1)>0 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2-4<0 \\ \lg(x^2-1)<0 \end{cases} \\ x^2-4=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty). \\ x^2-1\neq 1. \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty) \\ x^2-1>1 \end{cases} \\ \begin{cases} x\in(-2;2) \\ 0<x^2-1<1 \end{cases} \\ x=\pm 2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty) \\ x\neq\pm\sqrt{2} \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty). \\ x\in(-\infty;-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2};+\infty). \end{cases} \\ \begin{cases} x\in(-2;2) \\ x\in(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2}) \end{cases} \\ x=\pm 2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;-\sqrt{2})\cup(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})\cup(\sqrt{2};+\infty). \\ \left[\begin{array}{l} x\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty). \\ x\in(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2}) \\ x=\pm 2. \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})\cup[2;+\infty).$$

Ответ: $(-\infty;-2]\cup(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})\cup[2;+\infty)$.

№5

$$3^{-\frac{1}{2}}+6^{-\frac{1}{2}+\log_6\sin x}=2^{-\frac{1}{2}+\log_2\cos x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{6}}\cdot 6^{\log_6\sin x}=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 2^{\log_2\cos x}$$

$$\sqrt{2}+6^{\log_6\sin x}=\sqrt{3}\cdot 2^{\log_2\cos x}$$

$$\begin{cases} \sqrt{2}+\sin x=\sqrt{3}\cos x \ (1) \\ \sin x>0 \\ \cos x>0 \end{cases}$$

(1) $\sqrt{2}=\sqrt{3}\cos x-\sin x$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x-\frac{1}{2}\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

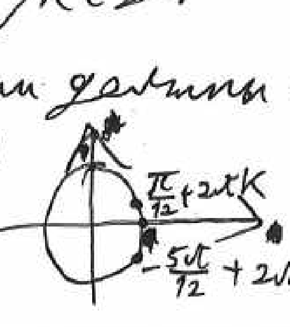
$$\sin\frac{\pi}{3}\cos x-\cos\frac{\pi}{3}\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{3}-x=\frac{\pi}{4}+2\pi k \\ \frac{\pi}{3}-x=\frac{3\pi}{4}+2\pi k \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -x=\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}+2\pi k \\ -x=\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{3}+2\pi k \end{array}\right., k\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+2\pi k \\ x=-\frac{5\pi}{12}+2\pi k \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$$

Т.к. $\sin x>0$ и $\cos x>0$, то ~~пров~~ корни должны лежать в I коорд. четверти $\Rightarrow$ подходит лишь корень $\frac{\pi}{12}+2\pi k$. Ответ: $\frac{\pi}{12}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$.



№3 Возможно несколько случаев нахождения вершины параболы. Квадратный трёхчлен ax^2+bx+c, $a\neq 0$.

Рассмотрим случай, когда вершина $\left(\frac{-b}{2a}\right)\le 0$.

Тогда, чтобы [0;3] ф-ция возрастала (т.к. должны возрастать максимальные значения) $a>0$. $\frac{-b}{2a}<0$. $\frac{b}{2a}>0 \Downarrow b>0$

Тогда максимальные значения достигаются в правых точках (1;2;3). Рассмотрим эти точки.

$$\begin{cases} a+b+c=3 \\ 4a+2b+c=6 \\ 9a+3b+c=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3-a-b \\ 4a+2b+3-a-b=6 \\ 9a+3b+3-a-b=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3-a-b \\ 3a+b=3 \\ 8a+2b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3-a-b \\ b=3-3a \\ 8a+6-6a=5 \end{cases}$$

$\Downarrow$ $a=-0{,}5$ $\Downarrow$ $b=4{,}5 \Rightarrow c=-7$

не подходит т.к. $a<0$.

Рассмотрим случай, когда $\frac{-b}{2a}\ge 3$

Тогда, чтобы [0;3] ф-ция возрастала (т.к. должны возрастать максимальные значения) $a<0$. $-\frac{b}{2a}\ge 3 \Rightarrow 0. \Rightarrow \frac{b}{2a}<0$

Тогда макс. значения также достигаются в правых точках (1;2;3). $b>0$.

$$\begin{cases} a+b+c=3 \\ 4a+2b+c=6 \\ 9a+3b+c=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-0{,}5 \\ b=4{,}5 \\ c=-7. \end{cases}$$

– подходит $\Rightarrow -0{,}5x^2+4{,}5x-7$.

Рассмотрим случай, когда $0\le\frac{-b}{2a}\le 3$, тогда, чтобы на промежутке [0;3] макс. значения увеличивались, а вершина может находиться либо [0;1] при $a>0$; либо [2;3] при $a<0$.

(максимум будет достигаться либо в 0 либо в 1)

(В данном случае при $x=\frac{-b}{2a}$ будет достигаться максимальное значение ф-ции 8).

I случай

$$\begin{cases} 1\ge-\frac{b}{2a}\ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} c=3 \\ a+b+c=3 \end{array}\right. \\ 4a+2b+c=6 \\ 9a+3b+c=8 \\ a>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1>-\frac{b}{2a}>0 \\ a>0 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=-0{,}5 \\ b=4{,}5 \\ c=-7 \end{cases} \text{– не подходит.} \\ \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=\frac{3}{2} \\ c=3 \end{cases} \text{– не подходит.} \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow \varnothing.$$

$$\begin{cases} -\frac{b^2}{4a}+c=8 \\ a<0 \\ 3>-\frac{b}{2a}>2 \\ 4a+2b+c=6. \\ a+b+c=3. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ 3>-\frac{b}{2a}>2 \\ -\frac{b^2}{4a}-a-b=5. \\ 3a+b=3 \\ c=3-a-b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ 3>-\frac{b}{2a}>2. \\ -\frac{9-18a+9a^2}{4a}-a-3+3a=5. \\ b=3-3a \\ c=3-a-b \end{cases} \Leftrightarrow$$

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-1053

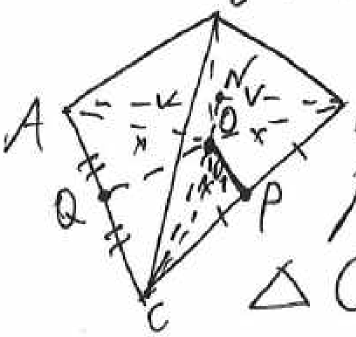
№3 (продолжение)

$$\begin{cases} a<0 \\ 3 > -\frac{b}{2a} > 2 \\ a = 3 \pm \sqrt{5} \quad - \quad 3-\sqrt{5}>0,\ 3+\sqrt{5}>0 \Rightarrow \varnothing. \\ b = 3-3a \\ c = 3-a-b \end{cases}$$

Соответственно подходит лишь случай, когда вершина ≥ 3, а $a<0$.

Ответ: $-0{,}5x^2+4{,}5x-1$.

№4



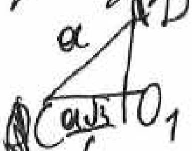
O точки A B C и D равноудалены от O. $\Rightarrow OA=OB=OC=OD=x$

Т.к. сфера проходит через середины отрезков AB; BC и AC (точки N; P; Q) $OP=OQ=ON=r$ радиусу сферы.

$\triangle COB$ – равнобедренный (т.к. $OC=OB=x$). OP – медиана $\Rightarrow$ высота $\Rightarrow \angle OPC=90^\circ \Rightarrow OP^2 = OC^2-CP^2 = x^2-\left(\frac{b}{2}\right)^2$

$\triangle AOC$ – равнобедренный ($AO=OC$), OQ – медиана $\Rightarrow$ высота $\Rightarrow \angle OQC=90^\circ \Rightarrow OQ^2 = OC^2-QC^2 = x^2-\left(\frac{c}{2}\right)^2$

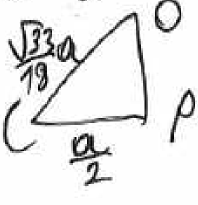
$\triangle AOB$ – равнобедренный ($AO=OB$), ON – медиана $\Rightarrow$ высота $\Rightarrow \angle ONA=90^\circ \Rightarrow ON^2 = OA^2-NA^2 = x^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2$. $ON=OP=OQ=r \Rightarrow a=b=c. \Rightarrow$ тетраэдр-правильный. Тогда $DO = \frac{7}{3}DO_1$ (O_1 – центр ABC)



$DC=a$ $\quad CO_1 = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

$DO_1^2 = a^2 - \frac{a^2 \cdot 3}{36} = \frac{11a^2}{12} \Rightarrow DO_1 = \frac{\sqrt{11}a}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{33}a}{6} \Rightarrow DO = \frac{\sqrt{33}a}{9}$

$DO = OO = \frac{\sqrt{33}}{9}a$



$OP^2 = \frac{33}{81}a^2 - \frac{a^2}{4} = \left(\frac{132}{324} - \frac{81}{324}\right)a^2 = \frac{51}{324}a^2 \Rightarrow OP = \frac{\sqrt{51}}{18}a$

Ответ: $\frac{\sqrt{51}}{18}a$

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-1053

№8

$y=ax^2$.

Отрезок длины 1 всегда будет проходить через точки $(-0,5;\,0,25a)$ и $(0,5;\,0,25a)$. Также, при переходе через 0 всегда отрезок будет в координатах $(0;0)$ и $\left(-\sqrt{\frac{-1+\sqrt{4a^2+1}}{2a^2}};\ \frac{-1+\sqrt{4a^2+1}}{2a}\right)$. Таким образом, если $-\sqrt{\frac{-1+\sqrt{4a^2+1}}{2a^2}} < -0,5$, то отрезок окажется под обязательно у одной из точек абсцисса под линией, что будет означать, что у одной из точек ~~...~~ убывала.

$\sqrt{\frac{-1+\sqrt{4a^2+1}}{2a^2}} \ge 0,5.$

$\frac{-1+\sqrt{4a^2+1}}{2a^2} \ge 0,25.$

$\frac{-2+2\sqrt{4a^2+1}-a^2}{4a^2} \ge 0$

$\frac{a^2-2\sqrt{4a^2+1}+2}{a^2} \le 0$

знаменатель при всех значениях $a\neq 0 > 0$ (по условию $a>0 \Rightarrow$ область определения не меняется)

$a^2-2\sqrt{4a^2+1}+2 \le 0$

$a^2+2 \le 2\sqrt{4a^2+1}$. обе части точно положительные.

$a^4+4a^2+4 \le 4(4a^2+1)$

$a^4-12a^2 \le 0$

$a^2(a^2-12) \le 0$

$a^2-12 \le 0$

$+ \quad - \quad +$

$-\sqrt{12} \quad \sqrt{12} \quad a$

$a \in [-\sqrt{12};\sqrt{12}]$.

(*)

(*) Таким образом подходят все положительные a кроме $a \in (0;\sqrt{12}]$

Ответ: $(\sqrt{12};+\infty)$.

№1. 470 630 − 10% = 567.

$\frac{20000}{630} \approx 31{,}7$

$\frac{20000}{567} \approx 35{,}27$

9450. 945.

9450 ⇓ 945.

$+\frac{1100}{1890}$ $2990 \approx 4{,}74$.

34.

1071. 1134. 1197

10710. 11340. 11970

9390. 8760 8030

78. 19.

$9a^2 - 18a + 9 - 4a(2a-3) = 5.$

$9a^2 - 18a + 9 - 8a^2 + 12a = 5.$

$a^2 - 6a + 4 = 0.$

$D = 36 - 16 = 20.$

$a = \frac{6 \pm 2\sqrt5}{2}$ $a = 3 \pm \sqrt5.$

$y = \sqrt{\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$ $\sqrt{\frac{(x-2)(x+2)}{\lg(x-1)(x+1)}}$

$\log_{10} n$ ↗ $n \in [0; +\infty)$. $-4{,}5 + 4{,}5 \cdot 3 - 1.$

0. $x^2 - 1 = 1.$

$x^2 = 2.$

$x \neq \pm\sqrt2.$

$x^2 - 1 > 1$

$x^2 > 2.$

$ax^2 + bx + c.$

$[0;1]$ $[1;2]$ $[2;3]$

3. 6. 8.

$0 < x^2 - 1 < 1$

$1 < x^2 < 2$

$1 < x < \sqrt2$

$-\sqrt2 < x < -1$

$x_B = -\frac{b}{2a}$

$y_B = a\frac{b^2}{4a^2} - b \cdot \frac{b}{2a} + c = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c = -\frac{b^2}{4a} + c.$

$3^{-\frac12} + 6^{-\frac12 + \log_6 \sin x} = 2^{-\frac12 + \log_2 \cos x}$

$\frac{9\pi}{12} - \frac{4\pi}{12} = \frac{5\pi}{12}.$

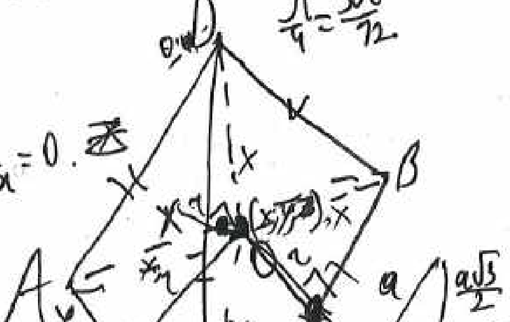
$\frac{1}{\sqrt3} + \frac{1}{\sqrt6} \cdot 6^{\log_6 \sin x} = \frac{1}{\sqrt2} \cdot 2^{\log_2 \cos x}$

$\frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{12}$

$$\begin{cases} \frac{\sqrt3}{3} + \frac{\sqrt6}{6} \cdot \sin x = \frac{\sqrt2}{2} \cdot \cos x \\ \sin x > 0 \\ \cos x > 0. \end{cases}$$

$x_B = -\frac{b}{2a} = 0.$

$y' = 2a.$

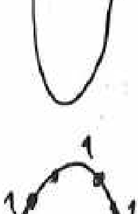


$\frac{\sqrt6}{6}\sin x - \frac{\sqrt2}{2}\cos x = -\frac{\sqrt3}{3}$ $(\cdot\sqrt6.$

~~$\sqrt6 \sin x - 3\sqrt2 \cos x = -2\sqrt3$~~

$\sin x - \sqrt3 \cos x = -\sqrt2.$

$b = 3 - 3a.$



$9a^2$ 324. $\frac{33 \times 4}{132}$ $\frac{18 \times 18}{324}$

$8\ 0 \quad 5\ 0$

1

2^{50}

$120 < 2^7$

1, 2; 11, 12, 21, 22, 4; 111, 112, 121, 122, 211, 212, 221, 222, 8

1111, 1112, 1121, 1122, 1211, 1212, 1221, 1222, 2111, 2112, 2121, 2122, 2211, 2212, 2221, 2222

$a^2x^4+x^2-1=0.$

$D=1+4a^2.$

$x^2=\frac{-1\pm\sqrt{4a^2+1}}{2a^2}$

$x=\pm\sqrt{\frac{-1\pm\sqrt{4a^2+1}}{2a^2}}$

$-\sqrt{\frac{1}{a+1}} < 0,5$

$\sqrt{\frac{1}{a+1}} > 0,5.$

$\frac{1}{a+1} > 0,25.$

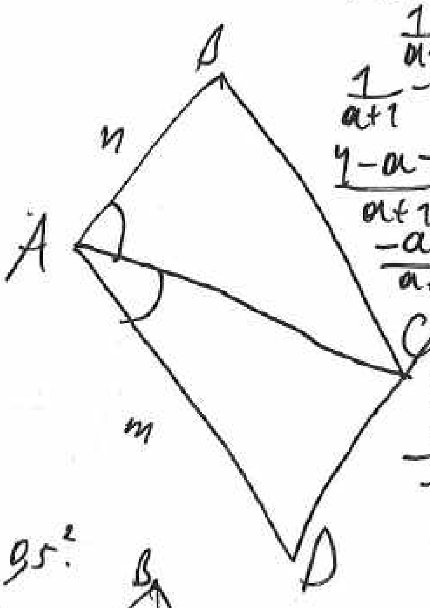
$\frac{1}{a+1}-\frac{1}{4}>0.$ $n>m$

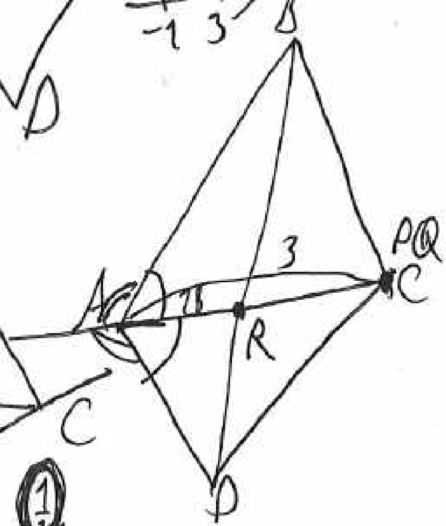
$\frac{4-a-1}{a+1}>0.$

$\frac{-a+3}{a+1}>0.$

$\frac{a-3}{a+1}<0.$

$-1 \quad 3$

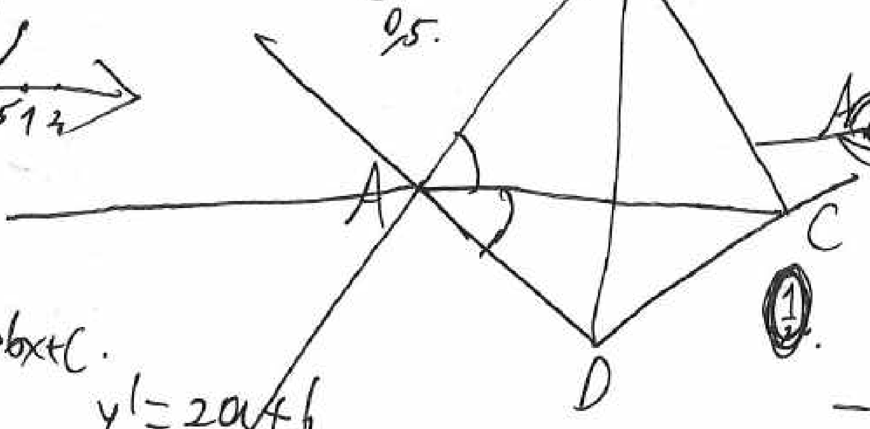




$0,5\cdot 0,5^2$

$0,125.$

$0,5.$



$y=ax^2+bx+c.$

$-\frac{b}{2a} \quad y'=2ax+b.$

$-\frac{b}{2a}\in(-\infty;1)$

ax^2+bx+c

$a+b+c=3.$

$-\frac{4,5}{2\cdot -0,5}=4,5>3.$

$6a+3b=4,5.$

$4a+2b+3=6,3$

$9a+3b+3=8,5.$

$3a=0,5.$

$a=\frac{1}{6}.$

$3b=3,5.$

$b=\frac{7}{6}.$

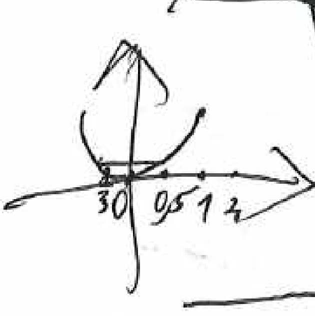
$y=ax^2$

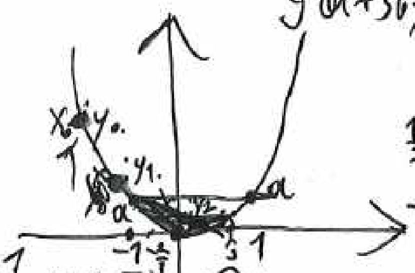
$x_2-x_1>0.$

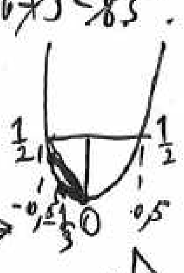
$x_1-x_0>0.$

$ax_1^2-ax_0^2>0.$

ax^2







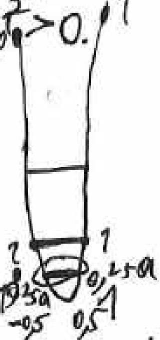
$\frac{1}{a+1}>0,5.$

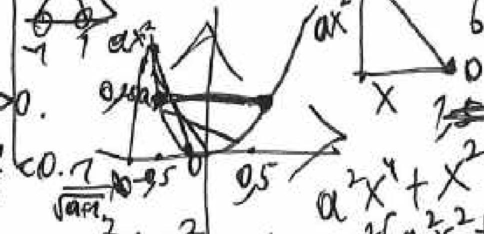
$\frac{1}{a+1}-\frac{1}{2}>0.$

$\frac{2-a-1}{a+1}>0.$

$a\in(-3;-1)$

$\frac{a+1}{a+1}<0.$





$1,5+\frac{21}{6^2}=5.$

$a^2x^4+x^2=1.$

$x^2(a^2x^2+1)=1.$

$\frac{\frac{7}{6}}{\frac{2}{6}}=-\frac{7}{2}.$

$\frac{1}{a+1}<-0,5.$

$\frac{1}{a+1}+\frac{1}{2}<0.$ $\quad \frac{2+a+1}{a+1}<0.$

$\frac{a+3}{a+1}>0.$ $\quad -3 \quad -1$

$ax^2+x^2=1.$

$(a+1)x^2=1$

$x^2=\frac{1}{a+1}$

$D=1+4a^2$

$x=\pm\sqrt{\frac{1}{a+1}}.$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-367

(заполняется организатором)

Задача 1.

Дано:

- 1шт. стоит 620 руб.,
- если покупать ≥ 20 шт., то есть кэшбэк 15% от оплаченной суммы.
- 30 000 руб.

Найти: как купить макс. кол-во шт.?

макс. кол-во – ?

Решение: рассмотрим несколько стратегий покупки:

① „в лоб": на 30 000р. можно купить $30000 : 620 = 48$ (шт.),

при этом у человека останется $30000 - 620 \cdot 48 + 0{,}15 \cdot 620 \cdot 48 =$
$= 30000 - 29760 + 4464 = 240 + 44$
$= 4704$ (р.)

на сумму 4704р. можно купить

$4704 : 620 = 7$ (шт), тогда у человека останется 364р, ему не хватит еще один набор.

значит, всего: $7 + 48 = 55$ (шт)

② попробуем каждый раз покупать по 20 наборов за раз:

первая итерация: $30000 - 620 \cdot 20 + 0{,}15 \cdot 620 \cdot 20 = 30000 - 12400 + 186$
$= 19460$ (р) – остаток.

вторая итерация: $19460 - 12400 + 1860 = 8920$ (р.) – остаток

за первые два шага мы приобрели $20 + 20 = 40$ наборов.

$8920 : 620 = 14$ (шт.) $\quad 8920 - 620 \cdot 14 = 240$ (р.) < 620

значит, всего: $40 + 14 = 54$ (шт.) можем приобрести после 2-х по 20шт.

③ рассмотрим еще способы купить макс. кол-во шт.:

3.1. купим сначала 20 штук, а затем 10 и сколько получится

1) $30000 - 620 \cdot 20 + 620 \cdot 20 \cdot 0{,}15 = 19460$ (р.) – ост. после покупки 20шт
2) $19460 - 620 \cdot 10 = 13260$ (р) – ост. после покупки 10шт.
3) $13260 : 620 = 21$ (шт.)

$\Sigma = 10 + 20 + 21 = 51$ (шт.)

ПРОДОЛЖЕНИЕ НА СЛЕДУЮЩЕ ЛИСТЕ, НО ОТВЕ 56

3.2. купим сначала 25шт., а затем:

1) $30000 - 620 \cdot 25 + 620 \cdot 25 \cdot 0{,}15 = 16825$ (р.) – ост. после покупки 25шт.
2) $16825 : 620 = 27$ (шт.)
3) $16825 - 27 \cdot 620 + 620 \cdot 27 \cdot 0{,}15 = 2596$ (р.) – ост.
4) $2596 : 620 = 4$ (шт.)

$\Sigma = 4 + 27 + 25 = 56$ (шт.)

заметим, что 56шт. можно также купить и при схеме $30 + 22 + 4$; (продолжение на следующем листе)

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-367

(заполняется организатором)

продолжение задачи 1:

для схемы $26+26+4=56$ (шт.) ; для $\cancel{37}+\cancel{16}=53$ (шт.)

$27+25+4=56$ (шт.) ; $35+18=53$ (шт.)

$30+22+4=56$ (шт.)

анализируя результаты можем сказать, что макс кол-во наборов премии: 56 их можно купить сначала 25, потом 27, потом еще 4.

Ответ: 56 шт.; например, 25+27+4.

Задача 6.

Дано: $\triangle ABC$ – остроуг.

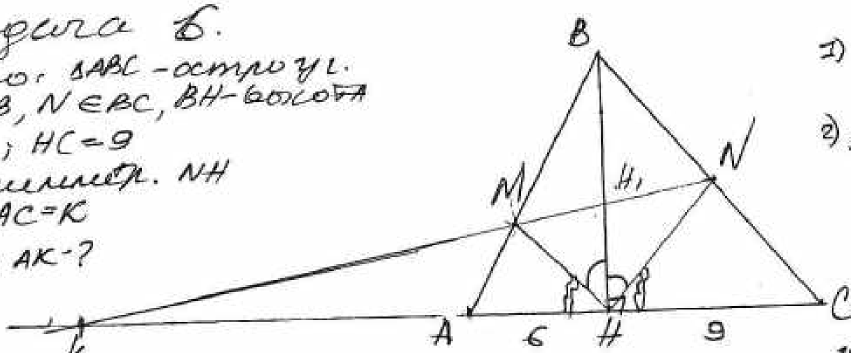
$M \in AB$, $N \in BC$, BH – высота

$AH=6$; $HC=9$

MH – симметр. NH

$MN \cap AC = K$

Найти: AK – ?



Решение:

1) сразу заметим, что MN ∦ AC, т.к. $MN \cap AC$

2) затем увидим, что $AB \neq BC$, т.к. BH – высота, но не медиана ($AH \neq HC$)

3). MH симметрична NH относительно BH, значит $\angle MHB = \angle NHB$

заметим, что $\angle AHM + \angle MHB = \angle BHN + \angle N$ $=90$

откуда $\angle AHM = \angle NHC$.

4) по теореме Менелая, т.к. KN – сек., $MN \cap AC = K$, $KN \cap AB = M$, $KN \cap BC = N$ $\Rightarrow \dfrac{CK}{AK} \cdot \dfrac{AM}{MB} \cdot \dfrac{BN}{NC} = 1$

$$\frac{CA+AK}{AK} \cdot \frac{AM}{MB} \cdot \frac{BN}{NC} = 1$$

5) из-за симметрии BH – биссектриса $\angle MHN$ $\Rightarrow$ пусть $BH \cap MN = H_1$, тогда $\dfrac{MH_1}{MH} = \dfrac{H_1N}{NH}$

Задача 2

$y = \lg \frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$ найти область определения функции - ?

по определению логарифма подлогарифмическое выражение должно быть строго больше 0.

значит, для того, чтобы найти О.О.Ф. необходимо решить нер-во:

$$\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0 \iff \frac{-(x^2+2x-3)}{-(x^2-1)} > 0 \iff \frac{x^2+2x-3}{x^2-1} > 0$$

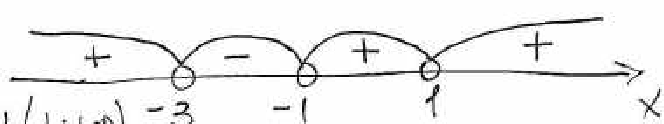
разложим квадратный трехчлен на множители

$x^2+2x-3=0$

$\begin{cases} x_1+x_2=-2 \\ x_1 \cdot x_2 = -3 \end{cases}$ по т. Виета $\left[\begin{array}{l} x_1=-3 \\ x_2=1 \end{array}\right.$

тогда, $\frac{(x+3)(x-1)}{(x-1)(x+1)} > 0$

методом интервалов: определим знаки дроби



значит, $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

Ответ: $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-367

(заполняется организатором)

Задача 3

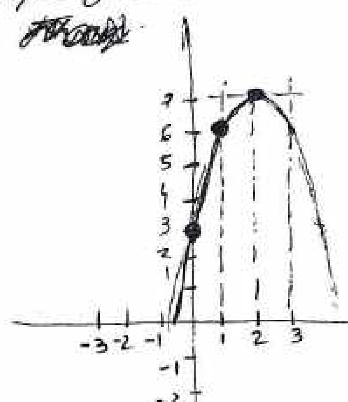
Найти все квадратные трехчлены, минимальные знач. каждого из которых на [0;1], [1;2], [2;3] равны 3, 6, 7 соответств.

Решение:

Графиком квадратного трехчлена является парабола. Эта функция непрерывна, монотонна.

Заметим, что при увеличении x, увеличивается y на рассматриваемых отрезках. Отсюда следует, что на них функция возрастает.

Функция монотонно возрастает на отрезке непрерывна, следовательно наименьшее значение она может принимать только на границ отрезков. Отсюда следует, что графику квадратного трехчлена принадлежат точки (0; 3), (1; 6), (2; 7)



~~поэтому не может~~

Запишем ур-ние параболы:

$y = ax^2 + bx + c$

$\begin{cases} x=0, \\ y=3, \\ c=3 \end{cases} \Rightarrow \underline{c=3}$

$\begin{cases} x=1, \\ a+b+3=6 \end{cases}$ $\begin{cases} x=1, \\ a+b=3 \end{cases}$ $\begin{cases} x=1, \\ b=3-a \end{cases}$

$\begin{cases} x=2, \\ 4a+2b+3=7 \end{cases}$ $\begin{cases} x=2, \\ 2a+b=2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=2, \\ b=2-2a \end{cases}$

$3-a = 2-2a \Rightarrow b = 3-a = 3+1 = 4$

$\underline{a=-1}$ $\underline{b=4}$

$y = -x^2+4x+3$

Ответ: $-x^2+4x+3$

почему нет других трехчленов? Предположим, что существует парабола $y=a_2x^2+b_2x+c_2$, для которой верно условие задачи. Тогда, согласно рассуждениям выше ей будут принадлежать точки (1;3), (2;6), (3;7)

решим систему:

$\begin{cases} a+b+c=3, \\ 4a+2b+c=6, \\ 9a+3b+c=7 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} 3a+b=3, \\ 3(3a+b)+c=7 \end{cases} \Rightarrow \underline{c=-2}$, $\begin{cases} a+b=3+2 \\ a+b=5 \end{cases} \Rightarrow \underline{a=-1}$

и очевидно, что для параболы $y=-x^2+6x-2$ наименьшее знач. на $[0;1] \neq 3$. т.к. $0+0-2=\underline{-2}$ значит, парабола единственная.

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»
Код участника: М11-367
(заполняется организатором)

Задача 5

$2-6^{\frac{1}{2}+\log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$

$2-6^{\frac{1}{2}}\cdot 6^{\log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\log_2 \cos x}$

по определению логарифма

$a^{\log_a b} = b \quad (b>0,\ a>0,\ a\neq 1)$,

значит, $2-\sqrt{6}\sin x = \sqrt{2}\cos x$

$\sqrt{2}\cos x + \sqrt{6}\sin x = 2$

$\sqrt{2}\cos x + \sqrt{2}\sqrt{3}\sin x = 2$

$\sqrt{2}(\cos x + \sqrt{3}\sin x) = 2$

$\cos x + \sqrt{3}\sin x = \sqrt{2} \quad |:2$

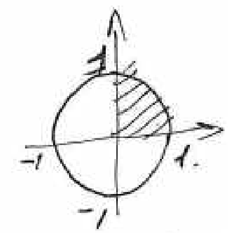
$\frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

определим ОДЗ:

по определению подлогарифмическое выражение должно быть >0,

значит,

$\begin{cases} \sin x > 0, \\ \cos x > 0 \end{cases}$



то есть ~~$x \in (0+2\pi n; \frac{\pi}{2}+2\pi n)$~~

$x \in (0+2\pi n; \frac{\pi}{2}+2\pi n)$

$n \in Z$

введем вспомогательный угол φ:

пусть $\cos\varphi = \frac{1}{2}$, $\sin\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$, тогда $\varphi = \frac{\pi}{3}$, следовательно

$\cos\frac{\pi}{3}\cos x + \sin\frac{\pi}{3}\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

значит, с учетом ОДЗ

$\frac{\pi}{3} - x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$

$-x = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} + 2\pi k$

$-x = \frac{-\pi}{12} + 2\pi k$

$x = \frac{\pi}{12} - 2\pi k,\ k \in Z$

проверим, что $x = \frac{\pi}{12} - 2\pi k$ принадлежит ОДЗ:

~~$\frac{\pi}{12} - 2\pi k \vee \frac{\pi}{2} + 2\pi k$~~

$0 < \frac{\pi}{12} < \frac{\pi}{2}$

Ответ: $x = \frac{\pi}{12} - 2\pi k,\ k \in Z$

Бланк ответа 1

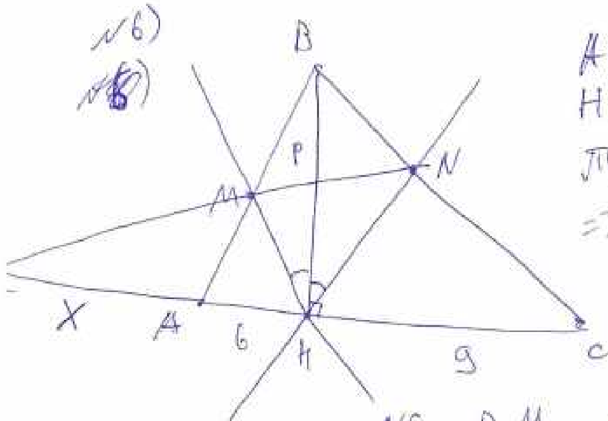
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-182

(заполняется организатором)

№6)

~~№8)~~



$AH = 6$

$HC = 9$

Т.к. MH симм. HN относительно BH, $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle MHB = \angle BHN$

$\Downarrow$

HB - бис. $\angle MHN$, тогда пусть т. P - пересечение BH и MN $\Rightarrow \frac{MP}{PN} = \frac{MH}{HN}$

По т. Менелая: $\frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{MA} \cdot \frac{AK}{AC} = 1$, а также $\frac{HP}{PB} \cdot \frac{BM}{MA} \cdot \frac{AK}{AH} = 1$

$$\frac{NC}{BN} \cdot \frac{X}{15} = \frac{HP}{PB} \cdot \frac{X}{6}$$

$$\frac{2NC}{BN} = \frac{5HP}{PB}$$

№8) Если один конец находится в точке A с координатами (x_1, y_1), то второй конец находится в точке B с координатами (x_2, y_2), тогда

$d = \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$, но $y_1 = x_1^2$, а $y_2 = x_2^2 \Rightarrow$ ~~$d = \sqrt{(x_1-x_2)^2+(x_1+x_2)^2}$~~

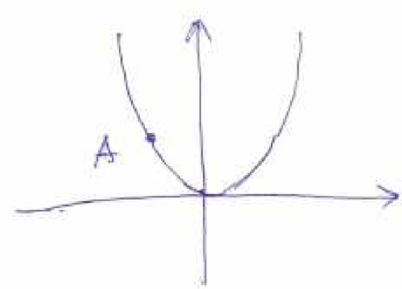
$$d = \sqrt{(x_1-x_2)^2+((x_1-x_2)(x_1+x_2))^2}$$

$\Downarrow$

$$d = |(x_1-x_2)|\sqrt{1+(x_1+x_2)^2}$$

Пусть d - настолько большое, что не может выполнить условие, тогда один из его концов застрял в точке A, а другой в точке B, тогда отрезок не смог полностью оказаться в $x>0$, значит $x_1<0$, а $x_2>0 \Rightarrow d = (|x_1|+x_2)\sqrt{1+(x_1+x_2)^2}$.

Тогда к этой точке мы можем провести касательную, её функция равна $y = 2x + k$ т.е. это производная.



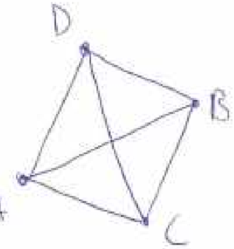
Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

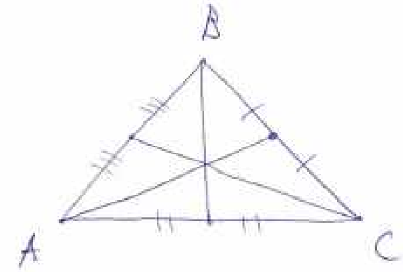
Код участника: М 11 - 182

(заполняется организатором)

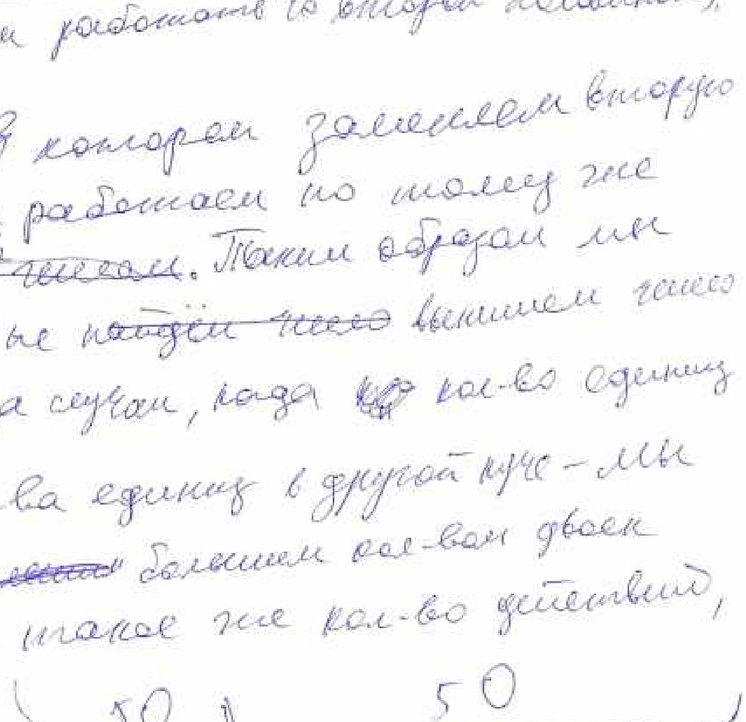
№4)



$AB = CD = a$
$BC = AD = b$
$AC = BD = c$



№7) Для начала возьмём число, где все единицы. ~~Как~~ Мы получим характ. k_1, тогда k_1 - кол-во единиц, а $100-k_1$ - кол-во двоек. Тогда возьмём число, где первая половина единицы, а вторая двойки. Тогда нам дали число k_2, где k_2-k_1 - ~~кол-во разных~~ разность кол-ва единиц и двоек во второй половине, пусть $k_2-k_1>0$, тогда дальше мы будем работать с первой половиной (в противном случае мы ~~д~~ будем работать со второй половиной). Теперь мы делаем число k_3, ~~в~~ в котором заменяем вторую четверть чисел на двойки и работаем по тому же принципу, что и с ~~первым числом~~ k_2. Таким образом мы делаем до тех пор пока не ~~найдём число~~ вычислим число k_8. Т.е. мы брали всегда случаи, когда ~~кол~~ кол-во единиц в одной куче, более кол-ва единиц в другой куче - мы получаем, что кучи с ~~большим~~ большим кол-вом двоек мы вычислим, хотя бы за такое же кол-во действий, то есть $1+1+1+2+5+10+20+40 =$
$= 80$ чисел, ч.т.д.



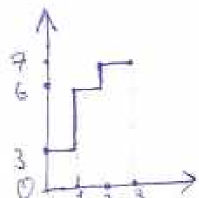
Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11-182

(заполняется организатором)

№3) $y=ax^2+bx+c$



Заметим, что для y есть только один x, где $y(x)'=0$, значит такой x ~~∈(-∞;1)~~ такой x не лежит в (1;3), потому что y на (0;1) меньше любого y на (1;3) для случая когда в $y(x)'=0$: y-min, в ином случае нас не интересует максимум.

На отрезке [0;1] минимум достигается либо в точках 0 или 1, либо в точке, где $y'=0$, ~~аналогично~~ тогда если min. в [1], то на отрезке [1;2] тоже, но тогда минимум на отрезке [1;2] ≠ 6, аналогичные рассуждения приводятся к [2;3]. Тогда на отрезке [0;1] минимум находится либо при $x=0$, либо где $y'=0$. На отрезке [1;2] минимум находится ~~либо~~ при $x=1$, ~~либо $y'=0$~~. На отрезке [2;3] минимум находится либо при $x=2$, либо при $x=3$ (если максимум функции лежит на [2;3)) ~~либо при $y'=0$~~.

$$\boxed{y'=2ax+b=0 \quad x=-\frac{b}{2a}}$$

I) $x_1=0,\ y_1=3;\ x_2=1,\ y_2=6;\ x_3=2,\ y_3=7$

$3=c$

$6=a+b+c \Rightarrow a+b=3 \Rightarrow$

$7=4a+2b+c \Rightarrow 3a+b=1 \Rightarrow a=-1,\ b=4,\ c=3$, тогда $y=-x^2+4x+3$, но тогда при ~~$y=3$~~ $x=3$: $y=6<7 \Rightarrow$ не подходит.

II) $x_1=0,\ y_1=3;\ x_2=1,\ y_2=6;\ x_3=3,\ y_3=7$

$3=c$

$6=a+b+c \Rightarrow a+b=3 \Rightarrow$

$7=9a+3b+c \Rightarrow 8a+2b=1 \Rightarrow a=-\frac{5}{6},\ b=3\frac{5}{6},\ c=3$

$y=-\frac{5}{6}x^2+3\frac{5}{6}x+3 \Rightarrow y'=0$

$\Downarrow$

$x=-\frac{b}{2a}=\frac{23}{10}=2,3 \Rightarrow$ при $x=2,3$

$\Downarrow$

это max.

III) $x=0,\ y=3;\ x=1,\ y=6;$ ~~$x=-\frac{b}{2a},\ y=7$~~

$-x^2+4x+c=y$

~~$3=c$~~

~~$6=a+b+c \Rightarrow a+b=3=a+4a=3$~~

~~$\frac{b^2}{4a}-\frac{b^2}{2a}+c=7 \Rightarrow \frac{b^2}{4a}+7=c$~~

~~$\Downarrow$~~

~~$\frac{b^2}{4a}=-4$~~

~~$b^2=-16a$~~

~~$b=-4a,\ a<0$~~

~~$b=4$ и $a=-1$~~

~~$z^2+4z-3=0$~~

~~$D=16+12=28$~~

~~$z_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{28}}{2} \Rightarrow z=-(2+\sqrt{7})$~~

Бланк ответа 4

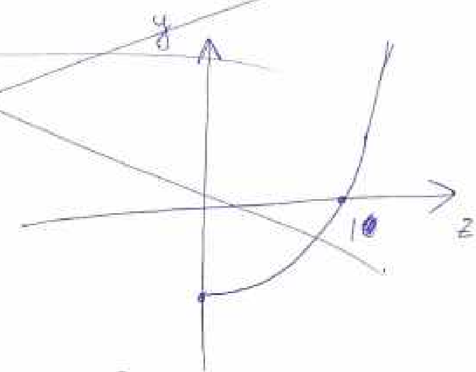
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11-182

(заполняется организатором)

№2) $y = \log_{10} \frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$, ~~график этой функции – график логарифма~~

$y = \log_{10} z$, где $z = \frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$



$y = \log_{10} \frac{3-2x-x^2}{1-x^2} \Rightarrow \frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0$, ОДЗ: $1-x^2 \neq 0 \Rightarrow x^2 \neq \pm 1$

I) $1-x^2 > 0 \Rightarrow 1 > x^2$

$\Downarrow$ $\quad$ $\Downarrow$

$3-2x-x^2 > 0$ $\quad$ $1 > |x|$

$x^2+2x-3 < 0$ $\quad$ $\Downarrow$

$x \in (-1; 1)$

$D = 4+12 = 16$

$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{2} = -1 \pm 2$

$\Downarrow$

При $-3 < x < 1$: $3-2x-x^2 > 0$

$\Downarrow$

$x \in (-1; 1)$

II) $1-x^2 < 0 \Rightarrow 1 < x^2$

$\Downarrow$ $\quad$ $\Downarrow$

$3-2x-x^2 < 0$ $\quad$ $1 < |x|$

$\Downarrow$

$x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

$x^2+2x-3 > 0$

$D = 4+12 = 16$

$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{2} = -1 \pm 2$

При $x > 1$: $3-2x-x^2 < 0$

При $x < -3$: $3-2x-x^2 < 0$

$\Downarrow$

$x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$

Ответ: $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$.

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11 - 182

(заполняется организатором)

ОДЗ:

$\sin x > 0$

$\cos x > 0$

№5) $2 - 6^{\frac{1}{2}+\log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$

$2 - \sqrt{6}\cdot\sin x = \sqrt{2}\cos x$

$2 - \sqrt{6}\cdot\sin x = \sqrt{2}\cdot\sqrt{1-\sin^2 x}$

$4 - 4\sqrt{6}\sin x + 6\sin^2 x = 2(1-\sin^2 x)$

$8\sin^2 x - 4\cdot\sqrt{6}\sin x + 2 = 0$

$4\sin^2 x - 2\sqrt{6}\sin x + 1 = 0$, пусть $\sin x = y$

$4y^2 - 2\sqrt{6}y + 1 = 0$

$D = 24 - 16 = 8$

$\sqrt{6}+\sqrt{2} < 4$

$6 + 4\sqrt{3} + 2 < 16$

$4\sqrt{3} < 8$

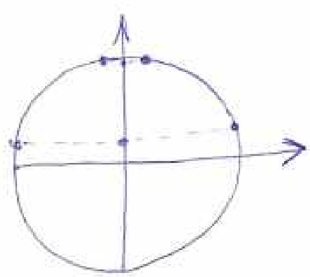
$\sqrt{3} < 2$

$3 < 4$

$y_{1,2} = \frac{2\sqrt{6}\pm 2\sqrt{2}}{8} \Rightarrow$ $y_1 = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} < 1 \Rightarrow \boxed{x = \arcsin\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right) + 2\pi k}$

$y_2 = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} < 1 \Rightarrow \boxed{x = \arcsin\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right) + 2\pi k}$

Но по ОДЗ: $\sin x$ и $\cos x$ больше 0 и $k \geq 0$



Ответ: $x = \arcsin\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right) + 2\pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$ и $k \geq 0$

$x = \arcsin\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right) + 2\pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$ и $k \geq 0$

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11-182

(заполняется организатором)

№3 продолжение)

III ~~$x=0, y=3$~~

$x_1=-\frac{b}{2a}, y_1=3; x_2=1, y_2=6; x_3=2, y_3=7$, где $y(x_1)'=0$

Такого быть не может, ведь минимум функции $y=ax^2+bx+c$ находится на $[0;1]$, а значит $f(x_2)-f(x_1)<f(x_3)-f(x_2)$ т.к. $f''(x_2)>0$ и $x_2-x_1<x_3-x_2$

$6-3<7-6$

$3<1$

что неправда

т.к. $f''(x_2)=2a>0$ т.к. $x_3>x_1$

что есть $1-x_1<1$ т.к. $x_1>0$

Тогда $y=-\frac{5}{6}x^2+\frac{23}{6}x+3$ – единственный такой многочлен.

Ответ: $y=-\frac{5}{6}x^2+\frac{23}{6}x+3$

№1) Для начала поймём, что больше 2 раз мы не сможем получить кэшбэк. Если мы получим кэшбэк хотя бы 3 раза, то мы купили хотя бы 60 наборов, каждый по 85% от цены (если считать сразу с вычетом кэшбэка), тогда мы потратим $60\cdot620\cdot85\%=60\cdot620\cdot0{,}85=31610>30000$.

Значит мы можем получить кэшбэк максимум 2 раза. Тогда

$30000-(x_1+x_2)\cdot0{,}85\cdot620\geq x_3\cdot620$, где x_1 - первая партия, x_2 - вторая партия, x_3 - третья партия

$x_1\geq20$ и $x_2\geq20$ и $30000-x_1\cdot0{,}85\cdot620\geq x_2\cdot620$

$\Downarrow$

$30000\geq620(x_2+x_1\cdot0{,}85)$

$\frac{30000}{620}\geq48$ $x_2+x_1\cdot0{,}85$

$48=x_2+x_1\cdot0{,}85$, где x_1 - max и $x_2\geq20$

$\Downarrow$

$x_1<\frac{28}{0{,}85}\Rightarrow x_1=32$

$x_1=32$

$\Downarrow$

$x_2=21$

$30000-53\cdot0{,}85\cdot620\geq x_3\cdot620 \Leftarrow$

$\frac{30000}{620}\geq x_3+53\cdot0{,}85$

$\Downarrow x_3=3\Rightarrow x_1+x_2+x_3=32+21+3=56$ наборов

Ответ: 56 наборов

Бланк ответа № 1

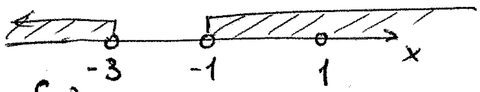
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	МН-1055

2. $y=\lg\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$, найти $E(y)$;

$\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}=\frac{-(x^2+2x-3)}{-(x^2-1)}=\frac{(\cancel{x-1})(x+3)}{(\cancel{x-1})(x+1)}=\frac{x+3}{x+1}$.

$y=\lg\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\lg\frac{x+3}{x+1} \\ x\neq\pm1\end{cases}$ из свойств логарифма $\frac{x+3}{x+1}>0$ и $x\neq\pm1$, тогда



Тогда $x\in(-\infty;-3)\cup(-1;+\infty)\setminus\{1\}$.

Ответ: Область определения функции $E(y)=(-\infty;-3)\cup(-1;+\infty)\setminus\{1\}$

5. $2-6^{\frac{1}{2}+\log_6\sin x}=2^{\frac{1}{2}+\log_2\cos x} \Leftrightarrow 2-6^{\frac{1}{2}}\cdot6^{\log_6\sin x}=2^{\frac{1}{2}}\cdot2^{\log_2\cos x} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2-6^{\frac{1}{2}}\cdot\sin x^{\log_6 6}=2^{\frac{1}{2}}\cdot\cos x^{\log_2 2} \Leftrightarrow 2-\sqrt6\sin x=\sqrt2\cos x$.

$\sqrt2\cos x+\sqrt6\sin x=2$

$\cos x+\sqrt3\sin x=\sqrt2$

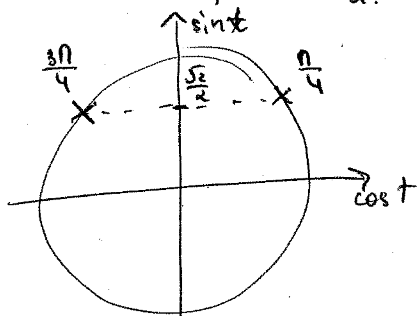
$2\left(\frac{1}{2}\cos x+\frac{\sqrt3}{2}\sin x\right)=\cancel{\frac{\sqrt2}{2}}\sqrt2$

$\frac{1}{2}\cos x+\frac{\sqrt3}{2}\sin x=\frac{\sqrt2}{2}$.

$\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt3}{2}\right)^2=1$, тогда выполняется Осн. тригоном. тожд.

Пусть есть угол φ для которого $\sin\varphi=\frac{1}{2}$, $\cos\varphi=\frac{\sqrt3}{2}$.

$(\varphi=\frac{\pi}{6})$



$\sin\varphi\cos x+\cos\varphi\sin x=\frac{\sqrt2}{2}$

$\sin(\varphi+x)=\frac{\sqrt2}{2}$ – синус угла $\frac{\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{4}$, $2\frac{\pi}{4}$ и т.д.

$\sin\left(\frac{\pi}{6}+x\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$\frac{\pi}{6}+x=2\pi n+\frac{\pi}{4}$, где $n\in\mathbb{Z}$ или $\frac{\pi}{6}+x=2\pi n+\frac{3\pi}{4}$, где $n\in\mathbb{Z}$

$x=2\pi n+\frac{\pi}{12}$ или $x=2\pi n+\frac{7\pi}{12}$

Ответ: $x=2\pi n+\frac{\pi}{12}$ или $x=2\pi n+\frac{7\pi}{12}$ при $n\in\mathbb{Z}$

Бланк ответа № 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-1055
(заполняется организатором)

1. При покупке ≥ 20 ~~мотков~~ наборов идет кешбэк 15% от стоимости покупки, тогда с каждого набора кешбэк составит $620 \cdot 0{,}15 = 93$ рубля.

Пусть можно купить 57 наборов.

Их общ. стоимость: $57 \cdot 620 = 35340$ р.

5340 р - кешбэк. Тогда кешбэк получен с ~~58 наб~~ $\frac{5340}{93} \approx 58$ наборов.

Такого быть не может, тогда макс. кол-во наборов - 56.

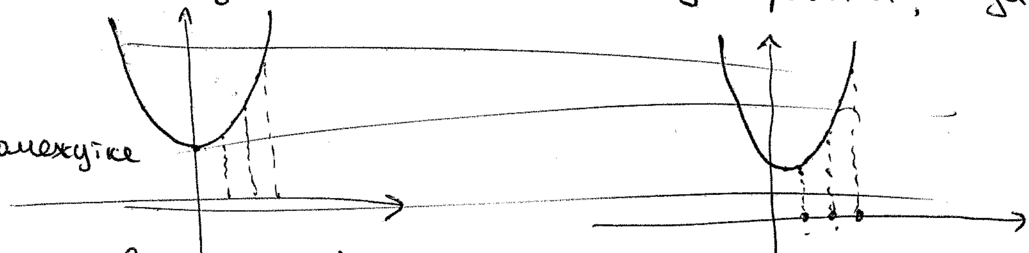
Пример:

кол-во	траты	кешбэк	остаток
20	12400	1860	19460
31	19220	2883	3123
5	3100	0	23.

Итого получили 56 наборов.

3.

График функции вида ax^2+bx+c имеет вид параболы, тогда если $a>0$, то вершина лежит в промежутке $(-\infty; 1)$.



если $a<0$, то вершина в промежутке $(2; +\infty)$

Бланк ответа №3

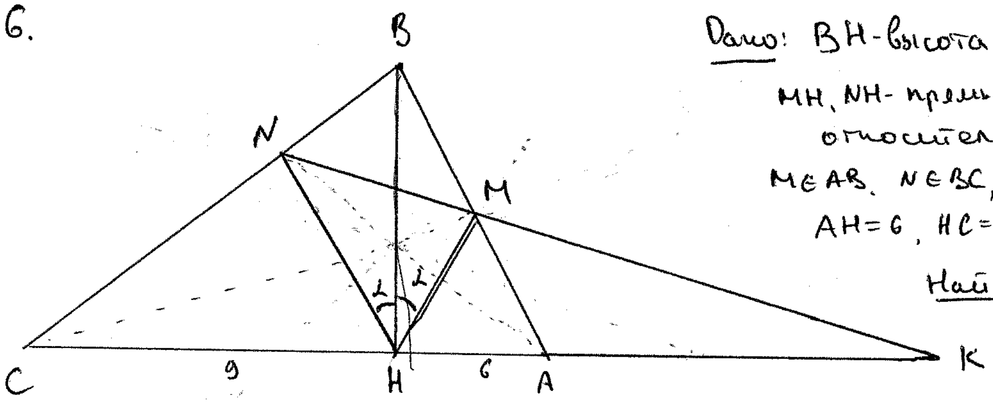
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11-1055

1.

~~При покупке ≥ 20 наборов идет кешбэк 15% за всю покупку, тогда с каждого мотка кешбэк составит $620 \cdot 0{,}15 = 93$ рубля.~~

6.



Дано: BH - высота
MH, NH - прямые, симметричные относительно BH.
$M \in AB$, $N \in BC$, $MN \cap AC = K$.
$AH = 6$, $HC = 9$

Найти: $AK = ?$

1. Прямые MH и NH расположены симметрично, относительно BH, это значит, что $\angle BHN = \angle BHM$.

2. $AH < CH$, значит точка N будет лежать выше точки M и $NM \cap AC$ за точкой A.

3. $CM \cap AN = O$, $O \in BH$. $BH \cap CM \cap AN$.

По т. Чевы $\frac{CN}{NB} \cdot \frac{BM}{AM} \cdot \frac{AH}{CH} = 1$. $\frac{CN}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} = \frac{9}{6}$.

4. По т. Менелая

$\frac{CN}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} \cdot \frac{AK}{CK} = 1$. $\frac{AK}{CK} = \frac{6}{9}$ $\Rightarrow$ $\frac{AK}{15+AK} = \frac{6}{9}$

$3AK = 90$
$AK = 30$

Ответ: $AK = 30$

Бланк ответа №4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11-1055

Бланк ответа № 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МН-1055

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-829

№1. Решение:

Цена одного набора после кешбэка: $620 \cdot 0{,}85 = 527$.

Тогда наибольшее кол-во: $\frac{30\,000}{527} = 56{,}9$

т.е. 56. Можно купить, например: сначала 20 наборов по 527, потом 31 по цене 527 и остается на 5 по цене 620, и того 56.

Ответ: 56.

№4 Решение:

Введем координаты точек.

$O = (0;0;0)$; $A = (d; e; f)$; $B = (d; -e; -f)$;

$C = (-d; e; -f)$; $D = (-d; -e; f)$

радиус описанной сферы $R_{ABCD} = \sqrt{d^2+e^2+f^2}$

$AB^2 = 4(e^2+f^2) = a^2$; $BC^2 = 4(d^2+e^2) = b^2$

$AC^2 = 4(d^2+f^2) = c^2$

Подставляем:

$R_{ABCD} = \sqrt{d^2+e^2+c^2} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{a^2+b^2+c^2}$

Коэффициент подобия треугольника, образованного средними линиями, $\frac{1}{2}$; значит, коэффициент подобия треугольника в серединах медиан, равен $\frac{1}{4}$.

Получим: $R = \frac{1}{4} \cdot R_{ABCD} = \frac{1}{8\sqrt{2}} \cdot \sqrt{a^2+b^2+c^2}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-829

3. Решение.

Пусть вершина принадлежит отрезку $[0;1]$.

Тогда:

$f(x_{верш}) = 3$ $\qquad b^2 = -12a + 4AC$

$f(1) = 6$ $\qquad a + b + c = 6$

$f(2) = 7$ $\qquad 4a + 2b + c = 7$

Находим:

$c = 2a + 5$; $b = 1 - 3a$, получим уравнение

$a^2 + 14a + 1 = 0$

Откуда:

$a = 7 + 4\sqrt{3}$, $\quad b = -12\sqrt{3} - 20$, $\quad c = 13 + 8\sqrt{3}$

$a = 7 - 4\sqrt{3}$, $\quad b = 12\sqrt{3} - 20$, $\quad c = 13 - 8\sqrt{3}$

Первая тройка не удовлетворяет условие $x_{верш} \in [0;1]$

Пусть вершина вне или на границе $[0;3]$

Получим:

$f(0) = c = 3$

$f(1) = a + b + c = 6$

$f(2) = 4a + 2b + 3 = 7$

Откуда:

$a = -1$, $b = 4$, $c = 3$

Ответ: трехчлены с коэффициентами $a = 7 - 4\sqrt{3}$, $b = 12\sqrt{3} - 20$, $c = 13 - 8\sqrt{3}$ или $a = -1$, $b = 4$, $c = 3$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11-829

4. Решение:

$$\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} = \frac{x^2+2x-3}{x^2-1} = \frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+1)} > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \dfrac{x+3}{x+1} > 0 \end{cases}$$

Применяя метод интервалов находим:

$x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

Ответ: $(-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

5. Решение:

ОДЗ: $\begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases} \Leftarrow \Rightarrow 0 + \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n; n \in Z$

тогда:

$2 - \sqrt{6} \cdot \sin x = \sqrt{2} \cdot \cos x$

$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin x + \frac{1}{2} \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

1) $x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$; $x = \frac{7\pi}{12} + 2\pi n$ – принадлежит ОДЗ

2) $x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k$; $x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k$ – ~~в~~ принадлежит ОДЗ

Ответ: $\frac{7\pi}{12} + 2\pi n$; $\frac{\pi}{12} + 2\pi k$; $n \in Z$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M11-829
(заполняется организатором)

№4.

Ответ: $\frac{1}{8\sqrt{2}} \cdot \sqrt{a^2+b^2+c^2}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-829

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-823
(заполняется организатором)

1. При покупке от 15 шт. за каждую пачку офисной бумаги мы в итоге отдаём $630 \cdot 0{,}9 = 567$ рублей, значит больше, чем $\frac{20000}{567} \approx 35{,}27 \Rightarrow 35$ пачек мы точно купить не сможем.

Сначала приобретём 15 шт., осталось $20000 - 15 \cdot 567 = 11495$ р. ($15 \cdot 630 < 20000 \Rightarrow$ это возможно),

далее приобретём ещё 18 шт., на 1289 р. можно купить ещё 2 пачки.

осталось $11495 - 630 \cdot 18 + 63 \cdot 18 = 1289$ р.

Итого, мы можем купить 35 пачек, а больше точно невозможно.

Ответ: 35

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-823

2. $y=\sqrt{\dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$

ОДЗ: $x^2-1>0 \Rightarrow |x|>1$

$\lg(x^2-1)\neq 0 \Rightarrow |x|\neq\sqrt{2}$

Определим промежутки знакопостоянства у x^2-4 и $\lg(x^2-1)$

1) $x^2-4\geq 0$ при $|x|\geq 2$, $x^2-4<0$ при $|x|<2$

2) $\lg(x^2-1)>0$ при $x^2-1>1 \Rightarrow x^2>2 \Rightarrow |x|>\sqrt{2}$, $\lg(x^2-1)<0$ при $x^2-1<1 \Rightarrow |x|<\sqrt{2}$

Выражение под корнем, частное x^2-4 и $\lg(x^2-1)$, должно быть неотрицательным $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ x^2-4 и $\lg(x^2-1)$ должны иметь один знак или $x^2-4=0$, $\lg(x^2-1)\neq 0$ ($\lg(x^2-1)\neq 0$ в любом случае)

$|x|\in(1;\sqrt{2}) \Rightarrow x^2-4<0,\ \lg(x^2-1)<0$ – подходит

$|x|\in(\sqrt{2};2) \Rightarrow x^2-4<0,\ \lg(x^2-1)>0$ – не подходит

$|x|=2 \Rightarrow x^2-4=0,\ \lg(x^2-1)\neq 0$ – подходит

$|x|>2 \Rightarrow x^2-4>0,\ \lg(x^2-1)>0$ – подходит

Отсюда, $|x|\in(1;\sqrt{2})\cup[2;+\infty) \Rightarrow x\in(-\infty;2]\cup(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})\cup[2;+\infty)$

Ответ: $x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})\cup[2;+\infty)$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) M11-823

3. Пусть $f(x)=ax^2+bx+c$ - данный квадратный трёхчлен, $a\neq 0$.

1) Пусть $a>0$, рассмотрим несколько случаев.

1.1) Координата вершины параболы по $x \le 0{,}5$ т.е. $\frac{-b}{2a}\le 0{,}5$. (объяснение далее**)

Тогда на отрезке $[0;1]$ максимум в единице, ~~...~~, аналогично для $[1;2]$ и $[2;3]$ ($f(2)$ и $f(3)$ максимумы соответственно) $\Rightarrow f(1)=3,\ f(2)=6,\ f(3)=8 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b+c=3 \\ 4a+2b+c=6 \\ 9a+3b+c=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=3 \\ 3a+b=3 \\ 9a+3b+c=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=3 \\ 3a+b=3 \\ 9+c=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=3 \\ 3a+b=3 \\ c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=4 \\ 3a+b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-0{,}5 \\ b=4{,}5 \end{cases}$$

$a<0 \Rightarrow$ такой вариант невозможен

1.2) $\frac{-b}{2a}\in[0{,}5;1{,}5]$

Аналогично рассуждая, получаем, что $f(0)$ - max на $[0;1]$, $f(2)$ - max на $[1;2]$, $f(3)$ - max на $[2;3]\Rightarrow$

$\Rightarrow f(0)=3,\ f(2)=6,\ f(3)=8$

$$f(0)=c=3 \Rightarrow \begin{cases} 4a+2b+3=6 \\ 9a+3b+3=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2b=3 \\ 9a+3b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2b=3 \\ 5a+b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2b=3 \\ 10a+2b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{6} \\ b=\frac{7}{6} \end{cases}$$

$\frac{-b}{2a}=\frac{-7}{2}<0{,}5 \Rightarrow$ такой вариант невозможен

1.3) $\frac{-b}{2a}\in[1{,}5;2{,}5]$

Аналогично рассуждая, получаем, что $f(0)=3,\ f(1)=6,\ f(3)=8$

$$f(0)=c=3 \Rightarrow \begin{cases} a+b+3=6 \\ 9a+3b+3=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ 9a+3b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ 8a+2b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ 4a+b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{2}{3} \\ b=3+\frac{2}{3} \end{cases}$$

$a<0 \Rightarrow$ такой вариант невозможен

1.4) $\frac{-b}{2a}\ge 2{,}5$

Аналогично рассуждая, получаем, что $f(0)=3,\ f(1)=6,\ f(2)=8$, но если $a>0$ и $\frac{-b}{2a}>2{,}5$, то на $[0;2]$ функция монотонно убывает $\Rightarrow$ такой вариант невозможен т.к. $\forall \alpha\in[0;1]\ \forall\beta\in[1;2]\ f(\alpha)\ge f(\beta) \Rightarrow 3\ge 6$, противоречие.

~~2) Пусть $a<0$, рассмотрим несколько случаев. ... $\frac{-b}{2a}\le 0{,}5$, тогда на отрезке $[0;1]$ $f(0)$ максимум ... $f(0)=f(1)$, но если $\frac{-b}{2a}\le 0$, то максимум в точке, наиболее удалённой от вершины, в данном случае 0,~~

** Если парабола ветвями вверх, то максимум на заданном отрезке находится в точке, наиболее удалённой от вершины параболы по Ox, это применяется для всех случаев $a>0$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) M11-823

3. (продолжение)

2) Пусть $a<0$, рассмотрим несколько случаев

2.1) $\frac{-b}{2a} \le 0 \Rightarrow$ максимум в точке, которая (наиболее удалена) наименее близка к вершине по Ox т.е. 0, но тогда $f(x)$ убывает на $[0;3] \Rightarrow$ наименьшее значение на $[0;1]$ больше наибольшего значения на $[1;2] \Rightarrow 3 \geq 6$, противоречие.

2.2) $\frac{-b}{2a} \in [0;1]$, аналогично 2.1, наибольшее значение на $[2;3]$ не превосходит наименьшего на $[1;2] \Rightarrow$
$\Rightarrow 6 \geq 8$, противоречие.

2.3) $\frac{-b}{2a} \in [1;2]$, значит 6 - максимальное значение $f(x)$, но тогда максимум на $[2;3]$ не может быть равен 8, противоречие

2.4) $\frac{-b}{2a} \geq 3$, на отрезке, не содержащем вершину параболы, максимум в той точке, которая по Ox ближе всего к вершине параболы $(a<0)$ $\Rightarrow f(1)=3,\ f(2)=6,\ f(3)=8$

$$\begin{cases} a+b+c=3 \\ 4a+2b+c=6 \\ 9a+3b+c=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=3 \\ 3a+b=3 \\ 9a+3b+c=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=3 \\ 3a+b=3 \\ 9+c=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=4 \\ 3a+b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-0{,}5 \\ b=4{,}5 \\ c=-1 \end{cases}$$

$y=-0{,}5x^2+4{,}5x-1$ - подходит

2.5) $\frac{-b}{2a} \in [2;3]$, аналогично 2.4, $f(1)=3,\ f(2)=6,\ f\left(\frac{-b}{2a}\right)=8$

$$\begin{cases} a+b+c=3 \\ 4a+2b+c=6 \\ \left(\frac{-b}{2a}\right)^2 \cdot a+\frac{-b}{2a}\cdot b+c=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3-a-b \\ 3a+b=3 \\ \frac{-b^2}{4a}+c=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3-3a \\ c=2a \\ \frac{-(3-3a)^2}{4a}+2a=8 \end{cases}$$

$$\frac{-(3-3a)^2}{4a}+2a=8$$

$a \neq 0 \Rightarrow -(3-3a)^2+8a^2=32a \Leftrightarrow -(9-18a+9a^2)+8a^2=32a \Leftrightarrow -a^2+18a-9=32a \Leftrightarrow -a^2-14a-9=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a^2+14a+9=0$

$D=196-36=160$

$a=\frac{-14+4\sqrt{10}}{2}=-7+2\sqrt{10}<-7+2\cdot 4=1$ - не подходит

Ответ: $-0{,}5x^2+4{,}5x-1$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-823

(заполняется организатором)

5. $3^{-\frac{1}{2}}+6^{-\frac{1}{2}+\log_6 \sin x} = 2^{-\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$ ОДЗ: $\sin x>0$, $\cos x \geq 0$

$\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{6}}\cdot 6^{\log_6 \sin x} = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 2^{\log_2 \cos x}$

$\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{\sin x}{\sqrt{6}} = \frac{\cos x}{\sqrt{2}}$

$\cos x = \sqrt{1-\sin^2 x}$, $\sin x>0$, $\cos x\geq 0$

Пусть $t = \sin x$, $t\in(0;1]$

$\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{t}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{1-t^2}}{\sqrt{2}} \quad \Big| \cdot\sqrt{18}$

$\sqrt{6}+\sqrt{3}\cdot t = 3\sqrt{1-t^2}$ | возведём в квадрат, правая часть ≥ 0

$(\sqrt{6}+t\sqrt{3})^2 = 9(1-t^2)$

$6+2t\sqrt{18}+3t^2 = 9-9t^2$

$12t^2+t\cdot 6\sqrt{2}-3=0$

$D=72+12^2=12\cdot 18$

$t_1=\frac{-6\sqrt{2}+6\sqrt{6}}{24}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

$t_2=\frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}<0 \Rightarrow$ не входит в ОДЗ

$\sin x = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \Rightarrow x = \arcsin\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

Ответ: $x=\arcsin\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11- 590
(заполняется организатором)

2. $y=\lg\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$; $\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}>0$, $\frac{(3+x)(1-x)}{(1-x)(1+x)}>0$

(1) $x\neq\pm1$. Учитывая (1) $1-x\neq0 \Rightarrow$ сократим на нею: $\frac{3+x}{1+x}>0$,

$+\;-3\;-\;-1\;+\;1\;+\;\to x$

$x\in(-\infty;-3)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$.

Ответ: $D(y)=(-\infty;-3)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$.

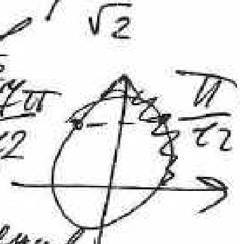
5. $\begin{cases}\sin x>0\\ \cos x>0\end{cases}$; $x\in\left(0+2\pi k;\frac{\pi}{2}+2\pi k\right)$ – ОДЗ.

$2-6^{\frac{1}{2}}\cdot6^{\log_6\sin x}=2^{\frac{1}{2}}\cdot2^{\log_2\cos x}$

$2-\sqrt{6}\cdot\sin x=\sqrt{2}\cos x \;\Big|\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sqrt{2}=\sqrt{3}\sin x+\cos x \;\Big|\cdot\frac{1}{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x$



$\frac{7\pi}{12}$ $\frac{\pi}{12}$ удовл. $x\in\left(0+2\pi k;\frac{\pi}{2}+2\pi k\right)\Rightarrow$

$\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$ неудовл. $\Rightarrow$ ~~$x+\frac{\pi}{6}\in\left(\frac{\pi}{6};\frac{2\pi}{3}\right)$~~

$\left[\begin{array}{l}x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{4}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\Rightarrow x=\frac{\pi}{12}+2\pi k\\ x+\frac{\pi}{6}=\frac{3\pi}{4}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\Rightarrow x=\frac{7\pi}{12}+2\pi k.\end{array}\right.$

Ответ: $\frac{\pi}{12}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$

$k=0$: $x=\frac{\pi}{12}+2\pi k$ ✓, $x=\frac{7\pi}{12}$ ✗ $>\frac{\pi}{2}$ неуд.

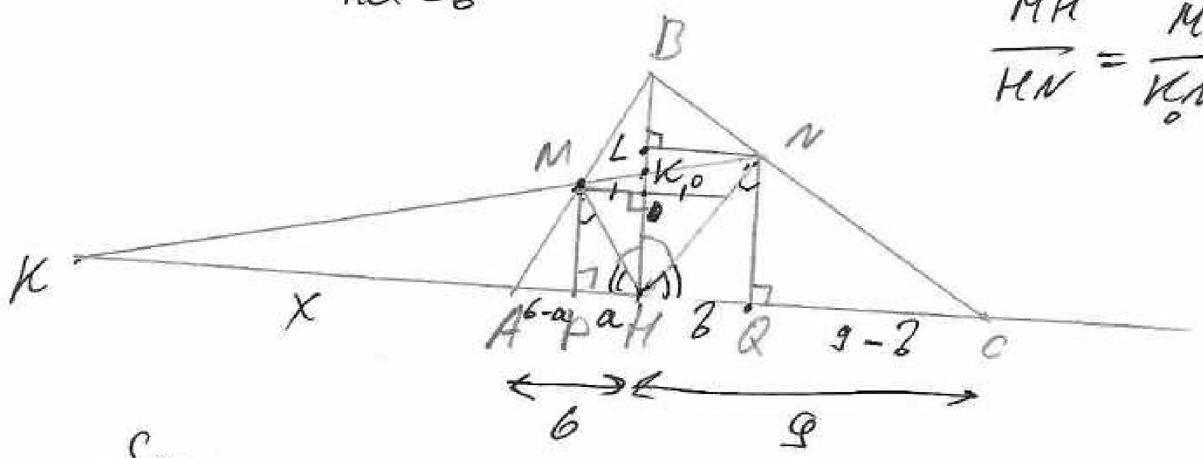
$k=1$: $x=\frac{25}{12}\pi>\frac{\pi}{2}$ неуд, $x=\frac{31\pi}{12}>\frac{\pi}{2}$ неуд.

$k=-1$ нет смысла, т.к. будет $x<0$, а это неуд.

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»
Код участника: М11-590
(заполняется организатором)

6. Пусть $AK = x$, $PH = a$, $HQ = b$

Св-во бисс-сы: $\frac{MH}{HN} = \frac{MK_0}{K_0N}$;



$$\frac{S_{ABH}}{S_{BHC}} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} = \frac{\cancel{S_{AMH}+S_{MHB}}}{\cancel{S_{HNC}\ S_{BHC}}} = \cancel{\frac{S_{AMH}}{S_{BHC}}} \cancel{+ \frac{S_{MHB}}{S_{BHC}}} \neq$$

$$= \frac{S_{AMH}+S_{MHB}}{S_{HNC}+S_{HNB}} = \frac{S_{AMH}}{S_{HNC}+S_{HNB}} + \frac{S_{MHB}}{S_{HNC}+S_{HNB}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{S_{HNC}}{S_{AMH}} + \frac{S_{HNB}}{S_{AMH}}} + \frac{1}{\frac{S_{HNC}}{S_{MHB}} + \frac{S_{HNB}}{S_{MHB}}} = \frac{1}{\frac{NQ\cdot 9}{MP\cdot 6} + \frac{HQ\cdot HB}{PH\cdot}}$$

Th. Мен. для KN и $\triangle ABC$: $\frac{CN}{NB}\cdot\frac{BM}{MA}\cdot\frac{x}{x+15} = 1$, (подобие) $\frac{CN}{NB}\cdot\frac{BM}{MA}\cdot\frac{AK}{KC} = 1$; $\frac{CQ}{QH}\cdot\frac{HP}{PA}\cdot\frac{x}{x+15} = 1$

$$\frac{9-b}{b}\cdot\frac{a}{6-a}\cdot\frac{x}{x+15} = 1$$

(1) $$\frac{x}{x+15} = \frac{6-a}{a}\cdot\frac{b}{9-b}$$

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-590
(заполняется организатором)

Продолжение 6. $\triangle MPH \sim \triangle NQH$ (в силу симметрии)

$\frac{PM}{NQ} = \frac{a}{b} = \frac{MH}{HN} = \frac{MK_0}{K_0N}$; $\triangle KMP \sim \triangle KNQ$ – $\triangle$ п/у
($MP \parallel NQ$)

$(2)\ \frac{KP}{KQ} = \frac{PM}{NQ} = \frac{x+6-a}{x+6+b} = \frac{a}{b}\ (2)$

система: $\begin{cases} \frac{x}{x+15} = \frac{6-a}{a} \cdot \frac{b}{9-b}, \\ \frac{x+6-a}{x+6+b} = \frac{a}{b}; \quad \frac{b}{a} = \frac{x+6+b}{x+6-a} \end{cases}$

$\cancel{\frac{x}{x+15} = \frac{(6-a)\cdot(x+6+b)}{(x+6-a)\cdot(9-b)}}$

$bx + 6b - ab = ax + 6a + ab$

$x(b-a) + 6(b-a) + 2ab = 0$

$\cancel{(x+6)(b-a) - 2ab}$

$(x+6)b - ab = (x+6)a + ab$

$\boxed{(x+6)(b-a) = 2ab}$

$x, b, a \in \mathbb{N}$ $\quad b > a$
> 0

$\frac{x}{x+15} = \frac{6-a}{a} \cdot \frac{b}{9-b}$

$(x+6)(b-a) = 2ab$

$x+6$	$b-a$	
b	$2a$	I
a	$2b$	II
$2ab$	1	III
ab	2	IV

I. $2a = b - a$, $x + 6 = b$

$3a = b$ $\quad x = b - 6$

$\frac{b-6}{b+9} = \frac{18-b}{b} \cdot \frac{b}{9-b}$

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-590
(заполняется организатором)

Прод. 6 $(9-b)(b-6)=(18-b)(b+9)$

$-54-\cancel{b^2}-15b=162+9b-\cancel{b^2}$

$-24b=216$, $b<0$ неуд

II. $\begin{cases} x+6=a \\ b-a=2b \end{cases}$ $x=a-b$

$a=-b$ неуд

$b>a$.

III. $\begin{cases} x+6=2ab, \\ b-a=1. \end{cases}$ $b=a+1$

$x+6=2a^2+2a$

---

1. $40<\frac{30000}{620}<60$ => Рассмотрим случаи, когда наборы берутся с кешбэком (иначе это невыгодно). Причём если мы берём наборы сразу на всю сумму, то кешбэк придёт только за первую операцию, это невыгодно => выгоднее сделать 1-ую операцию ~~мин~~ с минимальной ценой на кешбэк ($620\cdot20=12400$ руб.) а следующие будем рассматривать:

I операция: 20н., в остатке $(30000-12400)+12400\cdot0{,}15=$ $=19460$

II операция: если купить пряжи на все деньги, то выйдет: 31н, в остатке $(19460-31\cdot620\cdot0{,}85=3123)$

$\left[\frac{3123}{620}\right]=5$, в итоге 56 наборов

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11– 590
(заполняется организатором)

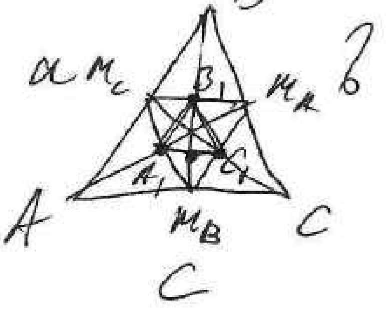
Продолжение 1. Если опять купить минимум, то в остатке будет $9100 < 9920 = 16 \cdot 620$ – это невыгодно. Если мы рассматриваем операции с концов, то промежуточные не нужны, т.к. они будут меньше ~~[illegible]~~ операции с max. и min выгодой на этапе (операции). Тогда нам остается рассмотреть вариант с I опер. в max набор.

$$\left\lfloor \frac{30000}{620} \right\rfloor = 48 + \underset{\left\lfloor \frac{4704}{620} \right\rfloor}{\overset{\shortparallel}{7}} = 55 \text{ н.} < 56 \text{н.}$$

Тогда наиболее выгодный – вариант выбрать I. 20 н., II. 31 н. III. 5 н., в сумме 56 н.

Ответ: 56 ~~шт~~.

4.



$M_A M_B$ – сред. лин $\parallel AB$ и аналогично другие $\Rightarrow$ т.к. $M_B C = B_1 M_A \Rightarrow$
$\Rightarrow B_1 C_1 = \frac{1}{4} BC$ и т.д.

$$B_1C_1 = \frac{1}{4} b; \; A_1C_1 = \frac{1}{4} c; \; A_1B_1 = \frac{1}{4} a$$

Тетраэдр вписан в сферу, т. O равноуд от вершины $\Rightarrow$ ее проекции на ребра падают в середину ребра, собственно.

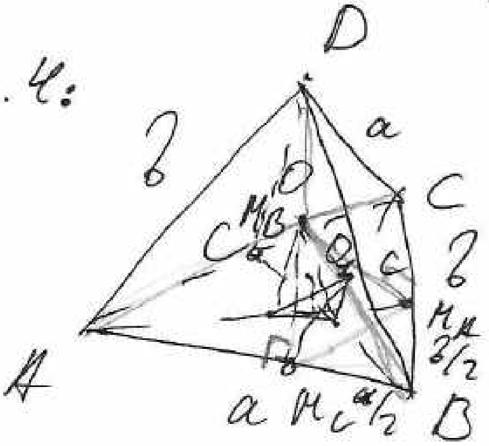
Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11- 590

(заполняется организатором)

Прод. 4:



тетраэдры :

$OA_1B_1C_1 \sim ABCD$

(Они подобны) =>

$$\frac{R_{ABCD}}{R_{A_1B_1C_1O}} = k = 4.$$

$$R_{ABCD} = \sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{8}}$$

$$R_{A_1B_1C_1O} = \sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{8}} \cdot \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{8\sqrt{2}}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{8\sqrt{2}}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М 11-244

№1) если мы купим k наборов, то потратим 620k рублей нам выгодней, чтобы ~~k~~ k≥20, т.к тогда мы получим кэшбек и сможем купить больше наборов кэшбек равен $620k \cdot \frac{15}{100}k = 93k$, т.
у нас останется $30000 - 620k + 93k = 30000 - 527k$

Заметим, что если на 30000-527k можно купить n наборов и $7 \leq n \leq 19$, то было бы выгоднее не оставлять денег вообще и потратить все сразу, тогда на полученный кэшбек можно было бы точно купить еще как минимум один набор $(7 \cdot \frac{15}{100} > 1)$ и увеличить ~~на~~ конечный результат, т.е в конце нам выгоднее если

$30000 - 527k \geq 12400$

$527k \leq 17600$

$k = 33$

$527k < 17600$

$k = 34$ ~~...~~

$527k > 17600$, ~~тогда~~ также заметим, что покупать ~~после~~ ~~ние~~ более 20 наборов без разницы за одну ~~за~~ закупку или более, т.к есть ~~оди~~ максимальный кэшбек там один и тот же, тогда, если мы в начале купим 33 набора у нас осталось 12609 рублей, после этого покупаем 20 наборов у нас останется $209 + \frac{15}{100} \cdot 12400 = 2069$ и покупаем оставшиеся 3 набора, итого мы купим 56 наборов

Ответ: 56

1

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором) М11-244

№5

$2-6^{\frac{1}{2}+\log_6 \sin x}=2^{\frac{1}{2}+\log_2 \cos(x)}$

$2-\sqrt{6}\cdot 6^{\log_6 \sin x}=\sqrt{2}\cdot 2^{\log_2 \cos(x)}$

$2-\sqrt{6}\cdot\sin x=\sqrt{2}\cdot\cos x$ (т.к $a^{\log_a b}=b$)

$\sqrt{2}(\cos x+\sqrt{3}\sin(x))=2$

$2\left(\frac{1}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin(x)\right)=\sqrt{2}$

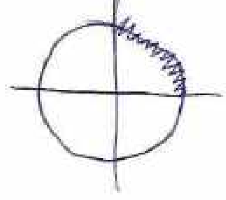
$2\left(\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\cos(x)+\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\sin(x)\right)=\sqrt{2}$

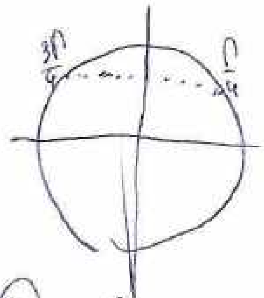
$\sin\left(\frac{\pi}{6}+x\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

~~$\sin x>0$ $x\in[0;\pi]+2\pi k$~~ ~~$\cos x>0$ $x\in[-\pi,\pi]+2\pi k$~~ ~~$k\in\mathbb{Z}$~~

$\sin x>0$ $\cos x>0$

$x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)+2\pi k$





$\frac{3\pi}{4}$ $\frac{\pi}{4}$

$$\left[\begin{array}{l}\frac{\pi}{6}+x=\frac{\pi}{4}+2\pi k\\ \frac{\pi}{6}+x=\frac{3\pi}{4}+2\pi k\end{array}\right.\qquad \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+2\pi k\\ x=\frac{7\pi}{12}+2\pi k \text{ не подходит}\end{array}\right.$$

Ответ: $x=\frac{\pi}{12}+2\pi k$

№2 $y=\lg\left(\frac{(x+3)(1-x)}{(1-x)(1+x)}\right)$

$\frac{(x+3)(1-x)}{(1-x)(1+x)}>0$ т.к $\boxed{x\neq 1}$ можно сократить

$\frac{x+3}{1+x}>0$ $+\ -3\ -\ -1\ +\ 1\ +$

$x\in(-\infty;-3)\cup(-1;+\infty)/\{1\}$

~~Тогда $y\in\left(0;\frac{1}{1000}\right)\cup\left(\frac{1}{10};+\infty\right)/\{10\}$~~

~~$\frac{x+3}{1+x}=$~~

Ответ

$$\boxed{y\in\left(0;\frac{1}{1000}\right)\cup\left(\frac{1}{10};+\infty\right)/\{10\}}$$

$\boxed{2}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М 11-244

~~№7 замечили интересную штуку у нас есть число n за n операций проверить легко изначально все единицы и пусть характеристика по сравнению с кодом = x, следующее число~~

самое первое число y будет состоять только из „1" мы узнаем кол-во единичек в числе X

а после этого ~~да~~ Y_1 будет таким:

$Y_1 = 1111\ldots\ldots1122$

$Y_2 = 11111111\ldots1212$

рассмотрим последние 4 цифры X у нас 16 вариантов, но рассмотрим только 8, т.к. другие им зеркальны!

	n	l	m
1112	x	x	x
1121	x	x	x-2
1122	x	x+2	x
1211	x	x-2	x-1
1212	x	x	x+2
1221	x	x	x
1222	x	x+2	x+2
1111	x	x-2	x-2

n - начальное кол-во единиц

l - кол-во попаданий Y_1

m - кол-во попаданий Y_2

заметим, что если поменять „1" на „2" и наоборот, то вместо x-2 будет x+2 вместо x-1 будет x+1,

также заметим, что для почти каждой комбинации набор изменений уникален, т.е за 51 ~~ша~~ Y можно понять все четверки таким образом:

$Y_3 = 11111\ldots\ldots1122111 1$

$Y_4 = 1111\ldots\ldots12121111$

$Y_{50} = 1122\ldots\ldots1111$

$Y_{51} = 1212\ldots\ldots1111$

(Если набор прибавлений уникален, можно однозначно понять какая именно четверка на одной из 25 позиций

3

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-244

Осталось 80-51 число Y т.е 28 операций, чтоб в каждой четверке была возможность отличить

1112 тогда подобным образом как Y_1, Y_2 и Y_3, Y_4 создадим
1221 комбинацию которая проверяет каждую чет-
2221 верку и это комбинация 1222
2112

1112	x	x-1
1221	x	x+1
2112	x	x-1
2221	x	x+1
	x	L

x-начальное кол-во единиц

$L - Y_n$

от Y_{52} до Y_{77} мы ~~к~~ проверяем каждую ~~пар~~ четверку чисел из 25 чисел

у нас осталось 3 Y получается нам надо за 3 действия понять как отличить ....1112.... и ....2112...., а также отличить ....1221.... и ....2221....

После 78 действий мы точно знаем где „неопознаваемые" четверки чисел пусть Y_{79} 1, 5, 9 ... 97 число как „2" а все остальные за „1" таким образом ~~этого~~ проверяя каждую четверку и тратя на ~~все~~ проверку ≤ 3 действий, а ~~потом проверяем~~ также первая проверка за менее чем 80 действий мы понимаем какая именно комбинация четверки есть, то есть и само число, ч.т.д.

4

Код участника: (заполняется организатором) М11 – 1538

2. $y=\lg\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$

$\mathcal{D}(y)$: $\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}>0$

$\Leftrightarrow \frac{x^2+2x-3}{1-x^2}<0$

$\frac{(x+3)(x-1)}{(1-x)(1+x)}<0$

$\frac{(x+3)(x-1)}{(x-1)(x+1)}>0$

$(*)\ \begin{cases}\frac{x+3}{x+1}>0\\ x\neq 1\end{cases}$

$g(x)=\frac{x+3}{x+1}$; $\mathcal{D}(g)=R\setminus\{-1\}$

$g(x)=0 \Leftrightarrow \frac{x+3}{x+1}=0 \Leftrightarrow \begin{cases}x+3=0\\x+1\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow x=-3$

$+ \quad -3 \quad - \quad -1 \quad + \quad x$

на каждом из интервалов $y=g(x)$ непрерывна и не обращается в нуль, значит, сохраняет свой знак

$g(x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>-1\\x<-3\end{array}\right.$

$(*) \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x>-1\\x<-3\end{array}\right.\\ x\neq 1\end{cases}$ $\quad \left[\begin{array}{l}x<-3\\ \begin{cases}x>-1\\x\neq 1\end{cases}\end{array}\right.$ $\quad \left[\begin{array}{l}x<-3\\-1<x<1\\x>1\end{array}\right.$

$\mathcal{D}(y)=(-\infty;-3)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty).$

5. $2-6^{\frac{1}{2}+\log_6\sin x}=2^{\frac{1}{2}+\log_2\cos x}$

$2-6^{\frac{1}{2}}\cdot 6^{\log_6\sin x}=2^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\log_2\cos x}$

$(*)\ \begin{cases}2-\sqrt{6}\cdot\sin x=\sqrt{2}\cdot\cos x \quad (1)\\ \sin x>0\\ \cos x>0\end{cases}$

(1): $2-\sqrt{6}\sin x=\sqrt{2}\cos x$

$\sqrt{2}\cos x+\sqrt{6}\sin x=2$

~~sin~~ $\sqrt{8}\left(\frac{\sqrt{2}\cos x}{\sqrt{8}}+\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{8}}\cdot\sin x\right)=2$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-1538

(заполняется организатором)

$2\sqrt{2}\left(\frac{1}{2}\cdot\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\right)=2$

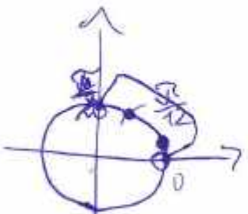
$\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=1$

$\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{4}+2\pi n \\ x+\frac{\pi}{6}=\frac{3\pi}{4}+2\pi n, n\in Z \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+2\pi n \\ x=\frac{7\pi}{12}+2\pi n, n\in Z \end{array}\right.$

(*):



$x=\frac{7\pi}{12}+2\pi n$ – лишняя серия корней $n\in Z$

Итак, $(*) \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{12}+2\pi n, n\in Z$

Ответ: $x=\frac{\pi}{12}+2\pi n, n\in Z$.

3. Рассмотрим расположение вершины параболы квадратного трёхчлена.

I. $x_в \notin (0;3)$:

1) $a>0$ Тогда наименьшее на $[0;1]$ либо в 1 ($x_в \geq 3$), либо в 0 ($x_в \leq 0$).

аналогично на $[1;2]$ либо в 2, либо в 1,

на $[2;3]$ либо в 3, либо в 2.

2) $a<0$: аналогично.

Найдём подходящие кв. трёхчлены:

I. $\begin{cases} a\cdot 0^2+b\cdot 0+c=3 \\ a\cdot 1^2+b\cdot 1+c=6 \\ a\cdot 2^2+b\cdot 2+c=7 \end{cases}$ – минимумы наименьшие в 0; 1; 2.

Тогда $a=-1$; $b=4$; $c=3$; $x_в=-\frac{b}{2a}=\frac{-4}{2\cdot(-1)}=2$ – не подходит

II. $\begin{cases} a\cdot 1^2+b\cdot 1+c=3 \\ a\cdot 2^2+b\cdot 2+c=6 \\ a\cdot 3^2+b\cdot 3+c=7 \end{cases}$ – наименьшее в 1; 2 и 3.

$a=-1$; $b=6$; $c=-2$, $x_в=-\frac{b}{2a}=\frac{-6}{2\cdot(-1)}=3$ – подходит.

$y=-x^2+6x-2$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 – 1538

II. $x_в \in [0;3]$: *: $x_в = 2$ и $x_в = 1$ – не подходят (min в отрезках совпадут)

а) $x_в \in (2;3)$: тогда при $a>0$ наименьшее на $[0;1)$ и $[1;2)$ больше min на $[2;3]$ – противоречие, а при $a<0$ – рассмотрим.

б) $x_в \in (1;2)$: тогда независимо от a min на $[1;2]$ либо меньше min и на $[0;1]$, и на $[2;3]$, либо меньше обоих min – противоречие

в) $x_в \in (0;1)$ ~~– аналогично под а). при $a>$~~

– аналогично под а): при $a<0$ min на $[0;1]$ больше, чем на $[1;2]$ и $[2;3]$ – противоречие, при $a>0$ – рассмотрим.

Итак, рассмотрим 2 случая:

1. $a<0$ и $x_в \in (2;3)$: min на $[0;1] = y(0)$; min на $[1;2] = y(1)$; min на $[2;3]$ или $y(2)$, или $y(3)$

2. $a>0$ и $x_в \in (0;1)$: min на $[2;3] = y(2)$, min на $[1;2] = y(1)$, min на $[0;1] = y(x_в)$

1. $\begin{cases} \min\limits_{[0;1]} = y(0) \\ \min\limits_{[1;2]} = y(1) \\ \min\limits_{[2;3]} = y(2) \end{cases} \Leftrightarrow y = -x^2+6x-2$

$\begin{cases} \min\limits_{[0;1]} = y(0) \\ \min\limits_{[1;2]} = y(1) \\ \min\limits_{[2;3]} = y(3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\cdot 0^2+b\cdot 0+c=3 \\ a+b+c=6 \\ 9a+3b+c=7 \end{cases}$ $a = -\frac{5}{6}$ – не подходит

2. рост квадратичной функции за отрезок, меньший 1, составил 3 $(6-3)$, а за отрезок, равный единице, составил 1 $(7-6)$ – противоречие.

Ответ: $y = -x^2+6x-2$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-1538
(заполняется организатором)

1. ~~Из имеющейся суммы купим наибольшее число наборов, получим кэшбэк~~

Из имеющейся суммы купим наборов так, чтобы потратить не более половины суммы, получим кэшбэк и на оставшееся купим наборов наибольшее количество, а затем на оставшееся (кэшбэк) купим наибольшее число наборов: (не более половины – т.к. на 20 товаров купить можно не более 2р.)

$\left[\frac{15000}{620}\right]=24$; $24\cdot620\cdot0{,}15+15000=17232$

$\left[\frac{17232}{620}\right]=27$; $27\cdot620\cdot0{,}15+17232-27\cdot620=3003$

$\left[\frac{3003}{620}\right]=4$;

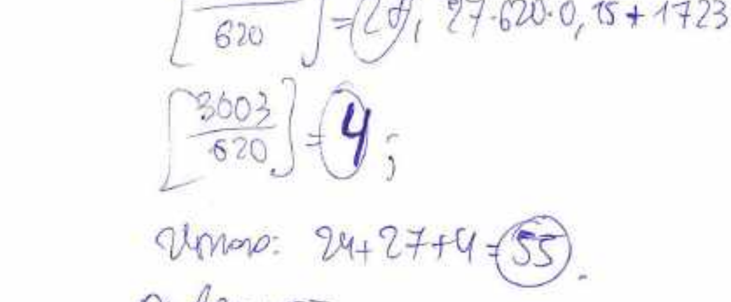
Итого: $24+27+4=55$.

Ответ: 55.

4. O – точка пересечения перпендикулярных плоскостям граней прямых, проходящих через центры их описанных окружностей.

Грани тетраэдра – равные между собой треугольники ⇒ O – равноудалена от граней и центров опис. окружностей.

6.



MN пересекает AC на продолжении [AC] за т. A (т.к. AM<NC). В силу симметрии отн-но BH $\angle MHB=\angle BHN$ и тогда $\angle MHA=\angle NHC$.

по т. Менелая $\frac{AM}{MB}\cdot\frac{BN}{NC}\cdot\frac{CK}{AK}=1$;

$$\frac{CK}{AK}=\frac{MB\cdot NC}{AM\cdot BN}. \quad (1)$$

Отразим N симметрично отн-но BH. Получим N' ~~и трапецию KAHN~~: $N'\in HM$ (из симметрии HM). $BN'\cap AC=K'$. $BM=BN$, $BK'=BC$, $K'H=HC$ и $K'A=8-6=3$. (В силу свойств симметрии осевой).

Таким образом, по т. Менелая для $\triangle K'BA$ и HN'-секущей:

$$\frac{K'N'}{N'B}\cdot\frac{BM}{MA}\cdot\frac{AH}{HK'}=1;$$ т.к. $\frac{AH}{HK'}=\frac{2}{3}$ и $K'N'=NC$, $N'B=BN$, ~~$HK'=HC=8$~~

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-1538

$\frac{BM}{MA} \cdot \frac{NC}{BN} = \frac{3}{2}$; отсюда и из (1): $\frac{CK}{AK} = \frac{3}{2}$.

$CK = 15 + AK$.

$\frac{15+AK}{AK} = \frac{3}{2}$; $30 + 2AK = 3AK$; $AK = 30$.

Ответ: 30.

5

выход: 12:36
вход: 12:39

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-53

№1

Пусть x наборов пряжи было куплено ~~со скидкой~~ с кешбэком, а y – без кешбэка. Заметим, что, чтобы был кешбэк нужно, чтобы $x \geq 20$. x и $y \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

$0{,}85 \cdot 620 \cdot x$ – стоимость x наборов пряжи.

$620 \cdot y$ – стоимость y наборов пряжи.

По условию сумма этих стоимостей ≤ 30000 руб.. Получим следующее неравенство:

$$0{,}85 \cdot 620x + 620y \leq 30000$$

$$17 \cdot 31x + 620y \leq 30000 \quad | : 31$$

$$17x + 20y \leq \frac{30000}{31} = 967 + \frac{23}{31}$$

т.к. x и $y \in \mathbb{N} \cup \{0\}$. Получим:

$$17x + 20y \leq 967$$

$$17x + 17y + 3y \leq 967$$

$$17(x+y) \leq 967 - 3y$$

Нас просят найти максимальное $x+y$.

$$(x+y) \leq \frac{967-3y}{17}$$

$$\frac{967-3y}{17} \leq \frac{967}{17} = 56 + \frac{15}{17}$$

т.к. $y \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

Значит: $x + y \leq 56$

Пример на 56 наборов пряжи:

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-53

Сначала купим 51 набор пряжи. У нас останется:

$30000 - 620 \cdot 51 \cdot 0{,}85 = 3123$ руб.

Затем купим еще 5 наборов пряжи:

$5 \cdot 620 = 3100$ руб ≤ 3123 руб

Ответ: 56 - максимальное возможное число наборов, которое можно купить. ~~Пример, как это с~~ Сначала покупаем 51 набор, а затем еще 5 наборов.

№5

$$2 - 6^{\frac{1}{2} + \log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2} + \log_2 \cos x}$$

Ограничения: $\sin x > 0$ и $\cos x > 0$

$\sin x > 0$: $x \in (2\pi k; \pi + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$

$\cos x > 0$: $x \in (-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$

$\sin x > 0$ и $\cos x > 0$: $x \in (2\pi t; \frac{\pi}{2} + 2\pi t), t \in \mathbb{Z}$

$$2 - 6^{\frac{1}{2} + \log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2} + \log_2 \cos x}$$

$$2 - 6^{\log_6 \sqrt{6} \cdot \sin x} = 2^{\log_2 \sqrt{2} \cdot \cos x}$$

$$2 - \sqrt{6} \cdot \sin x = \sqrt{2} \cos x$$

$$\sqrt{6} \cdot \sin x + \sqrt{2} \cos x = 2$$

Воспользуемся методом вспомогательного угла:

$$\sqrt{6} \cdot \sin x + \sqrt{2} \cos x = 2 \,\Big|: \sqrt{2+6}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin x + \frac{1}{2} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

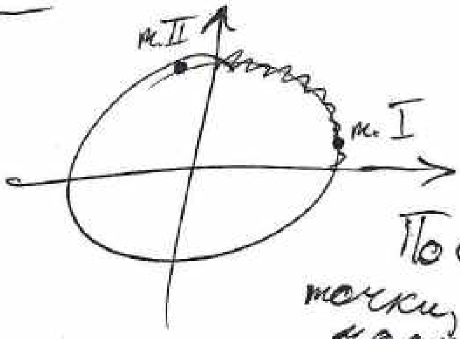
Код участника: (заполняется организатором) М11-53

т.к. $\sin(x+\frac{\pi}{6}) = \sin x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos x \cdot \frac{1}{2}$, получим

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z} \\ x+\frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{4}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z} \\ x = \frac{7\pi}{12}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z} \end{array}\right.$$



т.I: $x=\frac{\pi}{12}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z}$

т.II: $x=\frac{7\pi}{12}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z}$

По ограничениям нам подходят точки, которые лежат на заштрих. части окружности.

Значит, подходит только $x=\frac{\pi}{12}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z}$. (второй корень не подходит из-за ограничений, которые накладывает логарифм)

Ответ: $x=\frac{\pi}{12}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z}$

№2

$$y=\lg\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$$

ООФ: $\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}>0$, $x\neq\pm1$

Пусть $f(x)=\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$. Заметим, что $f(-3)=\frac{3+6-3^2}{1-3^2}=0$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11-53

Возьмём производную от $f(x)$:

$$f'(x) = \frac{(3-2x-x^2)'(1-x^2) - (1-x^2)'(3-2x-x^2)}{(1-x^2)^2} =$$

$$= \frac{(-2x-2)(1-x^2) - (-2x)(3-2x-x^2)}{(1-x^2)^2} =$$

$$= \frac{-2x+2x^3-2+2x^2+6x-4x^2-2x^3}{(1-x^2)^2} =$$

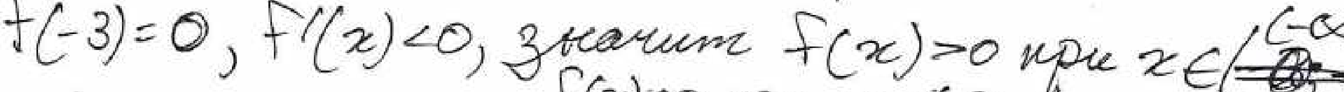
$$= \frac{-2x^2+4x-2}{(1-x^2)^2} = \frac{-2(x-1)^2}{(1-x)(1-x)(1+x)(1+x)}.$$

по ограничению $x \neq \pm 1$, получим:

$$f'(x) = \frac{2(x-1)}{(1-x)(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-2}{(x+1)^2}$$

$x \neq -1$, значит $f'(x) < 0$, значит функция $f(x)$ всегда убывает (кроме $x = \pm 1$).



$f(-3) = 0$, $f'(x) < 0$, значит $f(x) > 0$ при $x \in (-\infty; -3)$

$f(x) < 0$ при $x \in (-3; -1)$

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-53

~~$F(0)=\frac{3-0-0}{1-0}=3$ Значит $F(x)>0$ при $x\in(-\infty;-3)$~~

~~при $x\in(-1;1)$: $-2x-x^2<3$, $-x^2<1$~~

при $x\in(-1;1)$: $-2x-x^2>-3$; $-x^2>-1$

значит $F(x)=\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}>0$, значит:

$x\in(-1;1)$ – подходят

при $x\in(1;+\infty)$: $-2x-x^2<-3$, $-x^2<-1$,

значит $F(x)=\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}>0$. значит:

$x\in(1;+\infty)$ нам подходят

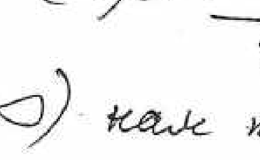
Ответ: $x\in(-\infty;-3)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$

№3

~~$F(x)=ax^2+bx+c$~~

$y=ax^2+bx+c$. Построим $y=ax^2+bx+c$ в координатах
$a\neq0$

x_0y: в x_0y $y=ax^2+bx+c$ может выглядеть

либо так: , при этом $a>0$, либо так: $(a<0)$

Также заметим, что если $a<0$, то $2\le x_0$ (абсцисса вершины)

Рассмотрим случаи:

I. $a>0$, тогда у параболы ветви вверх. $x_0=\frac{-b}{2a}$ – абсцисса

Как известно: при $a>0$ минимум $y=ax^2+bx+c$ достигается в вершине

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11-53

в вершине параболы. Заметим, что $3<6<7$. Значит $x_0 \le 1$, т.к. иначе минимум параболы будет достигаться на другом отрезке, но минимальное значение на данных в условии отрезках $=3$.

1. Если $x_0 \le 0$, то $y(0)=a\cdot 0+b\cdot 0+c$. По условию $y(0)=3$ значит $c=3$

т.к. если вершина находится за нулем влево, а $a>0$, то min на отрезке $[0;1]$ достиг. в нуле

$y(1)=a+b+c=6$

$y(2)=a\cdot 4+b\cdot 2+c=7$

$$\begin{cases} c=3 \\ a+b+c=6 \\ 4a+2b+c=7 \end{cases} \qquad \begin{cases} a+b=3 \\ 4a+2b=4 \end{cases}$$

$a=3-b$. Подставим во второе

$12-4b+2b=4$

$2b=8$

$b=4$, $a=-1$, $c=3$

$a=-1<0$ значит, такой случай нам не подходит

2. Если $0<x_0<1$. Минимальное значение квадратного трёхчлена $=\frac{-D}{4ac}=\frac{-b^2+4ac}{4ac}=\frac{-b^2}{4ac}+1$

$$\begin{cases} \frac{-b^2}{4ac}+1c=3 \ (I) \\ y(1)=a+b+c=6 \ (II) \\ y(2)=4a+2b+c=7 \ (III) \end{cases}$$

выразим из II c: $c=6-a-b$

Подставим в I и III:

получим: $\begin{cases} \frac{-b^2}{4a(6-a-b)}+12-2a-2b=2 \ (I) \\ 3a+b=1 \ (III) \end{cases}$ Выразим $b=1-3a$

подставим в первое $\frac{-(1-3a)^2}{4a(6-a-1+3a)}=2$

$\frac{-(1-3a)^2}{2a}+12-2a-2(1-3a)=3 \ \Big|\cdot 2a\neq 0$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11-53

$-(1-3a)^2 + 24a - 4a^2 - 4a(1-3a) = 6a$ $\qquad \dfrac{-(1-3a)^2}{4a(2a+5)} = 2$

$-1 + 6a - 9a^2 + 24a - 4a^2 - 4a + 12a^2 = 6a$

$-a^2 + 20a - 1 = 0$

$a = \dfrac{-10 \pm \sqrt{100-1}}{-1}$

$a_1 = \dfrac{-10 + 3\sqrt{11}}{-1}$ $\qquad a_2 = \dfrac{-10 - 3\sqrt{11}}{-1}$

$a_1 = 10 - 3\sqrt{11} > 0$ $\qquad a_2 = 10 + 3\sqrt{11} > 0$

$b_1 = 1 - 30 + 9\sqrt{11} =$ $\qquad b_2 = 1 - 30 - 9\sqrt{11} =$

$= 9\sqrt{11} - 29$ $\qquad = -9\sqrt{11} - 29$

$x_{01} = \dfrac{29 - 9\sqrt{11}}{20 - 6\sqrt{11}} < 0$ $\qquad x_{02} = \dfrac{9\sqrt{11} + 29}{10 + 3\sqrt{11}}$

не подходит

$\dfrac{9\sqrt{11} + 29}{10 + 3\sqrt{11}} \vee 1$

$9\sqrt{11} + 29 \vee 10 + 3\sqrt{11}$

$19 > -6\sqrt{11}$

Значит $x_{02} > 1$, значит такой случай нам не подходит.

II. $a < 0$, когда у параболы ветви направлены вниз. Нам подходят случаи, когда x_0 (абсцисса вершины) > 3 или когда $2 \leq x_0 \leq 3$

Дополнительный бланк №
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М 11-53

1. $x_0 > 3$, тогда $\begin{cases} y(2) = a\cdot 4 + b\cdot 2 + c = 7 \ (I) \\ y(1) = a + b + c = 6 \ (II) \\ y(0) = c = 3 \ (III) \end{cases}$ подставим $c=3$ в I и II

$\begin{cases} 4a + 2b + 3 = 7, \\ a + b + 3 = 6 \end{cases}$ выразим b: $b = 3 - a$ подставим в первое

$4a + 2(3-a) = 4$

$2a = -2$

$a = -1,\ b = 4,\ c = 3$

$x_0 = \frac{-4}{2(-1)} = 2$ - не подходит (т.к. x_0 должен > 3)

2. ~~$2 \le x_0 \le 3$~~ $x_0 = 2$ или $2 \le x_0 \le 3$, тогда $\begin{cases} \cancel{\frac{-b^2}{4a} + c = 7}\ y(2) = 4a + 2b + c = 7 \\ y(1) = a + b + c = 6 \\ y(0) = c = 3 \end{cases}$ подставим c

$\begin{cases} \cancel{\frac{-b^2}{4a} = 4}\ 4a + 2b = 4 \\ a + b = 3;\ a = 3 - b \end{cases}$ подставим в первое

~~$\frac{-b^2}{4(3-b)} = 4 \ \big| \cdot 4(3-b) \neq 0 \quad -b^2 = 16(3-b)$~~

$12 - 4b + 2b = 4$

$8 = 2b$

$b = 4,\ a = -1,\ c = 3$

~~$b^2 - 16b + 96 = 0$~~

~~$b = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 96}}{2}$ $D < 0,\ \varnothing$~~

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М.11-53

$\cancel{b^2-16b+48=0}$

$\cancel{(b-4)(b-12)=0}$

$b_1=4$ $\cancel{b_2=12}$

$a_1=-1$ $\cancel{a_1=9}$

$c=3$ $\cancel{c=3}$

$x_{01}=\frac{-4}{-2}=2$ - подходит. $\cancel{x_{02}=\frac{-12}{-2\cdot 9}=\frac{2}{3}}$ ~~- не подходит~~

$-1x^2+4x+3$ - подходит

Случай I. 2. $a>0$, $0\le x_0\le 1$

$$\begin{cases} \frac{-b^2}{4a}+c=3 \ (I) \\ y(1)=a+b+c=6 \ (II) \\ y(2)=4a+2b+c=7 \ (III) \end{cases}$$

Выразим из II c: $c=6-b-a$

Подставим в I и III:

$$\begin{cases} \frac{-b^2}{4a}+6-b-a=3 \ (I) \\ 4a+2b+6-b-a=7 \ (III) \end{cases}$$

Выразим из III b: $b=7-6-3a=1-3a$

$$\frac{-(1-3a)^2}{4a}+6-(1-3a)-a=3 \quad |\cdot 4a\ne 0$$

$$-1+6a-9a^2+24a-4a+12a^2-4a^2=12a$$

$$-a^2-14a-1=0$$

$$a^2+14a+1=0$$

$$a=-7\pm\sqrt{49-1}$$

$a_1=-7-\sqrt{48}<0$ (не подходит) $a_2=-7+\sqrt{48}<0$ (не подходит)

Дополнительный бланк №

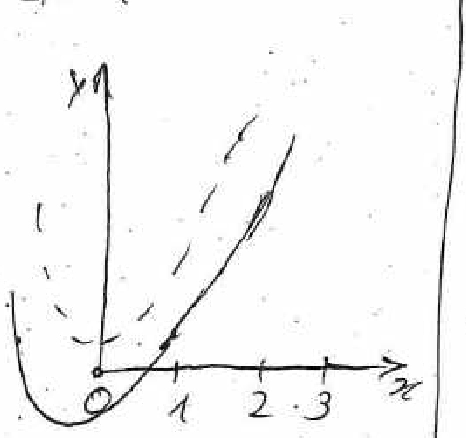
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-53

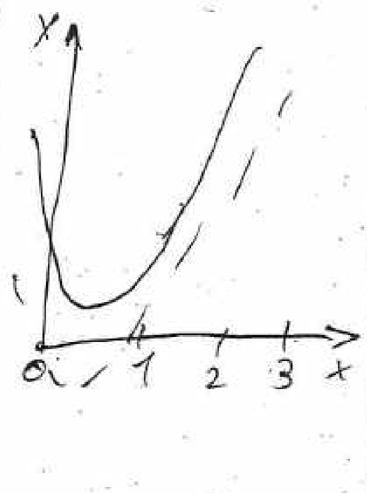
— вершина параболы при $a<0$: $2 \le x_0$

Покажем на графиках, как должны были выглядеть эти параболы:

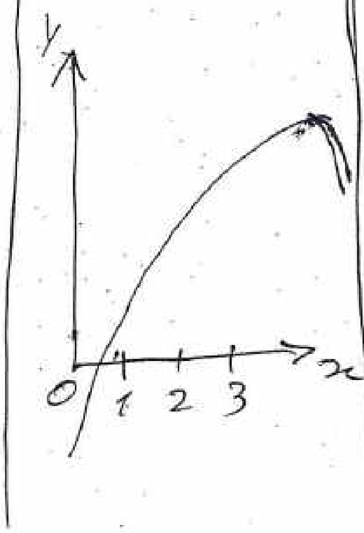
I.1.



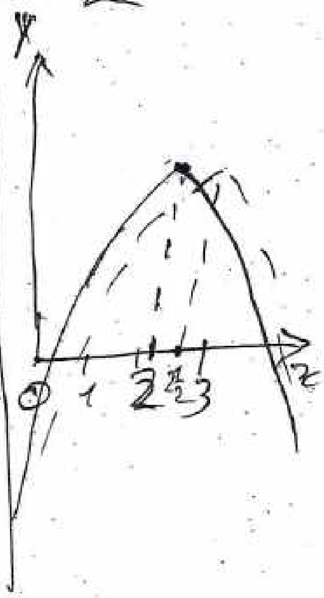
I.2.



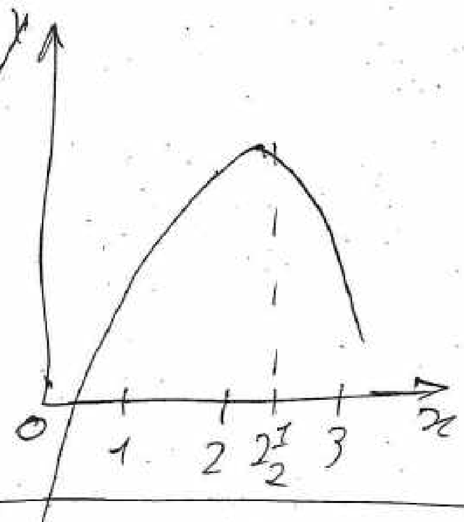
II.1



II.2



II.3.



II.3. $a<0$

$y(0)=3=c$

$y(1)=a+b+c=6$

$y(3)=9a+3b+c=7$

$\begin{cases} a+b=3 \\ 9a+3b=4 \end{cases}$

$9a+3(3-a)=4$

$6a=-5$

$a=-\frac{5}{6}$

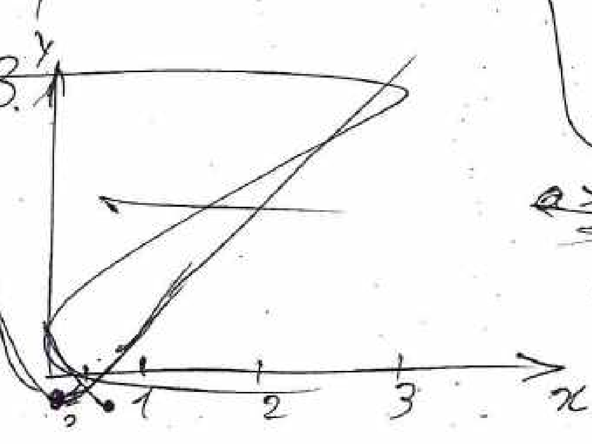
$b=3\frac{5}{6}$

$x_0 = -\frac{23\cdot 6}{6\cdot 2\cdot(-5)} = 2{,}3$ - подходит

$-\frac{5}{6}x^2+3\frac{5}{6}x+3$ - подходит

~~$a>0$ $0 \le x_0 \le \frac{1}{2}$~~

I.3.



Ответ: $-x^2+4x+3$ и

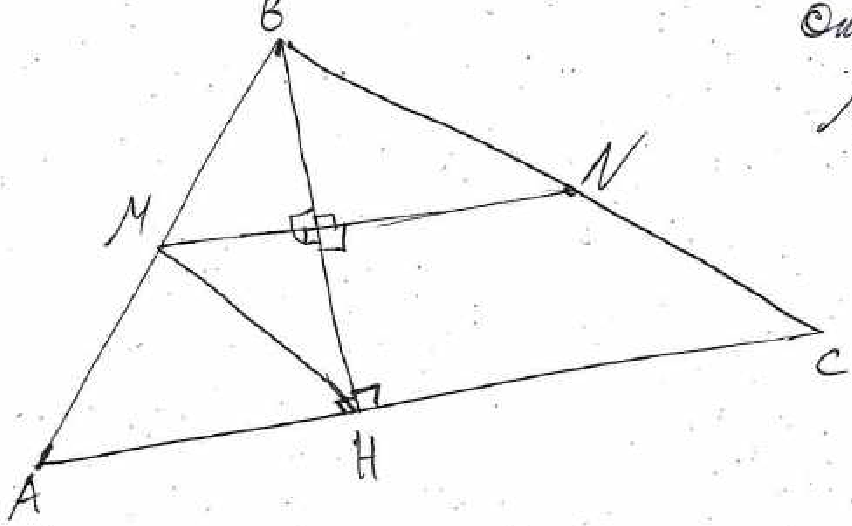
и $-\frac{5}{6}x^2+3\frac{5}{6}x+3$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-53

№6



т.к. MH и NH симметричны относительно BH, то $MN \perp BH$, а т.к. $AC \perp BH$, $MN \parallel AC$

Ответ: нет решений.

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-24

№1.

Чтоб приобрести max кол. наборов, надо получить max кол-во денег с кэшбэка. Для этого надо купить на 30000 наибольшее кол-во наборов.
За 29760 купим 48 наборов и 240 рублей останется

$$\frac{29760 \cdot 15}{100} = 4460 \text{ - кэшбэк}$$

$4460 + 240 = 4700$

За 4700 купим 7 наборов и 360 рублей останется

$$\frac{4340 \cdot 15}{100} = 651$$

$651 + 360 = 1011$

Купим еще одну пачку и останется 390 рублей.

$48 + 7 + 1 = 56$ наборов.

Больше получить не можем, так как если покупать наборы не max кол-во на свои деньги, то кэшбэк будет меньше.

Ответ: 56 наборов.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 – 24

№2

$y = \lg \frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$

$\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} \neq 0$

$1-x^2 \neq 0$

$x \neq \pm 1$

$3-2x-x^2 \neq 0$

$x^2+2x-3 \neq 0$

$x \neq 1 \quad x \neq -3$

$x \in (-\infty; -3) \cup (-3; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; \infty)$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-24

№ 3

$y = ax^2 + bx + c$

Т.к. квадратный трёхчлен имеет график параболы, и min значения на ~~отрезках~~ данных отрезках возрастает, то можно утверждать что на отрезке от [0; 1] - min значение $y=3$ достигается в $x=0$, аналогично $y=6$ - в $x=1$, и $y=7$ - в $x=2$

$$\begin{cases} 3 = c \\ 6 = a+b+c \\ 7 = 4a+2b+c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 = a+b & (1) \\ 4 = 4a+2b & (2) \end{cases}$$

(2) − 2 · (1):

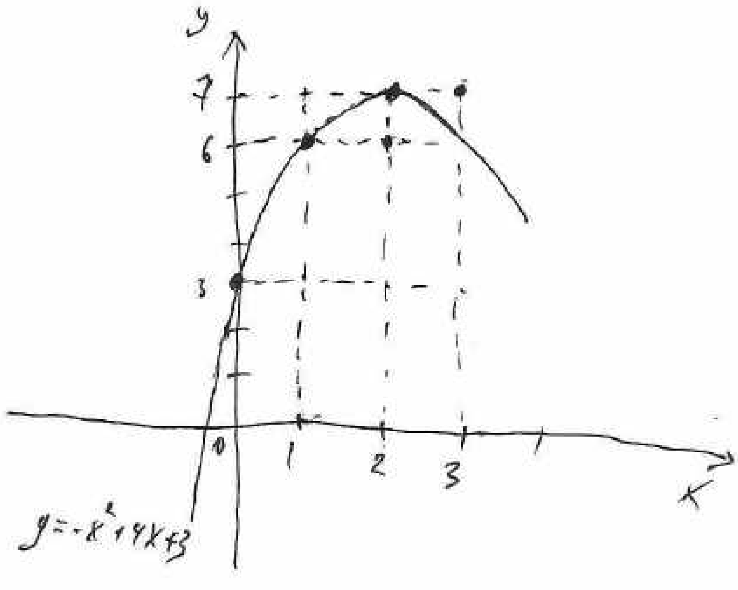
$-2 = 2a$

$a = -1$

$b = 3 - a = 4$

$y = -x^2 + 4x + 3$ – подходит. – единственный случай

Ответ: $y = -x^2 + 4x + 3$



Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11-24

N5

$2-6^{\frac{1}{2}+\log_6 \sin x}=2^{\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$

$\sin x > 0$

$\cos x > 0$

$2-\sqrt{6}\, 6^{\log_6 \sin x}=\sqrt{2}\cdot 2^{\log_2 \cos x}$

$2-\sqrt{6}\sin x=\sqrt{2}\cos x$

$2-\sqrt{2}\,(\sqrt{3}\sin x+\cos x)=0$

$2-2\sqrt{2}\,(\cos\frac{\pi}{3}\sin x+\sin\frac{\pi}{3}\cos x)=0$

$1=\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{3}+x\right)$

$\sin\left(\frac{\pi}{3}+x\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\left[\begin{array}{l}\sin\left(\frac{\pi}{3}+x\right)=\sin\frac{\pi}{4};\\ \sin\frac{\pi}{3}+x=\sin\frac{3\pi}{4};\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}\frac{\pi}{3}+x=\frac{\pi}{4}+2\pi k;\\ \cancel{\sin}\ \frac{\pi}{3}+x=\frac{3\pi}{4}+2\pi t;\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}+2\pi k;\\ x=\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{3}+2\pi t;\end{array}\right.$

где k и t – натуральные

$\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{12}+2\pi k\\ x=\frac{5\pi}{12}+2\pi t.\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+2\pi k\\ x=\frac{7\pi}{12}+2\pi t\end{array}\right.$ не подходит

Ответ: $x=\frac{\pi}{12}+2\pi k$

Код участника:
(заполняется организатором) М11-24

№7

Скажем, что $Y_1 = 1111\ldots111$, узнав характер. и сравнив с X мы узнаем сколько в X единиц и двоек.

$Y_2 = 22211\ldots11$

$Y_3 = 1112221\ldots11$

$Y_4 = 1111112221\ldots11$

...

$Y_{34} = 111\ldots112221$

найдём примерное положение 2 и 1.

$Y_{35} = 11\ldots112$ – узнаем ~~\[illegible\]~~ число последнего

~~Y_{36}~~ = Аналогично возьмем по 4 двойки

$Y_{36} = 222211\ldots11$

...

$Y_{60} = 111\ldots112222$

И также возьмем по 5 двоек

$Y_{61} = 2222211\ldots11$

...

$Y_{80} = 111\ldots1122222$

учитывая ~~\[illegible\]~~ результаты полученные при взятии 3 двоек можно узнать точное нахождение 2 и 1.

$\Rightarrow$ За 80 Y можно найти X

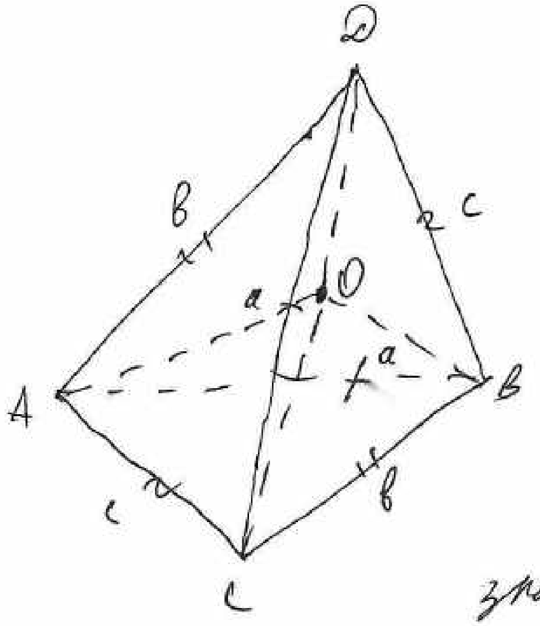
Доказано.

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-24

№ 4



Т.к. ~~все плоскости~~

все треугольники: ABC, ADC, ADB, BDB.

имеют одинаковые длины сторон, значит они равны.

И площади их равны.

значит ~~т~~ Тэтраэдр ABCD – равногранный

Вокруг ABCD – описана сфера с центром в т. O. а $R = OA = OB = OC = OD$

$$R = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{8}$$

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11 – 41

№1

Оценка сверху на возможное кол-во клубков, если получится максимально возможный ~~кеш~~ кешбэк:

$$\frac{30000 + 0{,}15 \cdot 30000}{620} < 56$$

То есть можно купить максимум 55 наборов.

Пример: Покупка 48 штук: $30000 - 48 \cdot 620 = 240$ (осталось)

Получаем 15% от покупки: $0{,}15 \cdot 48 \cdot 620 = 4464$ руб.

У нас осталось $4464 + 240 = 4704$ рубля

Покупаем ещё 7 наборов: $4704 - 620 \cdot 7 = 364$ руб.

Итак, куплено 55 наборов и доказано, что 56 купить уже невозможно.

Ответ: 55.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11 - 41

№ 2

$y = \lg\left(\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}\right)$

Данная функция может быть определена при условиях:

$1-x^2 \neq 0$

$x \notin \{-1; 1\}$

$\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0$

$\frac{-(x+3)(x-1)}{(1-x)(1+x)} > 0$

Учитывая все ограничения,

$x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

Ответ: $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

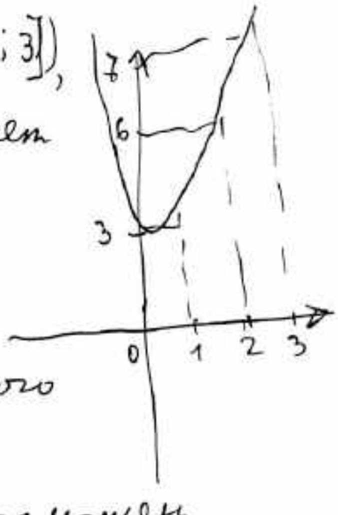
Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11 - 41

№ 3

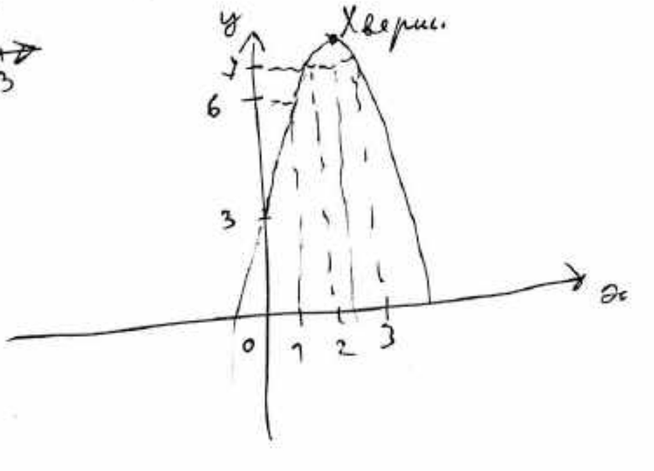
Раз min([1; 2]) < min([2; 3]), то парабола возрастает на [1; +∞]



$y(2) = 7$

$y(1) = 6$

$y(0) = 3$

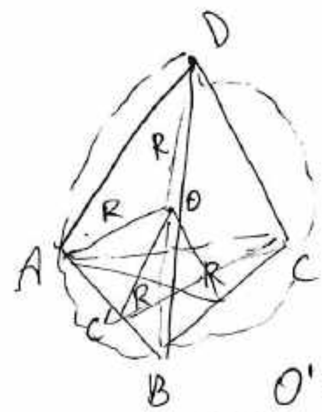


Приведём пример такого квадратн. трехчлена:

~~в~~ случай $a > 0$ невозможен

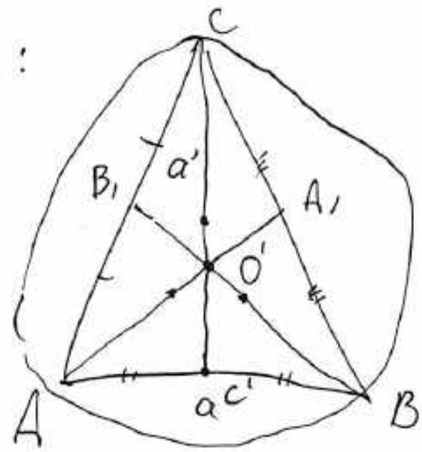
$a < 0$; $b = -5$; $c = 7{,}25$

№ 4



O' - проекция точки O на (ABC)

△ABC:



a' - проекция CD = a на (ABC)

Так как тетраэдр ABCD можно вписать в сферу, центром которой является точка O, △ABC тоже можно вписать в окружность.

△AOC' = △C'OB, аналогично для каждой стороны

~~в~~ $\frac{1}{2}BB' - \frac{1}{3}BB' = \frac{1}{6}BB_1 = r$ (радиус сферы)

$r = \frac{1}{3}\left(\frac{a \cdot b \cdot c}{4R}\right)$ - подобные круги ~~к кодр.~~

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11 - 41
(заполняется организатором)

№5

$$2 - 6^{\frac{1}{2}+\log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$$

$$2 - \sqrt{6}\cdot 6^{\log_6 \sin x} = \sqrt{2}\cdot 2^{\log_2 \cos x}$$

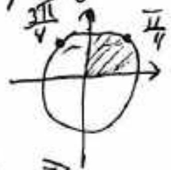
$$2 - \sqrt{6}\sin x = \sqrt{2}\cos x \quad \Big| : 2\sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \underbrace{\frac{\sqrt{3}}{2}}_{\cos\frac{\pi}{6}}\sin x + \underbrace{\frac{1}{2}}_{\sin\frac{\pi}{6}}\cos x$$

ОДЗ:
$\sin x > 0$
$\cos x > 0$
строго > 0
из-за логарифма

По известной формуле $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$:

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$x+\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$ или $x+\frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{4}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{12}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$. Удовл. ОДЗ — не подходит по ОДЗ!

Ответ: $x = \frac{\pi}{12}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М 11-41

№7

Приведём ~~оптимальный~~ алгоритм нахождения кода X за 80 „ходов" (каждый ход - узнаём характеристику некого числа Y_i).

Пусть Y_1 состоит из 100 единиц. Теперь, зная хар-ку числа Y_1 и другого числа Y_i, которое отличается от Y_1 всего одной цифрой, мы можем узнать произвольную цифру числа X за 1 ход. Нам нужно просто поменять цифру с нужным индексом (номером) в Y_1 на „2" и посмотреть, как изменилась характеристика этого числа по сравнению с Y_1. Если увеличилась, то на этой позиции в X стоит „2", иначе - „1". p - количество „1" в ~~..~~ отрезке (зная кол-во „1", мы знаем и кол-во „2" аналогично).

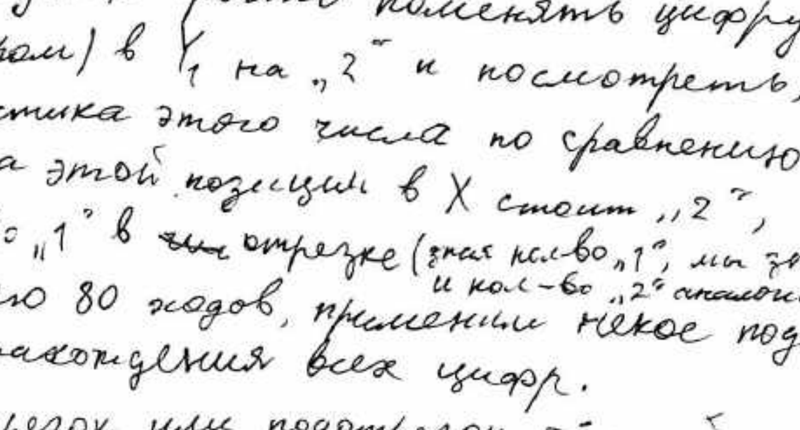
Но так как у нас всего 80 ходов, применим некое подобие бинарного поиска для нахождения всех цифр.

Пусть у нас есть отрезок или подотрезок чётной длины и мы знаем кол-во „1" в нём. Тогда заменим вторую половину чисел в ~~под~~ соответствующем подотрезке Y на двойки. (см. рисунок). За Y', X' обозначены произвольные подотрезки Y и X, а |Y'|, |X'| - их длины.

p, q - хар-ки чисел при 1 и 2 измерениях соответств.

Зная $q-p$ и $\frac{1}{2}|Y'|$, находим

$p_2 = \dfrac{\frac{1}{2}|Y'|+p-q}{2}$; $p_1 = p - p_2$



$q = p_1 + \frac{1}{2}|Y'| - p_2$

Тогда $q - p = \frac{1}{2}|Y'| - 2p_2$

рис. 1

Итак, зная кол-во „1" в отрезке чётной длины, за 1 измерение хар-ки мы можем узнать кол-во „1" в обеих половинках этого отрезка. (просто поменяв все цифры второй половины отрезка на противоположные)

Дополнительный бланк № 1

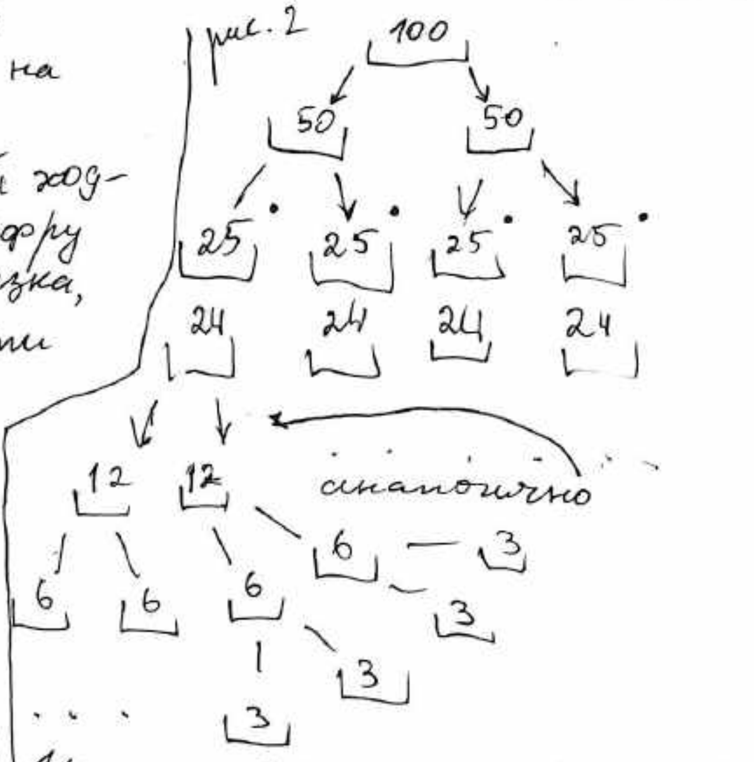
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 - 41

(продолжение решения № 7)...

Структурная схема разбиений на отрезки изображена справа:
Точкой обозначен точечный ход - мы узнаём определённую цифру числа X и убираем её из отрезка, корректируя p в зависимости от полученной цифры.

рис. 2



Итого 32 подотрезка длины

Зная кол-во „1" в отрезке длины 3, за 2 измерения можно точно установить его цифры:

$\underbrace{abc}_{X'}$; $\overbrace{\underbrace{ab\ c}_{Y'_1}}^{Y'_2}$

если $q_1 = p$, c = „2" (иначе „1")
если $q_2 = p$, a = „2" (иначе „1")
оставшаяся b однозначно определяется.

I. $Y_1 = 11..1$ (100 единиц): мы узнаём p этого отрезка

II. $Y_2 = \underbrace{1\dots1}_{50}\underbrace{2\dots2}_{50}$; мы узнаем ~~q~~ q, а затем p_1 и p_2 половинок

III. $Y_3 = \underbrace{1\dots1}_{25}\underbrace{2\dots2}_{75}$ $\quad Y_4 = \underbrace{1\dots1}_{75}\underbrace{2\dots2}_{25}$

и т.д. - аналогично в соответствии с деревом на рис. 2

Посчитаем кол-во ходов, которое мы использовали:

1 (узнаем p основное) + 1 (разбиваем основной отрезок) +
+ 2 ($2\times\underline{50} \to 4\times\underline{25}$) + 4 (точечные цифры, $4\times\underline{25} \to 4\times\underline{24}$) +
+ 4 ($4\times\underline{24} \to 8\times\underline{12}$) + 8 ($8\times\underline{12} \to 16\times\underline{6}$) + 16 ($16\times\underline{6} \to 32\times\underline{3}$) +
+2·32 (2 действия

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

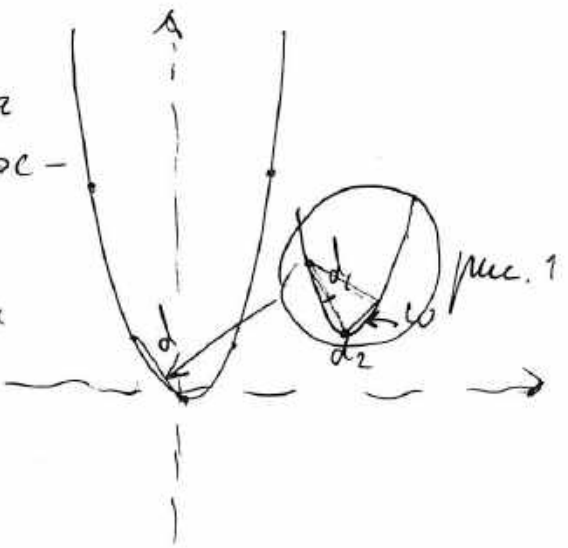
Код участника: (заполняется организатором) М 11 - 41

~~№ 6~~

~~Заметим, что прямые HM и HN симметричны относительно BH~~

№ 8

Не составляет труда перемещать отрезок, пока он целиком в одной полуплоскости.



Рассмотрим момент, когда

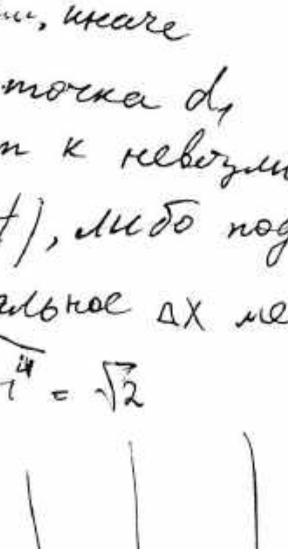
$d_2 = (0;0)$, а

$d_1 = (x, x^2)$

$d = \sqrt{x^2 + x^4}$

В случае, изображённом на рис. 1 заметим, что дуга ω должна являться частью окружности, иначе при переходе d_2 из одного состояния в другое точка d_1 должна будет опуститься ниже (что приведёт к невозможности двигать точку d_2 дальше, ведь d - const), либо поднять выше (что запрещено условием). Тогда максимальное ΔX между d_1 и $d_2 = 1$, подставим в расстояние $d = \sqrt{1^2 + 1^4} = \sqrt{2}$

Ответ: $d \leq \sqrt{2}$



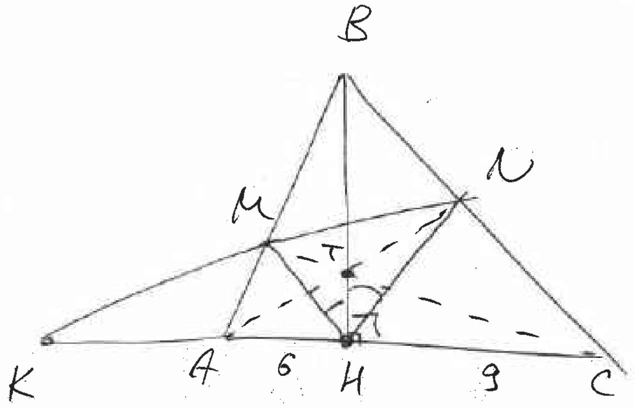
Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

стр. 1

Код участника: (заполняется организатором) М 11-181

№6



1) По Th. Бланше: CM, AN, BH конкуррентны

Пусть $CM \cap BH = T$

Тогда запишем Th. Чевы для $\triangle ABC$:

$\frac{AM}{MB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{9}{6} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AM}{MB} \cdot \frac{BN}{NC} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

2) По Th. Менелая для $\triangle ABC$ и NK: $\frac{CN}{NB} \cdot \frac{BM}{MA} \cdot \frac{KA}{KC} = 1$

Положим $AK = x$, тогда $\frac{x}{x+15} = \frac{NB}{CN} \cdot \frac{MA}{BM} = \frac{2}{3}$ (из 1)

$\frac{x}{x+15} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x = 2x + 30 \Rightarrow x = 30$

Ответ: $AK = 30$.

№2

$y = \lg \frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$, $D(y)$ - ?

$D(y)$: $\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0 \Leftrightarrow \frac{x^2+2x-3}{x^2-1} > 0$; $\frac{(x+3)(x-1)}{(x-1)(x+1)} > 0$

$+ \quad -3 \quad - \quad -1 \quad + \quad 1 \quad + \quad x$ $\Rightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

Ответ: $D(y) = (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

№5

$2 - 6^{\frac{1}{2} + \log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2} + \log_2 \cos x}$ ОДЗ: $\begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$

Заметим, что $\frac{1}{2} + \log_6 \sin x = \log_6 \sqrt{6} + \log_6 \sin x = \log_6 \sqrt{6} \sin x$

Аналогично: $\frac{1}{2} + \log_2 \cos x = \log_2 \sqrt{2} + \log_2 \cos x = \log_2 \sqrt{2} \cos x$

Тогда $2 - 6^{\log_6 \sqrt{6} \sin x} = 2^{\log_2 \sqrt{2} \cos x}$; $2 - \sqrt{6} \sin x = \sqrt{2} \cos x$

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

стр 2

Код участника: (заполняется организатором) М11-181

№5 - продолжение

$2-\sqrt{6}\sin x = \sqrt{2}\cos x \quad | : \sqrt{2}$

$\sqrt{2} - \sqrt{3}\sin x = \cos x \quad | : 2$

$\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = \frac{1}{2}\cos x$

$\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$;

$\cos 30^\circ \sin x + \overset{\sin 30^\circ}{\cancel{\cos 60^\circ}} \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4}+2\pi k \\ x+\frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{4}+2\pi k \end{array}\right. ; \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12}+2\pi k \\ x = \frac{7\pi}{12}+2\pi k \end{array}\right.$

решения удовл. ограничениям

Ответ: $x = \frac{\pi}{12}+2\pi k$, $x = \frac{7\pi}{12}+2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

№1

Сделаем несколько утверждений: 1) Сначала выгоднее всего потратить все деньги на наборы сразу (если покупать по < 20, то не будет кешбэка, а если покупать партиями по ≥ 20, то разницы не будет ($x \cdot 15\% + \ldots + z \cdot 15\% = (x+\ldots+z)15\%$)). Тогда в начале мы покупаем

$\left\lfloor\frac{30000}{620}\right\rfloor = \left\lfloor\frac{3000}{62}\right\rfloor = \left\lfloor\frac{1500}{31}\right\rfloor = 48$ наборов $\Rightarrow$ получаем $48 \cdot 620 \cdot \frac{3}{20} = 4464$ кешбэком. ~~4464~~ На эти + оставшиеся деньги (а это 4464 + 30000 − 620 · 48 = 240 + 4464 = 4704) покупаем снова партию:

$\left\lfloor\frac{4704}{620}\right\rfloor = 7$ наборов. Осталось еще + кешбэк: $(4704 - 7\cdot620) + 7\cdot620\cdot\frac{3}{20} =$

~~$= 182 + 7\cdot 31 < 620 \Rightarrow$ купить больше не сможем.~~

$= 364 + 651 = \frac{2030}{2} = 1015 \Rightarrow$ можно купить еще 1 и денег не хватит еще на 1 $\Rightarrow$ итого 56

~~Итого 7 + 48 = 55 наборов~~

~~Ответ: 55.~~

Ответ: 56 наборов.

Бланк ответа 3
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

стр 3

Код участника:
(заполняется организатором) М11-181

№3
Пусть ~~ми~~ многочлен имеет вид $f = ax^2 + bx + c$, x_0 – абсцисса вершины.

I. Пусть $a > 0$.

1) $x_0 \geq 1 \Rightarrow \min\limits_{[0,1]} f \geq \min\limits_{[1,2]} f \Rightarrow !! \Rightarrow x_0 < 1$

2) $x_0 \leq 0 \Rightarrow$ на $[0,3]$ $f \nearrow \Rightarrow \min\limits_{[0,1]} f = f(0), \min\limits_{[1,2]} f = f(1), \min\limits_{[2,3]} f = f(2)$

Получаем систему: $\begin{cases} c = 3 \\ a+b+c = 6 \\ 4a+2b+c = 7 \end{cases}$ Нетрудно убедиться, что при $a>0$ нет решений

3) $x_0 \in (0;1) \Rightarrow \min\limits_{[1,2]} f = f(1), \min\limits_{[2,3]} f = f(2), \min\limits_{[0,1]} f = f(x_0) \Rightarrow ?$

$\Rightarrow \begin{cases} a+b+c = 6 \\ 4a+2b+c = 7 \\ ax_0^2 + bx_0 + c = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} a+b+c = 6 \\ 4a+2b+c = 7 \\ -\frac{b^2}{2a} + c = 3 \quad (3) \end{cases}$ $\Rightarrow 2a - c = -5 \Rightarrow c = 2a+5$

подставим $b(3)$ и также $b = 1-3a$

$-\frac{(3a-1)^2}{2a} + 2a + 5 = 3$

$-(3a-1)^2 + 4a^2 + 4a = 0$

$-9a^2 + 6a - 1 + 4a^2 + 4a = 0$

$-5a^2 + 10a - 1 = 0$

$5a^2 - 10a + 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{5 \pm 2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow a = \frac{5+2\sqrt{5}}{5}$

$b = \frac{-10-6\sqrt{5}}{5}$

$c = \frac{35+4\sqrt{5}}{5}$

II Пусть $a < 0$

1) $x_0 \leq 2 \Rightarrow \min\limits_{[1,2]} f \geq \min\limits_{[2,3]} f \Rightarrow !? \Rightarrow x_0 > 2$

2) $x_0 \geq 3 \Rightarrow$ на $[0,3]$ $f \downarrow \Rightarrow \min\limits_{[0,1]} f = f(0)$ $\min\limits_{[1,2]} f = f(1)$ $\min\limits_{[2,3]} f = f(2)$

$\Rightarrow \begin{cases} a+b+c = 6 \\ 4a+2b+c = 7 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = 3 \\ 2a+b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -x^2 + 4x + 3$ подходит

3) $x_0 \in (2,3) \Rightarrow \min\limits_{[2,3]} f = f(2)$ или $f(3)$, а остальные также.

если $\min\limits_{[2,3]} f = f(2)$, то решение в (2) случае. Пусть теперь

$\min\limits_{[2,3]} f = f(3) \Rightarrow |x_0 - 3| > |x_0 - 2|$; $\begin{cases} a+b+c = 6 \\ c = 3 \\ 9a+3b+c = 7 \end{cases}$, $\begin{cases} a+b = 3 \\ 9a+3b = 4 \end{cases} \Rightarrow 6a = -5$

$\Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{6} \\ b = \frac{23}{6} \\ c = 3 \end{cases}$ и $f(2) > f(3)$

но $f(2) < f(3)$ ⇒ !!

Ответ: $\boxed{-x^2 + 4x + 3}$, $\cancel{-\frac{5}{6}x^2 + \frac{23}{6}x + 3}$, $\boxed{-\frac{5}{6}x^2 + \frac{23}{6}x + 3}$, $\frac{5+2\sqrt{5}}{5}x^2 - \frac{10+6\sqrt{5}}{5}x + \frac{35+4\sqrt{5}}{5}$

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

СТР 4.

Код участника:
(заполняется организатором) М11 – 181

№3 ~~Рассмотрим случай $f(x) = ax^2 + bx + c$, где $a > 0$~~

1) Если $[0,1]$ нах. до вершины, то $\min\limits_{[1,2]} f < \min\limits_{[0,1]} f \Rightarrow !?$

2) Если ~~если $[0,1]$ попадает~~ если абсцисса вершины $= 1$, то $\min\limits_{[0,1]} f = \min\limits_{[1,2]} f \Rightarrow !?$

3) Значит вершина левее точки $0 \Rightarrow$ на промежутке $[0,3]$ $f \nearrow$

$\Rightarrow \min\limits_{[0,1]} f = f(0)$, $\min\limits_{[1,2]} f = f(1)$, $\min\limits_{[2,3]} f = f(3)$, но тогда

$c = 3$, $a + b + c = 6$, $9a + 3b + c = 7 \Rightarrow a < 0 \Rightarrow !?$

Пусть теперь $a < 0$.

1) Пусть абсцисса вершины $= 1 \Rightarrow \min\limits_{[0,1]} f = \min\limits_{[1,2]} f \Rightarrow !?$

2) ~~Но~~ вершина не ~~левее~~ правее $0 \Rightarrow$ на $[0,3]$ $f \searrow \Rightarrow !?$

3) Значит вершина ~~левее~~ правее 0

Аналогичный разбор случаев для $[2,3]$: получим, что

1) ~~Если во~~ ~~вершина~~ ~~правее~~ не левее 2 правее 2 $\Rightarrow$ на $[0,$

№4 $\exists H_M$, где M – ~~пересеч.~~ пересеч. медиан $\triangle ABC$; искомая окружность ~~сфера~~ сфера перейдёт в $(ABCO')$, где $H_M^k : O \to O'$

Нетрудно понять, что $k = 4 \Rightarrow$ надо найти $\dfrac{R(ABCO')}{4}$

Известно, что $O' \in (ABCD) \Rightarrow$ Необходимо найти $\dfrac{R(ABCD)}{4}$.

~~Несложно~~

Ответ: $\dfrac{R(ABCD)}{4}$

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

стр 5

Код участника: (заполняется организатором) М11 - 181

№7. Пусть $(1, 2) \to (0, 1)$, тогда

X – некоторое двоичное значение $\overline{X}$

Y_i – i двоичное значение $\overline{Y_i}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11 – 1067

№1

Пусть в начале купили n наборов, причем $n > 70$. Тогда количество наборов в итоге следующее:

$$n_1 = n + \frac{\left(30000 - 620n + \frac{620n \cdot 3}{70}\right)}{620} = \cancel{n} + \frac{30000}{620} - \cancel{n} + \frac{n \cdot 3}{70} = \frac{30000}{620} + \frac{3n}{70}.$$

Целая часть от деления 30000 на 620 48, а остаток 240. Таким образом имеем:

$$n_1 = 48 + \frac{240}{620} + \frac{3n}{70}.$$

Т.к начальная сумма 30000, а стоимость набора 620 рублей, то $n \cdot 620 \leq 30000 \Leftrightarrow n \leq 48\frac{240}{620}$.

Выражение для количества наборов купл. ~~до~~ n_1 достигает своего максимального значения, если $n = 48$. Тогда $n_1 = 48 + \frac{3 \cdot \overset{12}{\cancel{48}}}{\cancel{70}_5} + \frac{240}{620} = 48 + 7 + \frac{1}{5} + \frac{240}{620} = 55 + \frac{384}{620}$:

Тогда наибольшее количество наборов купл.: 55

Ответ: 55

~~№2 $\lg x$ – y – $\lg x$, $x > 0$. Таким образом имеем~~

~~№2 $\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0 \Leftrightarrow$~~

№2 $f(x) = \lg \frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$.

$$D: \frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0 \Leftrightarrow \frac{x^2+2x-3}{x^2-1} > 0 \Leftrightarrow \frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+1)} > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$$

Т.к. $x \neq 1$, то $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

Ответ: ~~R~~ $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-1067

№5 $2-6^{\frac{1}{2}+\log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$

D: $\begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$

На области определения справедливы следующие преобразования: $6^{\log_6 \sin x} = \sin x$, $2^{\log_2 \cos x} = \cos x$

Тогда уравнение равносильно следующему: $2-\sqrt{6}\sin x = \sqrt{2}\cos x \Leftrightarrow \sin x\sqrt{3}+\cos x = \sqrt{2}$.

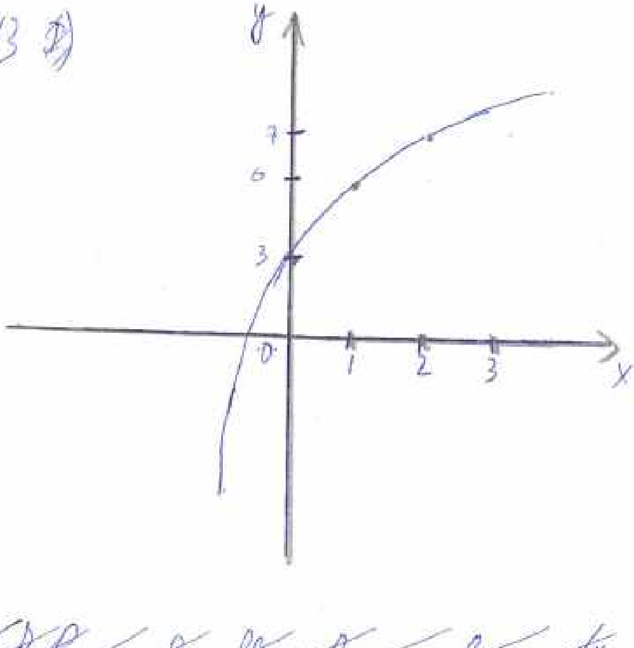
$\sin x\sqrt{3}+\cos x = 2\left(\sin\left(x+\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)\right) = 2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$

Таким образом имеем: $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4}+2\pi k, k\in Z \\ x+\frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{4}+2\pi k, k\in Z \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12}+2\pi k, k\in Z \\ x = \frac{7\pi}{12}+2\pi k, k\in Z \end{array}\right.$

Т.к. $\cos x > 0$, то $x = \frac{7\pi}{12}+2\pi k, k\in Z$ не подходит. Тогда ответ: $x_0 = \frac{\pi}{12}+2\pi k, k\in Z$

Ответ: $x = \frac{\pi}{12}+2\pi k, k\in Z$

№3 1)



Значения 3, 6, 7 на отрезках [0;1], [1;2], [2;3] соответственно могут принимать только в граничных точках этих отрезков, потому что если они принимают в какой-то внутренней точке промежутка, то внутри этого промежутка должно происходить изменение монотонности функции, что ~~сохранение монотонности~~ а для параболы такое изменение невозможно.

$y=ax^2+bx+c$

~~1) Ветви параболы вверх, вершина в точке (0;3), $y=ax^2+bx+c$~~

~~1) Ветви параболы вверх вниз~~

$\begin{cases} y(0)=3 \\ y(1)=6 \\ y(2)=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ a+b=3 \\ 4a+2b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ a+b=3 \\ 2a+b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ a=-1 \\ b=4 \end{cases}$ Т.о. $y=-x^2+4x+3$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	МИ-1067

Значение 3, 6, 7 не могут принимать в точках 1, 2, 3 соответственно, так как тогда на отрезке [2;3] и [1;2] минимальное значение будут в точках 3 и 6, что противоречит условию

Таким образом, $y=-x^2+4x+3$

Ответ: $y=-x^2+4x+3$

№6

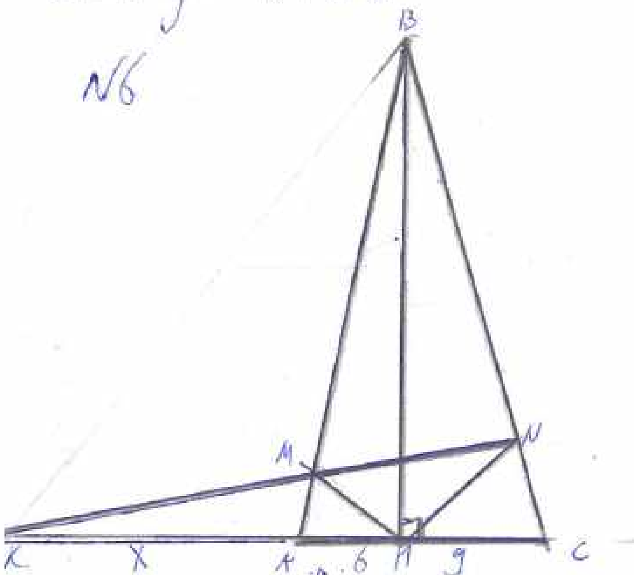


Рисунок примерный.

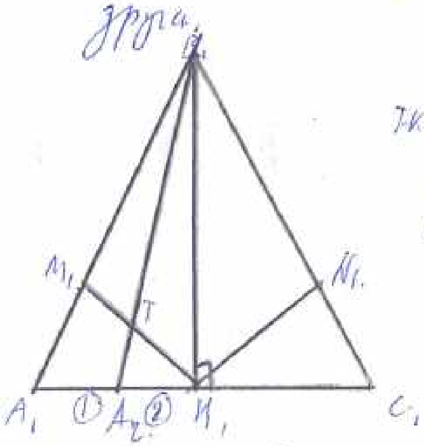
Докажем это утверждение, доказанном справа: применим теорему Менелая для точек N, M, K и △ABC:

$$\frac{|CN|}{|NB|}\cdot\frac{|BM|}{|MA|}\cdot\frac{|AK|}{|KC|}=1.$$

Пусть $|AK|=x$; $\frac{|CN|}{|NB|}\cdot\frac{3}{2}\frac{|BN|}{|CN|}\cdot\frac{x}{x+15}=1$; $\frac{x}{x+15}=\frac{2}{3}$; $3x=2x+30$; $x=30$ (AK)

Ответ: $|AK|=30$.

Рассмотрим треугольник $A_1B_1C_1$, в котором из основания высоты H_1 проведены две линии H_1M_1 и H_1N_1, что H_1M_1 и H_1N_1 симметричны относительно друг друга.



$A_2H_1=6$, $|H_1C_1|=9$

Т.к. M_1H_1 и H_1N_1 симметричны относительно друг друга, то $|AH|=|HC_1|$, т.е. $\frac{|A_2H_1|}{|H_1C_1|}=\frac{|A_2H_1|}{|A_1H_1|}$; Тогда из симметрии: $\frac{|A_1M_1|}{|M_1B_1|}=\frac{2}{3}$

Применим теорему Менелая для $\triangle A_1B_1A_2$ и точек M_1, T, H_1: $\frac{|AM_1|}{|M_1B_1|}\cdot\frac{|B_1T|}{|TA_2|}\cdot\frac{|A_2H_1|}{|A_1H_1|}=1$;

$$\frac{|B_1T|}{|TA_2|}=\frac{3}{2}\cdot\frac{|M_1B_1|}{|A_1M_1|}=\frac{3}{2}\cdot\frac{|B_1N_1|}{|C_1N_1|}$$

Бланк ответа Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11-1067

Бланк ответа Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	ФИ-1067

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: *М 11-1062*

(заполняется организатором)

№2

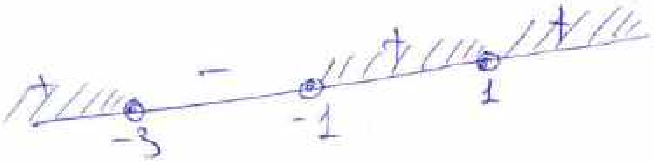
$$y = \lg \frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$$

$$\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0$$

$$\frac{-(x^2+2x-3)}{(1-x)(1+x)} > 0$$

$$\frac{(x+3)(x-1)}{(1-x)(1+x)} < 0 \quad | \cdot -1$$

$$\frac{(x+3)(1-x)}{(1-x)(1+x)} > 0$$; нули ф-ии: $x = -3$; нер-во строгое => $x = -3$ - выколотая; точки разрыва: $x = \pm 1$ - выколотые; т.к $(1-x)^0$ в 0-й степени при переходе через него знак не меняется



Ответ: $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

№1

Дано:

Цена: 620 р

При $n \geq 20$; 15% - скидка

Бюджет: 30000 р

n-кол-во наборов

$max(n) = ?$

Наша задача как можно больше раз получить скидку:

I случай возьмем 2 раза подряд по 20 шт $\Leftarrow$

$20 \cdot 620 = 24800$ => ОСТ $= 5200$, кэшбек: 3720 =>

=> ОСТ всего: 8920 - этого уже не хватает для кэшбека

(от 12800) => купим макс кол-во на ост. сумму: 14 шт;

ОСТ(р) = 240 р (Всего 54 набора) - Этот случай нам не подходит т.к мы не максимизировали использование кэшбека:

II случай: купим максимум наборов за 30000: 48 шт;

кэшбек = 4464

ОСТ(р) = 240 -> ОСТ всего: 4704 - купим на всё: 8 шт

и ост(р) = 364 р ; Всего наборов - 56 шт

(56 > 54).

(Лист 1)

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11 - 1062
(заполняется организатором)

Более мы не можем получить наборов т.к мы не можем использовать кэшбек более 2х раз (В I сл. Я разобрал когда мы используем по 2 раза, но все равно остаток был < 1800 => кэшбек можно использовать только 1 раз => максимизировать кэшбек за раз выгоднее т.к получается наибольший остаток необложенных кэшбеком денег (240 р) => II сл. – оптимальный

Ответ: 56

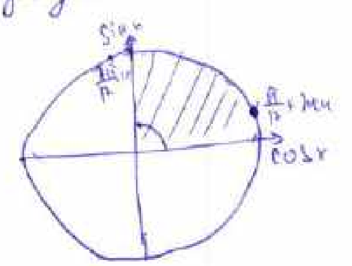
№5

$2-6^{\frac{1}{2}+\log_6 \sin x}=2^{\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$

$\begin{cases} 2-\sqrt{6}\cdot 6^{\log_6 \sin x}=\sqrt{2}\cdot 2^{\log_2 \cos x} \\ \sin x>0 \\ \cos x>0 \end{cases}$ $\begin{cases} 2-\sqrt{6}\sin x=\sqrt{2}\cos x \quad |:\sqrt{2} \\ x\in(2\pi n;(2n+1)\pi);\ n\in Z \\ x\in(-\frac{\pi}{2}+2\pi n;\frac{\pi}{2}+2\pi n);\ n\in Z \end{cases}$ $\Rightarrow x\in$ I четверти ($x\in(2\pi n;\frac{\pi}{2}+2\pi n)$, $n\in Z$)

$\begin{cases} \sqrt{3}\sin x+\cos x=\frac{2}{\sqrt{2}} \\ x\in(2\pi n;\frac{\pi}{2}+2\pi n), n\in Z \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2} \\ x\in(2\pi n;\frac{\pi}{2}+2\pi n) \end{cases}$ $\begin{cases} \cos 30^\circ\cdot\sin x+\sin 30^\circ\cdot\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2} \\ x\in(2\pi n;\frac{\pi}{2}+2\pi n), n\in Z \end{cases}$

$\begin{cases} \sin(\frac{\pi}{6}+x)=\frac{\sqrt{2}}{2} \\ x\in(2\pi n;\frac{\pi}{2}+2\pi n) \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{6}+x=\frac{\pi}{4}+2\pi n \\ \frac{\pi}{6}+x=\frac{3\pi}{4}+2\pi n \end{array}\right. \\ x\in(2\pi n;\frac{\pi}{2}+2\pi n) \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+2\pi n \vee \text{ - подходит} \\ x=\frac{7\pi}{12}+2\pi n \end{array}\right. \\ x\in(2\pi n;\frac{\pi}{2}+2\pi n) \end{cases}$

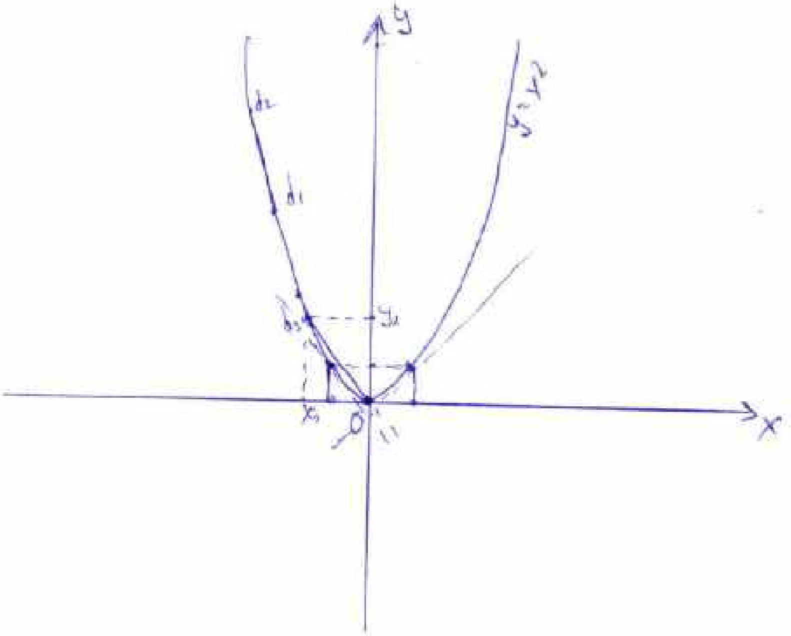


Ответ: $\frac{\pi}{12}+2\pi n$

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11-1062
(заполняется организатором)

№ 8



1) расположим отрезок длиной d на $y=x^2$; точку, находящуюся ближе к O обозначим d_1; вторую – d_2; $|d_1d_2| = d$

2) Для любого расположения ~~прямой~~ отрезка d мы можем рассмотреть его движение по $y=x^2$ ~~при~~ в полуплоскости $x<0$ т.к. это ~~~~ известная нам ф-я с известными коэф-и и без перегибов на этом пр-ке.

3) Рассмотрим крайнее положение т. d_1, когда $d_1 = O$, тогда $y(d_2)=y_2$; проекция d_2 на Ox – коорд. x_2, тогда из пр-го $\Delta O x_2 d_2$:

$$d_2O = \boxed{\sqrt{x_2^2+y_2^2} = d}$$

4) Теперь сместим т. d_1 в т. с ординатой $\frac{y_2}{2}$; а т. d_2 в т. с орд $\frac{y_2}{2}$ на $x<0$; мы можем это сделать т.к это линейное движение двух точек относительно начальных на $y=x^2$ ~~~~

тогда коорд. d_2: $\frac{y_2}{2} = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{y_2}{2}} \Rightarrow d_2(-\sqrt{\frac{y_2}{2}}; +\frac{y_2}{2})$

$d_1(\sqrt{\frac{y_2}{2}}; \frac{y_2}{2})$; тогда

заметим, что $d_1d_2 \parallel OX \Rightarrow$

$\Rightarrow d = \sqrt{\frac{y_2}{2}} + \sqrt{\frac{y_2}{2}} = \boxed{\sqrt{2y_2}}$; Приравняем 3) d_2O и 4) d т.к. d – не изм.

Лист 3

$\sqrt{2y_2} = \sqrt{y_2^2 + x_2^2}$

$2y_2 = y_2^2 + x_2^2$

$y_2^2 - 2y_2 + x_2^2 = 0$

Пусть $y_2 = t$

$t^2 - 2t + x_2^2 = 0$

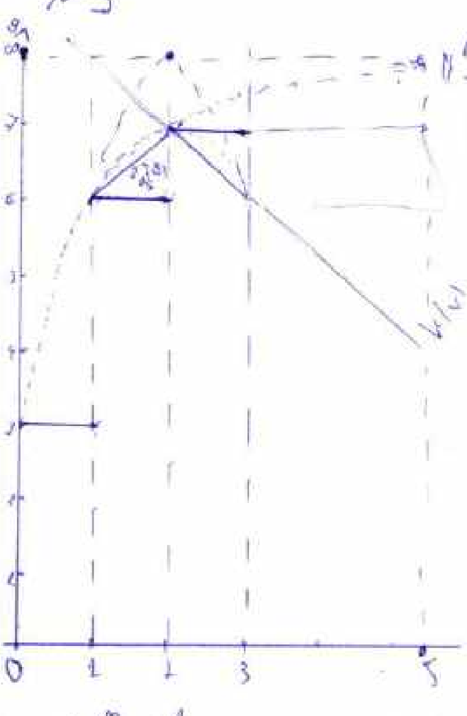
$D_t = 4 - 4x_2^2 = 0$ т.к. есть 1-е расположение y_2

$4x_2^2 = 4$

$\boxed{x_2 = \pm 1}$; тогда $y_2 = 1 \Rightarrow d = \sqrt{(\pm 1)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$;

Ответ: $d = \sqrt{2}$

№3



1) Рассмотрим крайний случай $y = ax^2 + bx + c$

Пусть в на отрезке $[0;1]$ $(0;3)$

$[1;2]$ $(1;6)$; в таком случае решив

$[2;3)$ $(2;7)$

систему: $\begin{cases} c = 3 \\ a+b+c = 6 \\ 4a+2b+c = 7 \end{cases}$, получим

ур-е: $y = -x^2 + 4x + 3$; но т.к. $x_в = \frac{-b}{2a} = 2$,

в.в. $(y(3) = 6) \Rightarrow \min[1;3] = 6$, а

должно по условию $= 7 \Rightarrow$ не подходит;

2) Очевидно, что никакой многочлен вида $ax^2 + bx + c \Rightarrow$ при $a > 0$ не может удовлетворить условию т.к. модуль$\left(x_i < \frac{-b}{2a}\right)$ $< \left(x_{i+1} < \frac{-b}{2a}\right)$

т.е. остается случай, когда $\frac{-b}{2a} = 2$; но тогда, каким бы не было $y_в \neq 7$ (I сл.) $y(1) = y(3) \Rightarrow$ что противоречит условию; $y_в \neq 7$ т.к. не закл.

Лист 4.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11-1062

(заполняется организатором)

3) В таком случае, мы должны рассмотреть многочлен с $a>0$; $y_B \leq 3$; но ни один такой не подойдет условию: $y(1)=6$; $y(3)=7$ т.к. эти условия формируют пр-й треугольник, ~~катет~~ гипотенуза которого - след. часть ф-ии $y=x$, а нижняя часть ф-ии $ax^2+by+c=y \leq 6$ не может пересекать эти две точки одновр. (у лин. линейная зав-ть)

4) Осталось р-ть сл-й, когда $ax^2+bx+c=y$; $a<0$; $\frac{-b}{2a} \geq 7$; >7;

1) $x_B \in [3;+\infty)$; если $x_B=3$; то такой многочлен не подойдет т.к. при $a<0$, иначе бы он не был будет $\cdot x_i \in y$; такие что $x_i < x_B$; тогда y_{min} при $x[1;3] \neq 7$ - что неверно,

2) если $x_B>3$; $y_B \geq 7$; аналогично y тогда должен проходить над гр-ком $g(x)=y=x$; ед-ый такой гр-к возможен при ~~что~~ то симметрии гр-ка от $[0;2]$ по $k(x)$; тогда гр-ку $\in (0;3)$

$\begin{cases} c=3 \\ a+b+c=6 \\ 25a+5b+c=8 \end{cases}$ $\begin{cases} c=3 \\ a+b=3 \\ 25a+5b=5 \end{cases}$ $\begin{cases} c=3 \\ a+b=3 \\ 5a+b=1 \end{cases}$ $\begin{cases} c=3 \\ b=3-a \\ 5a+3-a=1 \end{cases}$ $\begin{cases} c=3 \\ b=3,5 \\ 4a=-2 \Rightarrow a=-\frac{1}{2} \end{cases}$ (1; 6) (2; 7) - опустим и проверим позже (5; 8)

Получим многочлен: $-\frac{1}{2}x^2+3,5x+3=0$; } - данный многочлен не подходит

Проверим $(2;7)$: $-\frac{1}{2}\cdot 4+7+3=8 \Rightarrow (2;8)$

Ответ: В таком случае, не существует ни единого многочлена, удов. ус.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) И 11 - 1002

№2. $y=\lg\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$

$D(y)$: $\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}>0$

$\frac{-(x-1)(x+3)}{(1-x)(1+x)}>0$

$\frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+1)}>0$

Воспользуемся методом интервалов:

$+\ -\ +\ +$; -3, -1, 1; x

$x\in(-\infty;-3);(-1;1);(1;+\infty)$

Ответ: $x\in(-\infty;-3);(-1;1);(1;+\infty)$

5. $2-6^{\frac12+\log_6\sin x}=2^{\frac12+\log_2\cos x}$, $\sin x>0$, $\cos x>0$

$2-\sqrt6\cdot6^{\log_6\sin x}=\sqrt2\cdot2^{\log_2\cos x}$

$\sqrt6\sin x+\sqrt2\cos x-2=0$

$2\sqrt2\left(\frac{\sqrt3}{2}\sin x+\frac12\cos x\right)=2\quad|:2$

$\sqrt2\left(\cos\frac{\pi}{6}\cdot\sin x+\sin\frac{\pi}{6}\cdot\cos x\right)=1$

$\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{\sqrt2}$

$\left[\begin{array}{l}x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{4}+2\pi n\\ x+\frac{\pi}{6}=\frac34\pi+2\pi k\end{array}\right.$, $n,k\in\mathbb{Z}$

$\left[\begin{array}{l}x=\frac1{12}\pi+2\pi n\\ x=\frac{7}{12}\pi+2\pi k\end{array}\right.$ ← не подходит, т.к. $\cos\left(\frac7{12}\pi+2\pi k\right)<0$ $\Rightarrow x=\frac1{12}\pi+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

Ответ: $\frac1{12}\pi+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

№3. $f(x)=ax^2+bx+c$, $a\neq0$ (тогда трехчлен не квадратный)

График квадратного трехчлена – парабола $\Rightarrow$ ~~на отрезке~~ на отрезке ф-ия либо возрастает, либо убывает, либо сначала возрастает, потом убывает, либо сначала убывает, потом возрастает.

Мин. значения на отрезках $[0;1]$, $[1;2]$ и $[2;3]$ возрастают $(3<6<7)\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~парабола ветвями вверх~~ на отрезке $[0;3]$ ф-ия парабола либо возрастает, либо $x_{вершины}$

$x_в\in[0;3]$.

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-1002

1. ~~парабола~~ $f(x)$ возрастает на отрезке $[0;3]$. Тогда минимальные значения на отрезках $[0;1]$, $[1;2]$ и $[2;3]$ достигаются соответственно в точках 0, 1 и 2. Т.е.:

$$\begin{cases} f(0)=3 \\ f(1)=6 \\ f(2)=7 \end{cases} \quad \begin{cases} 0\cdot a+0\cdot b+c=3 \\ a+b+c=6 \\ 2^2a+2b+c=7 \end{cases} \quad \begin{cases} c=3 \\ a+b=3 \\ 4a+2b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} c=3 \\ a+b=3 \ (1) \\ 2a+b=2 \ (2) \end{cases}$$

~~(1)-(2)~~ (2)-(1): $a=-1$

подставим a в (1):

$-1+b=3$

$b=4$

Т.е. в этом случае квадратный трехчлен подходит всего один:

$f(x)=\cancel{-x^2+4b}\ -x^2+4x+3$

2. Вершина параболы лежит на отрезке $[0;3]$.

① $a>0$. парабола ветвями вверх. Тогда значение $f(x_в)$ - минимальное значение ф-ии. Т.е. $x_в$ может быть только на отрезке $[0;1]$, потому что иначе найдется значение, которое меньше, чем значение в вершине, чего не может быть. ~~Т.е.~~ Тогда, очевидно, что $f(x_в)$ - минимум на $[0;1]$, а на $[1;2]$ и $[2;3]$ минимумы в т. 1 и 2 соот., т.к. ф-ия возраст. Т.е:

$$\begin{cases} f(x_в)=3 \\ f(1)=6 \\ f(2)=7 \end{cases} \quad \begin{cases} f(-\frac{b}{2a})=3 \ (*) \\ f(1)=6 \\ f(2)=7 \end{cases}$$

(*) $\cancel{a}\cdot\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b}{2a}\cdot b+c=3$

$\frac{b^2}{4a}-\frac{2b^2}{4a}+c=3$

$-\frac{b^2}{4a}+c=3 \quad |\cdot(-4a),\ a\neq 0$

$b^2-4ac=-12a$

$$\begin{cases} b^2-4ac+12a=0 \ (3) \\ a+b+c=6 \ (4) \\ 4a+2b+c=7 \ (5) \end{cases}$$

(5)-(4): $3a+b=1$

$b=1-3a$

подставим $b=1-3a$ в (4)

$a+1-3a+c=6$

$c=5+2a$

3

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11-1002

(3): $(1-3a)^2-4a(5+2a)+12a=0$

$1-6a+9a^2-20a-8a^2+12a=0$

$a^2-14a+1=0$

$D=14^2-4=196-4=192=(8\sqrt{3})^2$

$a=\frac{14\pm8\sqrt{3}}{2}=7\pm4\sqrt{3}$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=7+4\sqrt{3}>0\\ b=1-3\cdot7-3\cdot4\sqrt{3}=1-21-12\sqrt{3}=-20-12\sqrt{3}\\ c=5+2\cdot7+2\cdot4\sqrt{3}=19+8\sqrt{3}\end{cases}\\ \begin{cases}a=7-4\sqrt{3}\ \ \cancel{\text{ка}}>0\\ b=1-21+12\sqrt{3}=-20+12\sqrt{3}\\ c=5+14\cancel{+}8\sqrt{3}=19-8\sqrt{3}\end{cases}\end{array}\right.$$

(2). $a<0$ парабола ветвями вниз. Тогда ~~после~~ на $[x_в;+\infty)$ ф-ция убывает $\Rightarrow$ $x_в$ не может быть вна отрезках $[0;1]$ и $[1;2]$, т.к. тогда их минимумы должны быть больше минимума на отрезке $[2;3]$ – что неверно. Т.е. $x_в\in[2;3]$. Тогда минимумы на $[0;1]$ и $[1;2]$ в точках 0 и 1 соответст. (ф-ция здесь возрастает), а ~~в~~ на $[2;3]$ либо в т. 2, либо в т. 3, т.к. здесь ~~она~~ меняется возрастание на убывание.

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}f(0)=3\\ f(1)=6\\ f(2)=7\\ x_в\in[2;3]\end{cases}\\ \begin{cases}f(0)=3\\ f(1)=6\\ f(3)=7\\ x_в\in[2;3)\end{cases}\end{array}\right.$$

$\leftarrow$ этот случай уже рассмотрен выше в случае 1 (условие $x_в\in[2;3]$ не влияет, т.к. в случае 1 рассмотрен более общий случай)

$$\begin{cases}c=3\\ a+b+c=6\\ 9a+3b+c=7\\ x_в\in[2;3]\end{cases}\quad\begin{cases}c=3\\ a+b=3 \quad (6)\\ 9a+3b=4 \quad (7)\\ x_в\in[2;3]\end{cases}$$

$(7)-3\cdot(6)$: $9a+\cancel{3b}-3a-\cancel{3b}=4-3\cdot3$

$6a=-5$

$a=-\frac{5}{6}\Rightarrow -\frac{5}{6}+b=3$

$b=3+\frac{5}{6}=\frac{23}{6}$

$x_в=-\frac{b}{2a}=-\frac{\frac{23}{6}}{-2\cdot\frac{5}{6}}=\frac{23\cdot\cancel{6}}{\cancel{6}\cdot2\cdot5}=\frac{23}{10}=2,3$ $\quad 2,3\in[2;3]\Rightarrow$ Трехчлен $f(x)=-\frac{5}{6}x^2+\frac{23}{6}x+3$ подходит.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 - 1002

Ответ: $-x^2+4x+3$; $(7+4\sqrt{3})x^2+(-20-12\sqrt{3})x+19+8\sqrt{3}$; $(7-4\sqrt{3})x^2+(-20+12\sqrt{3})x+19-8\sqrt{3}$; $-\frac{5}{6}x^2+\frac{23}{6}x+3$

П1. ~~Посчитаем~~ Оценим максимальное кол-во рублей, которое ~~может~~ могло быть у нас всего ~~всел~~ вместе со всем кешбэком: будем начислять кешбэк на всю сумму, потом на кешбэк, потом на ~~кешбэк~~ кешбэк кешбэка и т.д. Получится последовательность: $3\cdot10^5$, $3\cdot10^5\cdot0{,}15$, $3\cdot10^5\cdot0{,}15\cdot0{,}15$, ... Это будет работать так как кешбэк будет начисляться на каждый рубль независимо (не будем пока учитывать ограничение на кол-во товаров) и по одному разу (будем считать, что кешбэк - это новые деньги). Тогда эта последовательность - бесконеч. геом. прогрессия, в которой первый член - $3\cdot10^5$, а каждый следующий ~~больше~~ ~~меньше~~ больше предыдущего в 0,15 раз. Т.е. сумма этой прогрессии: $\frac{3\cdot10^5}{1-0{,}15}=\frac{3\cdot10^5}{0{,}85}\approx35294{,}1$. А максимальное кол-во наборов пряжи тогда $\frac{35294{,}1}{620}=56{,}9$, т.е. 56. Следовательно ~~макс~~ кол-во наборов пряжи мы можем приобрести ≤56.

Пример, когда можем приобрести 56:
Купим сначала 33 набора на сумму 20460. С этой покупки кешбэк 3069. Останется $(30000-20460)+3069$ руб. $=12609$ рублей. Далее купим 20 наборов на сумму 12400. Кешбэк будет 1860, останется $(12609-12400)+1860$ ₽ $=2069$ рублей. На эти деньги мы можем купить ещё 3 набора пряжи и кешбэка уже не будет. Больше наборы купить не сможем (останется 209 руб.). Всего мы купили наборов $33+20+3=56$

Ответ: 56.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11-1002

№7. Пусть Y_1 – ~~20 еди~~ сначала 20 единиц, потом 80 двоек, Y_2 = 1 двойка + 20 единиц + 79 двоек, ... Y_{80} = 79 двоек + 20 единиц + 1 двойка, а Y_{80} – 80 единиц.

~~Пусть S – сумма хара. характеристика числа Y,~~

Заметим, когда мы смотрим на два соседних числа Y_i и Y_{i+1} ($i \leq 78$), у них различаются 2 разряда (по тому, как мы зафиксировали Y_i). Тогда, если S_i – характеристика Y_i, то S_{i+1} отличается либо на 2, либо на 0 (т.к. ~~2 разряда отличаются от другого разряда S_i и~~ ~~мы заменяем 1 на 2 и 2 на 1~~ при изменении 1 разряда ~~её~~ характеристика либо уменьшается на 1 (изначальный разряд правильный), либо увеличивается на 1 (новый правильный). ~~Тогда~~ Заметим, что в таком случае можно однозначно определить X: посмотрим последовательно на Y_i, $i \geq 1$. Если произошло +2, то оба разряда заменились на правильные и мы их знаем; если –2, то оба заменились на неправильные и мы их тоже знаем, они были в предыдущ. Y; если же ~~изм~~ +0, то ~~2|1~~ эти два разряда правильно либо 22 либо 11. Но тогда мы сможем их определить дальше, когда они оба станут ~~1 или~~ равны 2. Если же мы не будем уверены так, то благодаря Y_{80} мы узнаем кол-во единиц (и двоек тогда тоже) и сможем определить X.

Выход 11^{11}
Вход 11^{15}

Выход 12^{35}
Вход 12^{38}

Выход 13^{46}
Вход 13^{51}

Бланк ответа № 1
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-919
(заполняется организатором)

№ 1

Введём последовательность $\{a_n\}$ оставшихся на руках денег после покупки n наборов пряжи (своя для каждого S, где) S – изначальный капитал, тогда $a_n = \begin{cases} S - n \cdot 620 & \text{при } 1 \le n < 20 \\ S - n \cdot 620 + 0{,}15 \cdot n \cdot 620 & \text{при } n \geq 20 \end{cases}$, а также $a_n \geq 0$ для всех n

$a_n = \begin{cases} S - 620n & \text{при } 1 \le n < 20 \\ S - 0{,}85 n \cdot 620 & \text{при } n \geq 20 \end{cases}$ откуда очевидно, что если было куплено $k \geq 20$ наборов пряжи, то выгоднее было бы купить их одним платежом, т.к в этом случае остаток денег равен $a_k = S - 0{,}85k \cdot 620$, а в ином, при $k_1 + k_2 + k_3 + \ldots + k_i$, $1 \le k_1, k_2, k_3, \ldots, k_i < 20$, $k_1 + k_2 + k_3 + \ldots + k_i = k$ остаток равен $S - k_1 \cdot 620 - k_2 \cdot 620 - k_3 \cdot 620 - \ldots - k_i \cdot 620 = S - 620(k_1 + k_2 + k_3 + \ldots + k_i) = S - 620n$, что меньше a_k. Тогда для покупки максимального количества наборов достаточно всегда при возможности купить ≥ 20 наборов покупать их одним платежом. Также понятно, что при покупке $k \geq 40$ наборов неважно покупать их одним платежом или несколькими $k_1, k_2, k_3, \ldots, k_j$, где $20 \le k_1, k_2, k_3, \ldots, k_j$, $k_1 + k_2 + k_3 + \ldots + k_j = k$. Тогда стратегия по покупке макс кол-ва наборов сводится к покупке макс возможного кол-ва наборов каждым платежом. Тогда в нашем случа

Бланк ответа №2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-919

(заполняется организатором)

изначально можно купить не более $\left[\frac{30.000}{620}\right] = 48$ наборов, сделаем это, получим в остатке $d_{48} = 30.000 - 0,85 \cdot 48 \cdot 620 = 4704$ рубля, на которые можно купить ещё не более $\left[\frac{4704}{620}\right] = 7$ наборов, получив в остатке $d_7 = 4704 - 7 \cdot 620 = 364$ рубля, на которые больше нельзя купить ни одного набора. Итого куплено $48 + 7 = 55$ наборов.

Ответ: 55 наборов.

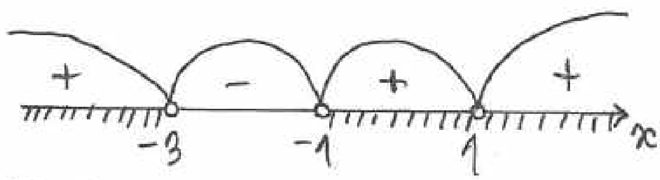
N 2

$$y = \lg \frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$$

О.О.Ф.: $\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0 \quad |\cdot(-1)$

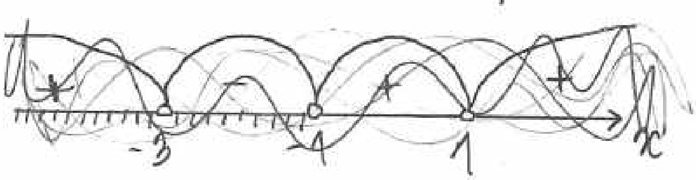
$$\frac{x^2+2x-3}{x^2-1} > 0$$

$$\frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+1)} > 0$$



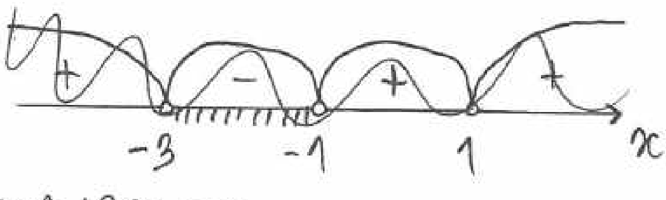
$x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

Ответ: $(-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$



~~$x \in (-\infty; -3) \cup (-3;$~~

~~Ответ: $x \in (-3; -1)$.~~



~~$x \in (-3; -1)$~~

Бланк ответа №3
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-919
(заполняется организатором)

№3

Пусть график трехчлена $f(x)=ax^2+bx+c$, $a\neq 0$, рассмотрим два случая:

1) $a>0$: теперь рассмотрим вершину параболы ax^2+bx+c $M(x_0;y_0)$ и ~~расположение ее~~ рассмотрим варианты расположения x_0:

1.1) $x_0<0$, тогда $f(x)$ возрастает при $x\in[0;3]$ тогда условие равносильно системе:

$$\begin{cases} f(0)=3 \\ f(1)=6 \\ f(2)=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ a+b+c=6 \\ 4a+2b+c=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ a=3-b \\ 12-4b+2b+3=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ a=3-b \\ 2b=8 \end{cases}$$

$\begin{cases} c=3 \\ b=4 \\ a=-1 \end{cases}$ – не подходит, т.к. рассматриваем $a>0$

1.2) $x_0\in[0;1]$, тогда $f(x)$ возрастает при $x\in[1;3]$, а при $x\in[0;1]$ принимает наименьшее значение в вершине, тогда условие равносильно системе:

$$\begin{cases} f(x_0)=3 \\ f(1)=6 \\ f(2)=7 \end{cases} \quad x_0=-\frac{b}{2a} \Rightarrow \begin{cases} \frac{b^2}{4a}-\frac{b^2}{2a}+c=3 \\ a+b+c=6 \\ 4a+2b+c=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=3+\frac{b^2}{4a} \\ c=6-a-b \\ 3a+b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=1-3a \\ 3+\frac{b^2}{4a}=6-a-b \end{cases} (*)$$

Решим (*) отдельно:

Бланк ответа №4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-919

(заполняется организатором)

$$3+\frac{(1-3a)^2}{4a}=6-a-\cancel{b}\,(1-3a) \quad \Big|\cdot 4a\neq 0$$

$$12a+1-6a+9a^2=24a-4a^2-4a+12a^2$$

$$a^2-14a+1=0$$

$$D=(-14)^2-4\cdot 1\cdot 1=196-4=192=64\cdot 3$$

$$a_1=\frac{14+\sqrt{64\cdot 3}}{2\cdot 1}=7+4\sqrt{3}$$

$$a_2=7-4\sqrt{3}$$

$(4\sqrt{3})^2=48<49 \Rightarrow 7-4\sqrt{3}>0 \Rightarrow a_2$ подходит на данном этапе

$$b_1=1-3a_1=-20-12\sqrt{3}$$

$x_{0_1}=-\dfrac{b_1}{2a_1}=\dfrac{20+12\sqrt{3}}{14+8\sqrt{3}}=\dfrac{14+8\sqrt{3}+6+4\sqrt{3}}{14+8\sqrt{3}}=1+\dfrac{6+4\sqrt{3}}{14+8\sqrt{3}} \Rightarrow a_1$ не подходит

$$b_2=1-3a_2=12\sqrt{3}-20$$

$$x_{0_2}=-\frac{b_2}{2a_2}=\frac{20-12\sqrt{3}}{14-8\sqrt{3}}$$

$\left.\begin{aligned}&(12\sqrt{3})^2=432>400 \Rightarrow 20-12\sqrt{3}<0\\ &(8\sqrt{3})^2=192<196 \Rightarrow 14-8\sqrt{3}>0\end{aligned}\right\} \Rightarrow x_{0_2}<0 \Rightarrow a_2$ не подходит

1.3) $x_0\in[1;2]$, но тогда $f(x)$ убывает при $x\in[0;1]$, а значит минимум $f(x)$ на $[0;1]$ $\geq$ минимума $f(x)$ на $[1;2]$, что не выполняется, а значит случай 1.3 невозможен.

Бланк ответа № 5
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-919
(заполняется организатором)

1.4) $x_0 \in [2;3]$ невозможно аналогично 1.3.

1.5) $x_0 \in (3;+\infty)$ невозможно аналогично 1.3 и 1.4.

2) $a<0$, всё также рассмотрим варианты расположения x_0:

2.1) $x_0 \in (-\infty;0)$, тогда $f(x)$ убывает при $x \in [0;3]$, тогда минимум $f(x)$ на $[2;3] <$ минимуму $f(x)$ на $[1;2]$, что не выполняется, значит случай 2.1 невозможен.

2.2) $x_0 \in [0;1]$ невозможен аналогично 2.1

2.3) $x_0 \in [1;2]$ невозможен аналогично 2.2

2.4) $x_0 \in [2;3]$, тогда $f(x)$ возрастает при $x \in [0;2]$ тогда условие равносильно системе:

$$\begin{cases} f(0)=3 \\ f(1)=6 \\ f(x_0)=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ a+b+3=6 \\ \frac{b^2}{4a}-\frac{b^2}{2a}+3=7 \end{cases} \quad |\cdot 4a \neq 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ a=3-b \\ -b^2=28a \quad (*) \end{cases}$$

Решим (*) отдельно:

$-b^2=28(3-b)$

$b^2-28b+84=0$

$D=(-28)^2-4\cdot 1\cdot 84=448=64\cdot 7$

$b_1=\frac{28+\sqrt{64\cdot 7}}{2\cdot 1}=14+4\sqrt{7}$

$b_2=14-4\sqrt{7}$

~~x_0~~ $a_1=-4\sqrt{7}-11$

Дополнительный бланк № 6

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: 1118 – 919

(заполняется организатором)

$$x_{0_1} = -\frac{b_1}{2a_1} = \frac{-4\sqrt{7}-14}{-8\sqrt{7}-22} = \frac{14+4\sqrt{7}}{22+8\sqrt{7}} < 2 \Rightarrow b_1 \text{ не подходит}$$

$$a_2 = 4\sqrt{7} - 11$$

$$x_{0_2} = \frac{4\sqrt{7}-14}{8\sqrt{7}-22} \approx 4{,}097 > 3 \Rightarrow b_2 \text{ не подходит}$$

2.5) $x_0 > 3$, тогда условие равносильно системе:

$$\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(1) = 6 \\ f(2) = 7 \end{cases}$$

Мы уже решали её в 1.1, откуда $\begin{cases} c = 3 \\ b = 4 \\ a = -1 \end{cases}$

$x_0 = -\frac{8}{2\cdot(-1)} = 4 \Rightarrow$ решение подходит и является единственным

Ответ: $-x^2+4x+3$.

№ 5

$$2 - 6^{\frac{1}{2}+\log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$$

О.Д.З.: $\begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$

$$2 - 6^{\frac{1}{2}} \cdot 6^{\log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\log_2 \cos x}$$

$$2 - \sqrt{6} \cdot \sin x = \sqrt{2} \cdot \cos x$$

$$\sqrt{6} \sin x + \sqrt{2} \cos x = 2 \quad | : \sqrt{8}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \ k \in \mathbb{Z}$$

$$x_1 = \frac{\pi}{12} + 2\pi k, \ k \in \mathbb{Z}$$

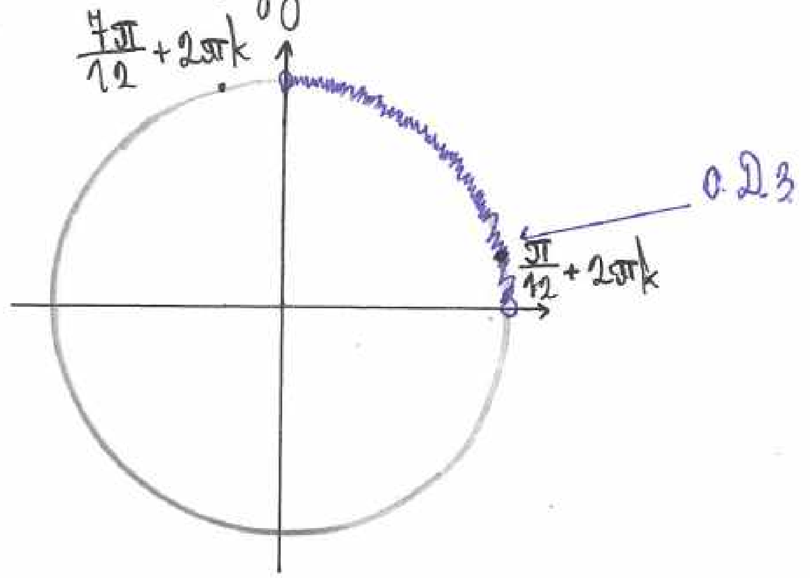
Дополнительный бланк № 27
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М18-919
(заполняется организатором)

$$x + \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = \frac{7\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$$

Отметим на окружности О.Д.З. и решения. Выберем те, что в неё попадут



Итого получаем $x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

Ответ: $\frac{\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$.

N 7

Научимся определять 5-значный код из цифр 1 и 2 с помощью 3 характеристик и с условием, что мы заранее знаем характеристику кода для чисел $Y_1 = 11111$ и $Y_2 = 22222$. ~~сколько единиц и сколько двоек содержит код~~ Заметим, что Y_1 соответствует кол-ву единиц в коде, Y_2 - кол-ву двоек. Тогда, не теряя общности, положим $Y_2 < Y_1$ и рассмотрим все случаи для Y_2:

1) $Y_2 = 0$, тогда код - 11111

2) $Y_2 = 1$, тогда найдём хар-ку числа $Y = 22111$

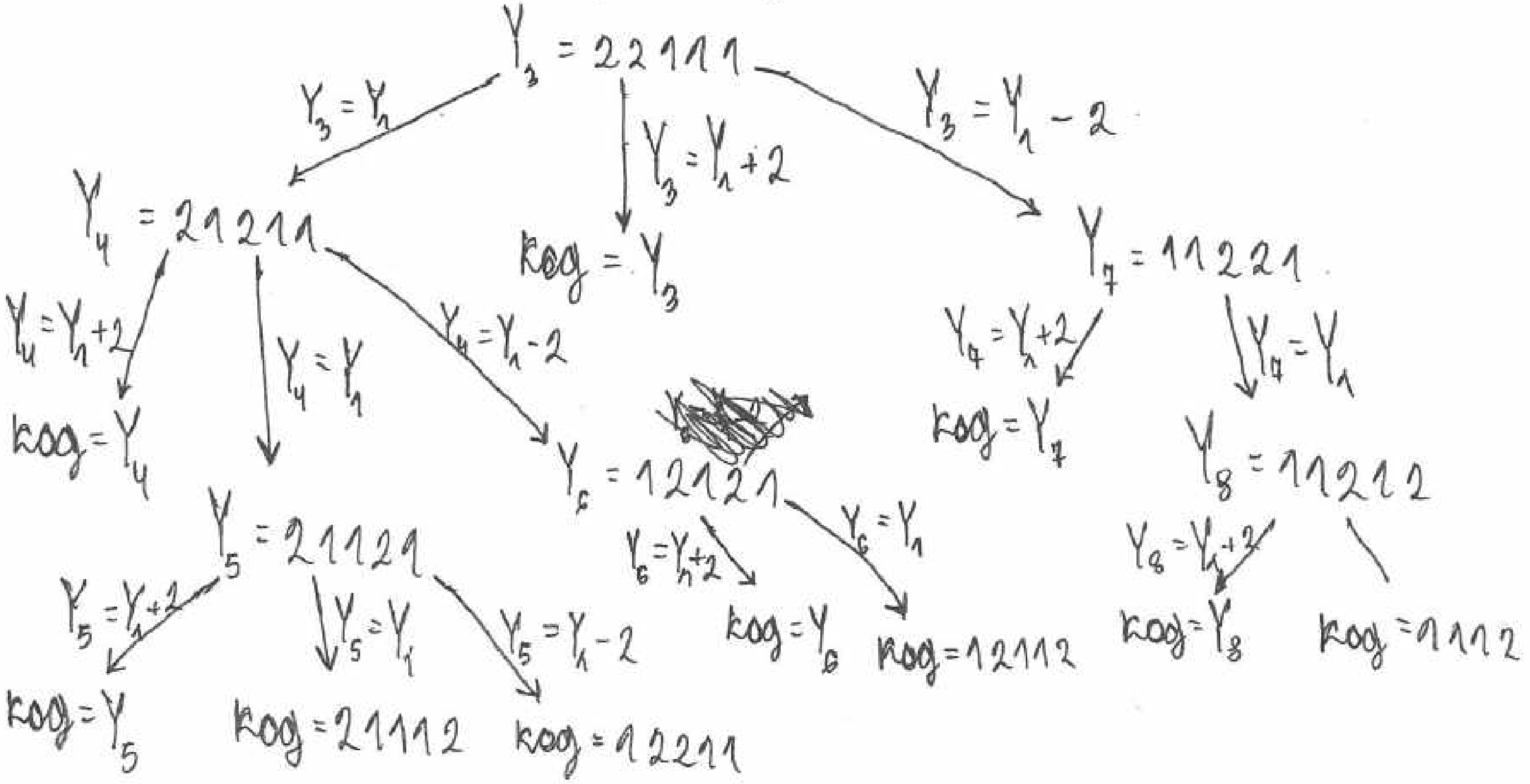
Дополнительный бланк № 38

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-919
(заполняется организатором)

Если она равна Y_1, то найдём хар-ку числа $Y_4=21211$. Если и она равна Y_1, то код – 21111, иначе 12111. Если $Y_3 \neq Y_1$, то найдём хар-ку $Y_5 = 11221$, если она равна Y_1, то находим $Y_6 = 11212$, если она равна Y_1, код – 11211, иначе 11121. Если же $Y_5 \neq Y_1$, то код 11112.

3) $Y_2 = 2$, построим дерево действий:



~~Дерево имеет~~ Дерево логически обосновано и имеет 3 слоя, то есть решает нашу подзадачу.

Вернёмся к 100-значному X и разобьём его на блоки по 5 цифр. Возьмём $Y_1 = \underbrace{111\ldots1}_{100 \text{ единиц}}$, его хар-ка – общее

кол-во единиц в X, тогда 100 – хар-ка – общее кол-во дво-

Дополнительный бланк № 19

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: 1811 – 919
(заполняется организатором)

ек в X. Далее будем идти по блокам сначала заменяя все цифры в блоке на 2 и получая* Y_{45k}, чья хар-ка будет давать информацию о кол-ве двоек и единиц в текущем блоке, а именно если $Y_{45k} \geq Y_{45(k-1)}$, то кол-во двоек в блоке k будет равно $Y_{45k} - Y_{45(k-1)}$, иначе $Y_{45k} - Y_{45(k-1)}$ – кол-во единиц в блоке k. Всего блоков равно $\frac{100}{5} = 20$. *А затем по описанному выше алгоритму будем за 3 числа восстанавливать блок полностью. Тогда на каждый блок уходит ровно 4 числа Y_i, тогда всего потребуется $1 + 4 \cdot 20 = 81$ числа Y (Y_1 в начале и далее по 4 на каждый из 20 блоков). Заметим, что шаг с подстановкой двоек необязателен для последнего блока, т.к. кол-во двоек и единиц в нём можно вычислить благодаря уже известным Y_1 и Y_{76} (кол-во единиц в последнем блоке равно $Y_1 - Y_{76}$), таким образом достаточно $81 - 1 = 80$ чисел Y, ч.т.д.

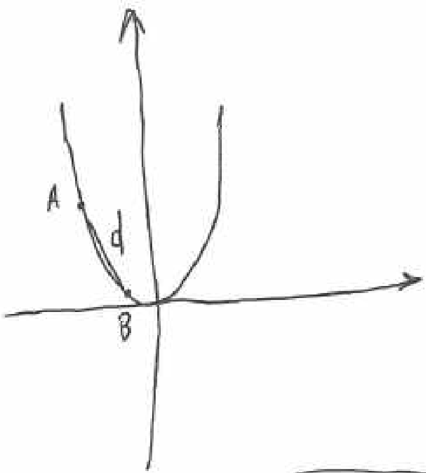
Дополнительный бланк №

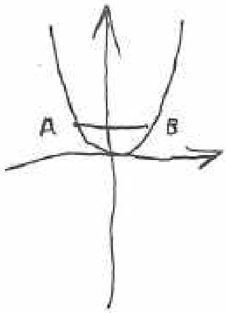
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

черновик





$d = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (x_A^2 - x_B^2)^2}$

$A(-x; x^2)$

$B(+x; x^2)$

$d = AB = 2x$

2. 4 вариков

$d = \sqrt{x^2 + x^4} = x\sqrt{x^2+1}$

$\begin{cases} f(x_0) = 3 \\ f(2) = 6 \\ f(3) = 7 \end{cases}$

$ax^2 + bx + c$

$a>0$, верш $\in [0;1]$

верш $\in (-\infty; 0)$

верш $\in [2;3$

$b = 1 - 5a$

$(1-a)^2 = 24a$

$1 - 2a + a^2 = 24a$

$D < 0 \Rightarrow \varnothing$

$\begin{cases} f(1) = 3 \\ f(2) = 6 \\ f(3) = 7 \end{cases}$ $\begin{cases} a + b + c = 3 \\ 4a + 2b + c = 6 \\ 9a + 3b + c = 7 \end{cases}$

$4a + 2b + c = 6$

$9a + 3b + c = 7$

$b + 5a = 1$

$3a + b = 3$

$3a + b = 3$

$8a + 2b = 4$

$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c = 3$

$-\frac{b^2}{4a} + c = 3$

$b = 3 - 3a$

$c = \frac{b^2}{4a} + 3$

$16a^2 + 8ab + b^2 = 24a$

$8a + 6 - 6a = 4$

$(4a + b)^2 = 24a$

$2a = -2$

~~$16a^2 + 2a$~~

$36a^2 + 12ab + b^2 = 16a$

$a = -1$

$4a + 2b + \frac{b^2}{4a} + 3 = 6$

$(6a + b)^2 = 16a$

$b = 0$

$9a + 3b + \frac{b^2}{4a} + 3 = 7$

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-721

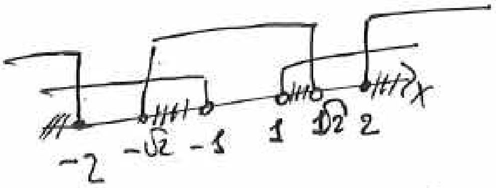
2. $y=\sqrt{\dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$

(*) Используем метод рационализации на ОДЗ $\begin{cases} x^2-1\neq 1 \\ x^2-1>0 \end{cases}$

$D(y):\ \begin{cases} x^2-1>0 \\ \lg(x^2-1)\neq 0 \\ \dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}\geq 0 \ (*) \end{cases}$

$\begin{cases} (x-1)(x+1)>0 \\ x^2-1\neq 1 \\ \dfrac{(x-2)(x+2)}{(10-1)(x^2-1-1)}\geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ x>1 \end{array}\right. \\ x\neq\pm\sqrt{2} \\ \left[\begin{array}{l} x\leq -2 \\ -\sqrt{2}<x<\sqrt{2} \\ x\geq 2 \end{array}\right. \end{cases}$



$D(y):\ \left[\begin{array}{l} x\leq -2 \\ -\sqrt{2}<x<-1 \\ 1<x<\sqrt{2} \\ x\geq 2 \end{array}\right.$

$D(y): (-\infty;-2]\cup(\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})\cup[2;+\infty).$

$(-\infty;-2]\cup(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})\cup[2;+\infty).$

Ответ: $(-\infty;-2]\cup(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})\cup[2;+\infty).$

5. $3^{-\frac{1}{2}}+6^{-\frac{1}{2}+\log_6\sin x}=2^{-\frac{1}{2}+\log_2\cos x}$

ОДЗ: $\begin{cases} \sin x>0 \\ \cos x>0 \end{cases}$

$2\pi n<x<\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

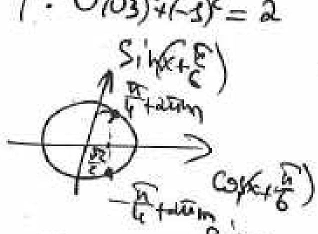
$\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{6}}\cdot\sin x=\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x \quad |\cdot\sqrt{6}$

$\sqrt{2}+\sin x=\sqrt{3}\cos x$

$\sqrt{3}\cos x-\sin x=\sqrt{2} \quad |:\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}=2$

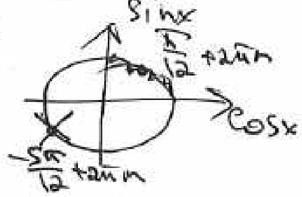
$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x-\frac{1}{2}\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$



$\left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{4}+2\pi m \\ x+\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{4}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+2\pi m \\ x=-\frac{5\pi}{12}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z} \end{array}\right.$



с уч. ОДЗ

$x=\frac{\pi}{12}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z}.$

Ответ: $\frac{\pi}{12}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z}.$

Бланк ответа 2

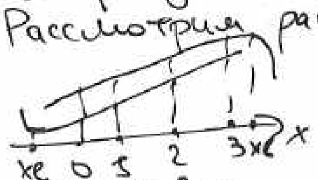
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-721

1. Начиная с 15 пачки, нам будут возвращать за каждую дополнительно 63 рубля (за остальные 14 – фикс. сумма).
Если мы на все деньги сразу купим бумагу, то ~~потратим~~ получим $\frac{20000}{630} \approx 31$ пачку, потратив $31 \cdot 630 = 19530$, из которых $19530 \cdot 0{,}1 = 1953$ рубля – кешбек. Итого у нас останется $470 + 1953 = 2423$ р, на которые мы купим еще 3 пачки, а в сумме купим $\underline{34}$.
За каждые 10 пачек мы получаем деньги на 1 новую, т.к. после покупки 31 пачки остается 470 рублей, то, купив 17 пачек мы сможем купить 2 дополнительно (получим $17 \cdot 630 \cdot 0{,}1 = 1071$ р обратно). У нас останется $20000 - 10710 + 1071 = 10361$ рубль. На эти деньги мы сможем купить еще 16 пачек ($16 \cdot 630 = 10080$ р), в остатке $10361 - 10080 + 1008 = 1289$ р – на еще 2 пачки, всего мы купили $\underline{35}$.
Можно ли купить больше? На 36 пачек потребуется $36 \cdot 630 = 22680$ рублей, из которых 2680 – кешбэк за покупку $\frac{2680}{63} + 1 = 43$ пачек бумаги, что невозможно, т.к. каждые 10 пачек дают возможность купить только 1 доп. пачку, а на начальные деньги мы можем купить не более 31.

Ответ: 35 пачек.

3. Как известно, функция принимает свое наибольшее значение на отрезке либо на его концах, либо в т. экстремумов. Т.к. ф-ция квадратичная, то у нее единственный экстремум в вершине параболы.
Рассмотрим расположения графика:

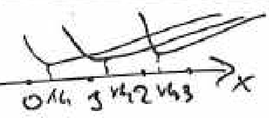
1) 

$$\begin{cases} f(1)=3 \\ f(2)=6 \\ f(3)=9 \end{cases} \quad \begin{cases} a+b+c=3 \\ 4a+2b+c=6 \\ 9a+3b+c=8 \end{cases} \quad \begin{cases} b=3-3a \\ 5a+3-3a=2 \\ c=3-a-b \end{cases} \quad \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=\frac{9}{2} \\ c=-1 \end{cases}$$

$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2}x - 1$

$f(0) = -1$; $f(1) = 3$; $f(2) = 6$; $f(3) = 8$; $x_в = 9$ $\left(f'(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}\right)$.

$\boxed{f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2}x - 1}$ – подходит

2) 

$$\begin{cases} f(0)=3 \\ f(2)=6 \\ f(3)=8 \end{cases} \to \begin{cases} c=3 \\ 4a+2b+c=6 \\ 9a+3b+c=8 \end{cases} f(x) = \frac{1}{6}x^2 + \frac{7}{6}x + 3,$$ но $f(1) > f(0)$, не подходит.

Во всех остальных возможных случаях функции будут получаться неподходящие, т.к. при $x > x_в$, $a > 0$ $f(x)$ возрастает, а при $x < x_в$, $a < 0$ $f(x)$ возрастает, в других случаях убывание при $x \nearrow$,
то есть единственный возможный случай – 1.
(При $x_в \geq 2$ невозможно выполнение усл., т.к. $f(1) > f(3)$).

Ответ: $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2}x - 1$.

Бланк ответа №1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: МП-575
(заполняется организатором)

№1 Обозначим за x количество купленных пачек.
Рассмотрим 2 случая:

1) $x < 15$, тогда кешбэка нет $\Rightarrow$ мы заплатим $630x$ р.
Общая сумма не должна превосходить 20 000 р.:

$$630x \leq 20\,000$$
$$x \leq \frac{20\,000}{630}$$
$$x \leq 31{,}746\ldots$$

т.к. $x \in \mathbb{Z}$, максимально возможный x равен 31

получаем систему $\begin{cases} x < 15 \\ x \leq 31 \end{cases}$ $\Rightarrow$ в этом случае максимальный x равен 14 пачек

2) $x \geq 15$, тогда кешбэк есть $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ мы заплатим $630x - \frac{10}{100} \cdot 630x = 630x(1-0{,}1) =$
$= 630x \cdot 0{,}9$

$$630x \cdot 0{,}9 \leq 20\,000$$
$$567x \leq 20\,000$$
$$x \leq \frac{20\,000}{567}$$
$$x \leq 35{,}273\ldots$$

т.к. $x \in \mathbb{Z}$, максимальный x равен 35

$x = 35$ подходит для случая $x \geq 15$

Из двух случаев выбираем тот, где x наибольший $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ максимально возможное кол-во пачек равно 35

Ответ: 35 пачек

Код участника: (заполняется организатором) М11-575

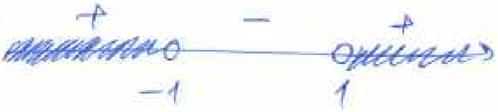
№2 $y=\sqrt{\dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$

допустимые x должны удовлетворять следующим условиям:

$$\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}\geq 0 & (1)\\ x^2-1>0 & (2)\end{cases}$$

(1) как подкоренное выражение
(2) как аргумент логарифма

(2) $x^2-1>0$
$(x-1)(x+1)>0$

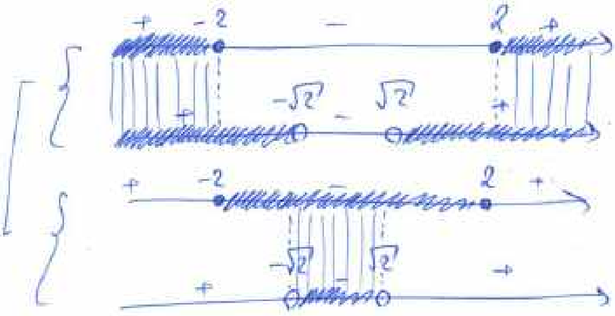


$\Rightarrow$ (2) условию удовлетворяют $x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$

(1) $\dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}\geq 0$

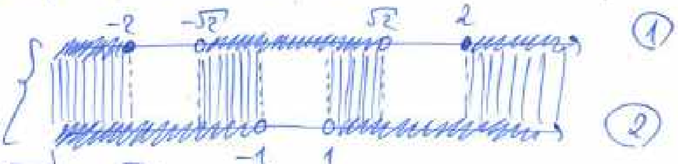
$$\left[\begin{aligned}&\begin{cases}x^2-4\geq 0\\ \lg(x^2-1)>0\end{cases}\\ &\begin{cases}x^2-4\leq 0\\ \lg(x^2-1)<0\end{cases}\end{aligned}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&\begin{cases}(x-2)(x+2)\geq 0\\ x^2-1>1\end{cases}\\ &\begin{cases}(x-2)(x+2)\leq 0\\ x^2-1<1\end{cases}\end{aligned}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&\begin{cases}(x-2)(x+2)\geq 0\\ x^2-2>0\end{cases}\\ &\begin{cases}(x-2)(x+2)\leq 0\\ x^2-2<0\end{cases}\end{aligned}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&\begin{cases}(x-2)(x+2)\geq 0\\ (x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})>0\end{cases}\\ &\begin{cases}(x-2)(x+2)\leq 0\\ (x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})<0\end{cases}\end{aligned}\right.$$



в (1) получаем, что ~~удовлетв~~ подходят ~~x~~
$x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt{2};\sqrt{2})\cup[2;+\infty)$

Объединяем с (2) условием:



$x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})\cup[2;+\infty)$

* точки на прямой расположены, как на рисунке, т.к.
$-2=-\sqrt{4}<-\sqrt{2}<-\sqrt{1}=-1<1=\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}=2$

Ответ: $x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})\cup[2;+\infty)$

Бланк ответа № 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-575

№ 5

$$3^{-\frac{1}{2}} + 6^{-\frac{1}{2} + \log_6 \sin x} = 2^{-\frac{1}{2} \log_2 \cos x}$$

$$3^{-\frac{1}{2}} + 6^{-\frac{1}{2}} \cdot 6^{\log_6 \sin x} = 2^{-\frac{1}{2}} \cdot 2^{\log_2 \cos x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos x \quad \Big| \cdot \sqrt{6}$$

* т.к. мы избавились от логарифмов, для итоговых x мы должны проверить, что $\sin x > 0$ и $\cos x > 0$, т.к. $\sin x$ и $\cos x$ были аргументами логарифмов

$$\sqrt{2} + \sin x = \sqrt{3} \cdot \cos x$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{3} \cos x - \sin x \quad \Big| : 2$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{6} \cos x - \sin \frac{\pi}{6} \sin x$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right)$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + x + 2\pi k, \ k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{6} - x + 2\pi k, \ k \in \mathbb{Z} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} - 2\pi k, \ k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \ k \in \mathbb{Z} \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + 2\pi n, \ n \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{5\pi}{12} + 2\pi n, \ n \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$$

Проверка: 1) $\sin\left(\frac{\pi}{12} + 2\pi n\right) \overset{n \in \mathbb{Z}}{=} \sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$; т.к. $0 < \frac{\pi}{12} < \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{12}$ лежит в I четверти единичной окр-ти $\Rightarrow \begin{cases} \sin \frac{\pi}{12} > 0 \\ \cos \frac{\pi}{12} > 0 \end{cases} \Rightarrow$

$\cos\left(\frac{\pi}{12} + 2\pi n\right) \overset{n \in \mathbb{Z}}{=} \cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$;

$\Rightarrow x = \frac{\pi}{12} + 2\pi n, \ n \in \mathbb{Z}$ подходит

2) $\sin\left(-\frac{5\pi}{12} + 2\pi n\right) \overset{n \in \mathbb{Z}}{=} \sin\left(-\frac{5\pi}{12}\right)$

$-\frac{\pi}{2} = -\frac{6\pi}{12} < -\frac{5\pi}{12} < 0 \Rightarrow \sin\left(-\frac{5\pi}{12}\right) < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = -\frac{5\pi}{12} + 2\pi n, \ n \in \mathbb{Z}$ не подходит

Ответ: $x = \frac{\pi}{12} + 2\pi n, \ n \in \mathbb{Z}$

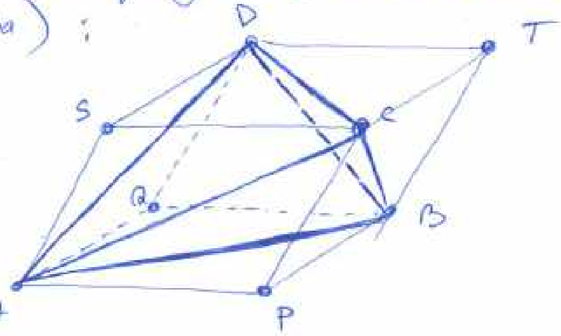
Бланк ответа № 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-575

(заполняется организатором)

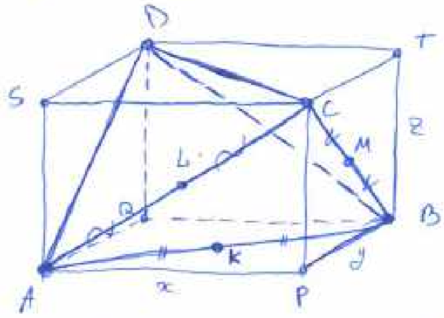
№4 Впишем $ABCD$ в параллелепипед (далее – пар-д), как показано ~~это можно~~ на рисунке (это можно сделать для любого тетраэдра):



Тогда у равных параллелограммов (далее – пар-мов) $APBQ$ и $SCTD$ (равны как противоположные грани пар-да) равны диагонали $AB = CD = a$ (по условию). $\Rightarrow$ $APBQ$ и $SCTD$ – прямоугольники (далее – пр-ки). Аналогично пр-ками являются грани $PCTB$ и $ASDQ$ ($CB = AD = b$ по усл.) и

$ASCP$ и $QDTB$ ($AC = BD = c$ по усл.)

$\Rightarrow$ $APBQSCTD$ – прямоугольный пар-д ($\Rightarrow$ в т.ч. он прямой)



Обозначим середины AB, BC и AC за K, M и L соответственно

Заметим, что точки A, B, C и D равноудалены от центра пар-да. А т.к. для 4х точек пространства точка, равноудалённая от всех них, определяется однозначно, точка O и центр пар-да $APBQSCTD$ совпадают

(1) точка K лежит на сфере и т. $K \in$ пл. $(APBQ)$

(2) т.к. O – центр пар-да, а K – центр грани $APBQ$ (т.к. K – середина диагонали AB), $OK \perp$ пл. $(APBQ)$

(1), (2) $\Rightarrow$ сфера касается пл. $(APBQ)$ в т. K

Повторим рассуждение для т. M и пл. $(PBTC)$, получим, что сфера касается пл. $(PBTC)$ в т. M, и для т. L и пл. $(APCS)$, получим, что сфера касается пл. $(APCS)$ в т. L

Бланк ответа №5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-575

Пусть $AP = x$, $PB = y$, $BT = z$

т. O – центр пар-да $\Rightarrow$ $\left.\begin{matrix} O \text{ – сер. } AT \\ K \text{ – сер. } AB \end{matrix}\right\}$ $\Rightarrow$ OK – ср. линия $\triangle ABT$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow OK = \frac{BT}{2} = \frac{z}{2}$

~~Повторим рассуждение~~

Аналогичными рассуждениями, получаем, что

$OM = \frac{x}{2}$ и $OL = \frac{y}{2}$

т.к. $OM = OK = OL = R$ как радиусы сферы,

$\frac{x}{2} = \frac{z}{2} = \frac{y}{2}$, из чего следует $x = y = z$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ наш пар-д является кубом

в прямоугольном тр-ке APC $AC^2 = AP^2 + PC^2$ по теореме Пифагора

$$a^2 = x^2 + y^2$$

$$\Downarrow x = y$$

$$a^2 = 2x^2$$

$$x^2 = \frac{a^2}{2}$$

$$x = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Тогда радиус сферы равен $R = \frac{x}{2} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$

Ответ: $R = \frac{a\sqrt{2}}{4}$

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-575

№3 Запишем искомый квадратный трёхчлен как $f(x)=ax^2+bx+c$

Рассмотрим 2 случая:

1) $a<0$ ($\Rightarrow$ парабола ветвями вниз)

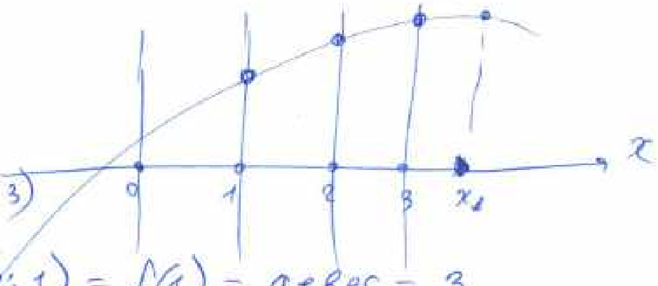
~~если $x_в = 2$, то ма~~

| обозначим максимальное значение $f(x)$ на отрезке $[a;b]$ $(a<b)$ как $\max(a;b)$

если $x_в=2$, то, т.к. $a<0$, на $x\in[2;+\infty)$ и $x\in(-\infty;2]$, $f(x)$ убывает $\Rightarrow$ $\max(1;2)=\max(2;3)=f(x_в)$, что не может быть, т.к. по условию все максимумы различны

если $x_в<2$, максимальное значение $f(x)$ принимает на $x\in(-\infty;2)$ а при $x>2$ убывает (т.к. $a<0$) $\Rightarrow$ $\max(1;2)>\max(2;3)$, т.е. $6>8$ по условию, чего быть не может

$\Rightarrow \boxed{x_в>2}$



Рассмотрим 2 случая:

1. $x_в \geqslant 3$

Тогда, т.к. $a<0$, на $x\in(-\infty;3)$ $f(x)$ возрастает $\Rightarrow$ $\max(0;1)=f(1)=a+b+c=3$

(максимум на отрезке достигается в правой точке) $\max(1;2)=f(2)=4a+2b+c=6$

$\max(2;3)=f(3)=9a+3b+c=8$

Получаем систему:

$$\begin{cases} a+b+c=3 & (1)\\ 4a+2b+c=6 & (2)\\ 9a+3b+c=8 & (3)\end{cases}$$

$(2)-(1)$: $4a+2b+\cancel{c}-a-b-\cancel{c}=6-3$

$3a+b=3$

$\Leftarrow \boxed{b=3-3a}$

$a+b+c=a+3-3a+c=c-2a+3=3$

$c-2a=0$

$\boxed{c=2a}$

Подставим получившиеся b и c в (3):

$9a+3(3-3a)+2a=8$

$\cancel{9a}+9-\cancel{9a}+2a=8$

$2a=-1$

$a=-\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} b=3-3a=3-3\cdot(-\frac{1}{2})=3+\frac{3}{2}=\frac{7}{2}\\ c=2a=2\cdot(-\frac{1}{2})=-1\end{cases}$

Дополнительный бланк № 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-575

Проверим, что такие a, b и c подходят для этого случая.

$x_b \geq 3,$

$-\frac{b}{2a} \geq 3$

$-\frac{\frac{7}{2}}{2\cdot(-\frac{1}{2})} = \frac{\frac{7}{2}}{1} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2} > 3$

$\Rightarrow$ подходит $\Rightarrow$ один из вариантов это $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{2}x - 1$

2. $2 < x_b < 3$

Тогда на отрезках $[0;1]$ и $[1;2]$ максимум всё ещё достигается в правой точке, а на отрезке $[2;3]$ в x_b

$\max(0;1) = f(1) = a + b + c = 3$ (3)

$\max(1;2) = f(2) = 4a + 2b + c = 6$ (4)

$\max(2;3) = f(x_b) = a\cdot\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\cdot\left(-\frac{b}{2a}\right) + c = a\cdot\frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c =$

$= \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c = c - \frac{b^2}{4a} = 8$ (5)

(4)-(3): $3a + b = 3$ $\Rightarrow$ $a + b + c = a + 3 - 3a + c = c - 2a + 3 = 3$

$b = 3 - 3a$ $\qquad c = 2a$

Подставим b и c в (5):

$2a - \frac{(3-3a)^2}{4a} = 8 \quad |\cdot 4a$

$8a^2 - (9 - 18a + 9a^2) = 32a$

$8a^2 - 9 + 18a - 9a^2 = 32a$

$a^2 + 14a + 9 = 0$ $\qquad \frac{D}{4} = 49 - 49 = 49 - 36 = 13$

$\left[\begin{array}{l} a_1 = -7 + \sqrt{13} \\ a_2 = -7 - \sqrt{13} \end{array}\right.$ оба a меньше 0 $\Rightarrow$ подходят под этот случай

Тогда $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} b = 3 - 3(-7+\sqrt{13}) \\ c = 2(-7+\sqrt{13}) \end{cases} \\ \begin{cases} b = 3 - 3(-7-\sqrt{13}) \\ c = 2(-7-\sqrt{13}) \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} b = 13 - 3\sqrt{13} \\ c = -14 + 2\sqrt{13} \end{cases} \\ \begin{cases} b = 13 + 3\sqrt{13} \\ c = -14 - 2\sqrt{13} \end{cases} \end{array}\right.$

Проверим, попадает ли x_b в интервал $(2;3)$

- для a_1: $x_b = \frac{-b}{2a} = \frac{-3 + 3(-7+\sqrt{13})}{2(-7+\sqrt{13})} = \frac{-3}{2(-7+\sqrt{13})} + \frac{3}{2}$

$\sqrt{13} < \sqrt{16} = 4 \Rightarrow -7 + \sqrt{13} < -7 + 4 = -3 \Rightarrow 2(-7+\sqrt{13}) < -6 \Rightarrow$

Дополнительный бланк № 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-575

$\Rightarrow \frac{1}{2(-7+\sqrt{13})} > -\frac{1}{6} \Rightarrow \frac{3}{2(-7+\sqrt{13})} > -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{-3}{2(-7+\sqrt{13})} < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-3}{2(-7+\sqrt{13})} + \frac{3}{2} < \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$

$\Rightarrow x_в < 2$, т.е. a_1 не подходит.

для a_2: $x_в = \frac{-b}{2a} = \frac{-3+3(-7-\sqrt{13})}{2(-7-\sqrt{13})} = \frac{-3}{2(-7-\sqrt{13})} + \frac{3}{2}$

~~$\sqrt{13} < \sqrt{16} = 4$~~ $3 = \sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16} = 4 \Rightarrow \sqrt{13} > 3 \Rightarrow -\sqrt{13} < -3 \Rightarrow$

$\Rightarrow -7-\sqrt{13} < -10 \Rightarrow 2(-7-\sqrt{13}) < -20 \Rightarrow \frac{1}{2(-7-\sqrt{13})} > -\frac{1}{20} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{-3}{2(-7-\sqrt{13})} < \frac{3}{20} \Rightarrow -\frac{3}{2(-7-\sqrt{13})} + \frac{3}{2} < \frac{3}{20} + \frac{3}{2} = \frac{33}{20} <$

$< \frac{40}{20} = 2 \Rightarrow a_2$ тоже не подходит

$\Rightarrow$ для случая $a < 0$ есть только один подходящий трёхчлен, и это $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{2}x - 1$

2) $a > 0$ ($\Rightarrow$ парабола ветвями вверх)

Если $x_в = 1$, то $\max(0;1) = \max(1;2)$, что противоречит условию

Если $x_в > 1$, то, аналогично случаю 1), $\max(0;1) > \max(1;2)$
$3 > 6$. противоречие

$\Downarrow$

$x_в < 1$

Рассмотрим 2 случая:

1. $x_в < 0$. Тогда на всех трёх отрезках $f(x)$ возрастает (т.к. $a > 0$) $\Rightarrow$ максимум на отр-ке будет достигаться в его правой точке,

т.е. $\left.\begin{array}{l} \max(0;1) = f(1) = a+b+c = 3 \\ \max(1;2) = f(2) = 4a+2b+c = 6 \\ \max(2;3) = f(3) = 9a+3b+c = 8 \end{array}\right\}$ Но такую же систему мы получали для случая $a<0$, а при её решении получается, что $a = -\frac{1}{2} < 0$, значит оно не подходит в случае $a > 0$

2. $0 < x_в < 1$. Тогда на отрезках $[1;2]$ и $[2;3]$ максимум всё ещё в правой точке, а на $[0;1]$ в $x_в$

т.е. $\left.\begin{array}{l} \max(0;1) = f(x_в) = c - \frac{b^2}{4a} = 3 \\ \max(1;2) = f(2) = 4a+2b+c = 6 \\ \max(2;3) = f(3) = 9a+3b+c = 8 \end{array}\right\} \Rightarrow$ Получаем следующую систему:

Дополнительный бланк № 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-575

(заполняется организатором)

$$\begin{cases} c - \frac{b^2}{4a} = 3 & (6) \\ 4a + 2b + c = 6 & (7) \\ 9a + 3b + c = 8 & (8) \end{cases}$$

$(8)-(7)$: $9a + 3b + c - 4a - 2b - c = 8 - 6$

$5a + b = 2$

$b = 2 - 5a$ — подставим это в (7):

$4a + 2(2-5a) + c = 6$

$4a + 4 - 10a + c = 6$

$c = 10a - 4a + 6 - 4 = 6a + 2$

Теперь подставим b и c в (6):

$$6a + 2 - \frac{(2-5a)^2}{4a} = 3$$

$$6a - \frac{(2-5a)^2}{4a} = 1 \quad | \cdot 4a$$

$24a^2 - (4 - 20a + 25a^2) = 4a$

$24a^2 - 4 + 20a - 25a^2 = 4a$

$a^2 - 16a + 4 = 0$

$\frac{D}{4} = 8^2 - 4 = 64 - 4 = 60$

$a_{1,2} = 8 \pm \sqrt{60}$ $\qquad 8 = \sqrt{64} > \sqrt{16} \Rightarrow$ оба a положительные

Найдём $b_{1,2}$ и $c_{1,2}$ и проверим, подходят ли они под условие на $x_в$

a_1: $b_1 = 2 - 5a_1$ $\qquad x_в = \frac{-b}{2a} = \frac{-2+5a}{a} = -\frac{2}{a} + 5 =$

$c_1 = 2a = 2(8+\sqrt{60})$

$$= \frac{-2}{8+\sqrt{60}} + 5$$

$\sqrt{60} > \sqrt{49} = 7 \Rightarrow 8 + \sqrt{60} > 8 + 7 = 15 \Rightarrow \frac{1}{8+\sqrt{60}} < \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{-2}{8+\sqrt{60}} > -\frac{2}{15} \Rightarrow$

$\Rightarrow -\frac{2}{8+\sqrt{60}} + 5 > -\frac{2}{15} + 5 > 1 \Rightarrow a_1$ не подх.

a_2: $b_2 = 2 - 5a_2$ $\qquad x_в = \frac{-b_2}{2a_2} = \frac{-2+5a_2}{a_2} = -\frac{2}{a_2} + 5 =$

$$= \frac{-2}{8-\sqrt{60}} + 5$$

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11-243

5. $2-6^{\frac{1}{2}+\log_6 \sin x}=2^{\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$

$2-\sqrt{6}\cdot 6^{\log_6 \sin x}=\sqrt{2}\cdot 2^{\log_2 \cos x}$

$2-\sqrt{6}\sin x=\sqrt{2}\cos x \quad |:\sqrt{2}$

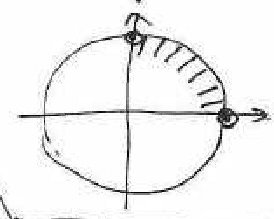
$\cos x+\sqrt{3}\sin x=\sqrt{2} \quad |:2$

$\frac{1}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\left(\frac{\pi}{6}+x\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\left[\begin{array}{l}\frac{\pi}{6}+x=\frac{\pi}{4}+2\pi k\\ \frac{\pi}{6}+x=\frac{3\pi}{4}+2\pi k\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+2\pi k\\ x=\frac{7\pi}{12}+2\pi k \text{ - не подходит по ограничениям}\end{array}\right. \Rightarrow$

Огр.: $\begin{cases}\sin x>0\\ \cos x>0\end{cases}$ $\Downarrow$



$\boxed{k\in\mathbb{Z}}$

$\Rightarrow x=\frac{\pi}{12}+2\pi k.$

Ответ: $\frac{\pi}{12}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z}$

1. Пусть произошло n транзакций. ($p_i\geq 20$)
Пусть в первой ~~дене~~ покупке было потрачено $620\cdot 0{,}85 p_1$, во второй – $620\cdot 0{,}85 p_2, \ldots$, в n-й день $620\cdot 0{,}85 p_n$.
(Нет смысла покупать меньше 20 наборов)
p_i – кол-во купленных наборов в i-й покупке.
Имеет место неравенство:

$620\cdot 0{,}85(p_1+p_2+\ldots+p_n)\leq 30000$

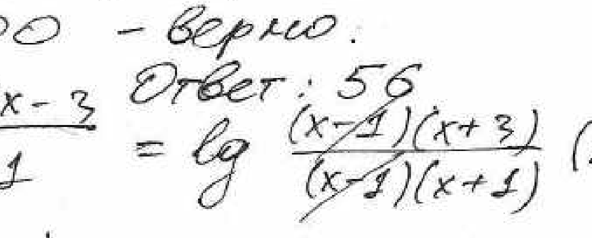
$p_1+p_2+\ldots+p_n\leq 56{,}925\ldots \Rightarrow p_1+p_2+\ldots+p_n\leq 56$

Т.е. больше 56 наборов купить нельзя. Осталось подобрать пример. Можно в первый же день купить 56 наборов; тогда:

$620\cdot 0{,}85\cdot 56\leq 30000$ – верно.

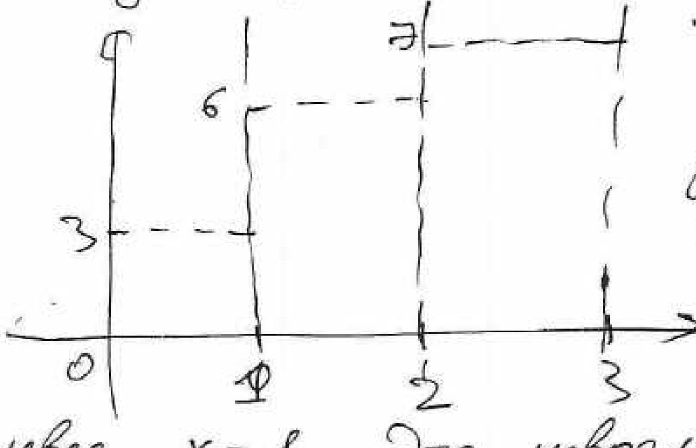
Ответ: 56

2. $y=\lg\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}=\lg\frac{x^2+2x-3}{x^2-1}=\lg\frac{\cancel{(x-1)}(x+3)}{\cancel{(x-1)}(x+1)}\ (x\neq 1)=$
$=\lg\frac{x+3}{x+1} \Rightarrow \frac{x+3}{x+1}>0$:



Ответ: $(-\infty;-3)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$

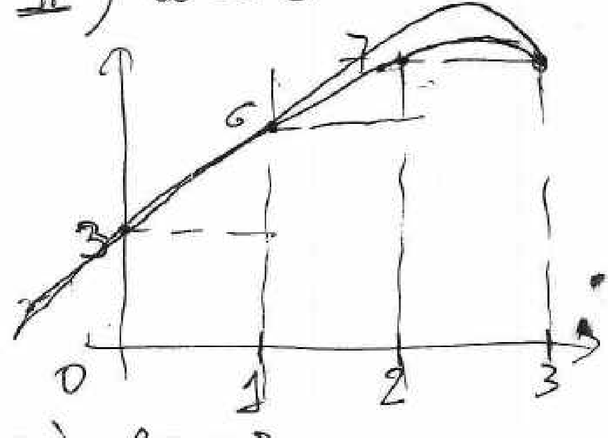
3. Пусть $f(x)=ax^2+bx+c$



I) $a>0$:

Абсцисса вершины параболы не может лежать левее чем график $x=1$, иначе мин. значение на $[0;1]$ будет больше 3. Поэтому она лежит левее $x=1$. Это невозможно: рассмотрим $[0;1]$, $[1;2]$. На $[x;1]$ $(x\geq 0)$ и $[1;2]$ $f(x)$ будет возрастать. Соответственно $f(1)-f(x)=6-3=3$; $f(2)-f(1)=1$. Т.е. $f(x)$ на $[x;2]$ немонотонна, что противоречит условию.

II) $a<0$



Возможен только такой вариант:

Либо парабола пересекает точки $(0;3),(1;6),(2;7)$, либо $(0,3),(1;6),(3;7)$

1) $\begin{cases} c=3 \\ a+b+c=6 \\ 4a+2b+c=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ 4a+2b=4 \end{cases}$

$2(2a+b)=2(2a+3-a)=2(a+3)=4 \Rightarrow$

$\Rightarrow a=-1 \Rightarrow b=4$

$f_1(x)=-x^2+4x+3$ $(f_1(2)\geq 7)$

2) $\begin{cases} c=3 \\ a+b+c=6 \\ 9a+3b+c=7 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ 9a+3b=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a=-\frac{5}{6} \\ b=\frac{23}{6} \end{matrix}$

$f_2(x)=-\frac{5}{6}x^2+\frac{23}{6}x+3$

Покажем, что $f_2(3)\geq 7$: $f_2(3)=-\frac{5}{6}\cdot 9+\frac{23}{6}\cdot 9+3=7\geq 7$.

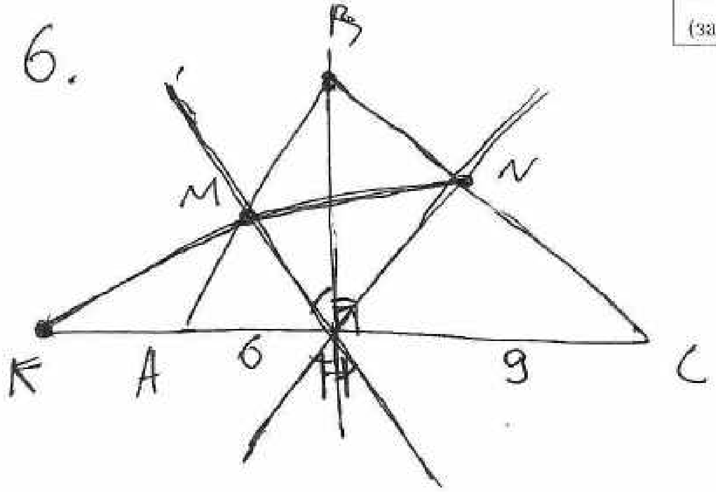
Ответ: $-x^2+4x+3$; $-\frac{5}{6}x^2+\frac{23}{6}x+3$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11-243

6.



Рассмотрим некую точку K на прямой AC такую, что

Бланк ответа N.1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	M11 – 313

N.1

Пусть $x_{ш.}$ – пачек приобрели, $x \in \mathbb{Z}$ (по смыслу задачи), тогда $(630x)_{руб}$ – сумма денег за x пачек

1) $\begin{cases} x < 15, x \in \mathbb{Z} \\ x \to max \\ 630x \le 20000 \end{cases}$ $\begin{cases} x < 15, x \in \mathbb{Z} \\ x \to max \\ x \le 31\frac{47}{63} \end{cases}$ $\Rightarrow x = 14$ – макс. число пачек, при $x < 15$

2) $\begin{cases} x \geq 15, x \in \mathbb{Z} \\ x \to max \\ 630x \le 20000 + 0{,}1 \cdot 630x \end{cases}$; $\begin{cases} x \geq 15, x \in \mathbb{Z} \\ x \to max \\ 567x \le 20000 \end{cases}$; $\begin{cases} x \geq 15, x \in \mathbb{Z} \\ x \to max \\ x \le 35\frac{155}{567} \end{cases}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow x = 35$ (мин. $35 > 14$) – макс. кол-во пачек, которые можно приобрести

Ответ: нужно приобрести 35 пачек, чтобы получить их макс. количество

N.2

$y = \sqrt{\dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$;

$D(y)$: $\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)} \geq 0 \\ \lg(x^2-1) \neq 0 \\ x^2-1 > 0 \end{cases}$

1) $x^2-1>0$;

$x^2>1$;

$\left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-1 \end{array}\right.$

2) $\lg(x^2-1) \neq 0$

$x^2-1 \neq 1$

$x^2 \neq 2$

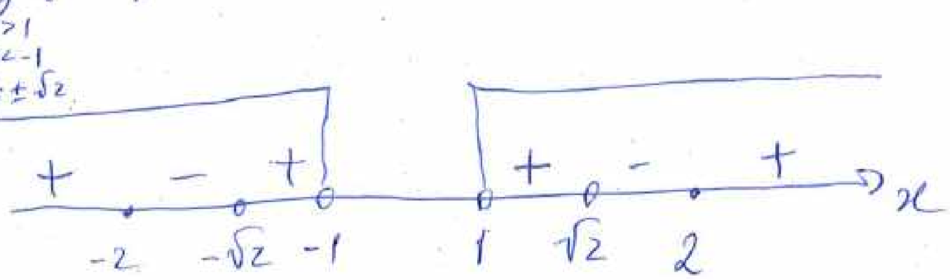
$x \neq \pm\sqrt{2}$

3) $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-1 \end{array}\right. \\ x \neq \pm\sqrt{2} \\ \dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)} \geq 0 \end{cases}$;

3: $\dfrac{(3-2)(3+2)}{\lg(9-1)} = \dfrac{5}{\lg 8} > 0$

-3: $\dfrac{(-3-2)(-3+2)}{\lg(9-1)} = \dfrac{5}{\lg 8} > 0$

$\begin{cases} \dfrac{(x-2)(x+2)}{\lg(x^2-1)} \geq 0, \\ \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-1 \end{array}\right. \\ x \neq \pm\sqrt{2} \end{cases}$ $(\lg(x^2-1)=0;\ x=\pm\sqrt{2})$



Бланк ответа N.2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-313

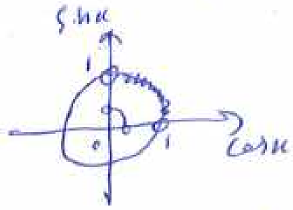
$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \le -2 \\ -\sqrt{2} < x < -1 \\ 1 < x < \sqrt{2} \\ x \ge 2 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x > 1 \\ x < -1 \end{array}\right. \\ x \ne \pm\sqrt{2} \end{cases} \quad \left[\begin{array}{l} x \le -2 \\ -\sqrt{2} < x < -1 \\ 1 < x < \sqrt{2} \\ x \ge 2 \end{array}\right. ; (-\infty; -2] \cup (-\sqrt{2}; -1) \cup (1; \sqrt{2}) \cup [2; +\infty)$$

Ответ: $(-\infty; -2] \cup (-\sqrt{2}; -1) \cup (1; \sqrt{2}) \cup [2; +\infty)$

~~N.4~~ N.5

$$3^{-\frac{1}{2}} + 6^{-\frac{1}{2} + \log_6 \sin x} = 2^{-\frac{1}{2} + \log_2 \cos x}$$

1) $\begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$;



$x \in (2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$

2) $\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot 6^{\log_6 \sin x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2^{\log_2 \cos x} \quad | \cdot \sqrt{6}$

$\sqrt{2} + (\sin x)^{\log_6 6} = \sqrt{3} \cdot (\cos x)^{\log_2 2}$

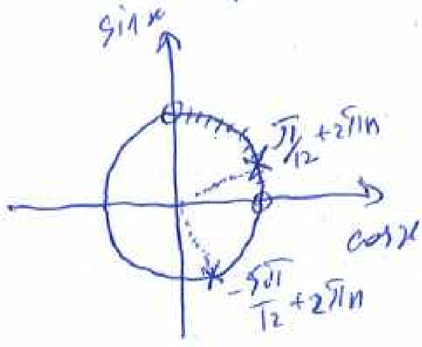
$\sin x - \sqrt{3} \cos x = -\sqrt{2} \quad | \cdot \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin x \cos \frac{\pi}{3} - \cos x \sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin (x - \frac{\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\left[\begin{array}{l} x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n \\ x - \frac{\pi}{3} = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n \end{array}\right. , n \in \mathbb{Z}$; $\begin{cases} x \in (2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k), k \in \mathbb{Z} \\ \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + 2\pi n \\ x = -\frac{5\pi}{12} + 2\pi n \end{array}\right. , n \in \mathbb{Z} \end{cases}$



; $x = -\frac{5\pi}{12} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ – не уд. $x \in (2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$

⇓

$x = \frac{\pi}{12} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Ответ: $\frac{\pi}{12} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Бланк ответа N.3

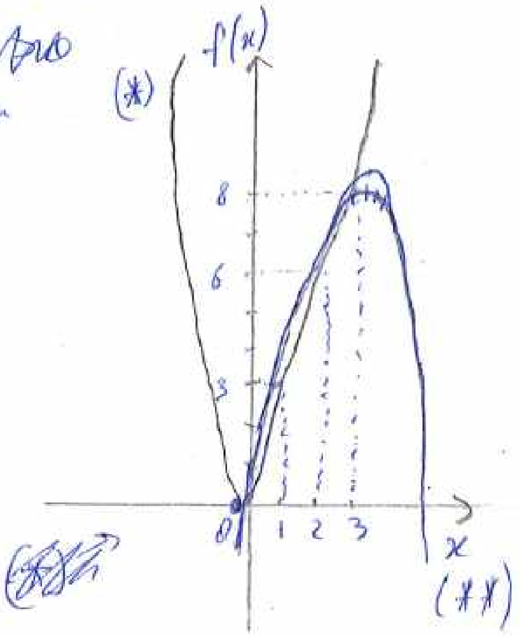
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-313
(заполняется организатором)

N.3

] $f(x)=ax^2+bx+c$ – кв. 3-хчлен, тогда $a\neq0$

1) Построим параболу



$$(1;3):\ (2;6):\ (3;8):\ \begin{cases} 3=a+b+c & (1)\\ 6=4a+2b+c & (2)\\ 8=9a+3b+c & (3)\end{cases}$$

(2)-(1): $3=3a+b$; $b=3-3a$;
$9a+3b=9$

(3): $8=9a+3b+c$; $8=9+c$; $c=-1$;

(2); $6=4a+2(3-3a)-1$
$4a-6a+6=7$
$a=-\frac{1}{2}$;
$b=3+3\cdot\frac{1}{2}=4\frac{1}{2}$

$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+4\frac{1}{2}x-1$

2) $a\neq0$;
Такого случая быть не может, т.к. $f(x)$ на [1;3] ↑, потому что значения 3-х члена возрастают

$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+4\frac{1}{2}x-1$ ⇒ график * - неверный, т.к $a<0$ ⇒ ветви параболы направлены вниз. ⇒ график будет вида (**)

Ответ: $-\frac{1}{2}x^2+4\frac{1}{2}x-1$

N.6

Бланк ответа № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11-313

(заполняется организатором)

№ 6

Дано:

ABCD - выпукл. 4-уг-к

$\angle BAC = \angle CAD = \alpha$

$AB > AD$

$\angle DAP = \angle A_1AP = \beta$ - внеш. угол

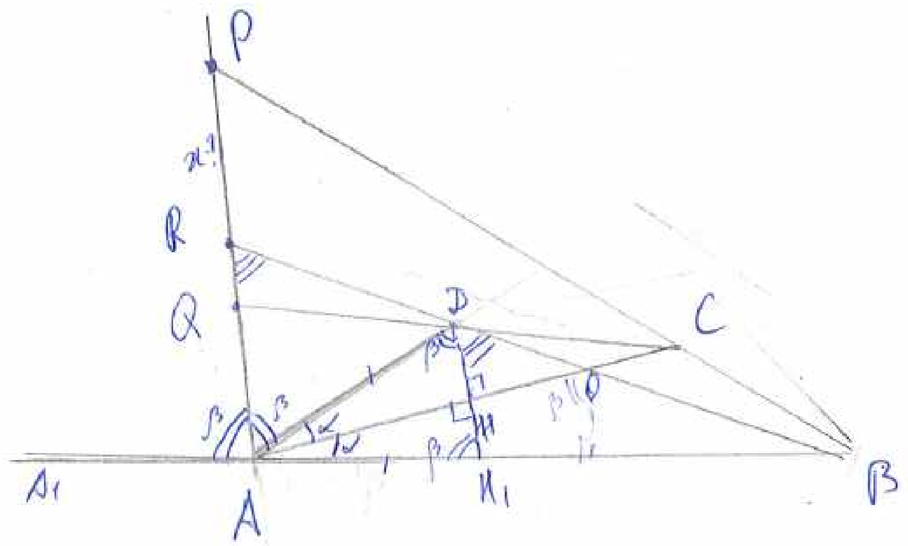
$AP \cap BC = P$

$AP \cap CD = Q$

$AP \cap BD = R$

$AQ = 3$; $AR = 18$

Найти: AP



Решение

1) $O = AC \cap BD$

2) $\angle A_1AD + \angle DAB = 180°$ - т.к. смежные углы; $\angle BAC = \angle CAD = \alpha$ - по усл; $\angle DAP = \angle A_1AP = \beta$ $\Rightarrow$ $2\beta + 2\alpha = 180°$; $\beta + \alpha = 90°$

3) $\triangle QAC$; $\triangle ARO$; $\triangle APC$; $\angle QAC = \beta + \alpha$ - по постр; $\alpha + \beta = 90°$ - п.2 $\Rightarrow \angle QAC = 90° \Rightarrow \triangle QAC$; $\triangle ARO$ - прямоуг

4) $\triangle ADB$: AO - бис-са (по опр ($\angle BAC = \angle CAD$)) $\Rightarrow \frac{AD}{DO} = \frac{AB}{BO}$ - по св-ву бис-сы

5) Построим $DH \perp AO$. Тогда $\triangle DHO$ и $\triangle DHC$ - прямоуг

6) $\triangle ARO$ и $\triangle DHO$ - прямоуг по постр; $\angle DOH$ - общ. $\Rightarrow \triangle ARO \sim \triangle DHO$ - по 2 углам $\Rightarrow \frac{AR}{HD} = \frac{RO}{DO} = \frac{AO}{HO}$; $\Rightarrow \angle ARO = \angle HDO$

$DH = \frac{AR \cdot DO}{RO} = \frac{AR \cdot OH}{AO}$ $\Leftarrow$ $DH = 18\frac{DO}{RO}$

7) $\triangle AQC$ и $\triangle DHC$ - прямоуг - по постр; $\angle QCA$ - общ $\Rightarrow \triangle AQC \sim \triangle DHC$ - по 2 углам $\Rightarrow \frac{AQ}{DH} = \frac{QC}{DC} = \frac{AC}{HC}$

$DH = \frac{AQ \cdot DC}{QC} = \frac{AQ \cdot HC}{AC}$

$DH = 15\frac{DC}{QC}$

8) Продлим DH за т. H, т.ч. $DH \cap AB = H_1$

9) $\triangle AHD$ - прямоуг; $\angle HAD = \alpha$; $\alpha + \beta = 90$ $\Rightarrow \angle ADH = \beta$

10) $\triangle AHH_1$ - прямоуг; $\angle HAH_1 = \alpha$; $\alpha + \beta = 90$ $\Rightarrow \angle AH_1D = \beta$ $\Rightarrow$ 11) $\angle ADH = \angle AH_1D \Rightarrow \triangle ADH_1$ - равнобед $\Leftarrow$ AH - бис-са; AH - мед $\Rightarrow DH = HH_1$; $AD = AH_1$

11) $\triangle ADH_1$ - равнобед, AH - бис-са; $AD = AH_1$; $DH = HH_1$ - п.10 $\Rightarrow AH = \sqrt{AD \cdot AH_1 - DH \cdot HH_1} = \sqrt{AD^2 - DH \cdot HH_1} =$

Бланк ответа *№5*

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: *М11-313*

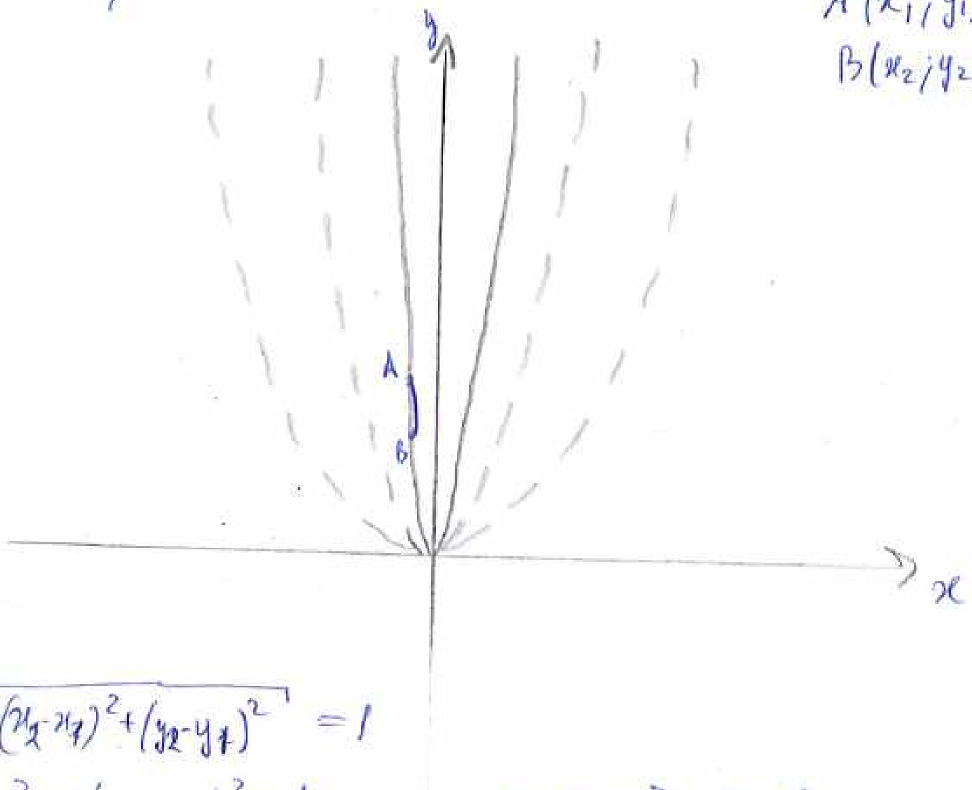
(заполняется организатором)

№8

$y = ax^2$; $a > 0$

$A(x_1; y_1)$

$B(x_2; y_2)$



$AB = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = 1$

$(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 = 1$; $a>0 \Rightarrow y \geq 0$

1). $A(x_1; y_1)$; $B(x_2; y_2)$

$(x_2-x_1)^2 + (ax_2 - ax_1)^2 = 1$

$x_2^2 - 2x_1x_2 + x_1^2 + ax_2^2 - 2a^2x_1x_2 + ax_1^2 = 1$

$x_1^2(a+1) + x_2^2(a+1) - 2x_1x_2(a^2-1) = 1$

$(a+1)\left(x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2(a-1)\right) = 1$

$(a+1)\left(x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1x_2a\right) = 1$

$(a+1)\left((x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2a\right) = 1$

2). $A(x_2; y_2)$; $B(x_3; y_3)$

$(a+1)\left((x_2+x_3)^2 - 2x_2x_3a\right) = 1$

$\exists a = t$ $t>0$

$\begin{cases}(t+1)\left((x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2t\right) = 1 \\ (t+1)\left((x_2+x_3)^2 - 2x_2x_3t\right) = 1\end{cases} \Rightarrow x_1 = x_3$, при $a = t$

Дополнительный бланк № №6

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-313

2). $\exists\ x_1 = 2;\ x_2 = -1$

$(a+1)\left((-3)^2 - 2\cdot 2\cdot 1\cdot a\right) = 1$

$(a+1)(9-4a) = 1$

$9a - 4a^2 + 9 - 4a - 1 = 0$

$4a^2 - 5a - 8 = 0$

$D = 25 + 32\cdot 4 = 25 + 128 = 153 = (3\sqrt{17})^2$

$a = \frac{5 \pm 3\sqrt{17}}{8}$

2). $\exists\ x_2 = x_1 + m,\ m \neq 0,\ m > 0$

$(a+1)\left((2x_1+m)^2 - 2x_1(x_1+m)a\right) = 1$

$(a+1)\left(4x_1^2 + 4x_1m + m^2 - 2x_1^2 a - 2x_1ma\right) = 1$

$(a+1)\left((4-2a)x_1^2 + 2m(2-a)x_1 + m^2\right) = 1$

$2(a+1)(2-a)x_1^2 + 2m(2-a)(a+1)x_1 + m^2(a+1) - 1 = 0$

2.1) $2(a+1)(2-a) = 0;$

$\left[\begin{array}{l} a = -1 \\ a = 2 \end{array}\right.$; $-1 = 0,\ \varnothing$

2.2) $\frac{D}{4} = m^2(2-a)^2(a+1)^2 - 2(a+1)(2-a)(a+1)m^2 =$

$= m^2(a+1)^2(2-a)(2-a-2m^2)$

2.3) $\frac{D}{4} = 0$; $m^2(a+1)^2(2-a)(2-a-2m^2) = 0 \quad |: m^2(a+1)^2(2-a) \neq 0$

$2-a-2m^2 = 0$

$a = 2-2m^2$; $m^2 = \frac{2-a}{2}$; $|m| = \frac{2-a}{2}$; $m = \frac{2-a}{2} > 0$

$\frac{2-a}{2} > 0 \quad |\cdot 2$

$2-a > 0$

$a < 2$

2.4) $\frac{D}{4} > 0$;

$m^2(a+1)^2(2-a)(2-a-2m^2) > 0 \quad |: m^2(a+1)^2 > 0$

$(2-a)(2-a-2m^2) > 0$

$4 - 2a - 4m^2 - 2a + a^2 + 2am^2 > 0$

$a^2 - 4a + 2am^2 + 4 > 0$

$a^2 - 2(2-m^2)a + 4 > 0$

$\frac{D}{4} = (2-m^2)^2 - 4 = 4 - 4m^2 + m^4 - 4 = m^4 - 4m^2 = m^2(m^2-4) > 0$, при $\left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2, \text{ невозм } m>0 \end{array}\right.$; $m > 2$

$\left[\begin{array}{l} a = 2 - m^2 + \sqrt{m^2(m^2-4)} \\ a = 2 - m^2 - \sqrt{m^2(m^2+4)} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} a = 2 - m^2 + |m|\sqrt{m^2-4} \\ a = 2 - m^2 - |m|\sqrt{m^2-4} \end{array}\right.$, $m > 0$

$\left[\begin{array}{l} a = 2 - m^2 + m\sqrt{m^2-4} > 0 \\ a = 2 - m^2 - m\sqrt{m^2-4} > 0 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} 2 - m^2 + m\sqrt{m^2-4} > 0 \\ 2 - m^2 - m\sqrt{m^2-4} > 0 \end{array}\right.$

Бланк ответа №7

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МП-313

$$\left[\begin{array}{l} m^2-2<m\sqrt{m^2-4} \quad (1) \\ m^2-2<-m\sqrt{m^2-4} \quad (2) \end{array}\right.$$

(2) $m^2-2<-m\sqrt{m^2-4}<0 \Rightarrow m^2-2<0$; $\begin{cases} -\sqrt{2}<m<\sqrt{2} \\ m>0 \end{cases} \Rightarrow 0<m<\sqrt{2}$

(1) $m^2-2<m\sqrt{m^2-4}$

1) $m^2-2\le 0$; $\Rightarrow m>0$

2). $m^2-2\ge 0$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>\sqrt{2} \\ m<-\sqrt{2} \end{array}\right. \\ m>0 \end{cases} \Rightarrow m\ge\sqrt{2}$

из (1) и (2) $\Rightarrow$ a - уд. нер-ву при $m\in(0;\sqrt{2})\cup(\sqrt{2};+\infty)$. Найдем a при $m=\sqrt{2}$

$$\left[\begin{array}{l} a=2-2+\sqrt{2}\sqrt{2-4} \\ a=2-2-\sqrt{2}\sqrt{2-4} \end{array}\right. \quad \varnothing$$

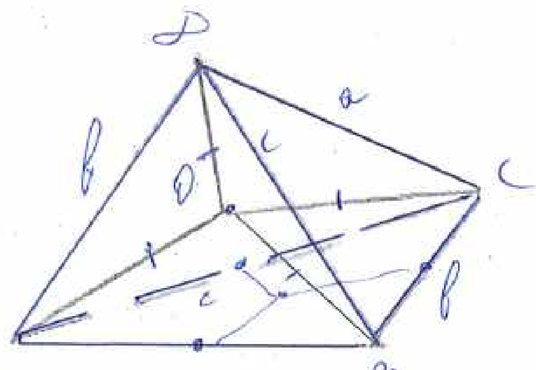
2.5) $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} 0<m<\sqrt{2} \\ m>\sqrt{2} \end{array}\right. \\ m>2 \end{cases} \Rightarrow m>2$

3) $\begin{cases} a<2 \\ a>0 \end{cases} \Rightarrow a\in(0;2)$

Ответ: $a\in(0;2)$

№4

Дано:
$ABCD$ - тетраэдр
$AB=CD=a$, $BC=AD=b$
$AC=BD=c$
O - равноуд. от вершин
Найти: R сферы через сер. AB, BC, AC



Решение:

1) $\triangle AOB$ и $\triangle DOC$:
$AB=DC$ - по усл.
$AO=OB=DO=OC$ - по усл. $\Rightarrow \triangle AOB=\triangle DOC$ - по 3-м сторонам, $\triangle AOB$ и $\triangle DOC$ равноб.

2) аналогично $\triangle BOC=\triangle AOD$ и $\triangle AOC=\triangle OBD$

3). $\exists\, \omega(H;R)$, т.к. R окруж-ти равна R сферы

$S=pR$; $R=\dfrac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{p}=\dfrac{\sqrt{(a+b)(\ldots)(b+c)(a+c)(\ldots)(a-b)}}{a+b+c}$

$p=\dfrac{a+b+c}{2}$

Бланк ответа

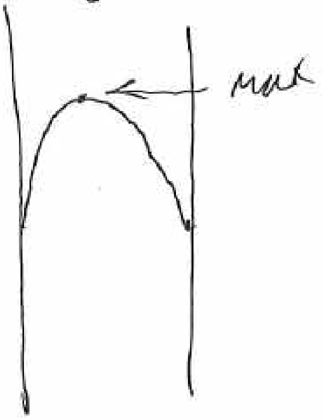
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-331

(5)

~~1) Если ф-ия не монотонно возрастает (убывает) но её max на каком-то промежутке~~

2) Если вершина параболы в отрезке [0;1], то должно быть $a>0$ но тогда max достигается в этого отрезка вершине параболы;



$$\begin{cases} \frac{b^2}{4a^2} \cancel{+} \frac{b^2}{2a} + c = 3 \\ 4a + 2b + c = 6 \\ 9a + 3b + c = 8 \end{cases}$$

3) вершина параболы в отрезке [2;3], тогда $a<0$

$$\begin{cases} \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a^2} + c = 8 \\ 4a + 2b + c = 6 \\ \cancel{9a+3b+c=} \; a + b + c = 3 \end{cases}$$

Ответ: $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4,5x - 1$

4

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-331

№3. (продолжение)

$f'(x) = 2ax + b$

как мы видим макс. знач. на промежутках растут, значит производная положительна на промежутке от 1 до 2; раз ф-ия монотонно растёт на промежутке от 1 до 2, то макс. значение будет достигаться в точке 2; т.е. $f(2) = \underbrace{4a+2b+c=6}$

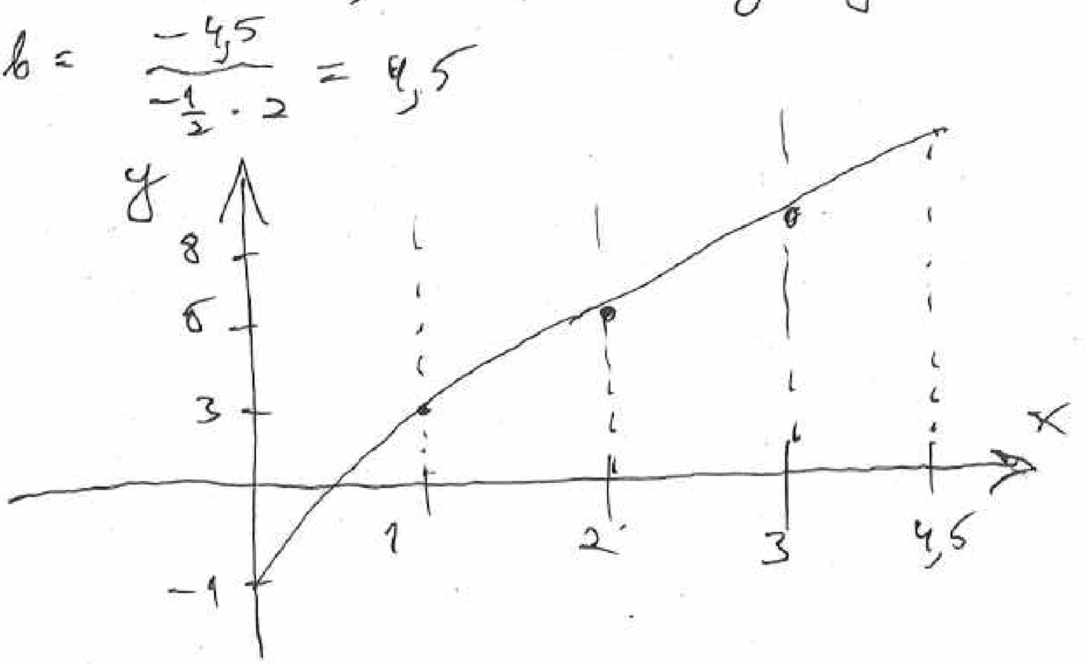
1) если на всех остальных промежутках ф-ия также возрастает, то макс. знач. будет приниматься на концах отрезка:

$$\begin{cases} a+b+c=3 \\ 4a+2b+c=6 \\ 9a+3b+c=8 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3a+b=3 \\ 5a+b=2 \end{cases}$$

$\Downarrow$ $a=-\frac{1}{2}$; $b=4,5$; $c=-1$;

$y = -\frac{1}{2}x^2 + 4,5x - 1 \Leftarrow$ подходит!

$x_в = \frac{-4,5}{-\frac{1}{2}\cdot 2} = 4,5$



Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-331

(заполняется организатором)

3

№1.

пачка бумаги – 630 руб.

но, если покупать ≥ 15 пачек, будет кэшбек 10% от суммы заказа.

Изначально 20000 руб.

какое макс. кол-во пачек он мог приобрести?

$630x$, где $x \geq 15$ Кэшбек $63x$

тогда мы платим $630x - 63x = 567x$

для получения кэшбека необходимо купить хотя бы 15

тогда бюджет покупателя должен быть $\geq 567 \cdot 15 = 8505$.

Дальше нам выгодно покупать пачки вместе, а не по отдельности, потому что так за каждую новую пачку мы будем платить 567 руб., а не 630.

$567x = 20000$ $x \in \mathbb{Z}$; $x \geq 15$

$x = \frac{20000}{567} = 35{,}27...$

⇒ значит макс. кол-во пачек, которое мы можем купить это 35 пачек. Ответ: 35.

№3.

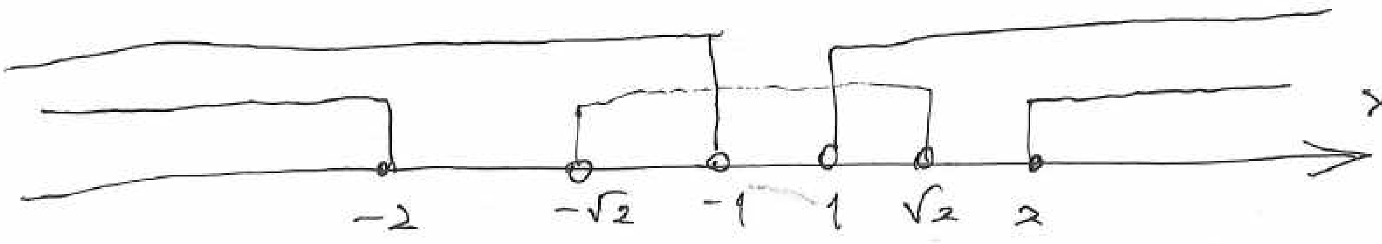
$y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$

макс знач. на отрезках $[0;1]$; $[1;2]$ и $[2;3]$ равны 3, 6, 8 соответ;

Найти такие квадрат. трёхчлены.

(2)

№2 (продолжение);



Ответ: $x \in (-\infty; -2] \cup (-\sqrt{2}; -1) \cup (1; \sqrt{2}) \cup [2; +\infty)$;

№5.

$$3^{-\frac{1}{2}} + 6^{-\frac{1}{2} + \log_6 \sin x} = 2^{-\frac{1}{2} + \log_2 \cos x}$$

ОДЗ: $\sin x > 0$; $\cos x > 0$;

$$3^{-\frac{1}{2}} + 6^{-\frac{1}{2}} \cdot \underbrace{6^{\log_6 \sin x}}_{= \sin x} = 2^{-\frac{1}{2}} \cdot \underbrace{2^{\log_2 \cos x}}_{= \cos x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos x \quad | \cdot \sqrt{6}$$

$$\sqrt{2} + \sin x = \sqrt{3} \cos x$$

$$\sqrt{3} \cos x - \sin x = \sqrt{2} \quad | : 2$$

$$\underbrace{\frac{\sqrt{3}}{2}}_{= \cos \frac{\pi}{6}} \cos x - \underbrace{\frac{1}{2}}_{= \sin \frac{\pi}{6}} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ответ: $\frac{\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x + \frac{\pi}{6} = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$$

1) $x = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} + 2\pi k$; $x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$; ← подходит под ОДЗ!

2) $x = -\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} + 2\pi k$; $x = -\frac{5\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$ ← не подходит под ОДЗ!

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М 11 – 331

1

№2.

$$y=\sqrt{\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$$

ОДЗ:

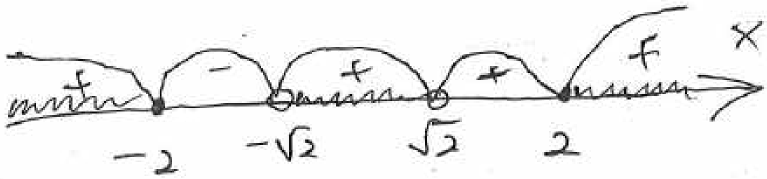
$$\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)} \geq 0 & (1) \\ \lg(x^2-1) \neq 0 & (2) \\ x^2-1>0 & (3) \end{cases}$$

(1): $\dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)-\lg 1} \geq 0$

По методу рационализации данное нер-во равносильно:

$$\frac{x^2-4}{(10-1)(x^2-1-1)} \geq 0$$

$$\frac{(x-2)(x+2)}{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})} \geq 0$$



$x \in (-\infty; -2] \cup (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \cup [2; +\infty)$;

(2): $\lg(x^2-1) \neq 0 = \lg 1$

$x^2-1 \neq 1$

$x \neq \pm\sqrt{2}$

(3): $x^2-1>0$

$x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$;

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-40

(заполняется организатором)

№1: Заметим, что всего наборов прежде можно купить не более 56. Действительно, т.к. при покупке 20 и более товаров каждый набор в итоге будет иметь стоимость $620 \cdot 0{,}15 = 527$ рублей, то всего можно купить не более $\left[\frac{30000}{527}\right] = 56$ наборов. Докажем теперь, что ровно 56 купить не получится. Предположим противное. Тогда каждый товар по итогу обошелся в 527 рублей. Это значит, что ~~каждую~~ за каждую отдельную покупку покупалось хотя бы 20 наборов. Тогда ясно, что было произведено ~~не более~~ ровно 2 покупки (т.к. за 1 можно купить не более 48 наборов, а за хотя бы три покупки по предположению будет куплено хотя бы $20+20+20 = 60$ наборов). Пусть в первой покупке было куплено n наборов. Тогда во второй – $56-n$. При этом $n \in [20; 48]$. Значит, необходимо выполнение неравенства: $\frac{30000-620n+0{,}15\cdot 620n}{620} \geq 56-n \Rightarrow$

$30000-620n+93n \geq 34720-620n$; $4720 \leq 93n \Rightarrow n \geq 50$. Получаем противоречие, откуда следует, что купить можно не более 55 наборов. Покажем, что 55 наборов купить можно. Для этого достаточно за 1 покупку купить 48 наборов за 29760 рублей, получив кэшбэк в 4464 рубля (в остатке $4464+240=4704$ рубля), а за 2 покупку приобрести 7 наборов за 4340 рублей (в остатке 364 рубля). Итого купили $48+7=55$. Ответ: 55.

№2: $y = \lg\left(\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}\right)$. Ф-ция $y = \lg x$ определена при $x > 0$. Тогда:

$$\begin{cases} \frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0 \\ 1-x^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(1-x)(x+3)}{(1-x)(1+x)} > 0 \quad |:(1-x)\neq 0 \\ x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+3}{x+1} > 0 \\ x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (-1; +\infty) \setminus \{1\}$$

Ответ: $(-\infty; -3) \cup (-1; +\infty) \setminus \{1\}$

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-40
(заполняется организатором)

№3: Пусть квадратный трёхчлен f имеет вид: $f(x)=ax^2+bx+c$, где $a,b,c\in\mathbb{R}$, $a\neq 0$. Заметим, что f не может монотонно убывать на отрезке $[0;1]$, т.к. иначе минимум f на $[0;1]$ равен $f(1)=3$. ~~Тогда~~ ~~невозможны~~ и возможные, в силу того, что f-кв. трёхчлен, лишь 2 варианта: 1) f продолжает монотонно убывать на отрезке $[1;2]$: тогда $\min\limits_{[1;2]} f = f(2) < f(1)$ и $f(2)=6 \Rightarrow 6<3$, что невозможно. 2) f продолжает убывать на $[1;x_0]$, $x_0\in[1;2]$, а затем начинает возрастать на $[x_0;2]$: по аналогичным сообр. $\min\limits_{[1;2]} f = f(x_0)=6$ и $f(x_0)<f(1) \Rightarrow 6<3$, что невозможно.

Действуя аналогично, нетрудно показать, что f также не может сначала возрастать на $[0;x_0]$, $x_0\in[0;1]$, а затем убывать на $[x_0;1]$. Тогда возможны лишь 2 случая: 1) f возрастает на $[0;1]$: ~~нетрудно понять~~, по аналог. соображениям, показать, что f не может при этом убывании начать убывать на $[1;2]$, и, потому, возрастает также и на $[1;2]$. Далее возможны 2 подслучая: *) f возрастает на $[0;3]$: Тогда $\min\limits_{[0;1]} f = f(0)=c$, $\min\limits_{[1;2]} f = f(1)=a+b+c$ и $\min\limits_{[2;3]} f = f(2)=4a+2b+c$. Тогда:

$$\begin{cases} c=3 \\ a+b+c=6 \\ 4a+2b+c=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ a=-1 \\ b=4 \end{cases} \Leftrightarrow f(x)=-x^2+4x+3.$$

Полученный трёхчлен возр. на $[-\infty;2]$ и убыв. на $[2;+\infty)$, что не уд. случаю.

**) f возрастает на $[0;x_0]$ и убыв. на $[x_0;3]$, $x_0\in[2;3]$: Тогда возможны 2 варианта: i) $\min\limits_{[0;1]} f = f(0)$; $\min\limits_{[1;2]} f = f(1)$; $\min\limits_{[2;3]} f = f(2)$: Решая систему, аналогичную сл. *), получим: $f(x)=-x^2+4x+3$. Он не подходит, т.к. возр. на $(-\infty;2]$ и убыв. на $[2;+\infty)$. Откуда $\min\limits_{[2;3]} f = f(3) \neq f(2)$. ii) $\min\limits_{[0;1]} f = f(0)$; $\min\limits_{[1;2]} f = f(1)$; $\min\limits_{[2;3]} f = f(3)$: Тогда:

$$\begin{cases} c=3 \\ a+b+c=6 \\ 9a+3b+c=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{5}{6} \\ c=3 \\ b=\frac{23}{6} \end{cases} \Rightarrow f(x) = -\frac{5}{6}x^2+\frac{23}{6}x+3.$$

Этот трёхчлен возр. на $[-\infty;2{,}3]$ и убыв. на $[2{,}3;+\infty)$, что подх. случаю. При этом $f(2)=\frac{22}{3}>7=f(3)$, что подходит.

Бланк ответа 6

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-40

(заполняется организатором)

***) f возрастает на $[0;x_0]$ и убыв. на $[x_0;3]$, $x_0\in[1;2]$: Тогда $\min\limits_{[0;1]} f = f(0)$ и $\min\limits_{[2;3]} f = f(3)$, при этом возможны 2 подслучая: i) $\min\limits_{[1;2]} f = f(1)$: получаем систему:

$$\begin{cases} c=3 \\ 9a+3b+c=7 \\ a+b+c=6 \end{cases} \Leftrightarrow f(x)=-\frac{5}{6}x^2+\frac{23}{6}x+3.$$

подслучай

Этот трёхчлен не подходит, т.к. возр. на $(-\infty;-2,3]$ и убыв на $[2,3;+\infty)$.

ii) $\min\limits_{[1;2]} f = f(2)$: получаем систему:

$$\begin{cases} c=3 \\ 4a+2b+c=6 \\ 9a+3b+c=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{6} \\ b=\frac{11}{6} \\ c=3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$f(x)=-\frac{1}{6}x^2+\frac{11}{6}x+3$. Этот трёхчлен не подходит, т.к. возр. на $(-\infty;\frac{11}{2}]$ и убыв. на $[\frac{11}{2};+\infty)$, что не да. случаю.

2) f убыв. на $[0;x_0]$ и возр. на $[x_0;3]$, $x_0\in[0;1]$: Тогда $\min\limits_{[0;1]} f = f(-\frac{b}{2a}) = f(x_0)$; $\min\limits_{[1;2]} f = f(1)$; $\min\limits_{[2;3]} f = f(2)$. Тогда получаем систему:

$$\begin{cases} \left(-\frac{b}{2a}\right)^2\cdot a + b\cdot\left(-\frac{b}{2a}\right)+c=3 \\ a+b+c=6 \\ 4a+2b+c=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b^2(a-1)}{4a^2}+c=3 \\ c=6-a-b \\ c=7-2b-4a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b^2(a-1)}{4a^2}+c=3 \\ b=1-3a \\ c=2a+5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(1-3a)^2(a-1)+8a^2(a+1)}{4a^2}=0 \;/\cdot 4a^2\neq 0 \\ b=1-3a \\ c=2a+5 \end{cases} \begin{cases} 17a^3-7a^2+7a-1=0 \\ b=1-3a \\ c=2a+5 \end{cases}$$ Тогда

$x_0=\frac{-b}{2a}=\frac{3a-1}{2a} \Rightarrow 0\le\frac{3a-1}{2a}\le 1 \Rightarrow a\in[\frac{1}{3};1]$. Заметим, что

$g(a)=17a^3-7a^2+7a-1$ монотонно возр. при всех a (нетрудно убедиться, посчитав $g'(a)$). Тогда $\min\limits_{[\frac{1}{3};1]} g = g(\frac{1}{3}) = \frac{17}{3^3}-\frac{7}{3^2}+\frac{7}{3}-1>0 \Rightarrow$ Уравнение $g(a)=0$ не имеет решений при $a\in[\frac{1}{3};1]$. Итого, подходит лишь трёхчлен $-\frac{5}{6}x^2+\frac{23}{6}x+3$

Ответ: $-\frac{5}{6}x^2+\frac{23}{6}x+3$

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11-40

(заполняется организатором)

№5: $2-6^{\frac{1}{2}+\log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$; ОДЗ: $\begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$

на ОДЗ

$2-\sqrt{6}\cdot\sin x = \sqrt{2}\cdot\cos x$; $\sqrt{6}\sin x + \sqrt{2}\cos x = 2 \,/ : \sqrt{8}$; $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x = \frac{2}{\sqrt{8}}$;

$\cos\frac{\pi}{6}\sin x + \sin\frac{\pi}{6}\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sin(x+\frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12}+2\pi k \\ x = \frac{7\pi}{12}+2\pi k \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Заметим, что при $x = \frac{\pi}{12}+2\pi k$: $\begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$, что уд. ОДЗ, а при $x = \frac{7\pi}{12}+2\pi k$: $\cos x < 0$, что не уд. ОДЗ. Ответ: $x = \frac{\pi}{12}+2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 – 52

№5)

$2-\sqrt{6}\ 6^{\log_6 \sin x} = \sqrt{2}\cdot 2^{\log_2 \cos x}$

$\begin{cases} 1 \geq \sin x \geq 0 \\ 1 \geq \cos x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k].$

$2-\sqrt{6}\ \sin x = \sqrt{2}\cos x \quad |:\sqrt{2}$

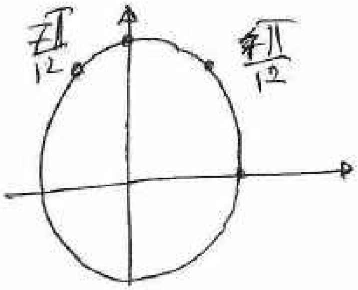
$\cos x + \sqrt{3}\sin x = \sqrt{2} \quad |:2$

$\frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

$\sin(\frac{\pi}{6}+x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{6}+x = \frac{\pi}{4}+2\pi k. \\ \frac{\pi}{6}+x = \pi - \frac{\pi}{4}+2\pi k. \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12}+2\pi k. \\ x = \frac{7\pi}{12}+2\pi k. \quad \times \end{array}\right.$

Ответ: $\boxed{x = \frac{\pi}{12}+2\pi k.}$

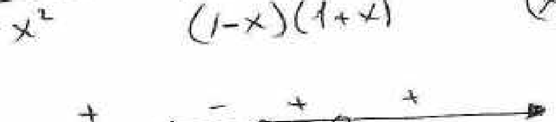


№2)

$y = \lg \frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$

Логарифм дает ограничение на то, что $\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0$ решим данное неравенство и получим ограничения на x

$\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} = \frac{-(x+3)(x-1)}{(1-x)(1+x)} = \frac{(x+3)(x-1)}{(x-1)(1+x)} > 0$



$x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

Ответ: $\boxed{x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11 - 52

№ 3.

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$x \in [0;1] \longrightarrow \min = 3$

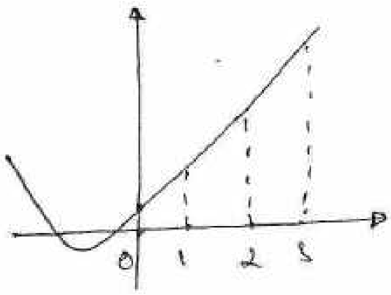
$x \in [1;2] \longrightarrow \min = 6$

$x \in [2;3] \longrightarrow \min = 7.$

Рассмотрим 2 случая: ① $a > 0$ ② $a < 0$

① $a > 0$

(1.1) $x_в < 0$ ⊗



Если $x_в < 0$, то на промежутке ~~от~~ $[0;3]$ функция возрастает, а значит свои минимумы функция принимает в точках. $x = 0; 1; 2$.

составим систему:

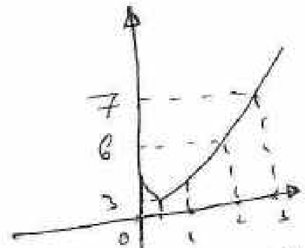
$$\begin{cases} 3 = 0^2 \cdot a + 0b + c \\ 6 = 1^2 \cdot a + 1b + c \\ 7 = 2^2 a + 2b + c \end{cases} \Downarrow$$

$$\begin{cases} c = 3 \\ a + b = 3 \\ 4a + 2b = 4 \end{cases} \Downarrow$$

$$\begin{cases} c = 3 \\ a = -1 \\ b = 4 \end{cases}$$

Но $a > 0 \Rightarrow x_в > 0$

(1.2) $x_в \in [0;1]$.



можем заметить, что $y_в > 0$, т.к $\min y = 3$. $x \in [0;1]$

на промежутке ~~от~~ $[1;3]$ функция возрастает $\Rightarrow$ $y_{\min}$ достигается в точках $x = 1; 2$

составим систему

$$\begin{cases} x_в^2 \cdot a + x_в b + c = 3 \\ 6 = 1 \cdot a + 1b + c \\ 7 = 4a + 2b + c \\ x_в = \frac{-b}{2a}. \end{cases}$$

$\frac{b^2}{4a^2} \cdot a - \frac{b^2}{2a} \cdot b + c = 3.$

$\frac{b^2 - 2b^2}{4a} + c = 3$

$c - \frac{b^2}{4a} = 3$.

$$\begin{cases} a + b + c = 6 \\ 4a + 2b + c = 7 \\ c - \frac{b^2}{4a} = 3 \end{cases}$$

$4a + 2b + \cancel{c} - a - b - \cancel{c} = 1.$

$3a + b = 1.$

$b = 1 - 3a$

$a + 1 - 3a + c = 6.$

$c - 2a = 5$

$c = 5 + 2a$

$$\begin{cases} c = 5 + 2a \\ b = 1 - 3a \\ c - \frac{b^2}{4a} = 3. \end{cases}$$

$5 + 2a - \frac{(1-3a)^2}{4a} = 3.$

$4a(5+2a) - (1-3a)^2 = 12a$

$20a + 8a^2 - 1 + 6a - 9a^2 = 12a$

$-a^2 + 14a - 1 = 0.$

$a^2 - 14a + 1 = 0$

$D = 14^2 - 4 = 192$

$a = \frac{14 \pm \sqrt{192}}{2} > 0$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-52

№3 (продолжение)

$$\begin{cases} a = \frac{14 \pm \sqrt{192}}{2} = 7 \pm \sqrt{48} \\ b = 1-3a \\ c = 5+2a \end{cases}$$

⇓

$$b = 1-3\left(\frac{14\pm\sqrt{192}}{2}\right) = 1-21 \pm \sqrt{48} = -20 \pm \sqrt{48}$$

$$c = 5 + 14 \pm \sqrt{192} = 19 \pm \sqrt{192}$$

$x_b \in [0;1]$.

$$x_b = \frac{-b}{2a}$$

① $x_b = \cancel{\dots}$

(1.3) $x_b \in [1;2]$. ⊗

При этом случае наше условие не выполняется, т.к. из условия задания видно, что наша функция монотонно возрастает, т.к. минимумы возрастают с возрастанием аргумента, а если у нас x_b находится на промежутке $[1;2]$, то наша функция на промежутке от $[0;1]$ убывает, откуда получается, что $7<3$, а это противоречие.

(1.4) $x_b \in [2;3]$ ⊗

Не выполняется по той же причине что и (1.3).

(1.5) $x_b > 3$ ⊗

Не выполняется по той же причине что (1.3)

(1.2) Я забыл проверить корни в (1.2)

$a = 7 \pm \sqrt{48}$

$b = -20 \mp \sqrt{48}$

$c = 19 \pm \sqrt{192}$

Эти x_b не принадлежат $x\in[0;1]$.

① ⊗ ② $a = 7 - \sqrt{48} = 0{,}07$.

$b = -20 + \sqrt{48} = -13$.

$x_b = \frac{13}{0{,}07\cdot 2} =$

$a = 7 + \sqrt{48} = 13{,}9$

$b = -20 - 3\sqrt{48} = -40{,}7$

$c = 19 + \sqrt{192}$

⊗ $x_b = \frac{-b}{2a} = \frac{26{,}9}{27{,}8}$.

$x_b = \frac{40{,}7}{27{,}8}$ ⊗.

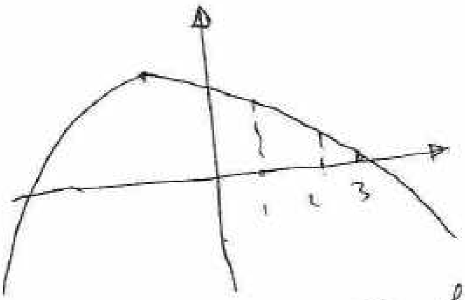
Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-52

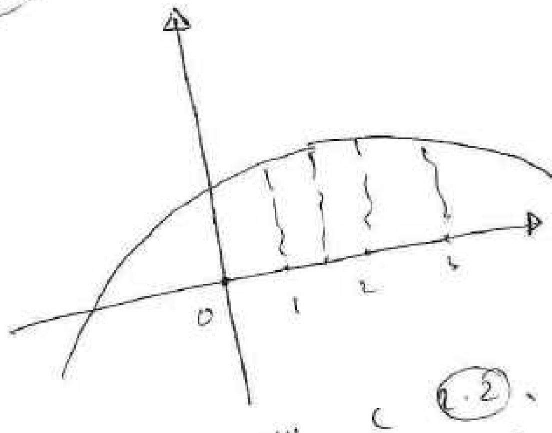
(2) $a < 0$

(2.1) $x_в < 0$ (x)



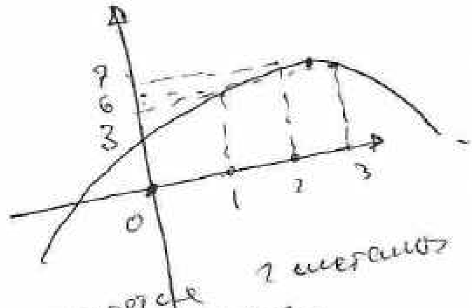
Этот случай не выполняется т.к. если $x_в < 0$ и $a < 0$ то на промежутке ~~от~~ $[0;3]$ функция убывает, а из условия задачи следует, что на этом промежутке функция возрастает (т.к. с увеличением x увеличивается y)

(2.3) $x_в \in [1;2]$ (✓)



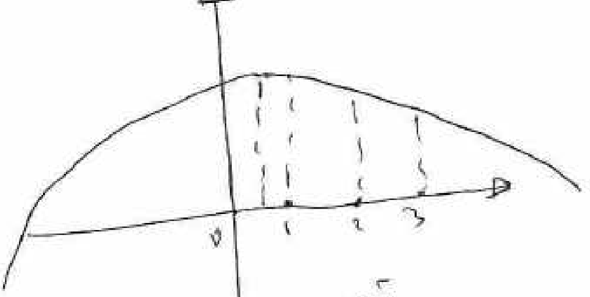
По аналогии с (2.2). функция убывает на $x \in [2;3]$.

(2.4) $x_в \in [2;3]$. (x)



получается 2 системы по аналогии с.. составим систему.

(2.2) $x_в \in [0;1]$ (x)



Этот случай тоже не подходит т.к. на промеж. $x \in [1;3]$ функция убывает, а она должна возрастать

$x = 3$

$$(2)\begin{cases} 3 = c \\ 6 = 1a + 1b + c \\ 7 = 9a + 3b + 3 \end{cases}$$

$x = 2$

$$(1)\begin{cases} 3 = 0a + 0b + c \\ 6 = 1a + 1b + c \\ 7 = 4a + 2b + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 3 \\ 3a + 3b = 3 \\ 9a + 3b = 4. \end{cases}$$

решение данной системы такое же что и в системе.

$-6a = +5$

$a = \frac{5}{6}$.

$b = \frac{23}{6}$.

(1) $x_в = \frac{-\frac{23}{6}}{-2 \cdot \frac{5}{6}} = \dots$

(1.1) (x)

$$\boxed{\begin{aligned} a &= -1. \\ b &= 4 \\ c &= 3 \end{aligned}}$$

$x_в = \frac{4}{-2} = -2$ $x_в$ не принадлежит ...

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-52

№ 3 (продолжение.

(2) $a < 0$

~~(2.1) $x_в < 0$.~~
~~$y_в > 0$ т.к.~~
~~$x_в < 0$ (х)~~
~~этот случай не возмож~~

(2.1) $x_в < 0$ (х)

Этот случай невозможен, т.к. при $a < 0$ и $x_в < 0$ функция на промежутке $[0;3]$ убывает. но как мы говорили уже ранее она должна возрастать т.к. значения функции на промежутках возрастают с ростом аргумента.

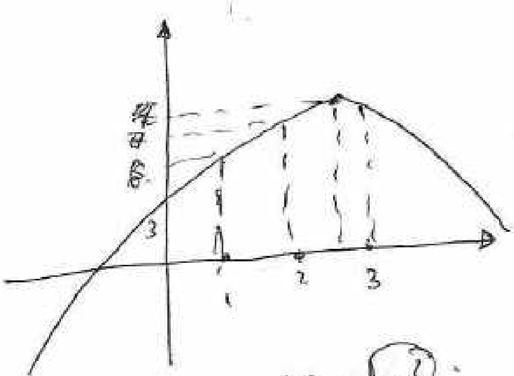
(2.2) . $x_в \in [0;1]$ (х).

Этот случай не возможен по той же самой причине, что и (2.1).

(2.3) $x_в \in [1;2]$. (х)

Этот случай не возможен по той же самой причине, что и (1.1).

(2.4) $x_в \in [2;3]$.



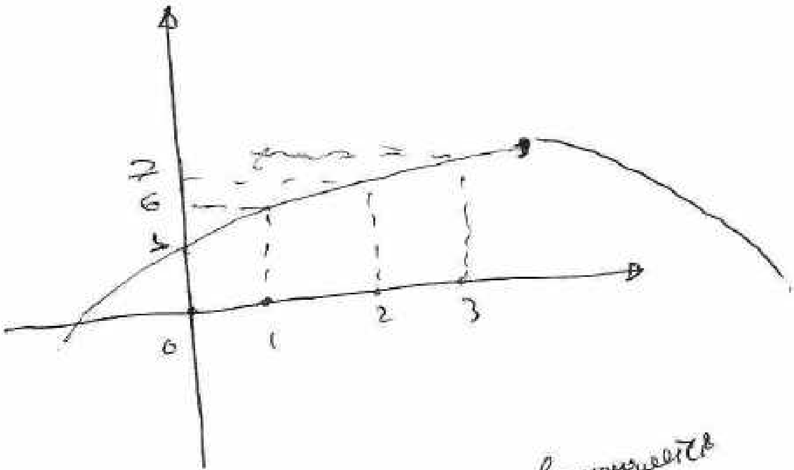
~~по аналогии с (1.2). мы составим систему уравнений.~~

$$\begin{cases} 7 = x_в^2 a + x_в b + c \\ 6 = \end{cases}$$

Дополнительный бланк №
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) МП-52

(2.3). $x_B > 3$. (X)



Ответ: $(a;b;c)$: $(-1;4;3)$, $\left(\frac{14+\sqrt{192}}{2}; 1-3\left(\frac{14+\sqrt{192}}{2}\right)\right)$

Ответ: $(a;b;c)$: $(-1;4;3)$; $(7+\sqrt{48}; 1-3(7+\sqrt{48}))$; $(7-\sqrt{48}; 1-3(7-\sqrt{48}))$; $(19+\sqrt{192})$; $(19-\sqrt{192})$

$(7+\sqrt{48}; 20+\sqrt{48}; 19+\sqrt{192})$.

решений нет. т.к выполняется что, $x_B \in [2;3]$ в случае (1).

Ответ: ~~решений~~ нет $(a;b;c)$: $\left(-\frac{5}{6}; \frac{23}{6}; 3\right)$.

$f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{23}{6}x + 3$.

Ответ: 20+ наборов – будет кэшбек.

№ 1. Выгодно покупать 20+ наборов то же самое, что и купить.

Кэшбэк это тоже самое, что и скидка

вместо $a - x$ руб: a – $0{,}85x$ руб.

Чтобы купить max наборов нужно за раз купить как можно больше наборов.

$(20+n) \cdot 620 \cdot 0{,}85 \le 30000$.

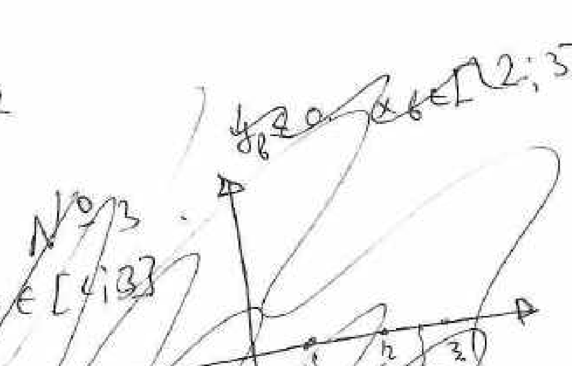
$(20+n) \le 56{,}9$.

$n = 36$, $20+36 = 56$

$56 \cdot 620 \cdot 0{,}85 = 29512$

Ответ: 56 наборов.

№ 3. $x_B \in [1;3]$ $y_B \le 0$ $x_B \in [2;3]$



$y =$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-127

(заполняется организатором)

№1

Сумма, потраченная на покупку м.б. представлена в в виде:

$(620x - 620x \cdot 0{,}15)x \le 30000$, где x - кол-во пряжек,

то есть $x \ge 20$, ~~а n – кол-во „ заказа n кол-во~~

из нер-ва следует, что $x \le 56$ / ~~но при этом данная запись не учитывает~~, что сейчас на руках 30000.

из-за чего 56 пряжек купить невозможно.

$x = 55$:

1) $620 \cdot \underline{40} = 24800 \Rightarrow$ к/б $= 24800 \cdot 0{,}15 = 3720$

2) $3720 : 620 = \underline{6}$

3) $(30000 - 24800) : 620 = \underline{8} \Rightarrow$ к/б $= 5200 \cdot 0{,}15 = 780$

4) $780 : 620 = \underline{1}$

$40 + 8 + 6 + 1 = 55$ штук

Ответ: 55 пряжек

Пример на 56:

1) $\underline{31} \cdot 620 = 19220 \Rightarrow$ к/б $= 2883$ р

2) $\underline{22} \cdot 620 = 13640 \Rightarrow$ к/б $= 2046$ р.

3) $\underline{3} \cdot 620 = 1860$ р.

Ответ: 56 пряжек

Бланк ответа

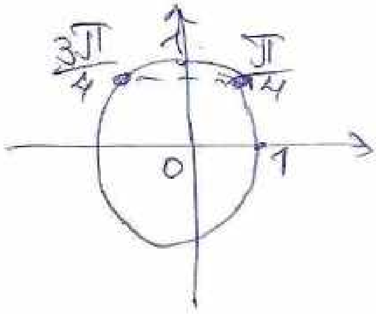
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-127

(заполняется организатором)

№5

$$2-6^{\frac{1}{2}+\log_6 \sin x}=2^{\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$$



$$2-\sqrt{6}\cdot 6^{\log_6 \sin x}=\sqrt{2}\cdot 2^{\log_2 \cos x}$$

$$2-\sqrt{6}\sin x=\sqrt{2}\cdot\cos x \quad \Big|:\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}=\sqrt{3}\sin x+\cos x \quad \Big|:2$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}=\sin\frac{\pi}{4}=\cos\frac{\pi}{6}\cdot\sin x+\sin\frac{\pi}{6}\cos x$$

$$\sin\frac{\pi}{4}=\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{4}+2\pi n \\ x+\frac{\pi}{6}=\frac{3\pi}{4}+2\pi n \end{array}\right., n\in\mathbb{Z} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+2\pi n \\ x=\frac{7\pi}{12}+2\pi n \text{ - неуд по ОДЗ, т.к. } \cos<0 \end{array}\right.$$

Ответ: $\frac{\pi}{12}+2\pi n$; $\cancel{\frac{7\pi}{12}+2\pi n}$, $n\in\mathbb{Z}$.

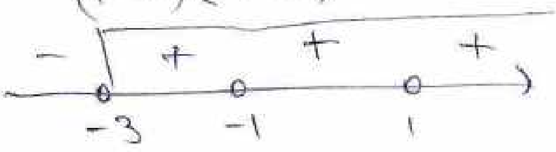
№2

$$y=\lg\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$$

Ответ: $x\in(-3-1)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$.

$$\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}>0$$

$$\frac{-(x-1)(x+3)}{(1-x)(1+x)}>0$$



Бланк ответа

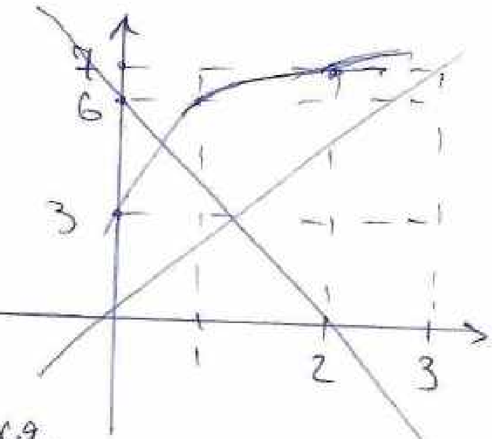
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-127

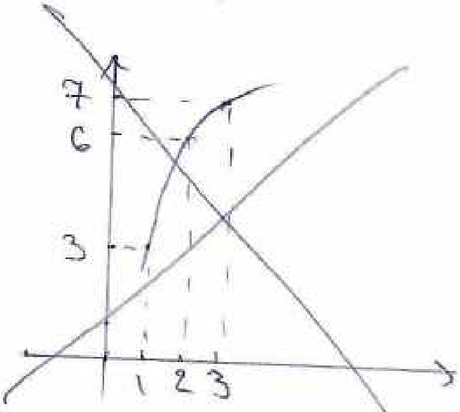
(заполняется организатором)

№ 3

Заметим, что на промежутке [0; 1] график парабола „выросла" больше, чем на промежутке [1; 2]. Это можно понять рассмотрев разность минимальных значений за равные промежутки x => производная функции была больше на отрезке [0; 1], чем на отрезках [1; 2] и [2; 3].



Из этих утверждений нетрудно понять, что речь идет о параболе с ветвями вниз, причем вершина этой параболы имеет коорд. ~~$x_в \in (2;$~~ $x_в > 2$, т.к. иначе либо значение 7 не будет достигаться, либо не будет выполняться условие, что минимум на отрезке [2; 3] – 7.



т.к. ~~т.к.~~ на промежутке $[0; x_в]$ график возрастает, то мин. значения из усл. будут достигаться в мин. значениях отрезков:

$f(x) = ax^2 + bx + c$

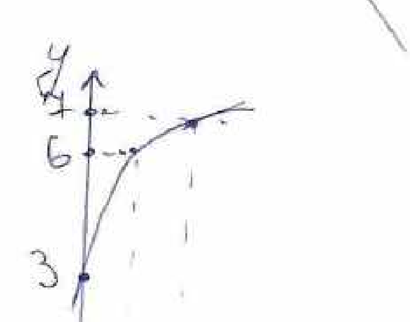
$f(x_1) = 3 \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 6 \Rightarrow c = 3$

$f(x_2) = 6 \Rightarrow ax_2^2 + bx_2 + c = 6$, $x_2 = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow a + b + c = 6 \Rightarrow a + b = 3$

$f(x_3) = 7 \Rightarrow ax_3^2 + bx_3 + c = 7$, $x_3 = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4a + 2b + c = 7 \Rightarrow 4a + 2b = 4$



$\begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -x^2 + 4b + 3$

~~Ответ: $-x^2 + 4b + 3$~~

но у такой функции $x_в = 2$, что неуд.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-127

(заполняется организатором)

№3 (прод)

Рассм. другой случай, когда 7 достигается не в $x=2$, а в $x=3$ (з и в остаются в том же положении)

$9a+3b+c=7$

$$\begin{cases} 9a+3b=4 \\ a+b=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-\frac{5}{6} \\ b=\frac{23}{6} \\ c=3 \end{cases}, \quad f(x)=-\frac{5}{6}x^2+\frac{23}{6}x+3,$$

$x_в=+2,3$, что уд.

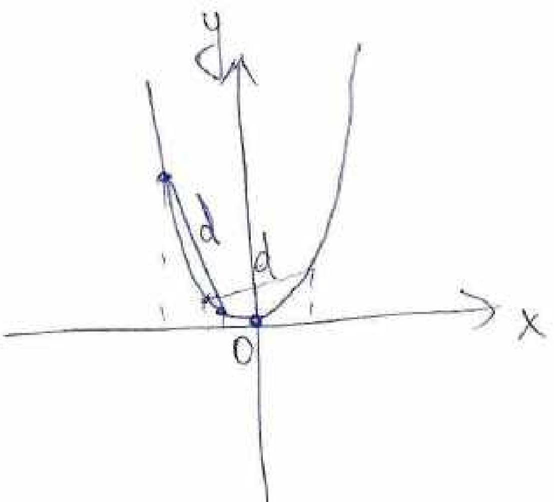
Ответ: $-\frac{5}{6}x^2+\frac{23}{6}x+3$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11- 127

(заполняется организатором)



№8

Ответ: $\frac{3}{2}\sqrt{3}$

$(x_1; x_1^2)$ $\quad x_1 > x_2$

$(x_2; x_2^2)$ $\Rightarrow d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (x_1^2 - x_2^2)^2} =$

$= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - x_2)^2 (x_1 + x_2)^2} =$

$= |x_1 - x_2| \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + 1}$

№7

По методу мат индукции нетрудно доказать, что для степени двойки ~~Разобьем на четверки~~ нам хватит 2^n операций.

Первым шагом мы можем взять одинаковые цифры и узнать кол-во единиц и двоек в X. Далее разделим код на 2 части и под каждой половиной еще раз одинак, но в I половине 1-цы, во II – 2-ки и таким образом до конца, каждый деля на половины.

Такой способ гарантирует, что мы найдем X < 80 операций

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M11-1445

(заполняется организатором)

Задание 5.

$2 - 6^{\frac{1}{2} + \log_6(\sin x)} = 2^{\frac{1}{2} + \log_2(\cos x)}$

Огр.: $\begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$

$2 - 6^{\frac{1}{2}} \cdot 6^{\log_6(\sin x)} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\log_2(\cos x)}$

$2 - \sqrt{6} \cdot \sin x = \sqrt{2} \cdot \cos x$

$\sqrt{2} \cdot \cos x + \sqrt{6} \cdot \sin x = 2 \quad \Big| \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$\frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin\frac{\pi}{6} \cdot \cos x + \cos\frac{\pi}{6} \cdot \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{6} + x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n \\ \frac{\pi}{6} + x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n \end{array}\right., n \in Z \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + 2\pi n \\ x = \frac{7\pi}{12} + 2\pi n \end{array}\right., n \in Z$ – не удовл. огр., т.к. $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) < 0$

Ответ: $\frac{\pi}{12} + 2\pi n$

Задание 2.

$y = \lg\left(\frac{3 - 2x - x^2}{1 - x^2}\right)$

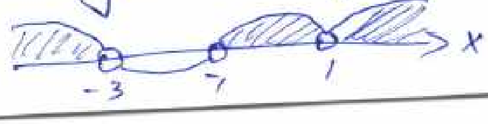
ОДЗ: $\begin{cases} \frac{3 - 2x - x^2}{1 - x^2} > 0 \\ 1 - x^2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{(1-x)(x+3)}{(1-x)(1+x)} > 0 \\ x \neq \pm 1 \end{cases}$

$\frac{(1-x)(x+3)}{(1-x)(1+x)} > 0$

Пусть $f(x) = \frac{(1-x)(x+3)}{(1-x)(1+x)}$

$f(x) = 0: \begin{cases} (1-x)(x+3) = 0 \\ (1-x)(1+x) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{array}\right. \end{cases}$

Методом интервалов



$\Rightarrow$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-1445

(заполняется организатором)

Задача 2 (продолжение)

$\Rightarrow x \in (-\infty;-3);(-1;1);(1;+\infty)$

$$y' = \frac{1}{\left(\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}\right)\cdot \cancel{\lg 10} \cdot \ln 10} \cdot \frac{(3-2x-x^2)'(1-x^2)-(1-x^2)'(3-2x-x^2)}{(1-x^2)^2} =$$

$$= \frac{1-x^2}{\ln(10)\cdot(3-2x-x^2)} \cdot \frac{(-2-2x)(1-x^2)-(-2x)(3-2x-x^2)}{(1-x^2)^2} =$$

$$= \frac{(-2-2x+2x^2+2x^3)-(-6x+4x^2+2x^3)}{\ln(10)\cdot(3-2x-x^2)\cdot(1-x^2)} = \frac{-2(x^2-2x+1)}{(3-2x-x^2)(1-x^2)\cdot\ln 10}$$

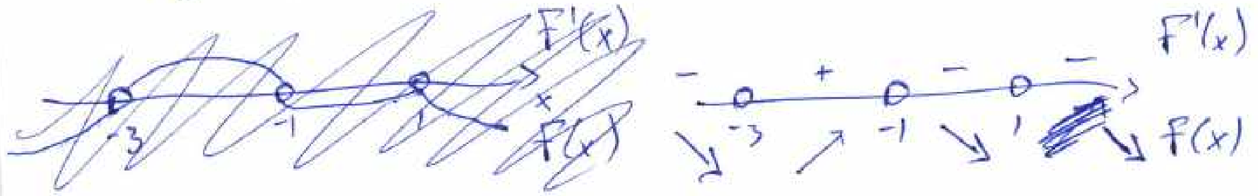
$$y'=0: \frac{2}{\ln 10}\cdot\frac{(x-1)^2}{(x^2-1)(3-2x-x^2)}=0$$

$$\frac{(x-1)(x-1)}{(x-1)(x+1)(x+3)(1-x)}=0$$

Пусть $g(x) = \frac{(x-1)(x-1)}{(x-1)(x+1)(x+3)(1-x)}$

$$g(x)=0: \begin{cases}(x-1)^2=0\\(x-1)(x+1)(x+3)(1-x)\neq 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=1\\ \begin{cases}x\neq 1\\x\neq -1\\x\neq -3\end{cases}\end{cases}$$

Методом интервалов:



Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-1445

Задача 2 (продолжение)

Таким образом, с учетом ОДЗ:

$y \searrow$ при $x \in (-\infty; -3); (-1; 1); (1; +\infty)$

Рассмотрим, чему равен y при приближении x к точкам $-3, -1, 1$, а также к $+\infty$ и $-\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \lg\left(\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}\right) = \lg\left(\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{3-2x-x^2}{1-x^2}\right) = \lg\left(\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{\frac{3}{x^2}-\frac{2}{x}-1}{\frac{1}{x^2}-1}\right)\right) = \lg(1) = 0$

$\lim\limits_{x\to-3-0} y = \lim\limits_{x\to-3-0} \lg\left(\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}\right) = \lg\left(\lim\limits_{x\to-3-0}\left(\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}\right)\right) = \lg\left(\lim\limits_{x\to-3-0}\left(\frac{1-x^2}{1-x^2} + \frac{2(1-x)}{(1+x)(1-x)}\right)\right)$

$= \lg\left(\lim\limits_{x\to-3-0}\left(1+\frac{2}{1+x}\right)\right) =$ ~~т.к. $1+x<2$ при $x\to-3-0$, то~~

~~$= \lg($ т.к.~~ $x \to -3-0 \Rightarrow (1+x) \to -2-0 \Rightarrow \left(1+\frac{2}{1+x}\right) \to 0+0 \Rightarrow$

$\lim\limits_{x\to-3-0} y = -\infty$

$\cdot \lim\limits_{x\to-1+0} y = \lg\left(\lim\limits_{x\to-1+0}\left(1+\frac{2}{1+x}\right)\right) \quad x \to -1+0 \Rightarrow (1+x) \to 0+0 \Rightarrow \left(1+\frac{2}{1+x}\right) \to +\infty \Rightarrow$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to-1+0} y = +\infty$

$\cdot \lim\limits_{x\to1-0} y = \lg\left(\lim\limits_{x\to1-0}\left(1+\frac{2}{1+x}\right)\right) \quad x \to 1-0 \Rightarrow (1+x) \to 2-0 \Rightarrow 1+\frac{2}{1+x} \to 2+0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to1-0} y = \lg(2)$

$\cdot \lim\limits_{x\to1+0} y = \lg\left(\lim\limits_{x\to1+0}\left(1+\frac{2}{1+x}\right)\right) \quad x \to 1+0 \Rightarrow (1+x) \Rightarrow 2+0 \Rightarrow 1+\frac{2}{1+x} \to 2-0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to1+0} y = \lg(2)$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-1445

Задание 2 (продолжение):

$\lim\limits_{x\to\infty} y = \lg\left(\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{\frac{3}{x^2} - \frac{2}{x} - 1}{\frac{1}{x^2} - 1}\right)\right) = \lg\left(\frac{1}{1}\right) = 0$

Таким обр.:

$y \in (0; -\infty)$ при $x \in (-\infty; -3)$

$y \in (+\infty; \lg(2))$ при $x \in (-1; 1)$

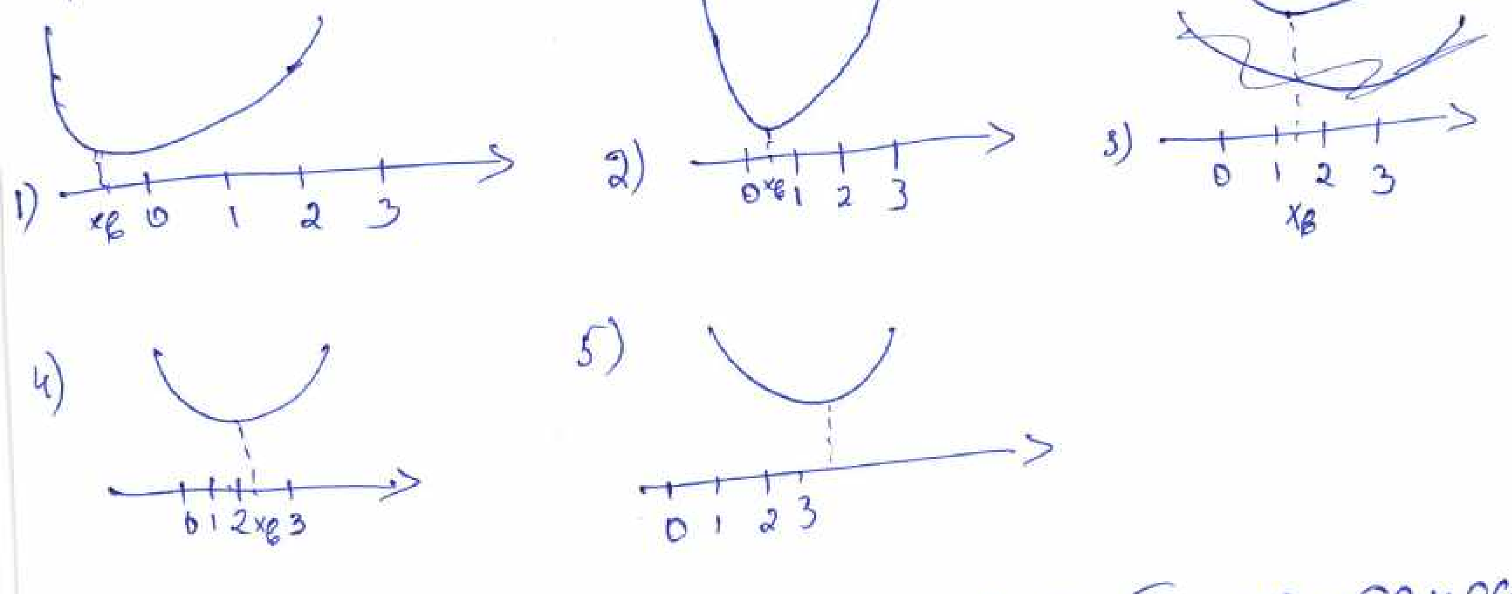
$y \in (\lg(2); 0)$ при $x \in (1; +\infty)$

$E(y)$: $(-\infty; 0); (0; \lg 2); (\lg 2; +\infty)$

Задание 3.

Пусть $a > 0$

Рассмотрим все случаи относит. располож. $x_в$ отн. отр. $[0;1]; [1;2]; [2;3]$



Легко заметить, что случаи 3, 4, 5 – не подходят, т.к. min. значения на отрезках возрастают.

Бланк ответа

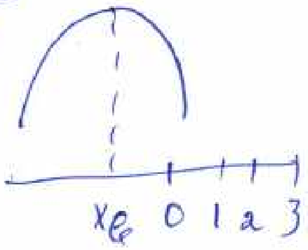
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-1445

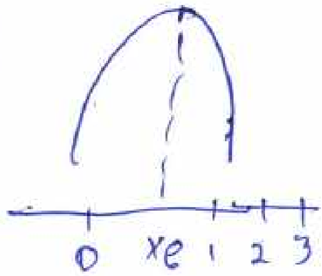
Задание 3 (прод.)

Пусть $a<0$. Аналогично:

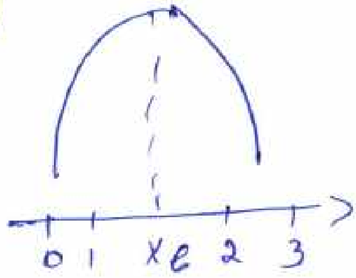
1)



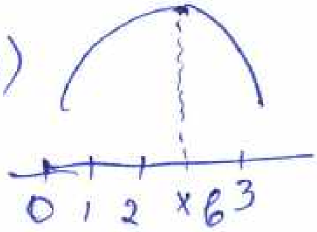
2)



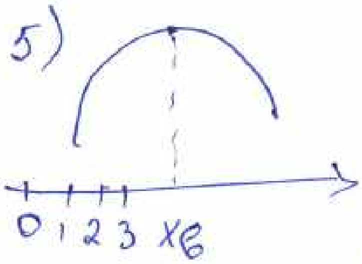
3)



4)



5)



Заметим, что здесь ~~подходят все случаи~~ не подх. 1 и 2 сл., т.к. видно: $\min\limits_{x\in[2;3]} y < \min\limits_{x\in[1;2]} y$

Рассмотрим сл.

1) $a>0$

$x_в<0 \Rightarrow$

$\Downarrow$

$-\frac{b}{2a}<0 \Rightarrow b>0$

$$\begin{cases} c=3 \\ a+b+c=6 \\ 4a+2b+c=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=3 \end{cases} \text{ – не уд. усл.}$$

2) $a>0$

$x_в\in[0;1]$

$-\frac{b}{2a}\in[0;1] \Rightarrow b<0$

$$\begin{cases} a\cdot\frac{-b^2}{4a^2}+b\cdot\frac{-b}{2a}+c=3 \\ a+b+c=6 \\ 4a+2b+c=7 \end{cases}$$ (т.к. min. знач. на $[0,1]$ – $y(x_в)$)

$\Downarrow$

$$\begin{cases} b=1-3a \\ -\frac{b^2}{4a}-\frac{b^2}{2a}+c=3 \Rightarrow c=3+\frac{3(1-3a)^2}{4a} \end{cases}$$

$$a+(1-3a)+3+\frac{3(1-3a)^2}{4a}=6$$

$$\frac{-3(1-6a+9a^2)-8a^2-8a}{4a}=0 \Rightarrow 35a^2-10a+3=0$$

$D=100-4\cdot35\cdot3<0 \Rightarrow$ не уд.

6

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-1445

Задание 3 (прод.)

Таким образом, перебрав все случаи можно ~~сд~~ ут., что друг. квадрат. много трехчленов не сущ-ет.

Ответ: $y = -x^2 + 4x + 3$; $y = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{23}{6}x + 3$

Задание 1:

Для того, чтобы ~~купить~~ купить максимальное кол-во наборов, нужно купить как можно больше наборов, за которые мы получим кешбэк. Заметим, что нельзя совершить 3 отдельных покупки, за которые можно получить кешбэк (не хватит денег для покупки 20 наборов, затем еще 20, а затем еще 20. Однако возможно совершить две покупки с кешбэком. Для максимума необх. совершить покупки на 27, а затем 25 наборов и 4 набора без кешб. Тогда:

$30000 \xrightarrow{27} 15771 \xrightarrow{25} 2596 \xrightarrow{4} 116$

Ответ: 56

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МИ-1247

№1

Пусть x - кол-во пачек купленных без кешбэка, а y - купленных с кешбэком, тогда нам нужно максимизировать $x+y$:

$$630x+630y \leq 20000+0{,}1y\cdot 630$$

$$x+y \leq \frac{20000+63y}{630} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ Чтобы $x+y$ было максимально y должен быть максимален: целая часть от $\frac{20000}{630}=31 \Rightarrow$ мы потратим $31\cdot 630=19530$, а кешбэк будет равен: $0{,}1\cdot 630\cdot 31=1953 \Rightarrow$ у нас на балансе останется $1953+(20000-19530)=2423 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Можно купить ещё 3 пачки.

$31+3=34$ пачки.

Ответ: 34

№2

Область определения:

$$\begin{cases} x^2-1>0, (1) \\ \dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)} \geq 0, (2) \\ \lg(x^2-1) \neq 0, (3) \end{cases}$$

(1): $(x+1)(x-1)>0$

$x \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$

(2) $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2-4 \geq 0, \\ \lg(x^2-1)>0, \end{cases} \\ \begin{cases} x^2-4<0 \\ \lg(x^2-1)<0, \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} (x-2)(x+2)\geq 0, \\ x^2-1>1, \end{cases} \\ \begin{cases} (x-2)(x+2)<0, \\ x^2-1<1 \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} (x-2)(x+2)\geq 0 \\ (x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})>0 \end{cases} \\ \begin{cases} (x-2)(x+2)<0 \\ (x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})<0 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \in (-\infty;-2] \cup [2;+\infty) \\ x \in (\sqrt{2};\sqrt{2}) \end{array}\right. \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in (-\infty;-2] \cup (\sqrt{2};\sqrt{2}) \cup [2;+\infty)$

(3) $x^2-1 \neq 1$

$x \neq \pm\sqrt{2}$

$$\begin{cases} x \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty) \\ x \in (-\infty;-2] \cup (-\sqrt{2};\sqrt{2}) \cup [2;+\infty) \\ x \neq \pm\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \boxed{x \in (-\infty;-2] \cup (-\sqrt{2};-1) \cup (1;\sqrt{2}) \cup [2;+\infty)}$$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	МИ-1247

№5

$$3^{-\frac{1}{2}} + 6^{-\frac{1}{2}+\log_6(\sin x)} = 2^{-\frac{1}{2}+\log_2(\cos x)}$$

ОГР: $\begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{6}}\cdot\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\cos x$$

$$\frac{1}{\sqrt{6}}\sin x - \frac{1}{\sqrt{2}}\cos x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sin x - \sqrt{3}\cos x = -\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{2}\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{6}+x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{6}+x = \frac{\pi}{4}+2\pi k \\ \frac{\pi}{6}+x = -\frac{\pi}{4}+2\pi k \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$$

— не входит. в ОДЗ т.к. $\sin x<0$

$$x = \frac{\pi}{12}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$$

Ответ: $\frac{\pi}{12}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$

№ 3

$ax^2+bx+c=0$ – стандартный вид, $(x_в;y_в)$ – координаты вершины

1) Если $x_в < 0$, то на промежутке $[0,1]$ $f(1)$ – ~~max~~ максимальное знач. функции
на промежутке $[1;2]$ $f(2)$ – максимальное знач. функции
на промежутке $[2;3]$ $f(3)$ – максимальное знач. функции
т.к. на них функция возрастает $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(1)=3 \\ f(2)=6 \\ f(3)=8 \end{cases}$$

Если $x_в > 3$: то все три данные промежутка находятся на возрастающей части функции $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(1)=3 \\ f(2)=6 \\ f(3)=8 \end{cases}$$

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 9a+3b+c=8, \\ 4a+2b+c=6, \\ a+b+c=3; \end{cases} \quad \begin{cases} 3a+b=3, \\ 8a+2b=5, \end{cases} \quad \begin{cases} b=3-3a, \\ 8a+2(3-3a)=5, \end{cases} \quad \begin{cases} b=\frac{9}{2} \\ a=-\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow c = 3-a-b = 3+\frac{1}{2}-\frac{9}{2}=-1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{9}{2}x-1} \quad x_в=\frac{9}{2}$$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11 – 1247
(заполняется организатором)

№3 (продолжение)

2) Если $0 \leq x_в \leq 1$, ветви не могут быть направлены вниз т.к. тогда любое знач на промежутке $[1;2]$ будет больше чем значение на промежутке $[2;3]$, что не возможно. Если ветви направлены вверх, то на промежутках: $[0; x_в]$ $f(x)\searrow$ $\Rightarrow$ на промежутке от $[0;1]$ - $f(0)$ - макс. знач. $f(x)$
$[x_в; +\infty)$ $f(x)\nearrow$ на промежутке от $[1;2]$ - $f(2)$ - макс. знач. $f(x)$
на промежутке от $[2;3]$ - $f(3)$ - макс. знач. $f(x)$

$$\begin{cases} f(0)=3 \\ f(2)=6 \\ f(3)=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=3 \\ 4a+2b+3=6 \\ 9a+3b+3=8 \end{cases} \begin{cases} 4a+2b=3 \\ 9a+3b=5 \end{cases}; \begin{cases} a=\frac{3-2b}{4} \\ 9\left(\frac{3-2b}{4}\right)+3b=5 \end{cases}, \begin{cases} a=\frac{3-2b}{4} \\ 9(3-2b)+12b=20, \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=\frac{3-2b}{4} \\ 27-6b=20, \end{cases} \begin{cases} a=\frac{3-2b}{4}, \\ b=\frac{7}{6}, \end{cases} \begin{cases} a=\frac{1}{6} \\ b=\frac{7}{6} \end{cases}$$

$$y=\frac{1}{6}x^2+\frac{7}{6}x+3$$

$x_в$ - отрицательно, что противоречит данному случаю $\Rightarrow$ также не возможно

3) Если $1 \leq x_в \leq 2$, ветви не могут быть направлены вниз т.к. тогда на промежутке $[1;2]$ $f(x)$ принимает большие значения чем на промежутке $[2;3]$. Если ветви направлены вверх, то значения на промежутке ~~от~~ $[0;1]$ будут больше чем на промежутке $[1;2]$.

4) Если $2 \leq x_в \leq 3$, то ветви не могут быть направлены вверх т.к. значения $f(x)$ на промежутке $[0;1]$ будут больше чем на промежутке $[1;2]$, если ветви направлены вниз, то максимум достигается в вершине и равен 8, а на промежутке $[0;2]$ функция возрастает $\Rightarrow$ на промежутке $[0;1]$ - $f(x)$ максимально при $x=1$
на промежутке $[1;2]$ - $f(x)$ максимально при $x=2$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} f(1)=3 \\ f(2)=6 \\ y_в=8 \end{cases}$ таких не существует ~~$f'(x)=0$ при $x=8 \Rightarrow 2ax+b=0$ при $x=8$~~ ~~$a+b+c=3$~~ ~~$16a=-b$~~ $b=-16a$

Ответ: $-\frac{1}{2}x^2+\frac{9}{2}x-1$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11- 1206

N2

$y = \lg \frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$

Область определения:

$\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0$, заметим, что $1-x^2 = (1-x)(1+x)$, а $3-2x-x^2 = (x+3)(x-$

$\frac{(x+3)(x-1)}{(1-x)(1+x)} > 0$

$-\infty$ — -3 + -1 — 1 — $+\infty$ x

$x \in (-3; -1)$

Ответ: $(-3; -1)$.

N5

$2 - 6^{\frac{1}{2} + \log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2} + \log_2 \cos x}$

ОДЗ: $\begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k)$, $k \in \mathbb{Z}$.

$2 - \sqrt{6} \cdot \sin x = \sqrt{2} \cdot \cos x \ | : 2\sqrt{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = \frac{1}{2} \cos x$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$, заметим, что $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x = \sin(\frac{\pi}{6} + x)$.

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin(\frac{\pi}{6} + x)$

$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{6} + x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{6} + x = \frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}. \end{array} \right.$ $\left[\begin{array}{l} x = \frac{7\pi}{12} + 2\pi n \text{ - не удовл. огр.} \\ x = \frac{\pi}{12} + 2\pi m \end{array} \right.$

Ответ: $\frac{\pi}{12} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$.

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11 - 1206

N1

Оценка:
Заметим, что больше чем 56 пряжи мы купить не можем, т. к. мы можем получить кешбэк с 30000 р, а затем ещё кешбэк ~~с кешбэка~~ с $30000 \cdot 0{,}15 = 4500$. Дальше мы не сможем получать кешбэк, т. к. последующей суммы будет нехватать на 20 пряж. Значит максимум мы можем потратить на пряжи 35177 рублей. Этой суммы хватает на 56 пряжь.

Пример:
Покупаем 28 пряжь, у нас остаётся 14717 рублей.
Затем покупаем 23 пряжи, у нас остаётся 2496 рублей.
Затем покупаем 4 пряжи, у нас остаётся 16 рублей.

$28+23+4=56$

Ответ: 56.

N 3

Рассмотрим все возможные случаи при которых это возможно, так же пусть квадратный трёхчлен имеет вид ax^2+bx+c:

1) $a>0$
$\frac{-b}{2a}<0$
Проходит через точки $(0;3)$; $(1;6)$; $(2;7)$

2) $a>0$
$\frac{-b}{2a}\in[0;1]$
$\frac{-b^2}{4a}+c=3$
Проходит через точки $(1;6)$; $(2;7)$.

3) $a<0$
$\frac{-b}{2a}>3$
Проходит через точки $(0;3)$; $(1;6)$; $(2;7)$.

4) $a<0$
$\frac{-b}{2a}\in[2;3]$
Проходит через точки $(0;3)$; $(1;6)$; $(2;7)$ или $(3;7)$.
При $x\in[2;3]$ функция ≥ 7

5) $a<0$
$\frac{-b}{2a}\in[1;2]$
Проходит через точки $(0;3)$; $(1;6)$; $(3;7)$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11 – 1206

Рассмотрим случай, когда график проходит через точки $(0;3);(1;6);(2;7)$.

$\begin{cases} 3=c \\ 6=a+b+c \\ 7=4a+2b+c \end{cases}$ $\begin{cases} c=3 \\ a=3-b \\ 12-4b+2b=4 \end{cases}$ $\begin{cases} c=3 \\ a=-1 \\ b=4 \end{cases}$

Получилась функция: $-x^2+4x+3$.

Она не подходит под условие №1, т.к. $a<0$.

Проверим на соблюдение 3 или 4 условия.

$\frac{-4}{-2}=2$. Эта функция не подходит, т.к. при $x=3$ она принимает значение 6, что меньше 7.

Рассмотрим 2 случай:

$\begin{cases} \frac{-b^2}{4a}+c=3 \\ 6=a+b+c \\ 7=4a+2b+c \end{cases}$ $\begin{cases} -b^2+4ac=12a \\ a=6-b-c \\ 7=4(6-b-c)+2b+c \end{cases}$ $\begin{cases} b^2=4ac-12a \\ a=6-b-c \\ 7=24-4b-4c+2b+c \end{cases}$ $\begin{cases} b^2=4ac-12a \\ a=14,5+0,5c \\ b=8,5-1,5c \end{cases}$

$\begin{cases} b^2=2c^2+52c-174 \\ a=14,5+0,5c \\ b=8,5-1,5c \end{cases}$ $\begin{cases} 72,25-25,5c+2,25c^2=2c^2+52c-174 \\ a=14,5+0,5c \\ b=8,5-1,5c \end{cases}$

$\begin{cases} c^2-310c+1025=0 \\ a=14,5+0,5c \\ b=8,5-1,5c \end{cases}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) N 11 - 1206

Рассмотрим ~~чи~~ ~~3~~ случай:

$$\begin{cases} 3=c \\ 6=a+b+c \\ 7=9a+3b+c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ a=3-b \\ 7=9(3-b)+3b+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ a=3-b \\ 7=27-9b+3b+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ a=3-b \\ 6b=23 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ a=-\frac{5}{6} \\ b=\frac{23}{6} \end{cases} \Rightarrow -\frac{5}{6}x^2+\frac{23}{6}x+3$$

Проверим, что $\frac{-b}{2a} \in [1;2]$

$$-\frac{23}{6}:\left(-\frac{5\cdot 2}{6}\right)=\frac{23\cdot \cancel{6}}{\cancel{6}\cdot 5\cdot 2}=2,3$$

Проверим, что $\frac{-b}{2a} \in [2;3]$

Т.к. вершина в точке $x=2,3$, значит нужно проверить точку 2: ~~aa~~ и при $x \in [2;3]$ функция

$$\frac{-5\cdot \cancel{4}^2}{\cancel{6}_3}+\frac{23\cdot \cancel{2}}{\cancel{6}_3}+3=\frac{-10+23}{3}+3=\frac{13}{3}+3=\frac{22}{3}$$, что больш

Значит нам подходит функция $-\frac{5}{6}x^2+\frac{23}{6}x+3$.

Ответ: $-\frac{5}{6}x^2+\frac{23}{6}x+3$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М 11 - 1206

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) M11 – 1195

№2

$y=\sqrt{\dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$

$\begin{cases} x^2-1>0 \\ \dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}\geq 0 \\ \lg(x^2-1)\neq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} (x-1)(x+1)>0 \quad (*) \\ \dfrac{(x-2)(x+2)}{\lg(x^2-1)}\geq 0 \\ \lg(x^2-1)\neq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty) \\ \dfrac{(x-2)(x+2)}{\lg(x^2-1)}\geq 0 \quad (**) \\ \lg(x^2-1)\neq 0 \end{cases}$

$(*)$ $(x-1)(x+1)>0$

$+ \quad -1 \quad - \quad 1 \quad +$

$x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$

$(**)$ $\dfrac{(x-2)(x+2)}{\lg(x^2-1)}\geq 0$

$(x-2)(x+2)=0$

$\left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$

$\lg(x^2-1)=0$

$x^2-1=1$

$x^2=2$

$\left[\begin{array}{l} x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{array}\right.$

Но $\lg(x^2-1)\neq 0$, значит таких значений у x быть не может

$+ \quad -2 \quad - \quad -\sqrt{2} \quad + \quad \sqrt{2} \quad - \quad 2 \quad +$

$x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt{2};\sqrt{2})\cup[2;+\infty)$

$\begin{cases} x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty) \\ x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt{2};\sqrt{2})\cup[2;+\infty) \\ x\neq\sqrt{2} \\ x\neq-\sqrt{2} \end{cases}$

$D(f)=(-\infty;-2]\cup(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})\cup[2;+\infty)$

Ответ: $(-\infty;-2]\cup(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})\cup[2;+\infty)$

№5

$3^{-\frac{1}{2}}+6^{-\frac{1}{2}+\log_6\sin x}=2^{-\frac{1}{2}+\log_2\cos x}$

$\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{6}}\cdot 6^{\log_6\sin x}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\cdot 2^{\log_2\cos x} \quad (*) \\ \sin x>0 \\ \cos x>0 \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{5\pi}{12}+2\pi n, n\in Z \text{ - посторонний корень} \\ x=\dfrac{\pi}{12}+2\pi t, t\in Z \end{array}\right. \\ x\in(2\pi k;\pi+2\pi k), k\in Z \\ x\in\left(-\dfrac{\pi}{2}+2\pi m;\dfrac{\pi}{2}+2\pi m\right), m\in Z \end{cases}$

Ответ:

$(*)$ $\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{6}}\cdot\sin x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\cdot\cos x \quad \Big|\cdot\sqrt{6}$

$\sqrt{2}+\sin x=\sqrt{3}\cdot\cos x$

$\sin x-\sqrt{3}\cdot\cos x=-\sqrt{2}$

$2\sin\left(x+\operatorname{arctg}\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{1}\right)\right)=-\sqrt{2}$

$\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\left[\begin{array}{l} x-\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{3\pi}{4}+2\pi n, n\in Z \\ x-\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{\pi}{4}+2\pi t, t\in Z \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{5\pi}{12}+2\pi n, n\in Z \\ x=\dfrac{\pi}{12}+2\pi t, t\in Z \end{array}\right.$

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-1135

№5 (продолжение)

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = -\frac{5\pi}{12} + 2\pi n, n \in Z \text{ – посторонний корень} \\ x = \frac{\pi}{12} + 2\pi t, t \in Z \end{array}\right. \\ x \in (2\pi k; \pi + 2\pi k), k \in Z \\ x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi m; \frac{\pi}{2} + 2\pi m\right), m \in Z \end{cases}$$

Ответ: $\frac{\pi}{12} + 2\pi t$, $t \in Z$

№3

Пусть этот квадратный трёхчлен $f(x) = ax^2 + bx + c$

Рассмотрим два случая: I $a>0$ - график парабола, ветви которой направлены ~~вниз~~. вверх. Мы знаем, что такая парабола ~~возрастает до~~ убывает до $x_в$, а потом возрастает. Длины отрезков о которых сказано в условии равны, ~~а значит, что~~ и максимальное значение на отрезке увеличивается, а значит $x_в$ находится не дальше к положительному x, чем на отрезке $[0;1]$, потому что если он будет наход хотя бы на отрезке $[1;2]$, то на отрезке $[0;1]$ функция убывает, а значит в момент, когда она начнёт возрастать на отрезке $[1;2]$, то и её максимум не сможет возрасти больше, чем её значение в 1, потому что при значениях x_1 и x_2 (модули которых равны, а знаки противоположны) они имеют одинак. значения функции у них равны, тогда значения во 0 такое же как в 1 будет на расстоянии $|1 - x_в|$ от точки $x_в$, что больше отрезка $[1;2]$, тогда максимум на отрезках $[1;2]$ и $[2;3]$ это $f(2)$ и $f(3)$ (функция возрастает)

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 6 \\ 9a + 3b + c = 8 \end{cases}$$

А на отрезке $[0;1]$ максимальное значение либо в нуле, либо в 1, в зависимости от того, к чему ближе $x_в$.

(*) $$\begin{cases} 4a+2b+c=6 \\ 9a+3b+c=8 \\ c=3 \\ x_в \in [0,5;1] \end{cases}$$ или (**) $$\begin{cases} 4a+2b+c=6 \\ 9a+3b+c=8 \\ a+b+c=3 \\ x_в \in [0;0,5] \end{cases}$$

(**) $$\begin{cases} 4a+2b+c=6 \\ 9a+3b+c=8 \\ a+b+c=3 \\ x_в \in [0;0,5] \end{cases}$$ $x_в \in (-\infty; 0,5]$

(*) $$\begin{cases} 4a+2b=3 \,|\cdot 3 \\ 9a+3b=5 \,|\cdot 2 \\ c=3 \\ x_в \in [0,5;1] \end{cases}$$

$12a + 6b = 9$

$18a + 6b = 10$

$18a + \cancel{6b} - 12a - \cancel{6b} = 10 - 9$

$6a = 1$

$a = \frac{1}{6}$

$2 + 6b = 9$

$6b = 7$

$b = \frac{7}{6}$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{6} \\ b = \frac{7}{6} \\ c = 3 \end{cases}$$

$x_в = \dfrac{-\frac{7}{6}}{2 \cdot \frac{1}{6}} = -\frac{21}{6} < \frac{1}{2}$

Значит это нам не подх.

или $$\begin{cases} a = -0,5 \\ b = 4,5 \\ c = -1 \end{cases}$$

Не подходит, т.к. a в этом случае >0

$$\begin{cases} 3a + b + 3 = 6 \\ 8a + 2b + 3 = 8 \\ a + b + c = 3 \\ x_в \in [0;0,5] \end{cases}$$ $x_в \in (-\infty; 0,5]$

$x_в = \frac{4,5}{1} = 4,5 > 0,5$

$3a + b = 3 \,|\cdot 2$ $\quad 6a + 2b = 6$

$8a + 2b = 5$ $\quad 8a + 2b = 5$

$8a - 6a + \cancel{2b} - \cancel{2b} = -1$

$2a = -1$

$a = -\frac{1}{2}$ $\quad -\frac{1}{2} \cdot 3 + b = 3$

$4,5 - 0,5 + c = 3$ $\quad b = 4,5$

$c = -1$

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 - 1195

№3 (продолжение)

Рассмотрим второй случай: $a<0$. Аналогично можем сказать, что $x_В$ расположена на отрезке $[2;3]$ (*) (это парабола, ветви которой направлены вниз и она возрастает до вершины и убывает после)

Тогда на отрезке $[0;1]$, максимум в точке 1, на отрезке $[1;2]$ в точке 2, а на отрезке $[2;3]$ точка максимума в точке 3,

(*) или дальше от него в сторону положительного направления оси x

потому что в точке 2 максимальное значение отрезка $[1;2]$, а по условию на отрезках разные максимумы

Тогда $\begin{cases} a+b+c=3 \\ 4a+2b+c=6 \\ 9a+3b+c=8 \\ x_В \in [2;+\infty) \end{cases}$

$\begin{cases} 3a+b+3=6 \quad |\cdot 2 \\ 8a+2b+3=8 \end{cases}$

$6a+2b=6$

$8a+2b=5$

$8a+\cancel{2b}-6a-\cancel{2b}=-1$

$2a=-1$

$a=-\frac{1}{2}$

$6\cdot(-\frac{1}{2})+2b=6$

$-3+2b=6$

$b=4,5$

$-0,5+4,5+c=3$

$c=-1$

$\begin{cases} a=-0,5 \\ b=4,5 \\ c=-1 \end{cases}$

$x_В=\frac{-4,5}{-1}=$

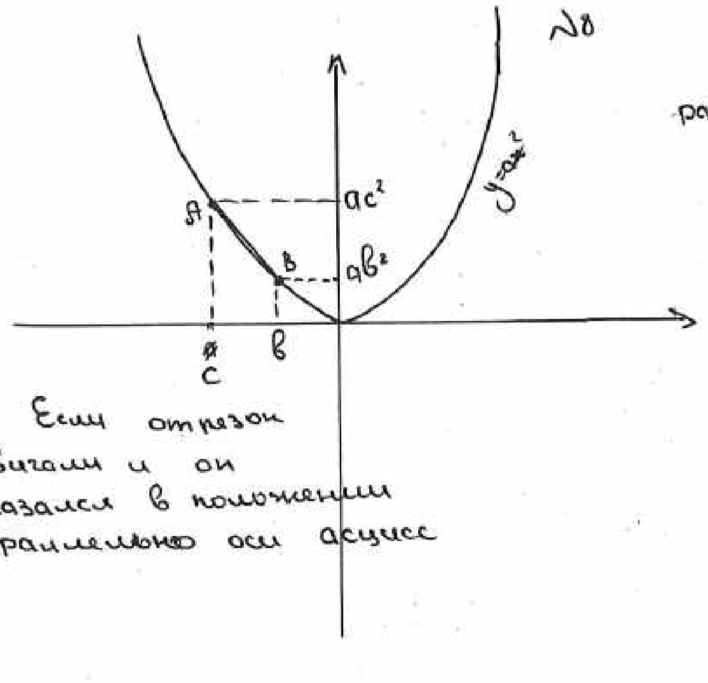
$=4,5>2$

Нам подходит

$f(x)=-0,5x^2+4,5x-1$

Ответ: $-0,5x^2+4,5x-1$

№8



Если отрезок двигали и он оказался в положении параллельно оси абсцисс

Нам известно, что длина отрезка AB равна 1, тогда

$\sqrt{(ac^2-ab^2)^2+(b-c)^2}=1$

$(ac^2-ab^2)^2+(b-c)^2=1$

~~$(ac^2-b+c)(ac^2-a$~~

$(ac^2-ab^2-b+c)(ac^2-ab^2+b-c)=1$

$(a(c^2-b^2)-(c-b))(a(c^2-b^2)+b-c)=1$

$(a(c-b)(c+b)-(c-b))(a(c-b)(c+b)+(b-c))=1$

$(c-b)^2(a(c+b)-1)(a(c+b)+1)=1$

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-1195

№1

Сначала оплатим 15 пачек 630·15 = 9450 рублей

20000 − 9450 = 10550 рублей + кешбэк 10550 + 945 = 11495

Оплатим ещё 15 пачек

11495 − 9450 = 2045 рублей + кешбэк 2045 + 945 = 2980

На оставшиеся деньги мы можем купить еще 4 пачки бумаги, итого мы можем купить 34 пачки бумаги на имеющиеся у нас деньги, потому что это оптимальный вариант покупки и ни имеет разницу в какой последовательности мы покупали и получали кешбэк

Ответ: 34 упаковки

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-1158

№2.

$y=\sqrt{\dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$

$D(y)$: $\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}\geq 0 \\ \lg(x^2-1)\neq 0 \\ x^2-1>0\end{cases}$ – по методу рационализации $\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{(10-1)(x^2-1-1)}\geq 0 \quad |\cdot 9>0 \\ x^2-1\neq 1 \\ (x-1)(x+1)>0\end{cases}$

$\begin{cases}\dfrac{(x-2)(x+2)}{(x-\sqrt2)(x+\sqrt2)}\geq 0 \\ x^2\neq 2 \\ (x-1)(x+1)>0\end{cases}$ $\begin{cases}\dfrac{(x-2)(x+2)}{(x-\sqrt2)(x+\sqrt2)}\geq 0 \quad (1) \\ x\neq\pm\sqrt2 \\ (x-1)(x+1)>0 \quad (3)\end{cases}$

(1) $+\;-2\;-\;-\sqrt2\;+\;\sqrt2\;-\;2\;+\quad x$

(3) $+\;-1\;-\;1\;+\quad x$

Условие (2) учтено в (1). Тогда областью определения будет пересечением условий (1) и (3):

$-2\quad -\sqrt2\quad -1\quad 1\quad \sqrt2\quad 2\quad x$

$x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt2;-1)\cup(1;\sqrt2)\cup[2;+\infty)\Rightarrow$

$x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt2;-1)\cup(1;\sqrt2)\cup[2;+\infty)$

$\Rightarrow D(y)$: $x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt2;-1)\cup(1;\sqrt2)\cup[2;+\infty)$

Ответ: $x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt2;-1)\cup(1;\sqrt2)\cup[2;+\infty)$

№5.

$3^{-\frac12}+6^{-\frac12+\log_6\sin x}=2^{-\frac12+\log_2\cos x}$

ОГР. $\begin{cases}\sin x>0\\ \cos x>0\end{cases}\Rightarrow x\in I\text{ ч}$

$\frac{1}{\sqrt3}+6^{-\frac12}\cdot 6^{\log_6\sin x}=\frac{1}{\sqrt2}\cdot 2^{\log_2\cos x}$

$\frac{1}{\sqrt3}+\frac{1}{\sqrt6}\cdot\sin x=\frac{1}{\sqrt2}\cdot\cos x \quad |\cdot\sqrt6$

$\sqrt2+\sin x=\sqrt3\cos x$

$\sin x-\sqrt3\cos x=-\sqrt2 \quad |:2$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11- 1158

$\frac{1}{2}\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos\frac{\pi}{3}\sin x - \sin\frac{\pi}{3}\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin(x - \frac{\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\left[\begin{array}{l} x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z \\ x - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$ ~~ОГР~~

$\left[\begin{array}{l} x_1 = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} + 2\pi k = \frac{\pi}{12} + 2\pi k, k \in Z \\ x_2 = \frac{5\pi}{4} + \frac{\pi}{3} + 2\pi k = \frac{19\pi}{12} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$ – не удовлетворяет ОГР, т.к. $x_2 \notin I$ ч. ⇒

⇒ $x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k, k \in Z$.

Ответ: $x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k, k \in Z$.

№1

Пусть $S = 20000$ руб. – начальная сумма.

Тогда определим, сколько можно купить пачек без кешбэка:

$\frac{20000}{630} = \frac{2000}{63} = 31\frac{47}{63}$ ⇒ 31 – количество пачек без кешбэка.

Тогда получить кешбэк можно не более 2-х раз: 2 раза купить пачки по 15 штук (шт), 1 раз купить 16 пачек и 1 раз купить 15 пачек.

Максимальное количество можно получить (если возможно) только с кешбэком.

Рассмотрим 2 случая, когда кешбэк можно 1 раз и когда кешбэк можно получить 2 раза.

1) можно получить 1 кешбэк: пусть $1 \le k < 15$ – кол-во пачек. Тогда кол-во оставшихся денег – $S - 630k$. И мы получаем кешбэк, то есть сумма увеличивается на $63k$. Тогда итоговое количество можно получить так: $n = \frac{S - 630k + 63k}{630} = \frac{S - 567k}{630}$. Пусть $f(k) = \frac{S - 567k}{630}$, $f(k)$ – убывающая функция ⇒ наибольшее значение она принимает при $k = 1$ (если $k = 0$, то кешбэка не хватит даже на покупку 1 пачки). ⇒ $n = \frac{S - 567}{630} = \frac{20000 - 567}{630} = \frac{19433}{630} \approx 30{,}8 \Rightarrow 30$ – . Тогда 1890 – кешбэк, тогда на него можно купить 3 пачки. Но осталось $20000 - 30 \cdot 63 = 20000 - 18900 = 1100$ руб., на которые можно купить ещё 1 пачку. В итоге можно купить $30 + 1 + 3 = 34$ пачки.

2) можно получить 2 кешбэка:

2.1. Если покупать сначала по 16 пачек, потом – по 15. Можно получить 1953 руб. – макс. кешбэк (если кешбэк от 16-ти, прибавить к кешбэку от 15-ти). На него можно купить 3 пачки.

2.2. Если покупать 2 раза по 15. Макс. кешбэк – 1890 (2 кешбэка отмечены отдельно) ⇒ можно купить $30 + 1 + 3 = 34$ пачки.

Ответ: 34.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11-1158

№3.

Изобразим отрезки $[0;1]; [1;2]; [2;3]$ с максимальными на них значениями 3, 6, 8 соответственно.

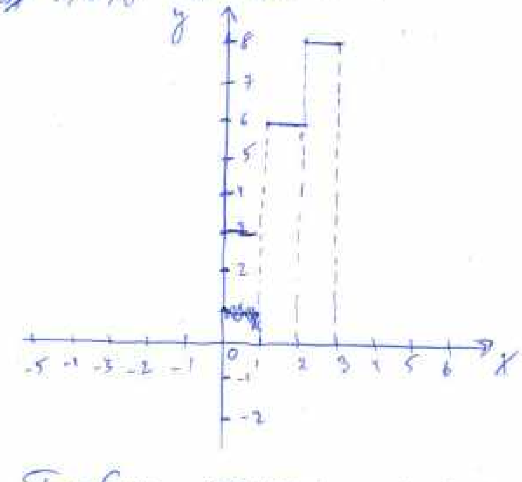


График $y=ax^2+bx+c$ должен содержать данные значения 3, 6, 8 на соответствующих отрезках. Значит он ~~должен~~ должен через них проходить.

Парабола должна проходить через точки $(1;3), (2;6), (3;8)$.
Если $a>0$
Иначе, если бы она проходила путь левее правых концов отрезков, то максимальные значения были бы больше заданных. Если бы она проходила путь правее заданных правых концов отрезков, то максимальные значения были бы меньше заданных.
Для $a<0$ все рассуждения аналогичны.
То есть график функции $y=ax^2+bx+c$ должен проходить через точки $(1;3), (2;6), (3;8)$. То есть получается система:

$$\begin{cases} a\cdot1^2+b\cdot1+c=3 \\ a\cdot2^2+b\cdot2+c=6 \\ a\cdot3^2+b\cdot3+c=8 \end{cases} \quad \begin{cases} a+b+c=3 \\ 4a+2b+c=6 \\ 9a+3b+c=8 \end{cases} \quad \begin{cases} a=3-b-c & (1) \\ 4a+2b+c=6 & (2) \\ 9a+3b+c=8 & (3) \end{cases}$$

Подставим a из (1) во (2) и (3) уравнения:

$$\begin{cases} 4(3-b-c)+2b+c=6 \\ 9(3-b-c)+3b+c=8 \end{cases} \quad \begin{cases} 12-4b-4c+2b+c=6 \\ 27-9b-9c+3b+c=8 \end{cases} \quad \begin{cases} -2b-3c=-6 & |\cdot(-3) \\ -6b-8c=-19 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} 6b+9c=18 \\ -6b-8c=-19 \end{cases}$$

$c=-1 \Rightarrow 6b-9=18$

$6b=27$

$b=\frac{9}{2}=4{,}5$

$a=3-b-c=3-4{,}5+1=4-4{,}5=-0{,}5$

Для $a<0$ система будет аналогичной. Поскольку система состоит из 3 линейных уравнений, то она имеет не более 1 решения. Значит $-0{,}5x^2+4{,}5x-1$ — единственный подходящий квадратный ~~трехчлен~~ трёхчлен

Ответ: $-0{,}5x^2+4{,}5x-1$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-1158

(заполняется организатором)

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-1158

(заполняется организатором)

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11 - 1106

Задание №1.

Предположим, удалось купить максимальное количество наборов. Очевидно, что больше двух раз получить кешбек не получится, так как есть всего 30000 и даже кешбек в 15% с определённых покупок недостаточен.

Тогда за первую покупку необходимо получить максимальный кешбек, чтобы за вторую покупку получать кешбек с кешбека, но при этом его должно быть столько, чтобы, совершив первую покупку и получив за неё кешбек, можно было во вторую покупку также получить кешбек.

$$\frac{30000 - 620 \cdot n + \frac{15}{100} \cdot (620 \cdot n)}{620} \geq 20$$

$30000 - 527n \geq 12400$

$n \leq 33,3\ldots$

$n_{max} = 33.$

то есть в первую покупку берём 33 набора

$30000 - 620 \cdot 33 + 3069 = 12609.$

вторая покупка:

$12609 - 12400 + 1860 = 2069$ (купили 20 наборов)

третья покупка:

$2069 - 1860 = 209$ (купили 3 набора)

Итого купили 56 наборов. Это максимальное количество.

Ответ: 56.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-1106

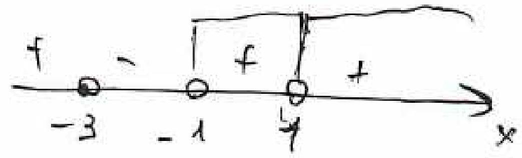
Задача №2.

$y = \lg \frac{3-2x-x^2}{1-x^2} \Rightarrow y = \log_{10} \frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$

$\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0 \Rightarrow \frac{x^2+2x-3}{x^2-1} > 0$

решим методом интервалов:

$\frac{(x+3)(x-1)}{(x-1)(x+1)} > 0$



Ответ: $x \in (-1;1) \cup (1;+\infty)$

Задание №5.

$2 - 6^{\frac{1}{2} + \log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2} + \log_2 \cos x}$

Ограничения
$\sin x, \cos x > 0$. (значит, что x - в первой четверти)

$2 - \sqrt{6} \cdot 6^{\log_6 \sin x} = \sqrt{2} + 2^{\log_2 \cos x}$

$2 - \sqrt{6} \sin x = \sqrt{2} \cos x \quad |: \sqrt{2}$

$\sqrt{2} - \sqrt{3} \sin x = \cos x$

$\sqrt{2} = \sqrt{3} \sin x + \cos x \quad | : 2$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cdot \cos x$

используя метод вспомогательного угла и формулу синуса суммы $\sin x \cdot \cos y + \sin y \cdot \cos x = \sin(x+y)$

$\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + x \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k;\ k \in \mathbb{Z}$

Ответ: $x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k;\ k \in \mathbb{Z}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-1106

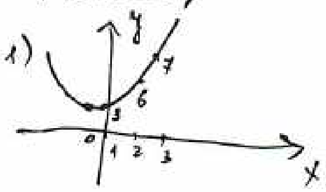
Задание № 3.

$y = ax^2 + bx + c.$

так как минимальное значение на отрезках $[0;1]$, $[1;2]$, $[2;3]$ возрастает, следовательно ветвь параболы на промежутке $[1;3]$ возрастает.

Рассмотрим случаи:

1)



$a > 0$

$x_в < 0.$

тогда минимальные значения будут достигаться в левой точке на промежутке

$$\begin{cases} a\cdot 0^2 + b\cdot 0 + c = 3 \Rightarrow c = 3 \\ a\cdot 1^2 + b\cdot 1 + c = 6 \Rightarrow a+b+c = 6 \Rightarrow a+b = 3 \Rightarrow a = 3-b \\ a\cdot 2^2 + b\cdot 2 + c = 7 \Rightarrow 4\cdot(3-b) + 2b + 3 = 7 \end{cases}$$

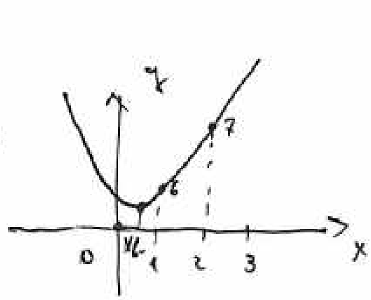
$12 - 4b + 2b + 3 = 7$

$-2b = -8$

$b = 4$

$a = -1$ не уд.

2)



$a > 0$

$x_в \in [0;1]$

$x_в = \frac{-b}{2a}$

$-\begin{cases} a+b+c = 6 \\ 4a+2b+c = 7 \end{cases}$

$-3a - b = -1$

$-3a = -1 + b$

$3a = 1 - b$

$a = \frac{1-b}{3}$

$\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 \cdot a + b\cdot\left(-\frac{b}{2a}\right) + c = 3$

$\frac{b^2}{4a^2}\cdot a + \left(-\frac{b^2}{2a}\right) + c = 3$

$\frac{b^2}{4a} + \frac{-b^2}{2a} + c = 3$

$x_в = \frac{-b}{\frac{2-2b}{3}} = \frac{-3b}{2-2b}$

Заметим, что в этом случае $D < 0$

$b^2 - 4ac < 0$

$b^2 < 4ac$

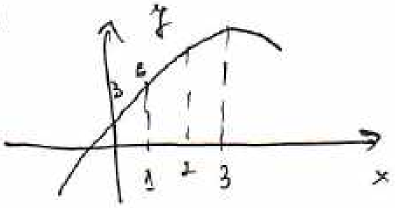
тогда $c > \frac{b^2}{4a}$

возникает противоречие, с полученным ранее не уд. всем чем

на обр. →

М11-1106

3)



$a<0$

$x_{в.} \geq 3$

$$\begin{cases} c=3 \\ a+b+c=6 \Rightarrow a=3-b \\ 4a+2b+c=7 \Rightarrow 4(3-b)+2b+3=7 \end{cases}$$

$$12-4b+2b=4$$

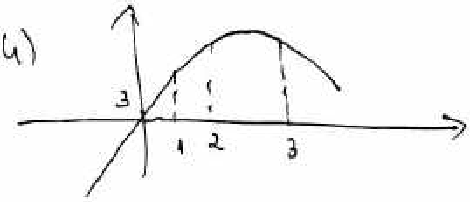
$$-2b=-8$$

$$b=4$$

$$a=-1$$

$y=-x^2+4x+3$ — подходит для ответа.

4)



$a<0$

$x_{в.} \in (2;3)$

$$\begin{cases} c=3 \\ a=3-b \\ \left[\begin{array}{l} 4a+2b+c=7 \\ 9a+3b+c=7 \end{array}\right. \end{cases}$$

$\leftarrow$ этот случай уже был рассмотрен в п. 3.

$$\begin{cases} c=3 \\ a=3-b \\ 9a+3b+c=7 \end{cases}$$

$$27-9b+3b+3=7$$

$$-6b=-23$$

$$b=\frac{23}{6}$$

$$a=3-\frac{23}{6}=-\frac{5}{6}$$

$y=-\frac{5}{6}x^2+\frac{23}{6}x+3$ — подходит для ответа

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М 11 - 1106

Задание 6 продолжение:

$\frac{BM}{MC} = \frac{2}{3}$. $\Rightarrow LM \parallel AC$

$LM = 3$

$AC = 2LM = 6$.

Ответ: 6.

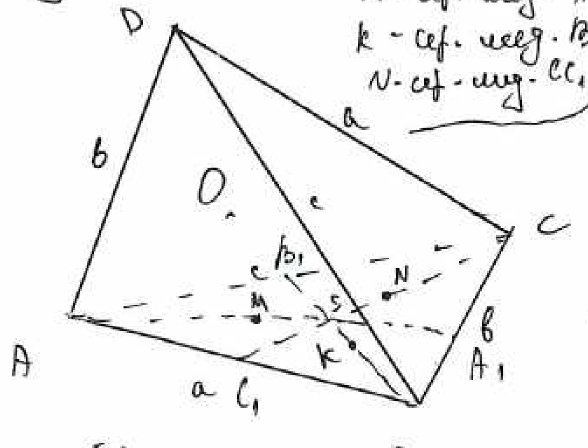
Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-1106

Задание 7. Зная количество разрядов, в которых цифры числа Y совпадают с цифрами кода, у 80 чисел Y можно гарантированно назвать код X. В случае, если сказано, что какое-то количество разрядов совпадает, то значит, что остальные не совпадают и в них либо 1 (если в Y 2), либо 2 (если в Y 1). Докажем, что зная n количество совпадающих разрядов у каждого из 80 чисел Y, можно однозначно определить, какие именно разряды. Если сказано, что в числе Y_1 k разрядов совпадают, а в числе Y_2 m разрядов совпадают $(m \geq k)$, то в случае обнаружения больше, чем k одинаковых значений в соответствующих разрядах этих чисел, можно утверждать, что эти значения точно неверны. А так как чисел Y 80 и каждый раз сравнивая числа Y получится определять неверные, то в конечном итоге останутся только верные, а неверные можно будет заменить на верные. ч.т.д.

Задание 4.



M – сер. мед. AA_1,
K – сер. мед. BB_1,
N – сер. мед. CC_1
$OM = OK = ON$ (радиусы сферы)
найти?

1) заметим, что $\triangle ABD = \triangle DBC = \triangle ADC = \triangle ABC$ по 3 сторонам.

2) $B_1K = KB$, $2B_1S = SB$.
$B_1K = 1{,}5x$, $SB = 1{,}5x$
аналогично с CC_1 и AA_1
⇓
$MK \parallel AB$, $MN \parallel AC$, $BC \parallel KN$
⇓
$MK = \frac{1}{4}a$, $KN = \frac{1}{4}b$, $MN = \frac{1}{4}c$.

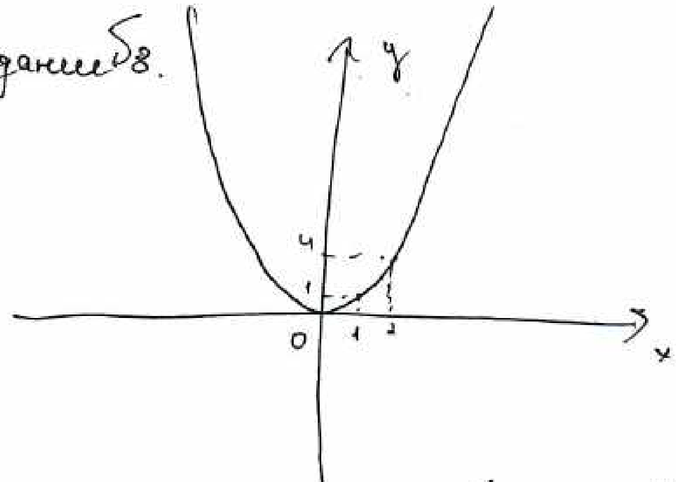
рассмотрим $\triangle MKN$
тогда

$$R = \frac{a+b+c}{4}$$

Ответ: $R = \frac{a+b+c}{4}$

на обр. →

Задание 8. M11-1106



отрезок не должен превышать расстояния между точками касания, для того, чтобы он мог переместиться относительной полуплоскости положительную.
найти абсциссы касательной.

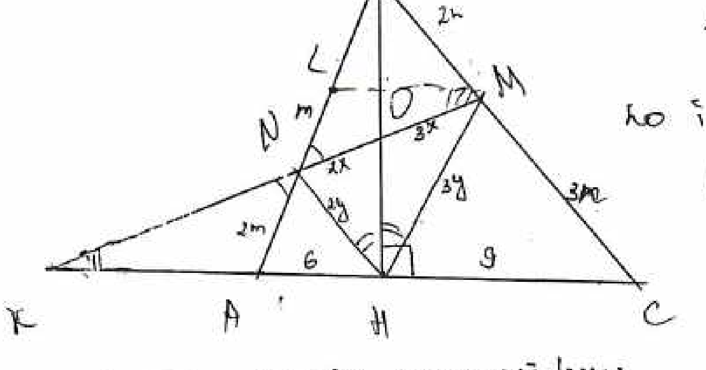
$y = x^2$
$y = ax + b$

$x^2 - ax - b = 0$
$D = 0$
$D = a^2 + 4b$.
$a^2 = -4b$.

точка касания должна быть такой, чтобы ~~отрезок d~~ при увеличении x на 1, y увеличивалось больше, чем в 2 раза.
Также отрезок d не должен превышать 4.

Ответ. $d \in (0; 4]$.

Задание 6



т.к. прямые NH и HM симм. относ. BH ⇒
$\angle NHB = \angle BHM$.

по т. Менелая △ABC и сек KM

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BN}{NA} \cdot \frac{AK}{KC} = 1$$

по т. Менелая △ABH и сек OK:

$$\frac{HO}{OB} \cdot \frac{BN}{AN} \cdot \frac{AK}{KH} = 1$$

также из-за симметрии

$\cancel{\frac{MN}{NK} = \frac{CK}{AK}}$ $\cancel{\frac{AH}{HC} = \frac{KN}{NM}}$

$$\frac{AH}{HC} = \frac{AN}{MC} = \frac{NH}{HM}.$$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-978

Лист 1

№5

$$3^{-\frac{1}{2}}+6^{-\frac{1}{2}+\log_6 \sin x}=2^{-\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$$

ОДЗ: $\sin x>0$ и $\cos x>0 \to x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{6}}\cdot 6^{\log_6 \sin x}=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 2^{\log_2 \cos x}$$

(по св-ву логарифма: $a^{\log_a b}=b$)

$$\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{\sin x}{\sqrt{6}}=\frac{\cos x}{\sqrt{2}} \quad \Big| \cdot\sqrt{6}$$

$$\sqrt{2}+\sin x=\sqrt{3}\cdot\cos x$$

$$\sqrt{3}\cdot\cos x-\sin x=\sqrt{2} \quad \Big| : 2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\cos x-\frac{1}{2}\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

тогда пусть $\frac{\sqrt{3}}{2}=\sin\frac{\pi}{3}$, $\frac{1}{2}=\cos\frac{\pi}{3}$, используя формулу свернем левую часть в синус разности

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l}\frac{\pi}{3}-x=\frac{\pi}{4}+2\pi k \\ \frac{\pi}{3}-x=\frac{3\pi}{4}+2\pi k\end{array}\right. \quad k\in\mathbb{Z}$$

$$\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+2\pi k \quad k\in\mathbb{Z} \\ x=-\frac{5\pi}{12}+2\pi k \text{ - не подходит}\end{array}\right.$$

Корень $x=-\frac{5\pi}{12}+2\pi k$ не подходит по ОДЗ, так как не лежит на промежутке от 0 до $\frac{\pi}{2}$

Ответ: $x=\frac{\pi}{12}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$

№2

$$y=\sqrt{\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$$

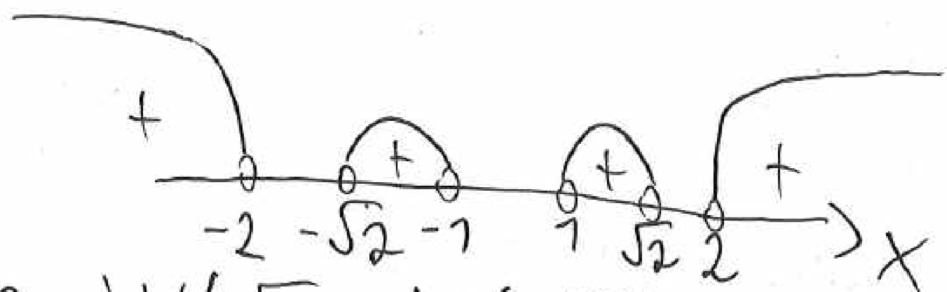
ОДЗ?

$\lg(x^2-1)\neq 0 \to x^2-1\neq 1 \to x\neq\sqrt{2}$, $x\neq-\sqrt{2}$

$x^2-1>0 \to \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-1 \end{array}\right.$

$\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}>0$, используя метод рационализации,

получаем $\frac{(x-2)(x+2)}{x^2-2}>0$ решим ~~x~~ с учётом найденного выше ограничения.



Ответ: $x\in(-\infty;-2)\cup(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})\cup(2;+\infty)$

№1

Заметим, что ~~если~~ $35\cdot630\cdot0{,}9=1984{,}5<20000$,

~~а $36\cdot630\cdot0{,}9=2041{,}2>20000$~~

а $36\cdot630\cdot0{,}9=20412>20000$, то есть,

мы максимум можем приобрести 35 пачек.

Теперь приведём пример, как получить 35 пачек.

Сначала купим 15 пачек, то есть затратим $15\cdot630\cdot0{,}9=$ 8505 рублей, а останется $20000-8505=11495$ рублей

$18<\frac{11495}{630}<19$, т.е мы можем купить ещё 18 пачек и

потратим $18\cdot630\cdot0{,}9=10206$ рублей, тогда

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-978

(заполняется организатором)

Лист 2

Останется $11495 - 10206 = 1289$ рублей.

и на данные деньги мы можем купить ещё 2 пачки, так как $2 \cdot 630 = 1260 < 1289$

т.е всего мы купили $15+18+2=35$ пачек, что является максимально возможным.

Ответ: 35

№3

Пусть нам задан квадратный трёхчлен с коэффициентами a, b, c, т.е $ax^2+bx+c = f(x)$

Рассмотрим случай, когда максимумы на данных отрезках достигаются на их концах ~~в точках при $x=0$, x~~ в т. 0, 1 и 2 соответственно.

то $f(0) = c = 3$

$f(1) = a+b+3 = 6 \to a+b=3 \to a = 3-b$, подставим в $f(2)$:

$f(2) = 4a+2b+3 = 8 \to 4a+2b = 5$ и получим

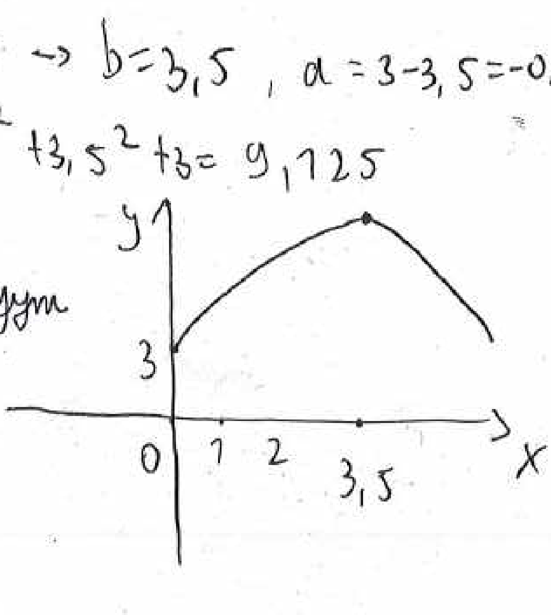
$4(3-b)+2b=5 \to 12-2b=5 \to b=3{,}5$, $a=3-3{,}5=-0{,}5$

$x_в = -\frac{b}{2a} = 3{,}5$ $y_в = -\frac{1}{2}\cdot(3{,}5)^2+3{,}5^2+3 = 9{,}125$

~~Но при данн~~

Но у такой параболы max будут в точках $f(1), f(2) f(3)$,

т.е данный случай не подходит.



Теперь рассмотрим случай, когда максимумы на данных отрезках достигаются на их концах в точках 1, 2, 3, то есть в $F(1), F(2), F(3)$ соответственно.

$F(1)=a+b+c=3$

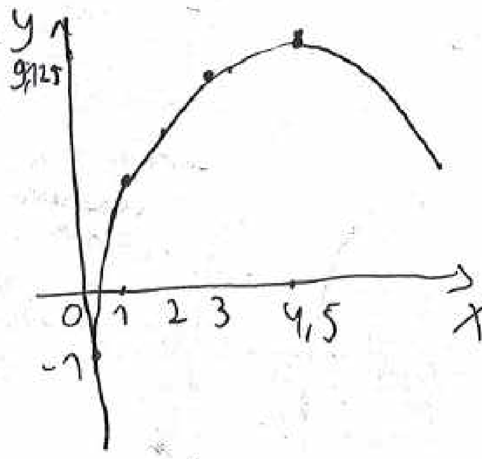
$F(2)=4a+2b+c=6$

$F(3)=9a+3b+c=8$

вычтем из $F(2)$ $F(1)$ и получим $3a+b=3$, $b=3-3a$
и подставим $b=3-3a$ в $F(1)$, тогда $a+3-3a+c=3$
и $c=2a$ и ~~получим квадратный тр~~
подставим в $F(3)$, $9a+9-9a+2a=8 \to$
$\to a=-\frac{1}{2}$, $c=-1$, $b=4,5$

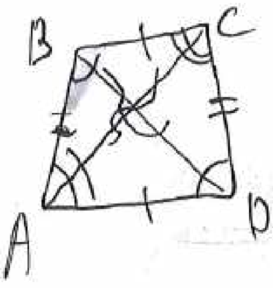
$x_в=-\frac{b}{2a}=4,5$, $y_в=-\frac{1}{2}\cdot 4,5^2+4,5^2-1=9,125$

построим график и убедимся, что в $F(1), F(2)$ и $F(3)$ достигаются максимумы на заданных отрезках, то есть нам подходит квадратный трёхчлен $-\frac{1}{2}x^2+\frac{9}{2}x-1$



№ 4

Рассмотрим четырёхугольник $ABCD$, где $AB=CD=a$
$BC=AD=b$, $AC=BD=c$



Рассмотрим $\triangle ABD$ и $\triangle BCD$, они равны по 3 сторонам $\to$
$\to \angle BAD=\angle BCA$, аналогично из равенства $\triangle ADC$ и $\triangle ABC$ следует что $\angle ADC=\angle ABC$, т.к сумма углов четырёхугольника $=360°$, то $\angle BAD+\angle ABC=180° \to$
$\to AD$ и BC параллельны, но так как $AD=BC$, то

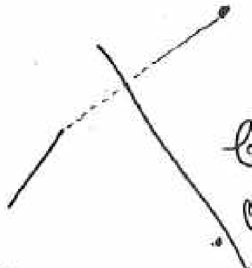
Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

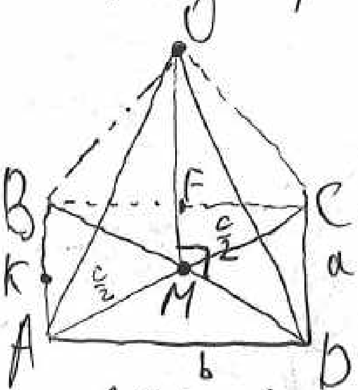
Код участника: M-11-978
(заполняется организатором)

Лист 3.

ABCD-параллелограмм, у которого диагонали AC и BD равны по условию, значит параллелограмм является прямоугольником. Точка O по условию равноудалена от вершин прямоугольника



A, B, C и D, а значит в тетраэдре OABCD точка



O спроецируется на плоскость ABC в точку M – точку пересечения диагоналей прямоугольника ABCD.

Пусть K-сер AB, F-сер BC, тогда сфера проходит через т. O, K, F, M.

№14

т.к $\angle CAB = \frac{\angle BAD}{2}$, $\angle MAB = \frac{\angle KAB}{2}$, то их сумма равна $\frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$ ($\angle KAD$-развернутый)

Выход 11^{51}

Вход 11^{56}

Бланк ответа №1

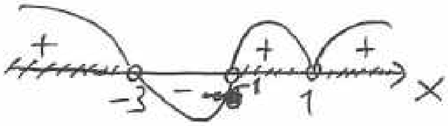
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) Ж11 – 959

② $y=\lg\left(\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}\right)$

$D_f:\ \frac{3-2x-x^2}{1-x^2}>0 \Leftrightarrow \frac{x^2+2x-3}{(x-1)(x+1)}>0 \Leftrightarrow \frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+1)}>0$

$x\in(-\infty;-3)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$



Т.О. $D_f=(-\infty;-3)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$

Ответ: $(-\infty;-3)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$

⑤ $2-6^{\frac12+\log_6\sin x}=2^{\frac12+\log_2\cos x} \Leftrightarrow 2-\sqrt6\cdot 6^{\log_6\sin x}=\sqrt2\cdot 2^{\log_2\cos x} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2-\sqrt6\cdot\sin x=\sqrt2\cdot\cos x \Leftrightarrow \sqrt6\sin x+\sqrt2\cos x=2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sqrt8\left(\frac{\sqrt6}{\sqrt8}\sin x+\frac{\sqrt2}{\sqrt8}\cos x\right)=2 \overset{(*)}{\Leftrightarrow} \cancel{\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{2}{\sqrt8} \Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt2}{2}} \Leftrightarrow$

$\cancel{\begin{cases}\sin\varphi=\frac{\sqrt6}{\sqrt8}\\ \cos\varphi=\frac{\sqrt2}{\sqrt8}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sin\varphi=\frac{\sqrt3}{2}\\ \cos\varphi=\frac12\end{cases} \Leftrightarrow \varphi=\frac{\pi}{3}}$ $(*)\begin{cases}\cos\varphi=\frac{\sqrt6}{\sqrt8}\\ \sin\varphi=\frac{\sqrt2}{\sqrt8}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\cos\varphi=\frac{\sqrt3}{2}\\ \sin\varphi=\frac12\end{cases} \Leftrightarrow \varphi=\frac{\pi}{6}\ (*)$

$\cancel{\Leftrightarrow\ x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{4}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}}$

$\cancel{x+\frac{\pi}{3}}$

$\overset{(*)}{\Leftrightarrow}\ \sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt2}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{4}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\\ x+\frac{\pi}{6}=\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}\end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\\ x=\frac{7\pi}{12}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$

Ответ: $\left\{\frac{\pi}{12}+2\pi k \mid k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{\frac{7\pi}{12}+2\pi n \mid n\in\mathbb{Z}\right\}$

Бланк ответа № 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11 - 959
(заполняется организатором)

(1)

Максимально возможное кол-во наборов можно приобрести, если каждый набор будет со скидкой. А, т.к. при покупке ~~боле~~ 20 и более наборов скидка, то покупку надо разбить на несколько опат.

Максимальное число наборов ~~в теории~~ : $\left[\frac{30000}{620}\right] = 48$ ~~0,85~~ — без скидки, т.е. $48 \cdot 620р = 29760р$, а с учётом 15% скидки можно (в теории) купить 56 наборов, т.к. ~~30000~~ $620 \cdot 56 \cdot 0{,}85 = 29512 < 30000$, т.к. $620 \cdot 0{,}85 \cdot x < 30000 \Leftrightarrow x \le 56$.

Приведу пример, когда можно сделать заказ на 56 товаров менее, чем за 30000: ~~Купим~~ Разделим нашу покупку на 2 группы: 20 и 36 товаров. И все они будут со скидкой, т.к. $20 \geq 20$ и $36 \geq 20$. ~~А сумма~~ В итоге мы заплатим $29512 < 30000$.

Ответ: 56 наборов

(3) $f(x) = ax^2 + bx + c$

$\min\limits_{[0;1]} f = 3$, $\min\limits_{[1;2]} f = 6$, $\min\limits_{[2;3]} f = 7 \Rightarrow f\uparrow \Rightarrow a \geq 0$

~~$a = 0$ $f(x) = bx + c$~~

$\min\limits_{[0;1]} f = 3 \leq \alpha$, $\min\limits_{[1;2]} f = 6 \leq \beta$, $\min\limits_{[2;3]} f = 7 \leq \gamma$, $|\alpha, \beta| > |\beta, \gamma|$

вершина параболы лежит или в отрезке [0; 1] или на луче ~~(-∞;0]~~ $(-\infty; 0]$

В любом случае $\min\limits_{[1;2]} f = 6$ при $x = 1$, $\min\limits_{[2;3]} f = 7$ при $x = 2$

(См. след. стр)

Бланк ответа №3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-959
(заполняется организатором)

Отсюда появляется 2 условия: $\begin{cases} a+b+c=6 \\ 4a+2b+c=7 \end{cases}$

Мы знаем, что касательная к вершине параболы будет иметь вид: $y=c$, где c – число.

Если вершина лежит в $[0;1]$, то: $f'(x)=2ax+bx$

x_0 – абсцисса вершины параболы

$l: y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$ – т.к. кас к вершине параболы $\Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} f(x_0)-f'(x_0)x_0=3 \\ f'(x_0)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2ax_0+b=0 \\ ax_0^2+bx_0+c-2ax_0^2+bx_0=3 \end{cases}$

получим систему:

$\begin{cases} a+b+c=6 \\ 4a+2b+c=7 \\ 2ax_0+b=0 \\ ax_0^2+bx_0+c-2ax_0^2+bx_0=3 \end{cases} \Leftrightarrow$ $b=1-3a$, $c=5+2a$, $x_0=\dfrac{3a-1}{2a}$

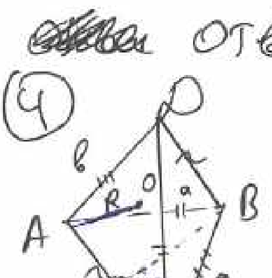
$a\left(\dfrac{3a-1}{2a}\right)+\cancel{2\dfrac{(3a-1)}{2a}}\ 2(1-3a)\left(\dfrac{3a-1}{2}\right)+3-5-2a=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 17a^2-17a+2=0 \overset{a>0}{\Rightarrow} a=\dfrac{17+\sqrt{153}}{34}$

Т.о. $f(x)=\dfrac{17+\sqrt{153}}{34}x^2-\left(\dfrac{17+3\sqrt{153}}{34}\right)x+6+\dfrac{\sqrt{153}}{17}$

Ответ: $\dfrac{17+\sqrt{153}}{34}x^2-\left(\dfrac{17+3\sqrt{153}}{34}\right)x+6+\dfrac{\sqrt{153}}{17}$

(4)

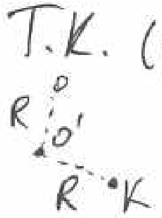


∃ $[BM]$ – мед. $|BM|=\cancel{\dfrac{a^2+b^2}{c}}\ \dfrac{1}{2}\sqrt{2(a^2+b^2)-c^2}$

Анал. $[CM']$ – мед. $|CM'|=\dfrac{1}{2}\sqrt{2(c^2+b^2)-a^2}$

и $[AM'']$ – мед. $|AM''|=\dfrac{1}{2}\sqrt{2(a^2+c^2)-b^2}$

Т.К. (·) O равноудалена от всех вершин, то ∃ (·) – середины медиан симметричны отн-но этой (·).



найдем радиус опис. окр-ти около △ABC:

$RS=\dfrac{abc}{4R} \Leftrightarrow R=\dfrac{abc}{4S}$ (См. след. стр)

Бланк ответа №4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-559

(заполняется организатором)

$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$p=\frac{a+b+c}{2}$, т.е. $R=\frac{abc}{\sqrt{\left(\frac{a+b+c}{2}\right)\left(\frac{a+b-c}{2}\right)\left(\frac{a+c-b}{2}\right)\left(\frac{b+c-a}{2}\right)}}$ – он же радиус в тетраэдре.

по т. sin:

$R=\frac{a}{\sin\alpha} \Rightarrow \sin\alpha=\frac{a}{R} \Rightarrow \sin^2\alpha=\left(\frac{a}{R}\right)^2 \Rightarrow \cos\alpha=\sqrt{1-\frac{a^2}{R^2}}=$

$=\sqrt{\frac{R^2-a^2}{R^2}}$

по т. cos:

искомый радиус (R'): $R'=\sqrt{R^2+\left(\frac{|BM|}{2}\right)^2-2R\cdot\frac{|BM|}{2}\cdot\cos\alpha}=$

$=\left(\frac{abc}{\sqrt{\left(\frac{a+b+c}{2}\right)\left(\frac{a+b-c}{2}\right)\left(\frac{a+c-b}{2}\right)\left(\frac{b+c-a}{2}\right)}}\right)^2+\frac{1}{16}\cdot 2a^2+2b^2-c^2-\sqrt{\frac{R^2-a^2}{R^2}}\cdot$

$\cdot\frac{abc}{\sqrt{\left(\frac{a+b+c}{2}\right)\left(\frac{a+b-c}{2}\right)\left(\frac{a+c-b}{2}\right)\left(\frac{b+c-a}{2}\right)}}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{2(a^2+b^2)-c^2}$

Ответ: $\frac{(abc)^2}{\left(\frac{a+b+c}{2}\right)\left(\frac{a+b-c}{2}\right)\left(\frac{a+c-b}{2}\right)\left(\frac{b+c-a}{2}\right)}+\frac{1}{16}(2a^2+2b^2-c^2)-\sqrt{\frac{R^2-a^2}{R^2}}\frac{abc\sqrt{2(a^2+b^2)-c^2}}{2\sqrt{\left(\frac{b+c-a}{2}\right)\left(\frac{a+b+c}{2}\right)\left(\frac{a+b-c}{2}\right)\left(\frac{a+c-b}{2}\right)}}$

(7) Код X составлен из „1" и „2", а код Y" составлен аналогично.

Рассмотрим случай, когда мощность элементов (количество разрядов цифр) в числе Y будет минимальной.

Если разряд 1, то „1" или „2", т.е 2 варианта

Если 2 разряда, то „11", „22", „12", „21" – 4 варианта

...

i разряд имеет 2^i вариантов, т.е зная 80 элементов Y оценим ~~...~~ какое кол-во цифр мы будем знать.

(См. след стр.)

Бланк ответа №5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-959
(заполняется организатором)

$2^1+2^2+\ldots+2^5=62$

$2^1+2^2+\ldots+2^6=126$, т.е. зная 80 элементов из множества Y мы однозначно, путём несложного перебора сможем определить X.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11 – 967

N2.

$F(x) = \lg\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$; $D(F)$ – ? ($F(x)$ – сущ. тогда и только когда когда $\lg(..)$ сущ., а это он сущ. т.и.т.к. $\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0$)

$x \neq 1$

$\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2-2x+3}{1-x^2} > 0 \Leftrightarrow \frac{-(x-1)(x+3)}{(1-x)(x+1)} > 0 \Leftrightarrow \frac{x+3}{x+1} > 0$

Ответ: $(-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

N1.

Мы сумеем купить макс. кол-во наборов когда за каждый набор будем получать кэшбэк. А точнее покупать пряжи по ≥ 20 наборов за каждую операцию, что в конце у нас будет хватать денег ровно на 20 пряжей, тогда за ост. деньги мы купим уже наборы без кэшбэка.

Заметим, что при кэшбэке за каждые 20 наборов 3 дают бесплатно (кэшбэк покрывается: $\frac{12400}{100} \cdot 15 = 3 \cdot 620$), а также, что изначально денег у нас хватает на 48 наборов. ($48 \cdot 620 = 29760 < 30000 < 49 \cdot 620$) (93 руб. – кэшбэк за 1 набор)

Если купить 31 набор, то накопиться ≥ 4 набора: $48 - 31 + 4 = 21 \neq 20$ ✗

Если купить 32 набора, то $30000 - \underset{32 \cdot 620}{19840} + \underset{32 \cdot 620 \cdot 0,15}{2976} = 13136 = 21 \cdot 620 + \ldots > 21 \cdot 620$ ✗

Если купить 33 набора, то $30000 - 20460 + 3069 = 12509 = 20 \cdot 620 + 109$ ✓

Если купить 34 набора, то уже ~~будет~~ останется денег меньше, чем на 20 наборов.

На 12509 руб. покупаем 20 наборов, а на их кэшбэк ещё 3. В итоге получилось

$33 + 20 + 3 = 56$ наборов и ещё 109 рублей в остатке.

Примечание: Даже если бы мы получали кэшбэк за каждый отдельный набор, то ~~[illegible]~~ денег бы хватило только на 6 наборов ($(620-93) \cdot 56 = 29512 < 30000 < (620-93) \cdot 57$)

Ответ: 56

Бланк ответа

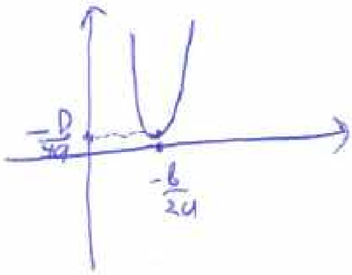
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 – 967

№3. $\min f(x) = a$; иначе для $[1;2] = b$; для $[2;3] = c$
$[0;1]$

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$f'(x) = 2ax + b$; при $f'(x) = 0$ наша $f(x)$ достигает экстремума (при $a>0$) или инфинума (при $a<0$), назовём эту точку $(x_1; y_1)$



1) $a>0 \Rightarrow x_1 < 1$ (иначе 1) $x_1 \in [1;2]$, то $b<a$ ✗
2) $x_1 \in [2;3]$, то $c<b$ ✗
3) $x_1 > 3$, то $c<b$ ✗)

1.2) $x_1 \in [0;1]$

тогда $f(1) = b$ $(=6)$; $f(2) = c$ $(=7)$

$$\begin{cases} a+b+c=6 \\ 4a+2b+c=7 \end{cases}, \text{ а также } f\left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{-D}{4a} = 3$$

Это уравнение с 3 неизвестными и мы его можем решить:

$a = 7 + 4\sqrt{3}$; $b = -12\sqrt{3} - 20$; $c = 19 + 8\sqrt{3}$

1.3) $x_1 \notin [0;1]$

тогда $f(0) = 3$; $f(1) = 6$; $f(2) = 7$

$$\begin{cases} c=3 \\ a+b+c=6 \\ 4a+2b+c=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=3 \end{cases} \text{ ✗, т.к. } a>0$$

2) $a<0 \Rightarrow x_1 > 2$ (иначе 1) $x_1 \in [1;2]$: $b>c$ ✗
2) $x_1 \in [0;1]$: $a>b$ ✗
3) $x_1 < 1$; тогда $a>b$ ✗)

2.1.) $x_1 \notin [2;3]$

тогда $f(1) = 3$; $f(2) = 6$; $f(3) = 7$ $\Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=6 \\ c=-2 \end{cases}$ ✓

2.2.) $x_1 \in [2;3]$

тогда $f(1) = 3$; $f(2) = 6$; $f\left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{-D}{4a} = 7$

уравнение с 3 неизвестными, решаем:

~~$a = -17 - 2\sqrt{70}$; $b = 20 + 2\sqrt{70}$; $c = 3$~~

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=-1 \\ b=6 \\ c=-2 \end{cases} \\ \begin{cases} a=-9 \\ b=30 \\ c=-18 \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $\{-x^2 + 6x - 2;\ (7+4\sqrt{3})x^2 - (12\sqrt{3}+20)x + 19 + 8\sqrt{3};\ -9x^2 + 30x - 18\}$

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 - 967

№5.

ОДЗ: $\begin{cases}\sin x>0\\ \cos x>0\end{cases}$

$2-6^{\frac{1}{2}+\log_6 \sin x}=2^{\frac{1}{2}+\log_2 \cos x} \Leftrightarrow 2-\sqrt{6}\cdot 6^{\log_6 \sin x}=\sqrt{2}\cdot 2^{\log_2 \cos x} \Leftrightarrow$

$\Rightarrow 2-\sqrt{6}\sin x=\sqrt{2}\cos x$ ~~$\Leftrightarrow 4-4\sqrt{6}\sin x+6\sin^2 x=2\cos^2 x \Leftrightarrow 8\sin^2 x-4\sqrt{6}\sin x+2=0 \Leftrightarrow$ $\sin x=t$~~

~~$\Rightarrow 8t^2-4\sqrt{6}t+2=0 \Leftrightarrow 4t^2-2\sqrt{6}t+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{2\sqrt{6}-2\sqrt{2}}{8}\\ t=\frac{2\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{8}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\\ t=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\end{array}\right.$~~

$t=\cos x$

$\Rightarrow (2-\sqrt{2}\cos x)^2=6\sin^2 x \Leftrightarrow 8\cos^2 x-4\sqrt{2}\cos x-2=0 \Leftrightarrow 4t^2-2\sqrt{2}t-1=0 \Leftrightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{2\sqrt{2}-2\sqrt{6}}{8}\\ t=\frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{6}}{8}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}\\ t=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\end{array}\right. \overset{\text{ОДЗ}}{\Leftrightarrow} \cos x=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4} \Leftrightarrow x=\arccos\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\right)+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

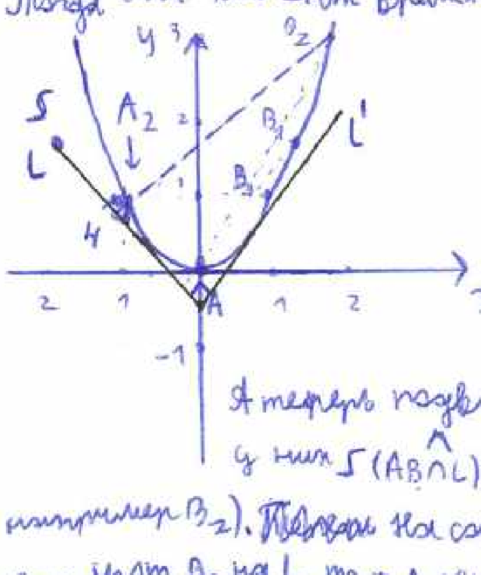
Ответ: $\bigcup\limits_{k\in\mathbb{Z}}\left\{\arccos\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}\right)+2\pi k\right\}$

№8.

пусть прямая, которая бежит по $y=x^2$ $=AB$; и ($A_x<B_x$ ~~[illegible]~~ всегда)

Изначально $\begin{cases}A_x<0\\ B_x<0\end{cases}$, а в конце $\begin{cases}A_x>0\\ B_x>0\end{cases}$ $\Leftrightarrow$ изначально $B_x<0$, в конце $A_x>0$

Тогда был момент времени, когда A_x был $=0$, рассмотрим этот случай;



т.B будем перемещать. Проведем касательные к $y=x^2$, такие, что $k=1$ и $k=-1$

$y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0) \Rightarrow f'(x_0)=1$ и $f'(x_1)=-1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x_0=1$ и $2x_1=-1 \Leftrightarrow x_0=\frac{1}{2}$ и $x_1=-\frac{1}{2}$

Назовём эти прямые l и l'. Зачем нам это нужно?

А теперь подвигаем т.B: т.B_1: $(AB)\perp l$; т.к. все т.B ниже чем B_1 (левее), у них $\angle(AB\hat{}l)B>90^\circ$, например B_3, а у точек правей B_1 наоборот $<90^\circ$ например B_2). ~~Тогда~~ На самом деле т.B_2 нам не подходит. И правда, если мы проведем ~~окр. из т.B_2 на l, то т.A_2: $(y=A)$ $AB_2=AB_1$, если мы [illegible] т.[illegible]~~ т.$[A;B_2]$, то окажется что вторую прямую из B_2 по длине равной $|AB_2|$ и так, что $A_{2x}<0$, то окажется, что и в т.A_2, и в т.A ~~[illegible]~~ т.B_2 одна и та же, абсцисса?!; т.к. абсциссы точек только возрастали, а т.B_2 в 2-х моментах оказалась одной и той же. Тогда нам подходят прямые всех длин, в диапазоне от AB_1 (из-за прямого угла с L при проведении окр. из т.B_1 с $r=|AB_1|$ пересечение с V будет только 1, а в B_2 из-за острого их было 2 (для $A_x<0$))

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

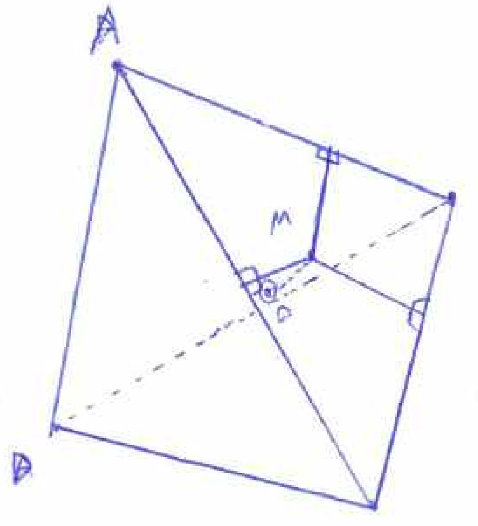
Код участника: (заполняется организатором)	М11 - 962

N8 (продолжение)

~~т.к.~~ $[AB_1] \perp l \Rightarrow$ прямая, проходящая через $[AB_1]$ имеет $k=1$ (у $l=-1$, а усл. перп: $k_1 \cdot k_2 = -1$), а также $f(0)=0 \Rightarrow y=x$; с $y=x^2$ имеет 2 пересечения: в т. $x_0=0$ и $x_1=1 \Rightarrow$

$\Rightarrow |AB| = \sqrt{2}$.

Ответ: $(0; \sqrt{2}]$



N4.

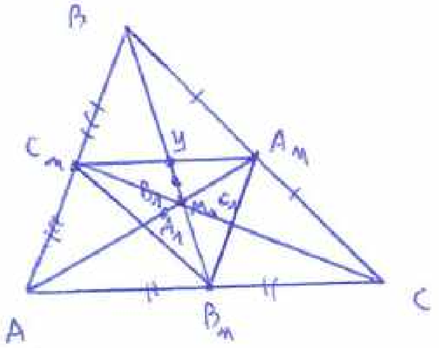
т. M – т. пересеч. сер. перпе. в $\triangle ABC$

Все точки, равноудаленные от т. A; т. B; т. C лежат на прямой $\perp (ABC)$ из т. M, ~~и~~ и т. D выбирается единственная такая т. O (центр описанной сферы тетраэдра ABCD)

1) т. B_1 – цр. $[BB_m]$; $\frac{|BM|}{|MB_m|} = \frac{2}{1}$; $\frac{|BB_1|}{|B_1B_m|} = \frac{1}{1} \Rightarrow$

$\Rightarrow |B_1M| = \frac{|BB_m|}{6}$; аналог. $|A_1M| = \frac{|AM_m|}{6}$ и $|C_1M| = \frac{|CC_m|}{6}$

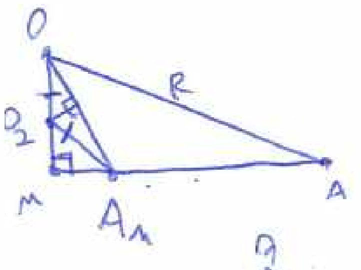
$\triangle A_1B_1C_1$ имеет стороны в 6 раз меньше, чем ABC, и ещё они $\sim \Rightarrow R_{\triangle A_1B_1C_1} = \frac{1}{6} R_{ABC}$ ~~= $\frac{abc}{4}$~~



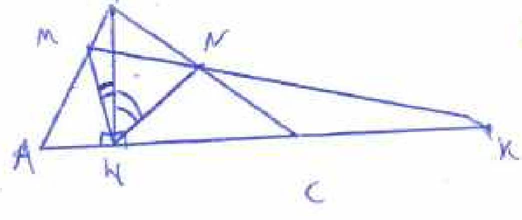
$R_{ABC} = \frac{abc}{4S_{ABC}} = \frac{abc}{4\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$

Если бы вписали R_{ABCD} касаясь т. A; B; C в вершинах, но сейчас нет.

т. O_2 – цр. новой сферы



N6.



положение т. K не зависит от выбора угла между MH и BH, поэтому можем выбрать любой,

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: МН-967

(заполняется организатором)

Выход 10^{55} Вход 11^{00}

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11 – 877

(заполняется организатором)

№ 2

$$y = \lg \frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$$

$$\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0$$

$$\frac{-(x-1)(x+3)}{(x+1)(-x+1)} > 0$$

$$\frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+1)} > 0$$

$x \in (-\infty; -3]; (-1;1); (1;+\infty)$

значит область определения ф-ции: $(-\infty;-3]; (-1;1); (1;+\infty)$

Ответ: $(-\infty;-3]; (-1;1); (1;+\infty)$

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-877
(заполняется организатором)

№ 3

~~5~~ ситуации:

I. $a > 0$; ~~$f(x_0)$~~ $x_0 \in [0; 3]$

1. если $x_0 \in$ ~~[0;1]~~ $[2; 3]$
нет. т.к. на промежутках $[0;1]$ и $[1; 2]$
она принимает меньш. значение
2. если $x_0 \in [1; 2]$
нет. т.к. на промежутке $[0; 1]$ она принимает меньшее значе.
3. если $x_0 \in [0; 1]$
~~нет. т.к.~~ тогда должно быть $|f(x_0) - f(1)| < |f(1) - f(2)|$
(т.к. фун. будет принимать минимально зн. при меньшем x в про-ках $[2;3]$ и $[1;2]$)
но получ. $|3-6| < |6-7|$

II если $a<0$ $\quad 3 < 1$ противор.

$x_0 \in [0; 3]$

1 и 2. если $x_0 \in [0; 2]$ нет. т.к. на $[2; 3]$ $f(x) = 7$
а это тогда больше ~~знач~~ значение в вершине
противорение:

3. если $x_0 \in [2; 3]$
тогда $f(x_0) = 7 \quad f(1) = 6 \quad f(0) = 3$

т.к. в $x=1$ $f(x)$ на пром. $[1; 2]$ будет мин.

т.к. в $x=0$ $f(x)$ на промеж. $[0;1]$ будет мин

~~3и. противоречий нет~~

тогда. для $ax^2 + bx + c = f(x)$

$c = 3 \quad a + b = 6 - 3 = 3 \quad$ и $a(x_0^2) + (3-a)x_0 + 3 = 7$

$b = 3 - a \quad$ ~~a^2+b~~ $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{a-3}{2a}$

$a^2 - 6a + 9 = -a$
$a^2 - 5a + 9 = 0$
$D = 25 - 36 < 0$ зн ~~а~~ ~~б~~ противоречие

$\Leftarrow \frac{(a-3)^2}{4a} = -4 \quad \Leftarrow \frac{(a-3)^2}{4a} - \frac{(a-3)^2}{2a} = 4$

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11 – 877

(заполняется организатором)

зн. таких a нет и это противоречие.

III $x_0 \notin [0;3]$

и т.к. на промежутке $[0;3]$ ф-ция монотонно возрастала зн. 2 случая. (и принимает мин. значен для $[0;1]$ в 0; $[1;2]$ в 1; $[2;3]$ в 2)

1. $a>0$ $x_0 < 0$

но тогда должно быть, что $|f(0)-f(1)| < |f(1)-f(2)|$

$|3-6| < |6-7|$

$3 < 1$

противоречие

2. $a<0$ $x_0 > 3$

зн. $f(2) = 7$

$f(1) = 6$ $\quad a+b+3=6 \quad a+b=3 \quad b=3-a$

$f(0) = 3 \to$ для ax^2+bx+c ; $c=3$

зн. $a \cdot 4 + 6 - 2a + 3 = 7$

$2a = -2$

$a = -1 \quad \to b = 4$

зн подходит только 1 кв. многочлен. $-x^2+4x+3 = f(x)$

Ответ: $-x^2+4x+3$

№5

$2 - 6^{\frac{1}{2}+\log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$ $\quad$ * $\begin{cases} \cos x > 0 \\ \sin x > 0 \end{cases}$

$2 - \sqrt{6} \cdot \sin x = \sqrt{2} \cdot \cos x$

$2 - \sqrt{2} \cdot 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \cos x \cdot \frac{1}{2}\right) = 0$

$2 - \sqrt{2} \cdot 2 \left(\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right) = 0$

$\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ x+\frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n \end{array}\right.$ (пост. корен т.к. $\cos x > 0$) $k, n \in \mathbb{Z}$

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-877

(заполняется организатором)

$x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k$ при $k \in \mathbb{Z}$

Ответ: $\{\frac{\pi}{12} + 2\pi \cdot k\}$ при $k \in \mathbb{Z}$

№7

разобьём код x по 5 цифр.

сумма - кол-во совпавших разрядов

~~у~~ задав y, все ~~единиц~~ цифр „1" мы узнаем сколь в x единиц. затем последовательно в каждой 5^ке^ цифр. единицы заменяем на „2" так. мы сможем узнать сколько „1" и „2" в этой пятерке. т.к всех случаев сумма будет изменятся по разному. то есть. если сумма уменьшилась на 1 зн. „2" на 1 меньше чем „1" ~~и т.д. 5 пятёрк. за такое со~~ ⇒ 2 двойки 3 едини если увели на 1 то „2" боль на 1 чем единиц, то 3 двойки и 2 единицу и т.д.

Так. проделываем с 19^тью^ 5^ками^ т.к. в 20^ой^ мы сможем посчитать из общ. суммы единиц.

~~зн~~ дальше перебираем поочереди подставляя „2" на I и II позиц. II и III и; III и IV позиц. - из чего получим, что с изменен суммы мы определи ① либо точно что какая-то явл. „2" или „1" ~~либо y~~ ~~а тогда нам~~ ② либо что какие из из этих IV одинаковы, а какие нет. и 5 определит т.к. мы знаем ~~сколько~~ каких чисел больше. зн и ~~зн~~ ① и ② мы опредим значения ~~чисел~~ цифр.

затратив на каждую 5^ку^ ~~ещ~~ ещё по 3 действ. то есть $1+19+20\cdot3 = 80$. то есть определим x за 80 у.

~~Отв~~

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-877
(заполняется организатором)

№1

т.к. 15% кэшбека зн. при покупке от 20 шт.
он по будет платить за каждую по 527.

$527 \cdot \cancel{53} x = 30000$

$x \approx 56{,}9$ зн при $x = 56$

$527 \cdot 56 + 488 = 30000$

и если мы будем заменять товар за 527 на 620
то больше не купит т.к

$527x + 488 \neq 620(x+1)$

$527x + 488 \neq 620x + 620$

$-132 \neq 93x$

$x > 0$ противореч

зн. больше 56 шт он не купит

Ответ: 56

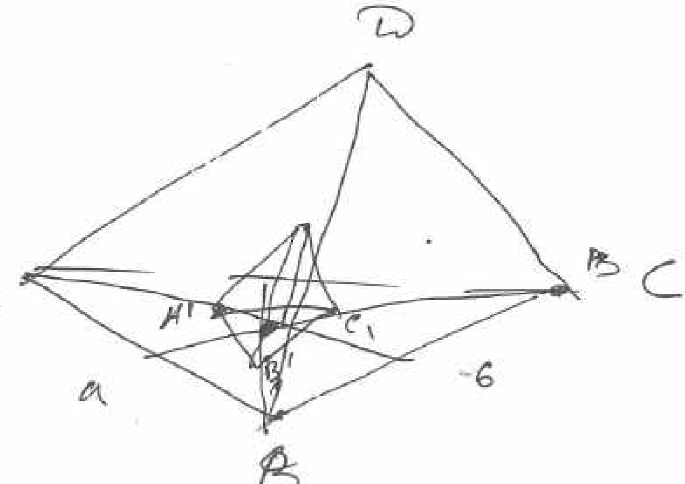
№4

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

т.к. $A_1B_1 \parallel AB$

$AC \parallel A_1C$

$BC \parallel B_1C_1$



$k = \frac{1}{3}$

$R = \frac{abc}{4S}$

$R_2 = \frac{abc : 27}{}$

$P_1 = \frac{a+b+c}{2}$ $P_2 = \frac{P_1}{3}$

высота из O на $(A_1B_1C_1)$
будет падать в центр опис окр
$A_1B_1C_1$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-833

Страница 1

~~Задание 3~~

~~Заметим, что параболы ветвями вниз нам не подходят т.к. наша функция возрастает на промежут-~~

Задание 3. Пусть ax^2+bx+c – данный трехчлен

Рассмотрим 2 случая

① $a>0$

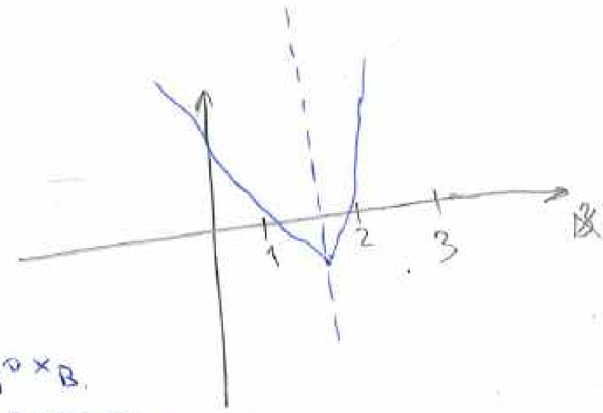
② $a<0$

I случай

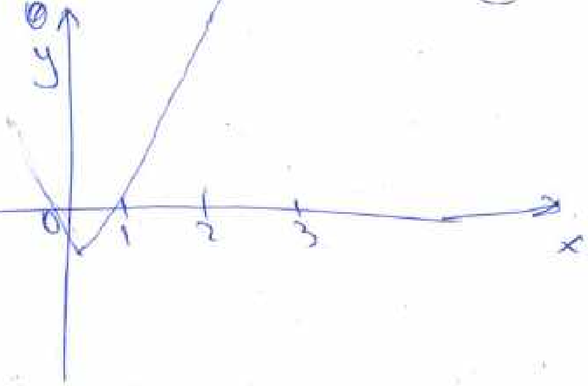
если $a>0$, то $x_B \in (-\infty;1)$ иначе

т.к. парабола симметрична x_B, то

$f(0)>f(2)$ т.к. от x_B до 0 расстояние ≥ 1, а до 2 ≤ 1, а наша парабола возрастает в зависимости от расстояния до x_B.



Значит возможна следующая ситуация



Тогда $f(2)$ – наибольшее на промежутке $[1,2]$

$f(3)$ – на $[2;3]$

$f(2)=6$

$f(3)=8$.

А на промежутке $[0;1]$ возможно 2 случая 1) $f(0)=3$ 2) $f(1)=3$.

$f(2)=6 \Rightarrow 4a+2b+c=6 \Rightarrow 5a+b=2 \Rightarrow b=2-5a$.

$f(3)=8 \Rightarrow 9a+3b+c=8$

① $f(0)=3 \Rightarrow 0a+0b+c=3 \Rightarrow c=3$, $4a+2(2-5a)+3=6 \Rightarrow 7-6a=6 \Rightarrow a=\frac{1}{6}$

$b=1\frac{1}{6}$.

$x_B=\frac{-b}{2a}=\frac{-\frac{7}{6}}{\frac{1}{3}}=-\frac{7}{2}$ – противоречие т.к. тогда $f(0)<f(1)$

② $f(1)=3 \Rightarrow a+b+c=3 \Rightarrow 2-4a+c=3 \Rightarrow c=1+4a$

$4a+(2-5a)2+1+4a=6 \Rightarrow 5-2a=6 \Rightarrow a=-\frac{1}{2}$ – противоречие. $a>0$

Бланк ответа

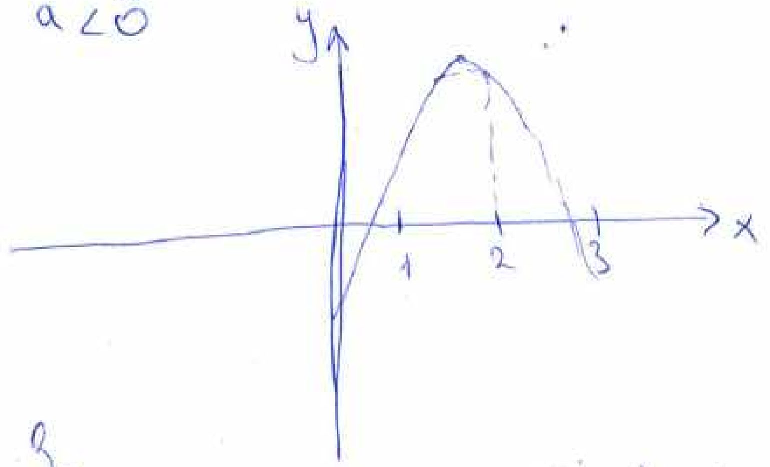
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-833

Страница 2

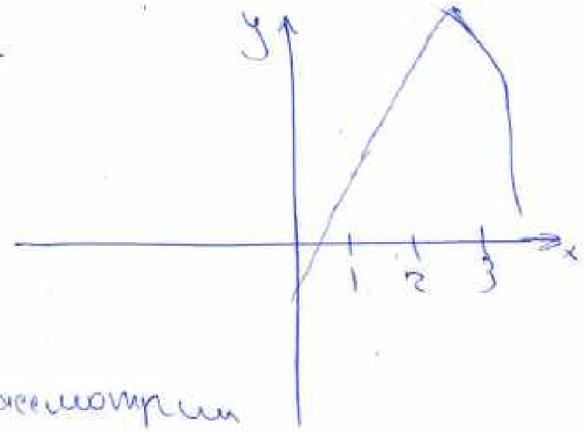
II случай

$a<0$



Заметим, что $x_B \in (2;+\infty)$, если ~~лежит~~ x_B лежит на $(-\infty;2)$ то максимальное значение на промежутке $[0;3] = 8$ ~~на промежутке~~ ~~совпадет~~ будет достигнуто на промежутке $[0;2]$, а не $[2;3]$ - противоречие

Значит парабола выглядит вот так



Тогда $f(1)>f(0) \Rightarrow f(1)=3$

$f(2)>f(1) \Rightarrow f(2)=6.$

$a+b+c=3$

$4a+2b+c=6$

$3a+b=3 \Rightarrow b=3-3a$

$$\begin{cases} a+b+c=3 \\ 4a+2b+c=6 \\ 9a+3b+c=8 \end{cases}$$

$(a+b+c)\cdot 2=4a+2b+c$

$2a+\cancel{2b}+2c=4a+\cancel{2b}+c$

$2a+c=0 \Rightarrow c=-2a$

Аналогично рассмотрим а именно $f(3)=8$

$f(2)=8$ - невозможно

$9a+3b+c=8.$

$a+3-3a-2a=0$

$3-4a=0$

$a=\frac{3}{4}$ - неуд $a<0$

Ответ: ~~$y=\frac{1}{6}x^2-\frac{7}{6}x+8$~~ таких нет.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-833

(заполняется организатором)

Страница 3

Задание 2.

~~ОДЗ корня-под.~~

Условие определения корня - подкоренное значение ≥ 0.

Тогда

$$\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)} \geq 0$$

Рассмотрим $\lg(x^2-1)$ и его знак (расположения от нуля) в зависимости от „x"

$\lg(x^2-1) \geq 0$ — ОДЗ $\lg$: $x^2-1>0 \Rightarrow x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$

$\Downarrow$

$x^2-1\geq 1$

$\Downarrow$

$x\in(-\infty;-\sqrt{2}]\cup[\sqrt{2};+\infty)$

Теперь рассмотрим $x^2-4=(x-2)(x+2)$

$+ \quad -2 \quad - \quad 2 \quad +$

Отметим, что $x=\pm 2 \Rightarrow f(x)=0$

~~Теперь отметим на п.~~

$+ \quad -2 \quad - \quad -\sqrt{2} \quad \times \quad 1 \quad - \quad \sqrt{2} \quad + \quad 2 \quad +$

-1

Т.к. $f(x)=\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}\geq 0$, то нам подойдут промежутки $(-\infty;-2]\cup$

$(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})\cup[2;+\infty)$

Ответ: $(-\infty;-2]\cup(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})\cup[2;+\infty)$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11-833

Страница 4

~~Задание №1~~

~~Ответ: 39~~

~~Пример:~~

~~Покупаем одной покупкой 35 пачек (35·630)·0,9 = 19845~~

~~19845 < 20000~~

~~Оценка~~

~~Потому нельзя больше. Заметим, что с учетом~~

Задание 1

Ответ: 35

Пример

Покупаем 1~~7~~8 упаковок (с учетом кешбэка 10206 рублей) осталось. 9794

Покупаем 15 упаковок (без кешбэка 9450, 9794>9450 => сможем оплатить

Осталось 9794−9450+945 = 1289

Покупаем 2 пачки − 630×2=1260 кешбэк 126,

Осталось 155

Оценка:

Рассмотрим как работает кэшбэк.

Пусть x потратили => 0,1x − вернули => потратили 0,9x, т.е. почти как 10% скидка. Тогда, Предположим можно больше. Заметим что 36 пачек (далее если мы как-то получим кэшбэк) будет стоить 36×630×0,9 = 20412, но 20412>20000 − противоречие.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 - 833

Страница 5

№5

$3^{-\frac{1}{2}} + 6^{-\frac{1}{2}+\log_6 \sin x} = 2^{-\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$

Замечание: т.к $\sin x$ и $\cos x$ были в логарифме, то $\boxed{\sin x \text{ и } \cos x > 0}$

$3^{-\frac{1}{2}} + 6^{-\frac{1}{2}} \cdot 6^{\log_6 \sin x} = 2^{-\frac{1}{2}} \cdot 2^{\log_2 \cos x}$

$6^{\log_6 \sin x} = \sin x^{\log_6 6} = \sin x$

$2^{\log_2 \cos x} = \cos x^{\log_2 2} = \cos x$

$3^{-\frac{1}{2}} + 6^{-\frac{1}{2}} \cdot \sin x = 2^{-\frac{1}{2}} \cdot \cos x.$

$\frac{\sqrt{6}}{6} \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{6}}{6} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Метод вспомогательного аргумента

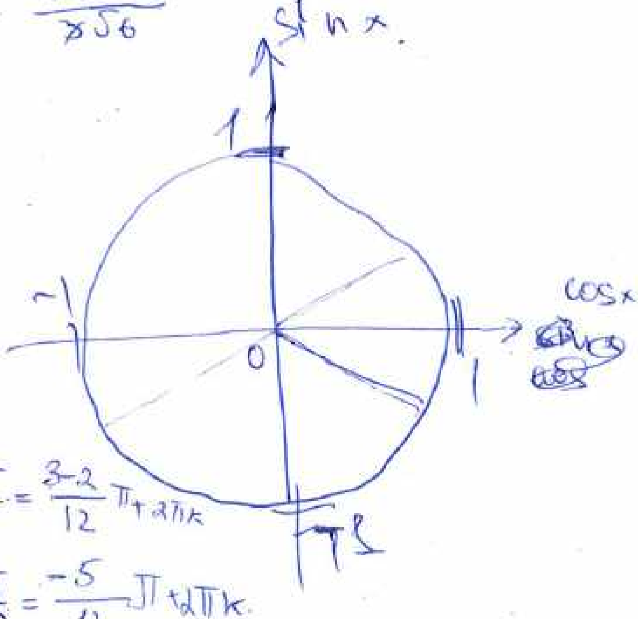
$\varphi = \sqrt{\frac{2}{4}+\frac{6}{36}} = \sqrt{\frac{24}{36}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$

$\frac{\sqrt{2} \cdot 3}{2 \sqrt{6}} \cos x - \frac{\sqrt{6} \cdot 3}{6 \cdot \sqrt{6}} \sin x = \frac{\sqrt{3} \cdot 3}{3\sqrt{6}}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

$\cos(x+\varphi) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

$\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin \varphi = \frac{1}{2}$ => $\varphi = \frac{\pi}{6} + 2\pi k.$



$\left[\begin{array}{l} x+\varphi = \frac{\pi}{4} \\ x+\varphi = -\frac{\pi}{4} \end{array}\right. \Rightarrow$ $x = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} = \frac{3-2}{12}\pi + 2\pi k$

$x = -\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} = \frac{-5}{12}\pi + 2\pi k.$

не уд т.к. $\cos x < 0$, а изначально он под логарифмом =

=> $\boxed{x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k}$

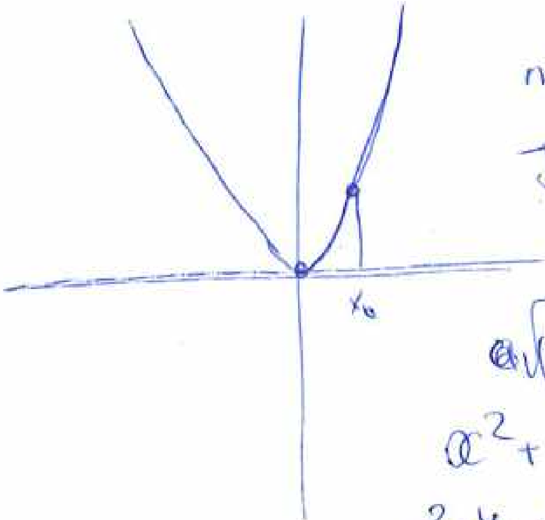
Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-833

Страница 6

№8



Заметим, что наш отрезок проходит через точку О.

Тогда пусть x_0 – координата правого конца

Запишем ур-ие расстояния

$$\sqrt{(x_0-0)^2+(ax_0^2-0)^2}=1$$

$$x^2+a^2x^4=1$$

$$a^2x^4+x^2-1=0$$

Замена $t=x^2$

$$a^2t^2+t-1=0$$

Уравнение должно иметь ровно 1 р-ие т.к. конец у отрезка один и его двигают т.е. левый конец не может оставаться в о

$D=-1+4a^2=0 \Rightarrow a^2=\frac{1}{4} \Rightarrow a=\pm\frac{1}{2}$, от нас требуется $a>0 \Rightarrow a=-\frac{1}{2}$ ~~когда~~ – не подходит

Ответ: $a=\frac{1}{2}$

№7

Утверждение за 1 ход ~~всегда~~ можно узнать расположение цифры ровно 1 цифры.

Алгоритм! ~~Будем~~ Покажем на примере пусть есть комбинация 12211

1 шаг 1 ✓ | 2 12 ✓ | 3 121 × | 4 122 ✓ | 5 1221 × | 6 1222 ✓ | 6 12221 ✓ | 7 122211 ×

Мы узнали код.

Возможна ситуация когда мы упремся о границу к примеру код 11222 (n) шаг 112221 × (n+1) 11222

За 2 шага мы определим, что упремся. Тогда продолжим наш алгоритм в другую сторону, кол-во ходов будет равно 100+2=102, 102 хода

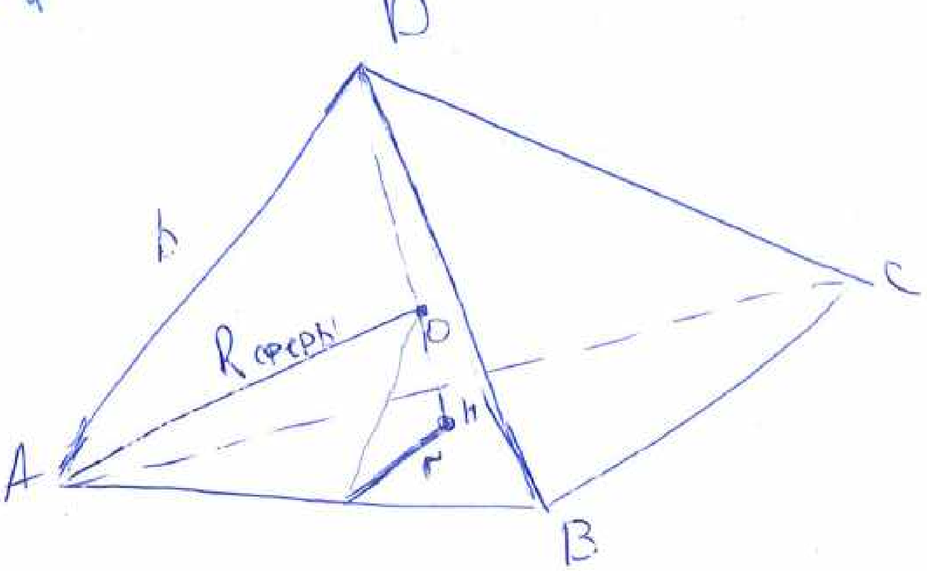
Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11-833

страница 7

№ 4



Заметим, что O – ~~тот~~ центр описанной сферы ~~тетраэдра~~, тетраэдра, т.к. равноудалена от всех его вершин.

~~Значит Т.к. искомая сфера – проходит через середины~~

Пусть H – центр

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М 11-848

Задача №2

$y = \lg \frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$

$\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0$ Решим данное неравенство

ОДЗ: $x \neq \pm 1$

$\frac{(1-x)(x+3)}{(1-x)(x+1)} > 0$

$\frac{x+3}{x+1} > 0$

$\frac{x+3}{x+1} = 0 \Rightarrow x = -3$

$+ \quad -3 \quad - \quad -1 \quad + \quad 1 \quad + \quad x$

Значит, $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

следовательно, $D(y) = (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

Ответ: $D(y) = (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

Задача №5

$2 - 6^{\frac{1}{2} + \log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2} + \log_2 \cos x}$

ОДЗ: $\begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$

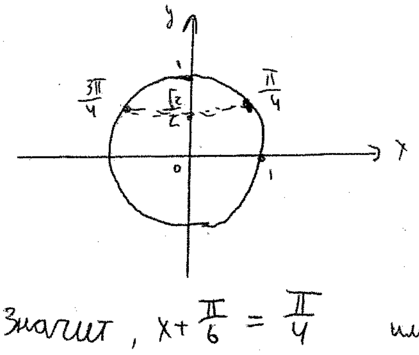
$2 - 6^{\frac{1}{2}} \cdot 6^{\log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\log_2 \cos x}$

$2 - \sqrt{6} \cdot \cancel{\cos x}\ \sin x = \sqrt{2} \cdot \cos x$

$2 = \sqrt{2} \cos x + \sqrt{6} \sin x \quad | : 2\sqrt{2}$

$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$



Значит, $x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4}$ или $x + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{4}$

$x = \frac{\pi}{12}$ или $x = \frac{7\pi}{12}$

При $x = \frac{\pi}{12}$ $\sin x > 0$ и $\cos x > 0$

Значит, $x = \frac{\pi}{12}$ подходит

при $x = \frac{7\pi}{12}$ $\cos x < 0$ (т.к $\frac{\pi}{2} < \frac{7\pi}{12} < \pi$)

Значит, $x = \frac{7\pi}{12}$ не подходит

Ответ: $x = \frac{\pi}{12}$

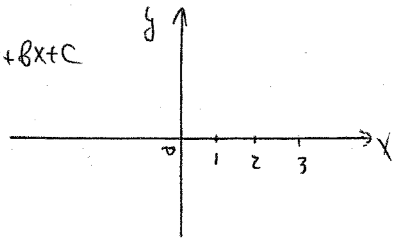
Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-848

Задача №3

$f(x)=ax^2+bx+c$



На каждом из промежутков: $[0;1]$, $[1;2]$, $[2;3]$ минимумы ф-ции увеличиваются

Возможны следующие варианты:

1) функция монотонно ↗ на $[0;6]$, тогда

$f(0)=3$; $f(1)=6$; $f(2)=7$

В таком случае $f(x)=-2x^2+5x+3$

2) коэффициент перед x^2 положительный, а вершина находится на $[0;1]$

тогда $f(1)=6$; $f(2)=7$ $\quad \underset{\uparrow \text{ вершина}}{f(x_0)}=3$

тогда

$a+b+c=6$ $\Rightarrow$ $-b=3a-1$

$4a+2b+c=7$

$x_0=\frac{-b}{2a}=1{,}5-\frac{1}{2a}$ $\quad$ Значит $a\in\left[\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)$ т.к $x_0\in[0;1]$

$1-2a+c=6$

$c-5=2a$ $\Rightarrow c=2a+5$ $\Rightarrow c\in\left[5\frac{2}{3};6\right)$

тогда $f(x_0)$ (, где $x_0\in[0;1]$, а $a>0$, и $c\in\left[5\frac{2}{3};6\right)$) >3

значит, 2-ой случай невозможен

3) коэф. перед x^2 отрицательный, а вершина параболы находится на $[2;3]$

~~a+b~~ тогда $f(0)=3$; $f(1)=6$ ~~f(x_0)~~ $f(x)$, где $x\in[2;3]$ $=7$

$c=3$

$a+b+c=6$ $\Rightarrow$ $a+b=3$

т.к ветви параболы смотрят вниз, то мин. знач-е на $[2;3]$ может быть только при $x=2$ или $x=3$

$\begin{cases}7=4a+2b+c\\ a+b=3\ ;\ c=3\end{cases}$ или $\begin{cases}7=9a+3b+3\\ a+b=3\end{cases}$

$y=-x^2+4x+3$ – не ОК, т.к мин знач-е на $[2;3]$ равно 6 $\qquad$ $y=\frac{-5}{6}x^2+\frac{23}{6}x+3$ – ОК

Ответ: $y=-2x^2+5x+3$ и $y=\frac{-5}{6}x^2+\frac{23}{6}x+3$

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11-848

Задача №1

изначально есть 30000 рублей

Однако с учетом того, что можно потратить и списать скидку 15% максимальная сумма, на которую можно накупить товаров:

$\frac{30000}{0,85} \approx 35294$ рубля

Заметим, что 57 наборов пряжи стоят 35340 рублей

Значит, купить можно не более 56 наборов

Чтобы получить максимальный кешбэк, надо за первую покупку отдать как можно больше денег

49 наборов стоят 30380 рублей

изначально у нас 30000 рублей, значит, нам не хватит денег на оплату 49 наборов пряжи (кешбэк приходит после оплаты)

Можно купить 48 наборов. Это 29760 рублей

кешбеком придет 4464 рубля

Итого после оплаты $\underbrace{(30000-29760)}_{\text{остаток}}+4464=4704$

На 4704 рубля можно купить максимум 7 наборов

8 много (т.к. $620 \cdot 8 > 4704$)

$48+7=55$ наборов. Можно купить максимум

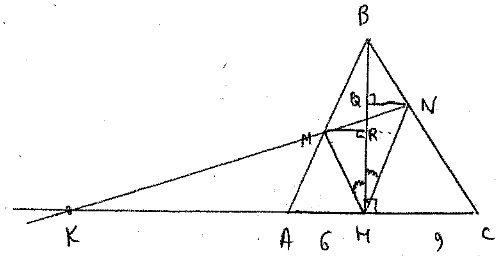
Ответ: 55 наборов

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11-84В

Задача № 6



Дано: $\triangle ABC$, BH – высота, $M \in AB$; $N \in BC$, HM и HN симметричны относ. BH

$MN \cap AC = K$, $AH = 6$; $HC = 9$

Найти AK

Решение

1) По т. Менелая для $\triangle ABC$ и секущей MN:

$$\frac{CN}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} \cdot \frac{AK}{CK} = 1$$

2) Опустим перпендикуляр из т. N на BH, тогда $NQ \perp BH$ (Пусть перпендикуляр из т. $N \cap BH$ в т. Q)

тогда $\triangle BQN \sim \triangle BHC$ (по 2 углам: $\angle B$ – общий; $\angle BQN = \angle BHC = 90°$) $\Rightarrow \frac{CB}{BN} = \frac{CH}{NQ}$

т.к $CB = CN + BN$, то $\frac{CN}{BN} + \frac{BN}{BN} = \frac{CH}{NQ} \Rightarrow \frac{CN}{BN} = \frac{CH}{NQ} - 1 = \underline{\frac{9}{NQ} - 1}$

3) Опустим перпендикуляр из т. M на BH, тогда $MR \perp BH$

$\triangle BRM \sim \triangle BHA$ (по 2 углам: $\angle B$ – общие; $\angle BRM = \angle BHA = 90°$) $\Rightarrow$ ~~BM~~ $\frac{AB}{BM} = \frac{AH}{MR}$

т.к $AB = BM + AM$, то ~~$\frac{BM}{BN} +$~~ $\frac{BM}{BM} + \frac{AM}{BM} = \frac{AH}{MR} \Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{AH}{MR} - 1 = \underline{\frac{6}{MR} - 1}$

4) $\frac{CN}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} = \left(\frac{9}{NQ} - 1\right) \cdot \left(\frac{MR}{6 - MR}\right) = \frac{(9 - NQ)\, MR}{NQ(6 - MR)}$

5) Учитывая, что MH и NH симметричны относ. BH, получим

~~$\frac{CN}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} = \frac{19}{25}$~~

след-но, ~~$\frac{AK}{AK + CK}$~~ ~~$\frac{AK}{AC + AK} = \frac{57}{2} \cdot \frac{19}{25}$~~

$AC = 9 \Rightarrow AK = \frac{57}{2}$

Ответ: $AK = \frac{57}{2}$

№5

$3^{-\frac{1}{2}} + 6^{-\frac{1}{2}+\log_6 \sin x} = 2^{-\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$

ОДЗ: $\begin{cases} \cos x > 0 \\ \sin x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$ ~~$x \in [2\pi n; \frac{\pi}{2}]$~~ $x \in \left(2\pi n; \frac{\pi}{2}+2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot 6^{\log_6 \sin x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2^{\log_2 \cos x} \Big| \cdot \sqrt{6}$

$\sqrt{2} + \sin x = \sqrt{3} \cos x$

~~По ОДЗ $x \in (2\pi n; \frac{\pi}{2}+2\pi n), n \in \mathbb{Z}$. При $x \in (2\pi n; \frac{\pi}{2}+2\pi n), n \in \mathbb{Z}$ $\sin x$ возрастает, т.е. лев. часть ур-я возрастает, а $\cos x$ убывает, т.е. правая часть ур-я убывает. Значит на всех промежутках вида $(2\pi n; \frac{\pi}{2}+2\pi n), n \in \mathbb{Z}$ будет только один корень.~~

~~По ОДЗ $x \in (2\pi n;$~~

По ОДЗ $\cos x > 0$, тогда из ОТТ $\cos x = \sqrt{1-\sin^2 x}$:

$\sqrt{2} + \sin x = \sqrt{3} \cdot \sqrt{1-\sin^2 x}$

Пусть $\sin^2 x = t$, $t > 0$ (по ОДЗ), тогда:

$\sqrt{2} + t = \sqrt{3} \cdot \sqrt{1-t^2} \,\Big|^2$

$2 + t^2 + 2\sqrt{2}t = 3(1-t^2)$

$2 + t^2 + 2\sqrt{2}t = 3 - 3t^2$

$4t^2 + 2\sqrt{2}t - 1 = 0$

$D = 8 + 4 \cdot 4 = 24 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

$\left[\begin{array}{l} t = \frac{-2\sqrt{2}+2\sqrt{6}}{8} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \\ t = \frac{-2\sqrt{2}-2\sqrt{6}}{8} < 0 \Rightarrow \text{не подходит} \end{array}\right.$

Обр. замена: ~~$\sin x = \frac{-2\sqrt{2}+2\sqrt{6}}{8}$~~ $\sin x = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

Тогда с учётом ОДЗ: $x = \arcsin\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

Ответ: $\arcsin\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

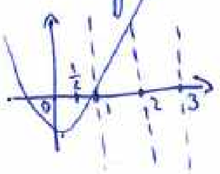
№3

$y = ax^2 + bx + c$; $a, b, c \neq 0$

Рассмотрим различные случаи:

1) $a>0$, т.е ветви параболы вверх:

~~1. $-\frac{b}{2a}$~~ 1. $-\frac{b}{2a} \le \frac{1}{2}$:



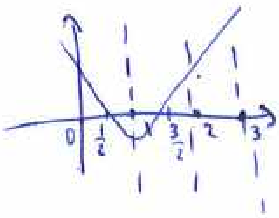
$$\begin{cases} a+b+c=3 \ (1.1.1) \\ 4a+2b+c=6 \ (1.1.2) \\ 9a+3b+c=8 \ (1.1.3) \end{cases}$$

~~(1.1.1) (1.1.3)-(1.1.1)~~ ~~(1.1.3)-(1.1.2)~~

Рассмотрим систему из $(1.1.2)-(1.1.1)$ и $(1.1.3)-(1.1.2)$:

$$\begin{cases} 3a+b=3 \\ 5a+b=2 \end{cases} \Rightarrow 2a=-1 \Leftrightarrow a=-\frac{1}{2} \Rightarrow \text{не подходит}$$

2. $\frac{1}{2} \le -\frac{b}{2a} \le \frac{3}{2}$:



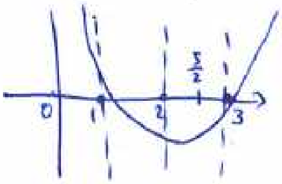
$$\begin{cases} \cancel{a+b+}c=3 \\ 4a+2b+c=6 \\ 9a+3b+c=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a+2b=3 \ |\cdot 3 \\ 9a+3b=5 \ |\cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12a+6b=9 \\ 18a+6b=10 \end{cases} \Rightarrow 6a=1 \Rightarrow a=\frac{1}{6} \Rightarrow b=\frac{7}{6}$$

$-\frac{b}{2a} = \frac{-\frac{7}{6}}{2\cdot\frac{1}{6}} < 0 < \frac{1}{2}$ – не подходит

3. $\frac{3}{2} \le -\frac{b}{2a} \le \frac{5}{2}$:



$$\begin{cases} c=3 \\ a+b+c=6 \\ 9a+3b+c=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=3 \ |\cdot 3 \\ 9a+3b=5 \end{cases}$$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МІІ - 543

$\begin{cases} 3a+3b=9 \\ 9a+3b=5 \end{cases} \Rightarrow 6a=-4 \Leftrightarrow a=-\frac{2}{3}<0$ – не подходит

4. $-\frac{b}{2a} \geq \frac{5}{2}$:

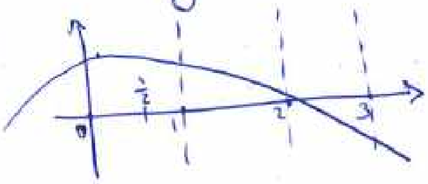
$\begin{cases} c=3 \\ a+b+c=6 \\ 4a+2b+c=8 \end{cases}$

$\begin{cases} a+b=3 \;|\cdot 2 \\ 4a+2b=5 \end{cases}$

$\begin{cases} 2a+2b=6 \\ 4a+2b=5 \end{cases} \Rightarrow 2a=-1 \Leftrightarrow a=-\frac{1}{2}$ – не подходит

2) $a<0$, т.е. ~~вверх~~ ветви вниз:

1. $-\frac{b}{2a} \leq \frac{1}{2}$:

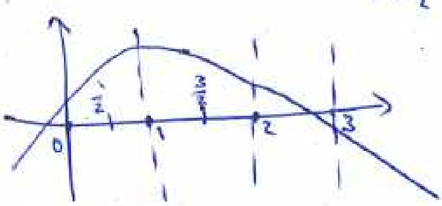


$\begin{cases} c=3 \\ a+b+c=6 \\ 4a+2b+c=8 \end{cases}$

Из п. 4 в разделе $a>0$:

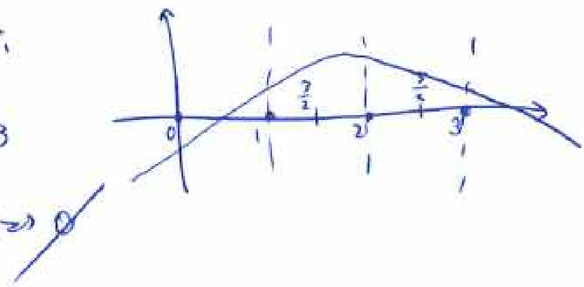
$a=-\frac{1}{2} \Rightarrow b=3-a=\frac{7}{2} \Rightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{-\frac{7}{2}}{-2\cdot\frac{1}{2}} = \frac{7}{2} > \frac{1}{2}$ – не подходит

2. $\frac{1}{2} \leq -\frac{b}{2a} \leq \frac{3}{2}$:



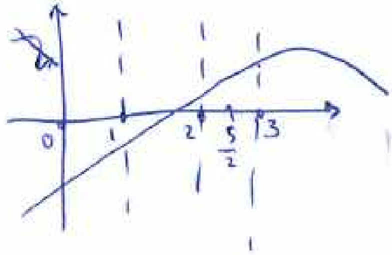
$\begin{cases} a+b+c=3 \\ a+b+c=6 \\ 4a+2b+c=8 \end{cases} \Leftrightarrow \varnothing$

3. $\frac{3}{2} \le -\frac{b}{2a} \le \frac{5}{2}$:



$$\begin{cases} a+b+c = 3 \\ 4a+2b+c = 6 \\ 4a+2b+c = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \varnothing$$

4. $\frac{5}{2} \le -\frac{b}{2a}$:



$$\begin{cases} a+b+c = 3 \\ 4a+2b+c = 6 \\ 9a+3b+c = 8 \end{cases}$$

Из п. 1 в разделе $a>0$:

$a = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = 2-5a = 2+\frac{5}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{-\frac{9}{2}}{-\frac{1}{2}\cdot 2} = \frac{9}{2} > \frac{5}{2}$ – подходит

$c = 3-a-b = 3-\frac{9}{2}+\frac{1}{2} = -1$

Итого подходит только многочлен: $y = -\frac{1}{2}x^2+\frac{9}{2}x-1$

Ответ: $y = -\frac{1}{2}x^2+\frac{9}{2}x-1$

№1

~~Пусть m - кол-во тетрадей, купленных с кэшбеком, и k - кол-во тетрадей, купленных~~

Пусть m - кол-во тетрадей, купленных с кэшбеком; $m \ge 15$, и k - кол-во тетрадей, купленных без кэшбека. $m, k \in \mathbb{Z}$; $m, k \ge 0$

Сумма, потраченная на всю покупку: $630 \cdot 0{,}9m + 630k = 567m + 630k$

~~Надо найти такие k и m, чтобы Надо найти max(k+m) при~~

Надо найти $\max(k+m)$ при $567m+630k \le 20000 \Rightarrow k \le \frac{20000-567m}{630}$

Будем перебирать возможные значения m и для каждого находить $\max(k)+m$.

1) $m=15$: $k \le \frac{20000-567\cdot 15}{630} = 18\frac{31}{126}$. Т.к. $k \in \mathbb{Z}$, то $\max(k) = 18$

$\max(k)+m = 18+15 = 33$

2) $m=16$: $k \le \frac{20000-567\cdot 16}{630} = 17\frac{109}{315}$. Т.к. $k \in \mathbb{Z}$, то $\max(k) = 17$

$\max(k)+m = 33$

3) $m=17:\ k \le \dfrac{20000-567\cdot 17}{630} = 16\dfrac{281}{630}$. т.к. $k \in \cancel{\mathbb{N}}\ \mathbb{Z}$, то $\max(k)=16$

$\max(k)+m = 16+17=33$

4) $m=18:\ k \le \dfrac{20000-567\cdot 18}{630} = 15\dfrac{172}{315}$. т.к. $k \in \cancel{\mathbb{N}}\ \mathbb{Z}$, то $\max(k)=15$

$\max(k)+m = 15+18=33$

5) $m=19:\ k \le \dfrac{20000-567\cdot 19}{630} = 14\dfrac{407}{630}$. т.к. $k \in \cancel{\mathbb{N}}\ \mathbb{Z}$, то $\max(k)=14$

$\cancel{\max(k+m)} = \max(k)+m = 19+14=33$

6) $m=20:\ k \le \dfrac{20000-567\cdot 20}{630} = 13\dfrac{47}{63}$. т.к. $k \in \cancel{\mathbb{N}}\ \mathbb{Z}$, то $\max(k)=13$

$\max(k)+m = 13+20=33$

7) $m=21:\ k \le \dfrac{20000-567\cdot 21}{630} = 12\dfrac{533}{630}$. т.к. $k \in \cancel{\mathbb{N}}\ \mathbb{Z}$, то $\max(k)=12$

$\max(k)+m = 21+12=33$

8) $m=22:\ k \le \dfrac{20000-567\cdot 22}{630} = 11\dfrac{298}{315}$. т.к. $k \in \cancel{\mathbb{N}}\ \mathbb{Z}$, то $\max(k)=11$

$\max(k)+m = 22+11=33$

9) $m=23:\ k \le \dfrac{20000-567\cdot 23}{630} = 11\dfrac{29}{630}$. т.к. $k \in \cancel{\mathbb{N}}\ \mathbb{Z}$, то $\max(k)=11$

$\max(k)+m = 23+11=34$

10) $m=24:\ k \le \dfrac{20000-567\cdot 24}{630} = 10\dfrac{46}{315}$. т.к. $k \in \cancel{\mathbb{N}}\ \mathbb{Z}$, то $\max(k)=10$

$\max(k)+m = 24+10=34$

11) $m=25:\ k \le \dfrac{20000-567\cdot 25}{630} = 9\dfrac{31}{126}$. т.к. $k \in \cancel{\mathbb{N}}\ \mathbb{Z}$, то $\max(k)=9$

$\max(k)+m = 25+9=34$

12) $m=26:\ k \le \dfrac{20000-567\cdot 26}{630} = 8\dfrac{109}{315}$. т.к. $k \in \cancel{\mathbb{N}}\ \mathbb{Z}$, то $\max(k)=8$

$\max(k)+m = 26+8=34$

13) $m=27:\ k \le \dfrac{20000-567\cdot 27}{630} = 7\dfrac{281}{630}$. т.к. $k \in \cancel{\mathbb{N}}\ \mathbb{Z}$, то $\max(k)=7$

$\max(k)+m = 27+7=34$

14) $m=28$: $k \le \frac{20000-567\cdot 28}{630} = 6\frac{172}{315}$. Т.к. $k \in \mathbb{Z}$, то $\max(k)=6$.

$\max(k)+m = 28+6 = 34$

15) $m=29$: $k \le \frac{20000-567\cdot 29}{630} = 5\frac{407}{630}$. Т.к. $k \in \mathbb{Z}$, то $\max(k)=5$

$\max(k)+m = 5+29 = 34$

16) $m=30$: $k \le \frac{20000-567\cdot 30}{630} = 4\frac{47}{63}$. Т.к. $k \in \mathbb{Z}$, то $\max(k)=4$

$\max(k)+m = 30+4 = 34$

17) $m=31$: $k \le \frac{20000-567\cdot 31}{630} = 3\frac{533}{630}$. Т.к. $k \in \mathbb{Z}$, то $\max(k)=3$

$\max(k)+m = 31+3 = 34$

18) $m=32$: $k \le \frac{20000-567\cdot 32}{630} = 2\frac{298}{315}$. Т.к. $k \in \mathbb{Z}$, то $\max(k)=2$

$m+\max(k) = 2+32 = 34$

19) $m=33$: $k \le \frac{20000-567\cdot 33}{630} = 2\frac{29}{630}$. Т.к. $k \in \mathbb{Z}$, то $\max(k)=2$

$m+\max(k) = 2+33 = 35$

~~20) m=34: k ≤ 20000−67~~

20) $m=34$: $k \le \frac{20000-567\cdot 34}{630} = 1\frac{146}{315}$. Т.к. $k \in \mathbb{Z}$, то $\max(k)=1$

$\max(k)+m = 1+34 = 35$

21) $m=35$: $k \le \frac{20000-567\cdot 35}{630} = \frac{31}{216}$. Т.к. $k \in \mathbb{Z}$, то $\max(k)=0$

$\max(k)+m = 0+35 = 35$

22) $m=36$: $k \le \frac{20000-567\cdot 36}{630} = -\frac{206}{315}$. Т.к. $k \ge 0$, то подходящих значений k нет, значит этот случай не подходит.

Т.к. $\frac{20000-567m}{630}$ – убывающая функция, то при всех больших значениях m не будет подходящих значений k.

Итого $\max(k+m) = 35$.

Ответ: 35 пачек

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 - 543

№2

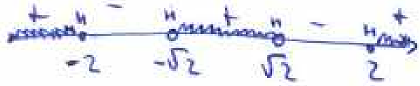
$$y=\sqrt{\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$$

ОДЗ: $\begin{cases} \frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}\geq 0 \\ \lg(x^2-1)\neq 0 \\ x^2-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x-2)(x+2)}{\lg(x^2-1)}\geq 0 \quad (1) \\ x^2-1\neq 1 \quad (2) \\ x^2-1>0 \quad (3) \end{cases}$

1) $\frac{(x-2)(x+2)}{\lg(x^2-1)}\geq 0$

Применим метод рационализации: $\frac{(x-2)(x+2)}{9(x^2-2)}\geq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{(x-2)(x+2)}{(x-\sqrt2)(x+\sqrt2)}\geq 0$

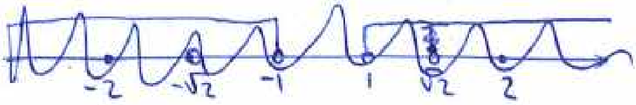


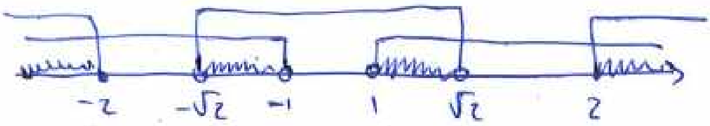
$x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt2;\sqrt2)\cup[2;\infty)$

2) $x^2\neq 2 \Leftrightarrow x\neq\pm\sqrt2$

3) $x^2>1 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-1)\cup(1;\infty)$

$\begin{cases} x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt2;\sqrt2)\cup[2;\infty) \\ x\neq\pm\sqrt2 \\ x\in(-\infty;-1)\cup(1;\infty) \end{cases}$





$x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt2;-1)\cup(1;\sqrt2)\cup[2;\infty)$

Ответ: $(-\infty;-2]\cup(-\sqrt2;-1)\cup(1;\sqrt2)\cup[2;\infty)$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11 - 543

(заполняется организатором)

Олимпиада 11 класс

Вариант 2

1. **(10 баллов)** Набор пряжи в интернет-магазине стоит 620 руб., а при оплате за 20 или более наборов предусмотрен кешбэк в размере 15% от внесённой суммы. Как, имея изначально 30000 руб., приобрести максимально возможное количество таких наборов? Определите это количество.

2. **(10 баллов)** Найдите область определения функции $y = lg\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$.

3. **(12 баллов)** Найдите все квадратные трёхчлены, минимальные значения каждого из которых на отрезках [0; 1], [1; 2] и [2; 3] равны 3, 6 и 7 соответственно.

4. **(12 баллов)** Все вершины тетраэдра $ABCD$ равноудалены от точки O. Зная, что $AB = CD = a$, $BC = AD = b$, $AC = BD = c$, найдите радиус сферы, проходящей через O и через середины медиан треугольника ABC.

5. **(12 баллов)** Решите уравнение $2 - 6^{\frac{1}{2}+\log_6 sinx} = 2^{\frac{1}{2}+\log_2 cosx}$.

6. **(14 баллов)** В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH, а на сторонах AB и BC выбраны точки M и N так, что прямые HM и HN симметричны друг другу относительно прямой BH. Прямые MN и AC пересекаются в точке K. Найдите длину отрезка AK, если AH =6, HC= 9.

7. **(14 баллов)** Неизвестный 100-значный код X составлен из цифр 1 и 2. Характеристикой произвольного 100-значного числа Y, также составленного из единиц и двоек, назовём количество разрядов, в которых цифры числа Y совпадают с цифрами кода. Докажите, что, узнав характеристики некоторых фиксированных 80 чисел $Y_1, \ldots, Y_{80}$, можно определить X.

8. **(16 баллов)** Отрезок длины d двигали так, что оба его конца перемещались только по параболе $y = x^2$, причём абсциссы соответствующих точек только возрастали. Весь отрезок первоначально находился в полуплоскости $x < 0$, а в итоге оказался в полуплоскости $x > 0$. Найдите все возможные значения d.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-539
(заполняется организатором)

№1

1 шт. = 620 руб.

5шт = 30 000 руб.

15% кешбэк

⇒ ~~купят~~ 1) пусть сначала купят наборы на всю сумму:

$n = \frac{30000}{620} = 48,\ldots \approx 48$ (шт.) ≥ 20

⇒ потратим $48 \cdot 620 \cdot 0,85 = 48 \cdot 527 = 25\,296$ руб

⇒ осталось: $30000 - 25296 = 4704$ руб.

2) на оставшиеся деньги покупаем ещё наборы:

$\frac{4704}{620} = 7,\ldots \approx 7$ шт. ≤ 20

⇒ потратим $7 \cdot 620 \cdot \cancel{0,85} = \cancel{7 \cdot 527 = 3689}$ ~~руб~~. $= 4340$ руб.

осталось: $4704 - 4340 =$ ~~1015 руб~~. 364 руб.

⇒ $48 + 7 = 55$ шт.

~~3) $\frac{1015}{620} \approx 1$ шт.~~

~~⇒ $1015 - 527 = 488$ руб~~

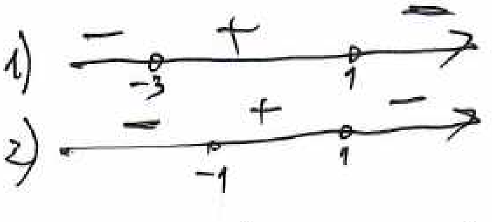
Ответ: 55 шт.

№2

$y = \lg \frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$

⇒ $\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0$

$D = 4 + 12 = 4^2$; $x_1 = \frac{2-4}{-2} = +1$; $x_2 = \frac{2+4}{-2} = -3$; $x \neq \pm 1$



⇒ $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

⇒ ООФ $\in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

Ответ: $(-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

№5

$2-6^{\frac{1}{2}+\log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$

$2-\sqrt{6}\cdot 6^{\log_6 \sin x} = \sqrt{2}\cdot 2^{\log_2 \cos x}$

$2-\sqrt{6}\,\sin x = \sqrt{2}\cos x$

$2 = \sqrt{2}(\sqrt{3}\sin x + \cos x)$

$\sqrt{2} = \sqrt{3}\sin x + \cos x$

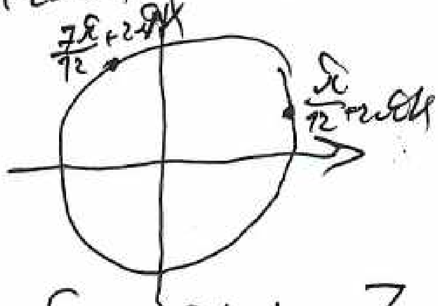
$\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\frac{\pi}{3}\cdot\sin x + \cos\frac{\pi}{3}\cdot\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\left[\begin{array}{l} x-\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4}+2\pi k,\ k\in Z \\ x-\frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4}+2\pi k,\ k\in Z \end{array}\right.$$

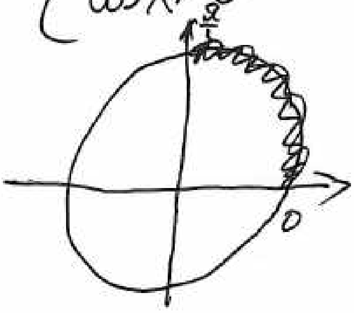
$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{7\pi}{12}+2\pi k,\ k\in Z \quad \text{- не удовл. ОДЗ.} \\ x = \frac{\pi}{12}+2\pi k,\ k\in Z \end{array}\right.$$



Ответ: $x = \frac{\pi}{12}+2\pi k,\ k\in Z$

ОДЗ:

$$\begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$$



Бланк ответа

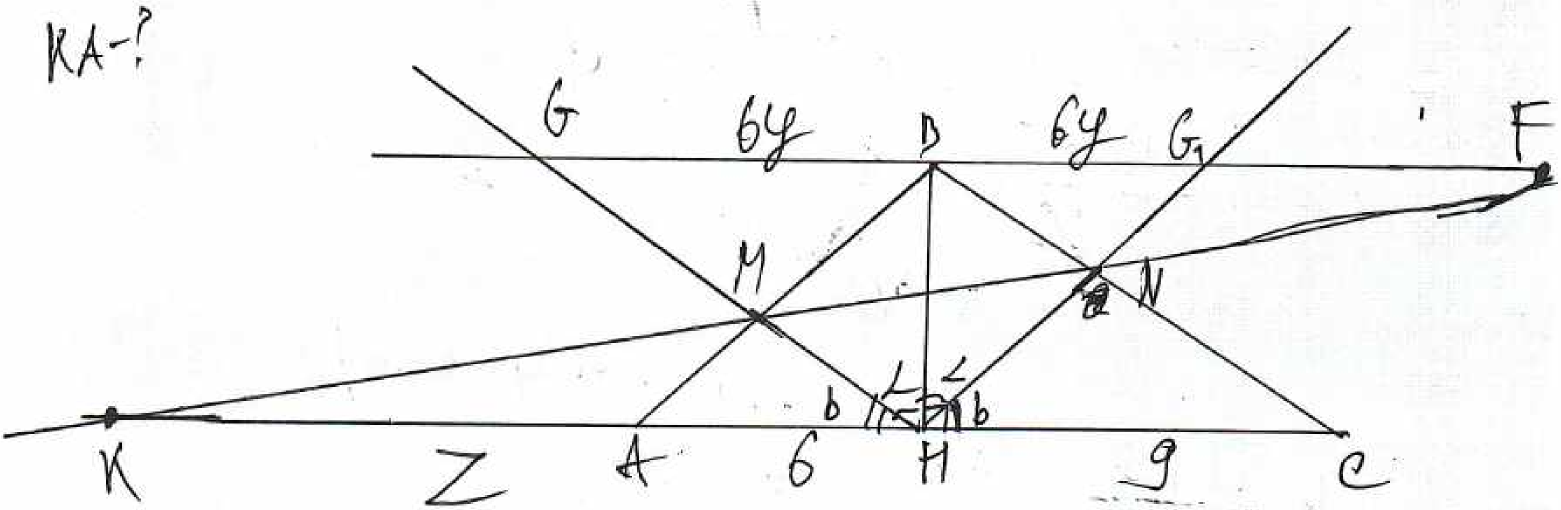
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-539

(заполняется организатором)

№6

KA-?



Решение:

1. т.к M, N – точки симметрии

$\Rightarrow \angle MHB = \angle BHN = \angle$

$\cancel{\Rightarrow}$ т.к $\angle ABH = \angle BHC = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle MHA = \angle NHC = b$

2. Продлим HM и HN до пересеч. с пр. $\parallel AC$

3. из $\triangle AMH$ и $\triangle GMB$

$\Rightarrow \angle MAH = \angle GBM$ (как н/л)

$\angle AMH = \angle GMB$ (как вертик.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AMH \sim \triangle GMB$ (по 3-м углам.)

$\Rightarrow$ ~~$\frac{MB}{MA}$~~ Пусть $\frac{MB}{MA} = y \Rightarrow GB = 6y$

4. т.к $\angle G_1GH = \angle KHG$ (как н/л)

$\angle G_1HC = \angle GG_1H$ (как н/л) $\Rightarrow \triangle HGG_1$ – р/б

$\Rightarrow$ т.к $HB \perp GG_1 \Rightarrow GB = BG_1 = 6y$

3

5. из $\triangle KMA$ и $\triangle MBF$

$\Rightarrow \angle MKA = \angle BF\cancel{N}$ (как н/л)

$\angle KMA = \angle BMF$ (как вертик.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle KMA \sim \triangle MBF$ (по 3-м углам)

$\Rightarrow k = \frac{MB}{MA} = x$; $k = \frac{BF}{AK} = \cancel{y}$

$\Rightarrow \frac{6\cancel{y} + G_1F}{\cancel{z}} = \cancel{y} \Rightarrow G_1F = \cancel{z}y - 6\cancel{y}$

6. из $\triangle HNC$ и $\triangle BOG_1$

$\Rightarrow \triangle HNG \sim \triangle BOG_1$ (по 3-м углам)

$\Rightarrow k = \frac{BG_1}{HC} = \frac{6\cancel{y}}{9} = \frac{2\cancel{y}}{3}$

$\Rightarrow \frac{NG_1}{NH} = \frac{2y}{3}$

7. из $\triangle KNH$ и $\triangle NG_1F$

$\Rightarrow \triangle KNH \sim \triangle NG_1F$ (по 3-м углам)

$\Rightarrow k = \frac{G_1F}{KH} = \frac{G_1N}{NH} \Rightarrow \frac{\cancel{z}y - 6\cancel{y}}{\cancel{z}+6} = \frac{2y}{3}$

$\Rightarrow 3zy - 18y = 2zy + 12y$

$zy = 30y$

$z = 30 \Rightarrow AK = 30$

Ответ: 30

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-539

(заполняется организатором)

№7 100

1222.....

пусть B = число совпавших цифр

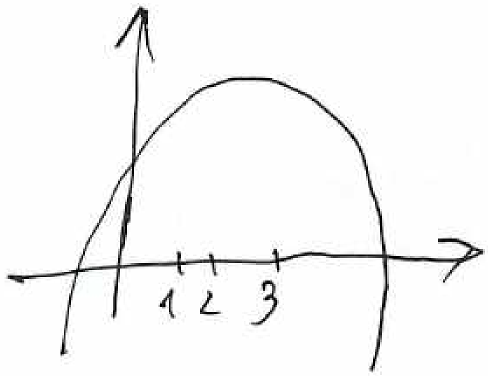
$\Rightarrow$ если $B \neq 50$

№3

$[0;1]$; $[1;2]$; $[2;3]$

min=3 min=6 min=7

1) $k<0$



1) $x=0$; $y=3$

$\Rightarrow y=kx^2+bx+c \Rightarrow c=3$

2) $x=1$; $y=6$

$\Rightarrow 6=k+b+3 \Rightarrow b+k=3$

3) $x=3$; $y=7 \Rightarrow 7=9k+3b+3$

$\Rightarrow 3k=4-9k$

$\Rightarrow 4-9k=9-3k \Rightarrow -6k=5 \Rightarrow k=-\frac{5}{6}$

$\Rightarrow b=3\frac{5}{6} \Rightarrow y=-\frac{5}{6}x^2+3\frac{5}{6}+3$

5

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: 411-539

(заполняется организатором)

Черновик

№1

1 набор = 620 руб.

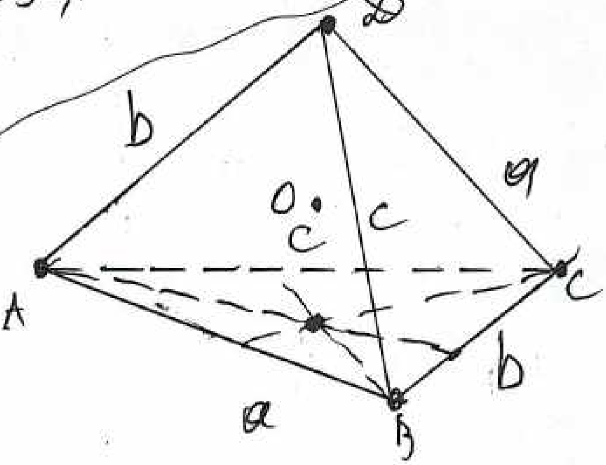
≥ 20 наб. $= 0{,}85 \cdot n \cdot 620 = 8{,}5 \cdot 62n = \frac{17}{2} \cdot 62n = 31 \cdot 17n = \cancel{527n}$

$S_{\text{кт}} = 30\,000$ руб.

$527n = 30\,000$

$\Rightarrow n = \frac{30\,000}{527} \approx 56, \ldots$

$\Rightarrow 56$



№2

$y = \lg \frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$

$\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0$

$\frac{-x^2-2x+3}{1-x^2} > 0$

$D = 4+12 = 4^2 \Rightarrow x_1 = \frac{+2-4}{-2} = 1; \ x_2 = \frac{+2+4}{-2} = -3$

$-1 \quad 1 \quad 3$

$x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

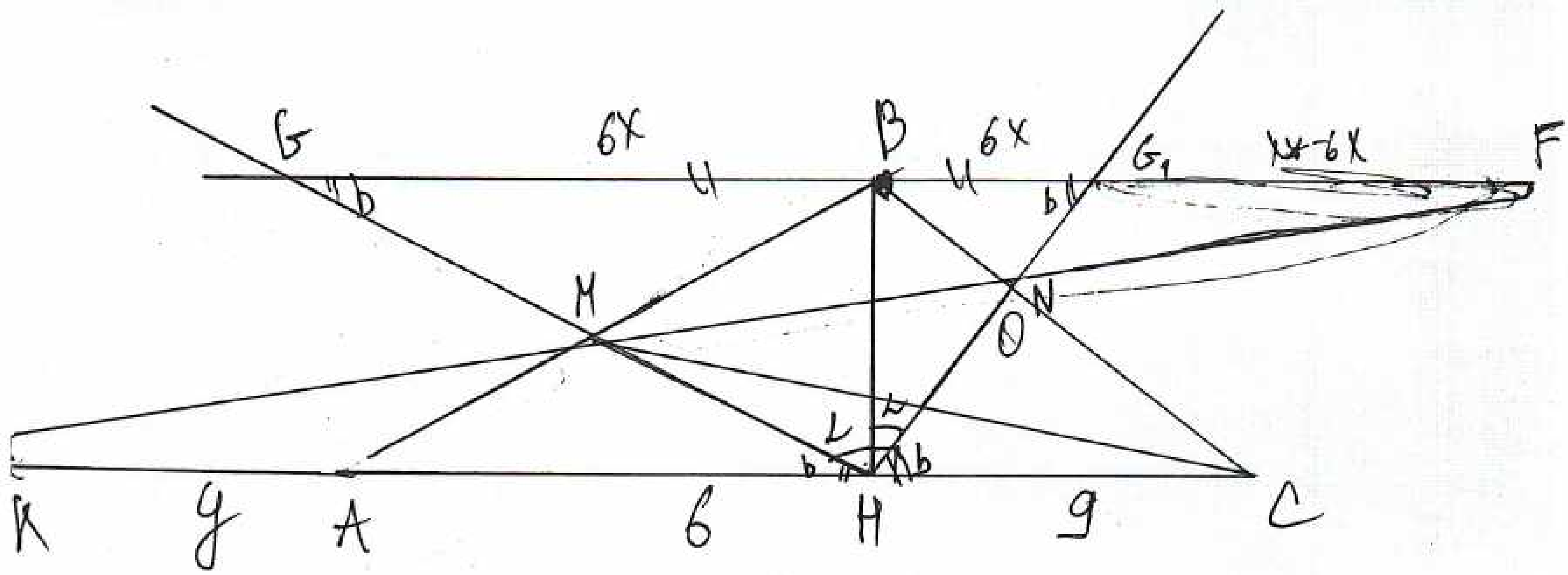
$-3 \quad 1$

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: 11 11-539
(заполняется организатором)

№6

Черновик



$\triangle MKH \sim \triangle MAC$

$\cancel{\frac{MC}{MA} = X}$

$\frac{MB}{MA} = X$

$\Rightarrow \cancel{K = \frac{KA+6}{15}}$

$\cancel{K\theta\ \frac{MC}{MA} = X \Rightarrow \frac{KA+6}{15} = \frac{15}{KA+6}}$

$\Rightarrow \frac{6x + G_1F}{y} = X$

$\frac{NG_1}{NH} = \frac{2X}{3}$

$6X + G_1F = xy$

$G_1F = xy - 6X$

$\Rightarrow \frac{xy - 6X}{y+6} = \frac{2X}{3}$

$3xy - 18x = 2xy + 12x$

$\Rightarrow \cancel{3xy - 18x = 2xy}$

$\cancel{xy = 18x}$

$x \cdot y = 30X$

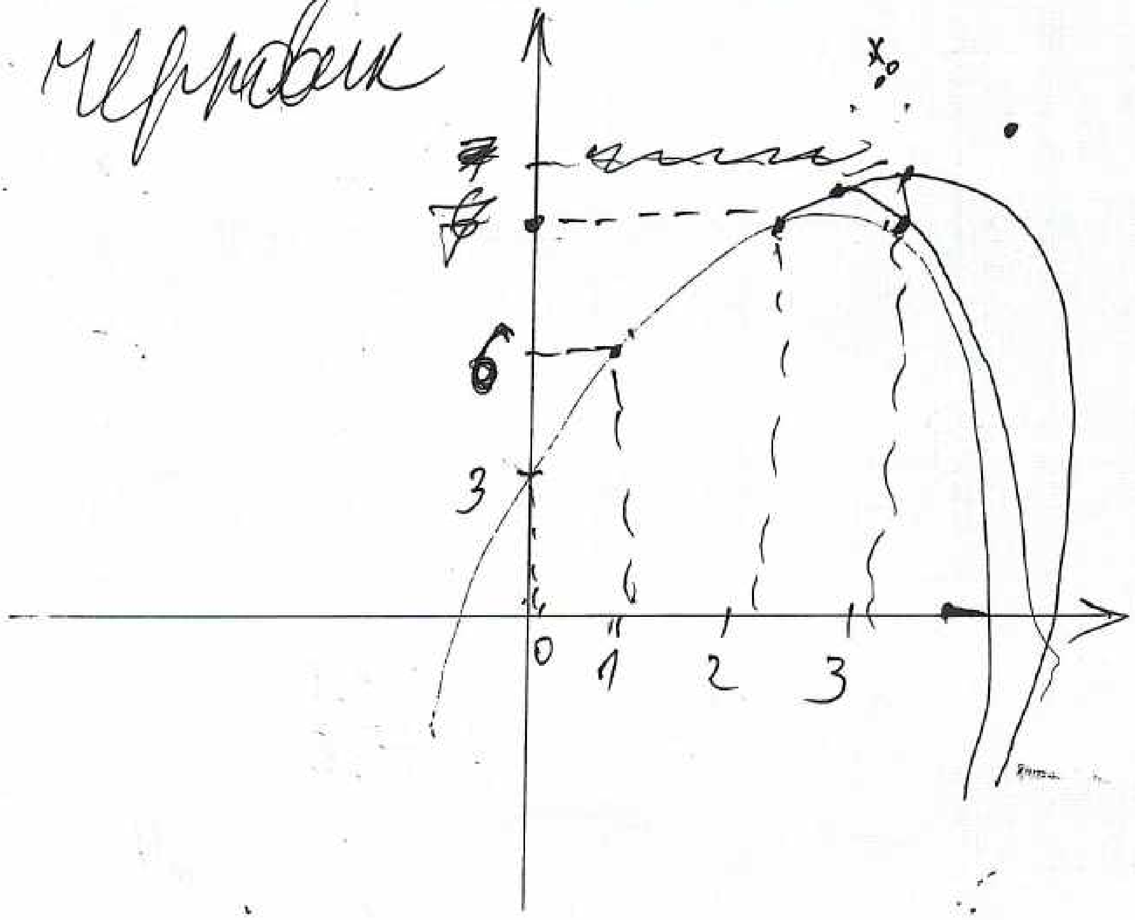
$y = 30$

Бланк ответа

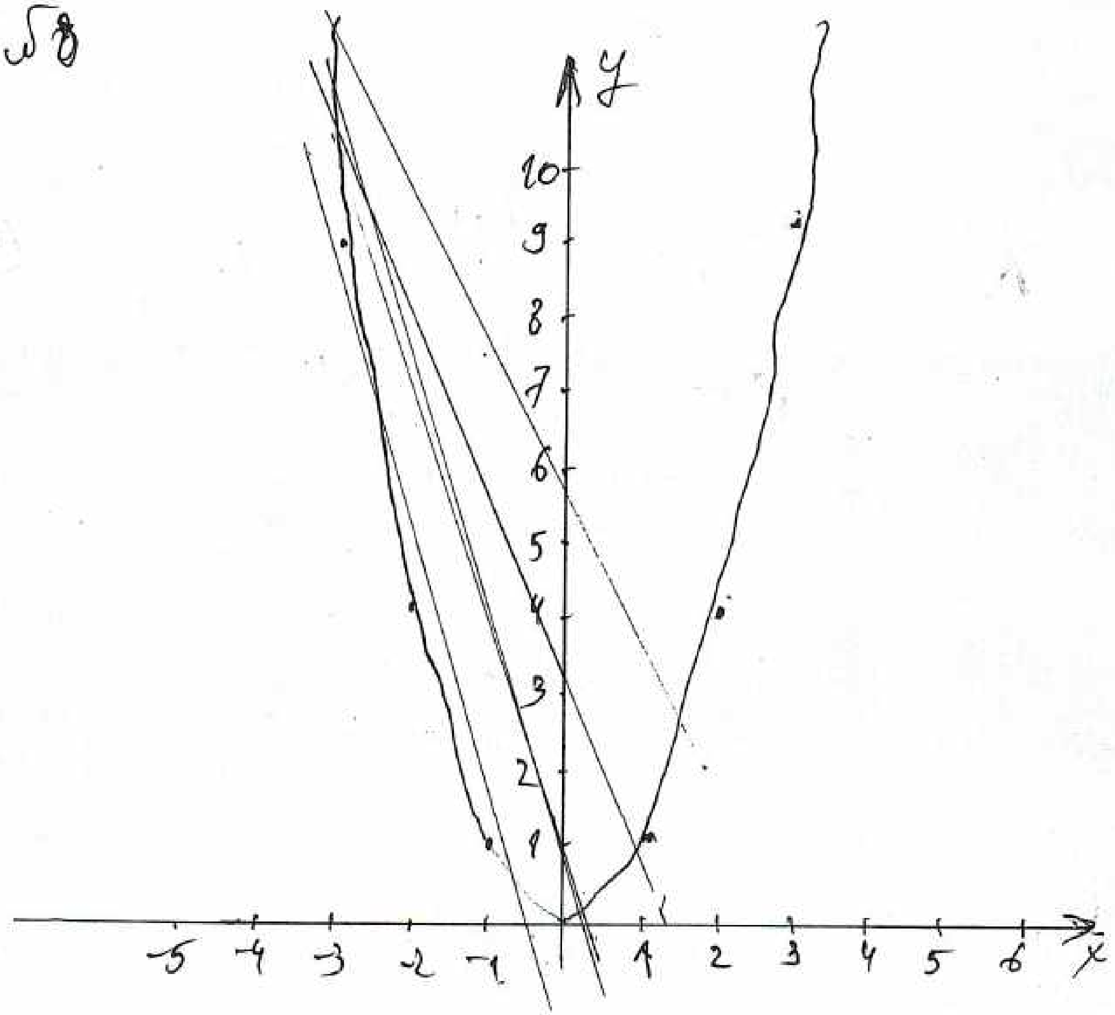
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)

черновик



№8



Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11- 362

№1

Чтобы приобрести наиб. кол-во упаковок, необходимо получить максимальный кешбэк. Для этого необходимо изначально купить как можно больше упаковок в пределах 20.000р и на полученный кешбэк + остаток докупить. Пусть x – кол-во упаковок, которые купили сначала в большом кол-ве для кешбека ($x \geq 15$ по условию задачи). Тогда общая стоимость покупки будет:

$x \cdot 630р \cdot 0,9 = x \cdot 567р$ (т.к. $0,1 \cdot 630р \cdot x$ вернется кешбэком).

Тогда имеем $x \cdot 567 \leq 20.000 \Leftrightarrow$

$$x \leq \frac{20.000}{567} = 35\frac{155}{567}, \text{ но } x \in Z \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ максимальное кол-во упаковок $= 35$. Тогда

$35 \cdot 630 \cdot 0,9 = 19.845р.$ – стоимость 35 упаковок (с учетом возвращенных 10%). Остается 155р.,

но $155р. < 630р. \Rightarrow$ больше упаковок купить нельзя.

Ответ: 35 упаковок.

№2

$$y = \sqrt{\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}} \; ; \quad \frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)} \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{(x-2)(x+2)}{\lg(x^2-1)} \geq 0$$

см. след. стр. →

№2 (продолжение)

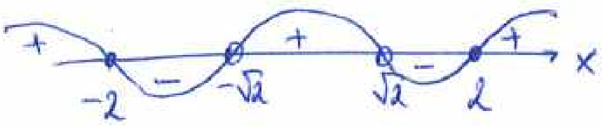
$$\frac{(x-2)(x+2)}{\lg(x^2-1)} \geqslant 0 \iff$$

$*\ \lg(x^2-1)=0 \iff$

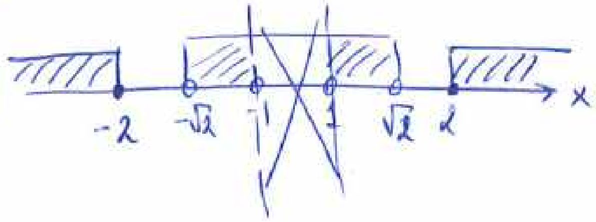
$x^2-1=1 \iff$

$x^2=2 \iff$

$x=\pm\sqrt{2}$



$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\geqslant 2 \\ -\sqrt{2}<x<\sqrt{2} \\ x\leqslant -2 \end{array}\right. \\ x^2-1>0 \end{cases} \iff \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\geqslant 2 \\ -\sqrt{2}<x<\sqrt{2} \\ x\leqslant -2 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-1 \end{array}\right. \end{cases} \iff$$



$$\iff \left[\begin{array}{l} x\geqslant 2 \\ x\leqslant -\sqrt{2} \\ -\sqrt{2}<x<-1 \\ 1<x<\sqrt{2} \end{array}\right.$$

Ответ: $(-\infty;-2]\cup(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})\cup[2;+\infty)$.

№5

$$3^{-\frac{1}{2}}+6^{-\frac{1}{2}+\log_6\sin x}=2^{-\frac{1}{2}+\log_2\cos x} \iff$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{6}}\cdot 6^{\log_6\sin x}=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 2^{\log_2\cos x} \iff \Big/\cdot\sqrt{6}$$

$$\begin{cases} \sqrt{2}+\sin x=\sqrt{3}\cos x \\ \sin x>0 \\ \cos x>0 \end{cases} \iff \begin{cases} \sqrt{3}\cos x-\sin x=\sqrt{2} \\ \sin x>0 \\ \cos x>0 \end{cases} \iff \cancel{2\cdot\sin(}$$

$$\iff \begin{cases} 2\cdot\cos\left(\frac{\pi}{6}+x\right)=\sqrt{2} \\ \sin x>0 \\ \cos x>0 \end{cases} \iff \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{6}+x\right)=\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin x>0 \\ \cos x>0 \end{cases} \iff \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{6}+x=\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{6}+x=\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z} \end{array}\right. \\ \sin x,\ \cos x>0 \end{cases}$$

см. дальше →

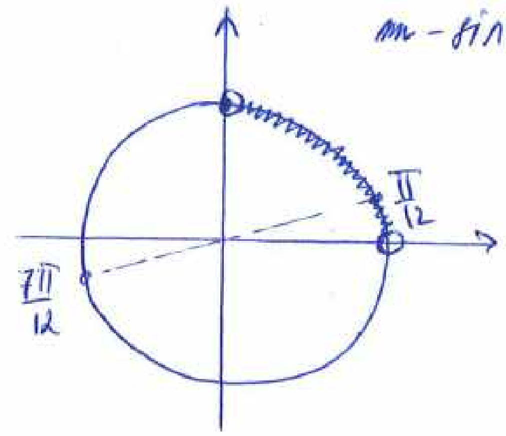
Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 - 362

№5 (продолжение)

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + 2\pi n, n \in Z \\ x = \frac{7\pi}{12} + 2\pi n, n \in Z \end{array} \right. \\ \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$$



т.к. $\sin x, \cos x > 0$ одновременно (I четверть)

Тогда $x = \frac{7\pi}{12} + 2\pi n, n \in Z$ не подходит по огр. ($\sin x, \cos x < 0$).

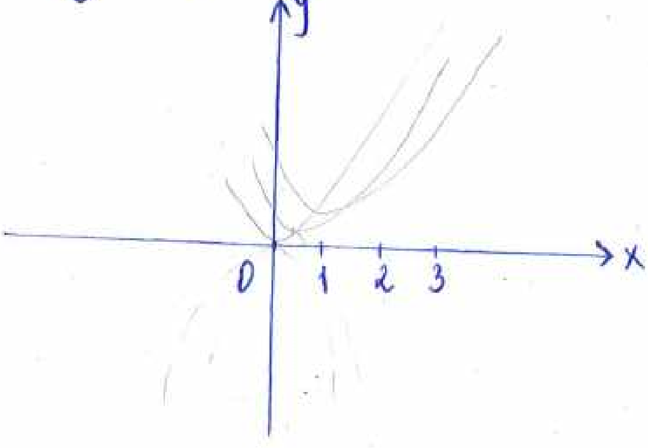
Тогда $x = \frac{\pi}{12} + 2\pi n, n \in Z$ – единств. серия решений

Ответ: $\{\frac{\pi}{12} + 2\pi n \mid n \in Z\}$.

№3

График квадратного трёхчлена – парабола.

Пусть $f(x) = ax^2 + bx + c$ (гр. – парабола). Рассмотрим:



I случай $x_в = 0$:

а) $x_в = 0$. Если $a < 0$, то ветви вниз. Тогда ~~$x_в$~~ значение в $x_в$ максимальное; ~~на~~ $\}$ $(0; +\infty)$ функция убывает, но по условию максимума на каждом из отрезков каждый больше предыдущего (!!).

б) Если $a > 0$, то ветви ↑↑. Тогда значение в $x_в$ – минимальное. $(0; +\infty)$ – ф-ция возрастает $\Rightarrow$ на каждом отрезке максимальное значение будет достигаться в наибольшем x. Имеем систему:

$$\begin{cases} f(1)=a+b+c=3 \\ f(2)=4a+2b+c=6 \\ f(3)=9a+3b+c=8 \end{cases}$$

$\longrightarrow a+2-5a+c=3 \Leftrightarrow c=1+4a$

$\longrightarrow 5a+b=2 \Leftrightarrow b=2-5a$

Имеем $9a+6-15a+1+4a=8 \Leftrightarrow$

$2a=-1 \Leftrightarrow$

$a=-0,5$ Тогда $\begin{cases} a=-0,5 \\ b=4,5 \\ c=-1 \end{cases}$

Тогда $f(x)=-0,5x^2+4,5x-1$, но $x_в=\frac{-4,5}{-1}=4,5$, а случай, когда $x_в=0$ (к)

<u>II случай</u> $0<x_в<1$:

а) Если $a<0$, то ветви ↓. Аналогично I $(x_в;+\infty)$ ф-ция убывает ⇒ максимумы на отрезках тоже должны быть в порядке убывания. (к)

б) Если $a>0$, то ветви ↑↑. ~~Тогда ф-ция $(-\infty$~~:

Имеем два случая на отрезке $[0;1]$. $\left[\begin{array}{l} f(1)-max \\ f(0)-max \end{array}\right.$, т.к. $x_в$ находится между ними. при $f(1)-max$ возвращаемся к I случаю $f(x)=-0,5x^2+4,5x-1$, где $x_в=4,5$ (к)

Либо $f(0)-max$, тогда: $\begin{cases} f(0)=c=3 \\ f(2)=4a+2b+c=6 \\ f(3)=9a+3b+c=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2b=3 \\ 9a+3b=5 \end{cases} \Leftrightarrow$

Очевидно, что $(x_в;+\infty)$ ф-ция возрастает ⇒ на каждом из оставшихся отрезков наиб. значение достигается в крайней правой точке.

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{6} \\ c=3 \\ b=\frac{7}{6} \end{cases}$ $f(x)=\frac{1}{6}x^2+\frac{7}{6}x+3$, где $x_в=\frac{-\frac{7}{6}}{\frac{1}{3}}=-\frac{7}{6}\cdot 3=-3,5$.

Но случай, когда $0<x_в<1$. (к)

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11 - 362

№3 (продолжение)

III случай $x_в = 1$:

а) Если $a < 0$, то ветви ↓↓. (нк) (т.к. $x_в$ - наиб. знач. Аналогично п. а) I случая и п. а) II случая)

б) Если $a > 0$, то ветви ↑↑. Тогда на отр. $[0;1]$ максимум в т. $x = 0$ (т.к. $(-\infty; x_в)$ ф-ция убывает). На остальных отрезках максимум в кр. правой точке т.к. $(x_в; +\infty)$ ф-ция возрастает. Имеем систему

$$\begin{cases} f(0) = c = 3 \\ f(2) = 4a + 2b + c = 6 \\ f(3) = 9a + 3b + c = 8 \end{cases} \xrightarrow{\text{аналог. II}} f(x) = \frac{1}{6}x^2 + \frac{7}{6}x + 3, \text{ где } x_в = -3{,}5$$

(нк)

IV случай $1 < x_в < 2$:

а) Если $a < 0 \Rightarrow$ ветви ↓↓. Тогда $(x_в; +\infty)$ ф-ция убывает, а значит в $x_в$ - максим. знач. Но по условию на $[2;3]$ максим. значение > чем на $[1;2]$ (нк)

б) Если $a > 0$, ветви ↑↑. Очевидно, что $[0;1]$ - максим. в т. $x = 0$. $[2;3]$ - максим в т. $x = 3$. Тогда имеем 2 случая на $[1;2]$. Либо $f(1)$ - max ①, либо $f(2)$ - max ②:

① $\begin{cases} c = 3 \\ a + b + c = 6 \\ 9a + 3b + c = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ 9a + 3b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ b = 3\frac{2}{3} \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + 3\frac{2}{3}x + 3,$

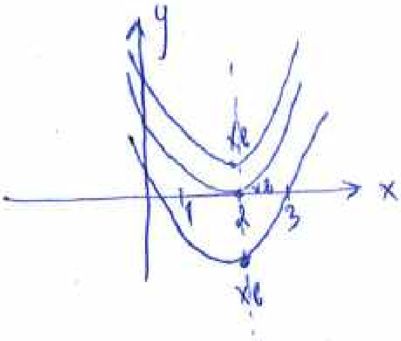
но $a < 0$, но случай, когда $a > 0$. А также $x_в = 2\frac{3}{4}$, но $1 < x_в < 2$. (нк)

② $\begin{cases} c = 3 \\ 4a + 2b + c = 6 \\ 9a + 3b + c = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 3 \\ 9a + 3b = 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{аналог. III}} f(x) = \frac{1}{6}x^2 + \frac{7}{6}x + 3$, где $x_в = -3{,}5$ (нк)

V случай $x_в = 2$:

а) Если $a < 0$, то ветви ↓↓. Аналогично предыдущим случаям: $x_в$ - максимальное значение, тогда $f(x)$, где $2 < x < 3$ меньше, чем $f(x_в)$. (x)

б) Если $a > 0$. Тогда $\begin{cases} f(0) - \max [0;1] \\ f(1) - \max [1;2] \\ f(3) - \max [2;3] \end{cases}$



т.к. $f(x) \uparrow (2; +\infty)$

$f(x) \downarrow (-\infty; 2)$.

Имеем $\begin{cases} c = 3 \\ a + b + c = 6 \\ 9a + 3b + c = 1 \end{cases} \xRightarrow{\text{анал. IV}} f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + 3\frac{2}{3}x + 3$, но $x_в = 2\frac{3}{4}$

(x)

VI случай ~~xв~~ $2 < x_в < 3$:

а) Если $a > 0$, то ~~ветви~~ ↑↑. Но тогда в $x_в$ - минимальное значение. Но тогда максимумы на отрезках должны быть больше, чем значение в $x_в$. ~~Но $f(x_в) < 8$ Поскольку на $[2;3]$ $x_в$ - минимум, то $f(x_в) < 8$. А значит~~ Но т.к. $(-\infty; x_в)$ ф-ция убывает $\Rightarrow$ максим. значение на $[0;1]$ больше, чем на $[1;2]$. (x)

б) Если $a < 0$, то в $x_в$ - максимум, т.к. ветви ↓↓.

Тогда $(-\infty; x_в)$ - ф-ция возрастает $\Rightarrow$ максимумы в крайних правых точках. $f(1) - \max [0;1]$. На $[2;3]$ есть два

$f(2) - \max [1;2]$

~~Аlt~~-

варианта: либо $f(2)$ - max, либо $f(3)$ - max. Но, если $f(2)$ - max, тогда ~~$f(2) = f(3)$~~, максимумы на $[1;2]$ и $[2;3]$ - совпадают $\Rightarrow f(2)$ - не max на $[2;3] \Rightarrow f(3)$ - max.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11 - 362

№3 (продолжение)

Имеем $\begin{cases} a+b+c=3 \\ 4a+2b+c=6 \\ 9a+3b+c=8 \end{cases} \xrightarrow{\text{по I случаю}} f(x)=-0{,}5x^2+4{,}5x-1$, но $x_в=4{,}5$ (к)

VII случай $x_в=3$:

а) Если $a>0$, то ветви ↑↑ (к) т.к. максимумы на отрезках будут возрастать справа налево в силу ~~возрастания~~ убывания ф-ции $(-\infty; x_в)$.

~~VIII случай $x_в>3$:~~ б) Если $a<0$. Тогда $f(3)-\max$
$f(2)-\max$
$f(1)-\max$.

Аналогично пред. случаю $f(x)=-0{,}5x^2+4{,}5x-1$, но $x_в=4{,}5$ (к)

VIII случай $x_в>3$:

а) Если $a>0$ (к) аналогично VII случай п. а)

б) Если $a<0$ аналогично VII случай п. б)

$f(x)=-0{,}5x^2+4{,}5x-1$, где $x_в=4{,}5$ – подходит

~~VIII~~ IX случай: $x_в<0$:

а) Если $a<0$, то ветви ↓↓ => $(x_в;+\infty)$ ф-ция убывает => максимумы убывают (к)

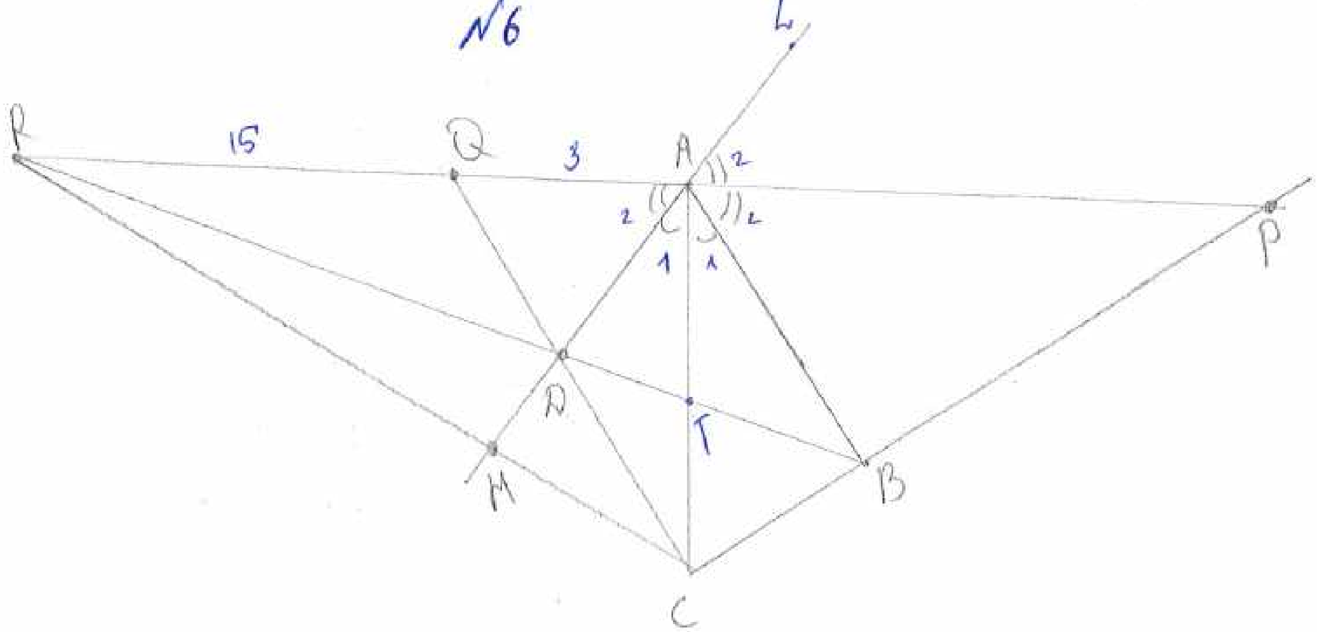
б) Если $a>0$, то ветви ↑↑ => ~~$(x_в;+\infty)$~~ $(x_в;+\infty)$ ф-ция возрастает =>

$\Rightarrow$ $f(1)$ - max
$f(2)$ - max $\xRightarrow{\text{аналог. I случая}}$ $f(x) = -0{,}5x^2 + 4{,}5x - 1$, где $x_B = 4{,}5$
$f(3)$ - max

Ответ: $f(x) = -0{,}5x^2 + 4{,}5x - 1$.

Проверим $f(1) = -0{,}5 + 4{,}5 - 1 = 3$
$f(2) = -2 + 9 - 1 = 6$
$f(3) = -4{,}5 + 13{,}5 - 1 = 8$

№6



1. $\angle DAC = \angle CAB$ (усл.)
$\angle BAP = \angle LAP$ (усл.)
$\angle LAP = \angle RAD$ (как верт.)
$\Rightarrow \angle RAC = \angle PAC = 90^\circ$
$(\angle 1 = \angle 1, \angle 2 = \angle 2, (\angle 1 + \angle 2) \cdot 2 = 180^\circ)$

2. По т. Менелая для $\triangle TRA$ и пр. QC:
$\frac{15}{3} \cdot \frac{AC}{CT} \cdot \frac{TD}{DR} = 1$

3. По т. Менелая для $\triangle CRT$ и пр. HA:
$\frac{RD}{DT} \cdot \frac{TA}{AC} \cdot \frac{CH}{HR} = 1$

$\Rightarrow \frac{AT}{CT} \cdot \frac{CH}{HR} = \frac{1}{5}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-362
(заполняется организатором)

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МИ-270

Задание 1

Заметим, что приобретать ≥ 3 раза пачки с кешбэком нельзя.

Тогда задача сводится к оптимизации приобретения бумаги с кешбэком ≤ 2 раза.

Заметим, что для того, чтобы получить максимальный кешбек нужно приобрести бумагу 2 раза с кешбэком.

Тогда нужно взять в первый раз ~~наибольшее~~ наибольшее количество ~~пачек~~ пачек с кешбеком, но с условием, чтобы денег осталось ~~на~~ ~~вторую~~ на вторую покупку с кешбеком, а тогда после покупки и получения кешбека в первый раз должно остаться не менее $630 \cdot 15 = 9450$ рублей. В первый раз нужно брать max число пачек с кешбеком, чтобы максимизировать базу денег, от которых придёт кешбэк. Если в первый раз возьмём 19 пачек, то заплатим 11970, получим кешбек 1197 рублей. Останется в таком случае $8030 + 1197 = 9227 < 9450$

Возьмём 18 пачек:

Заплатим – 11340

Кешбэк – 1134

Останется $20000 - 11340 + 1134 = 9794 > 9450$

Купим ещё максимальное число пачек, то есть 15, потратив 9450, останется 344 рубля и кешбэк 945 рублей, в сумме 1289.

На 1289 рублей можно купить $\left[\frac{1289}{630}\right] = 2$ пачки

Всего было куплено $18 + 15 + 2 = 35$ пачек

Ответ: 35 пачек

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	МИ - 276

Задание 2

$$y = \sqrt{\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$$

ОДЗ образуется от корня и логарифма.

$$\begin{cases} \lg(x^2-1) \neq 0 \\ \left[\begin{array}{l} x^2-4 \geq 0 \text{ и } \lg(x^2-1) > 0 \ (1) \\ x^2-4 \leq 0 \text{ и } \lg(x^2-1) < 0 \ (2) \end{array}\right. \end{cases}$$

Тогда условие $\lg(x^2-1) \neq 0$ избыточно, т.к $\lg(x^2-1)$ не принимает значение 0.

(1) $x^2-4 \geq 0$ и $\lg(x^2-1) > 0$

$x \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

$\lg(x^2-1) > \lg 1$

$x^2-1 > 1$

$x^2-2 > 0$

$x \in (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$

$x \in (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$

(2) $x^2-4 \leq 0$ и $\lg(x^2-1) < 0$

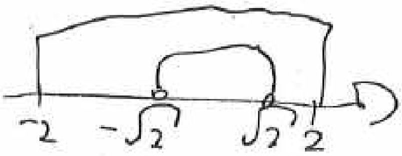
$x \in [-2; 2]$

$\lg(x^2-1) < \lg 1$

$x^2-1 < 1$

$x^2-2 < 0$

$x \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$



Теперь используем оба условия:

$x \in (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$

Ответ: $x \in (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МИ-276

Задание 3

ax^2+bx+c

$$\begin{cases} a+b+c=3 \Leftrightarrow c=3-a-b \ (1) \\ 4a+2b+c=6 \ (2) \\ 9a+3b+c=8 \end{cases}$$

Подставим (1) в (2):

$4a+2b+3-a-b=6$

$3a+b=3$

$b=3-3a \Rightarrow (1)\ c=\cancel{3}-a-\cancel{3}+3a=2a$

Подставим b и c в (3):

(3) $9a+9-9a+2a=8$

$2a=-1$

$a=-\frac{1}{2}$ $\quad b=3+1,5=4,5$ $\quad c=-1$

$$\boxed{y=-\frac{1}{2}x^2+4,5x-1}$$

Нам подходит только такая парабола,
т.к если бы a был положителен, то невозможно было в точке $x=1$ иметь значение 3, в точке $x=2$ иметь значение 6, а в точке $x=3$ иметь значение 8, т.к через эти точки могла проходить только правая ветвь параболы с $a>0$, но получается, что $y(1)=3$, $y(1+1)=6$, $y(1+1+1)=8$, то есть рост правой ветви замедлился, что невозможно. Тогда нам подходит парабола с $a<0$, проходящая через $y=3$, $y=6$, $y=8$ и ~~принимающая~~ использующая в этих значениях ~~прав~~ самое правое значение аргумента из наших промежутков $[0;1]$, $[1;2]$, $[2;3]$

Ответ: $-\frac{1}{2}x^2+4,5x-1$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) ММ – 276

Задание 5

$$\boxed{\begin{aligned} ОДЗ: \ &\sin x > 0 \\ &\cos x > 0 \end{aligned}}$$

$$3^{-\frac{1}{2}} + 6^{-\frac{1}{2} + \log_6 \sin x} = 2^{-\frac{1}{2} + \log_2 \cos x}$$

$$3^{-\frac{1}{2}} + 6^{-\frac{1}{2}} \cdot \sin x = 2^{-\frac{1}{2}} \cdot \cos x$$

$$\frac{1}{\sqrt{6}} \sin x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad / : \sqrt{\frac{1}{6} + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{4}{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$\frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

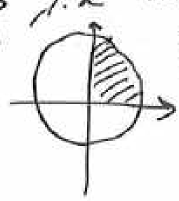
$$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, \ k \in \mathbb{Z} \ (1)$$

$$x - \frac{\pi}{3} = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \ k \in \mathbb{Z}$$

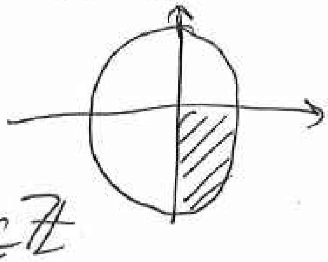
$$(1): x = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} + 2\pi k, \ k \in \mathbb{Z}$$

$x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k, \ k \in \mathbb{Z}$ подходит под ОДЗ, т.к находится где-то в закрашеной области



$$(2): x = -\frac{5\pi}{12} + 2\pi k, \ k \in \mathbb{Z}$$

не подходит под ОДЗ, т.к этот угол лежит где-то в закрашеной области



Ответ: $x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k, \ k \in \mathbb{Z}$

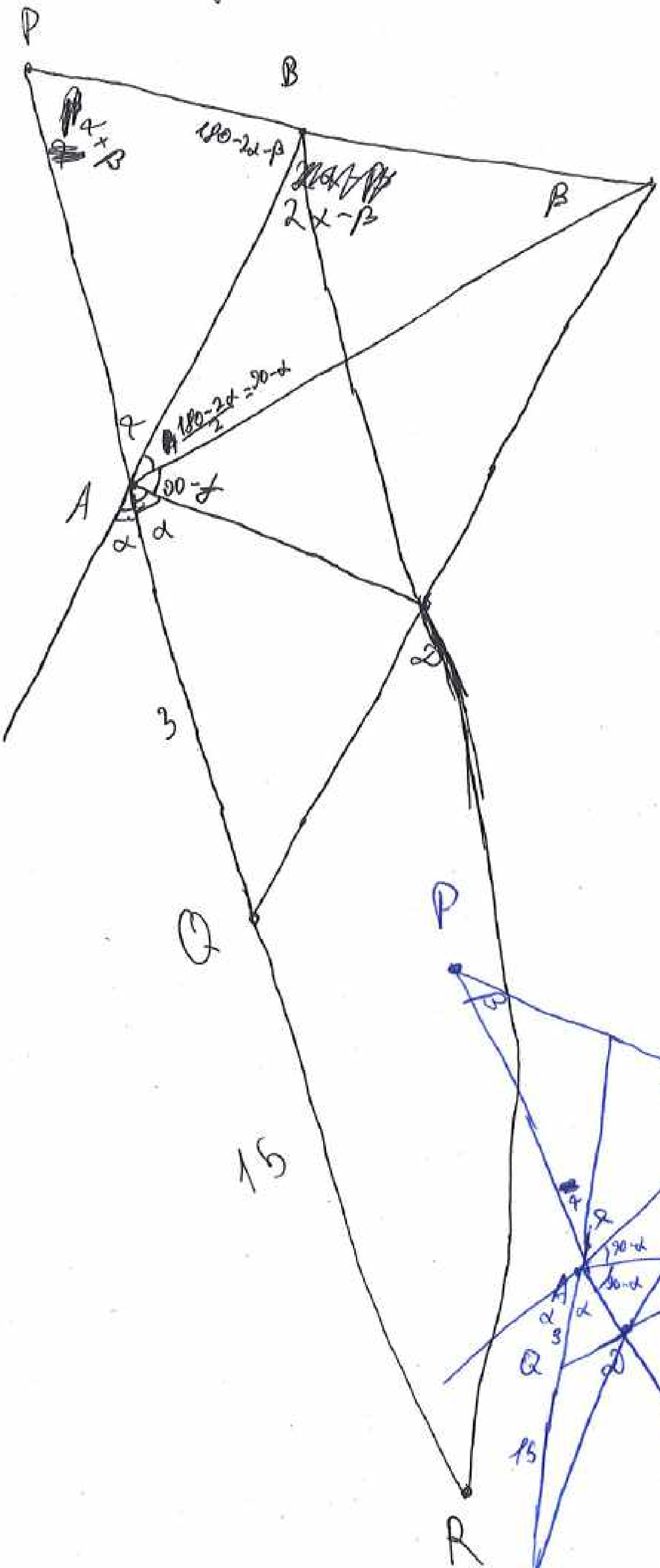
Бланк ответа

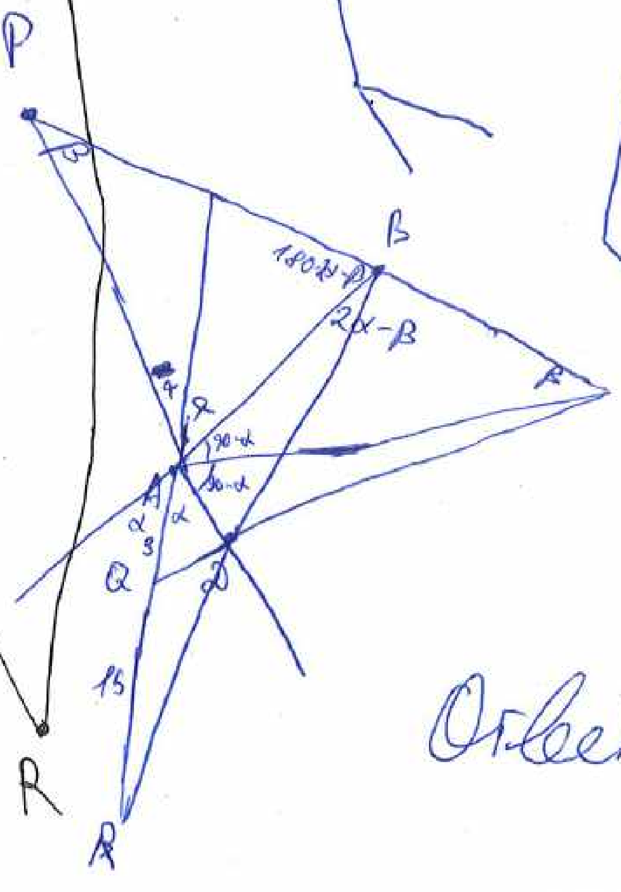
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-776

(заполняется организатором)

Задание 6





Ответ: 18

№1

1) Если купить пачки одним разом на все имеющиеся деньги, то 20000 : 630 = 31,75... пачек. Кэшбек составит $\frac{630 \cdot 31}{10} = 1953$р, и на него можно купить ещё + 3 пачки, на которые кэшбека не будет и того у нас 34 пачки

2) Если мы будем покупать меньше пачек, то кэшбек с каждым разом будет становиться меньше. А значит, ~~С 29 пачек 1197р, с 28 пачек 1134р и так далее. Получается,~~ ~~что во второй раз минимум~~
что во второй раз пачек будет куплено на кэшбек + остаток денег от первой покупки. Покупая 29 пачек кэшбэк будет 1827р, а остаток 1730, можно еще купить 5 пачек. Суммарно 34 пачки. Если 30 пачек, то аналогичным образом просчитав, получаем, что можно докупить еще 4 пачки. Суммарно 34. Покупая в первый раз 31; 30; 29; 28; 27... 21; 20 пачек, в итоге мы не переходим итоговый порог в 34 пачки.

3) Если купить 19 пачек, то во второй раз мы сможем купить на сумму $20000 - 19 \cdot 630 + \frac{19 \cdot 630}{10} = 8030 + 1197 = 9227$р. – 14 пачек. Суммарно 33 пачки

4) Однако если купить 18 пачек, то во второй раз мы получим еще раз кэшбек, т.к. нам хватает денег на то, чтобы приобрести еще раз 15 пачек. И тогда мы сможем на новый кэшбек ~~получить~~ купить и в 3 раз. Отразим данные покупок в таблице.

Покупаем в 1 раз (шт)	Тратим на покуп. в 1 раз (р)	Кэшбек + остаток от пок. в 1 раз (р).	Покуп. во 2 раз (шт)	Кэшбек пов + остаток (р)	Покупаем в 3 раз.	Суммарно куплено (шт)
18	11340	8660 + 1134 = 9794	15	344 + 945 = 1289	2	35
17	10710	9290 + 1071 = 10361	16	281 + 1008 = 1289	2	35
16	10080	9920 + 1008 = 10928	17	218 + 1071 = 1289	2	35
15	9450	10550 + 945 = 11495	18	155 + 1134 = 1289	2	35
14	8820	11180 + – = 11180	17	470 + 1071 = 1540	2	38

В случае 14 и меньше мы не получаем кэшбек за первую покупку и это менее выгодно, чем в предыдущих случаях

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11 - 124

№1 (продолжение)

Получается, что максимальное возможное количество пачек, которое можно приобрести на 20000р — это 35 пачек

Ответ: 35 пачек.

№2

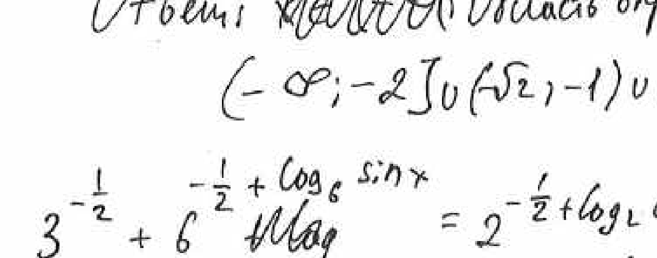
$$y=\sqrt{\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$$

Область определения:

$$\begin{cases}\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}\geq 0\\ \lg(x^2-1)\neq 0\\ x^2-1>0\end{cases}\qquad \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\leq -2\\ x\geq 2\\ -\sqrt2<x<\sqrt2\end{array}\right.\\ x\neq\pm\sqrt2\\ \left[\begin{array}{l}x<-1\\ x>1\end{array}\right.\end{cases}\qquad \left[\begin{array}{l}x\leq-2\\ x\geq 2\\ -\sqrt2<x<-1\\ 1<x<\sqrt2\end{array}\right.$$

1) Нули: $\frac{(x^2-4)}{\lg(x^2-1)}=0$ $\left[\begin{array}{l}x^2-4=0\\ \lg(x^2-1)=0\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x^2=4\\ \lg(x^2-1)=\lg(1)\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=\pm2\\ x^2-1=1\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=\pm2\\ x=\pm\sqrt2\end{array}\right.$

2) $x^2-1>0$; Н: $x^2=1$; $x=\pm1$



$\sqrt2 \quad 1 \quad ^2;\ -\sqrt2<-1$

$2>1$

Ответ: Область определения $y=\sqrt{\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$ равна

$(-\infty;-2]\cup(-\sqrt2;-1)\cup(1;\sqrt2)\cup[2;+\infty)$.

№5

$$3^{-\frac12}+6^{-\frac12+\log_6\sin x}=2^{-\frac12+\log_2\cos x}$$

$\cos^2x+\sin^2x=1$

$\cos x=\sqrt{1-\sin^2x}$

$$\begin{cases}\frac{1}{\sqrt3}+\frac{1}{\sqrt6}+6^{\log_6\sin x}-\frac{1}{\sqrt2}\cdot 2^{\log_2\cos x}=0\\ \cos x>0\\ \sin x>0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\cos x>0\\ \sin x>0\\ \frac{\sqrt2+\sin x-\sqrt3\cos x}{\sqrt6}=0\ \Big|\cdot\sqrt6>0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\cos x>0\\ \sin x>0\\ \frac{1}{\sqrt3}^{\sqrt2}+\frac{1}{\sqrt6}\cdot\sin x-\frac{1}{\sqrt2}^{\sqrt3}\cdot\cos x=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\cos x>0\\ \sin x>0\\ \sqrt3\cos x=\sqrt2+\sin x\ \ |^2\end{cases}\qquad \sqrt{1-\sin^2x}$$

$$\begin{cases}\cos x>0\\ \sin x>0\\ 3(1-\sin^2x)=2+2\sqrt2\sin x+\sin^2x\end{cases}$$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-124

№5 (продолжение)

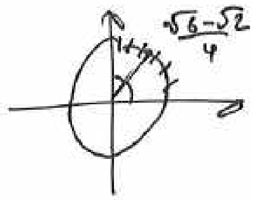
$$\begin{cases} 3-3\sin^2x = \sin^2x+2\sqrt{2}\sin x+2 \\ \cos x > 0 \\ \sin x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4\sin^2x+2\sqrt{2}\sin x-1=0 \\ \cos x>0 \\ \sin x>0 \end{cases}$$ → решим отдельно

$D=(2\sqrt{2})^2+4\cdot4=8+16=24=(2\sqrt{6})^2$

$\sin x=\dfrac{-2\sqrt{2}\pm2\sqrt{6}}{8}$; $\left[\begin{array}{l}\sin x=\dfrac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\\ \sin x=\dfrac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}\end{array}\right.$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l}\sin x=\dfrac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\\ \sin x=\dfrac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}<0\end{array}\right. \\ \cos x>0 \\ \sin x>0 \end{cases}$$

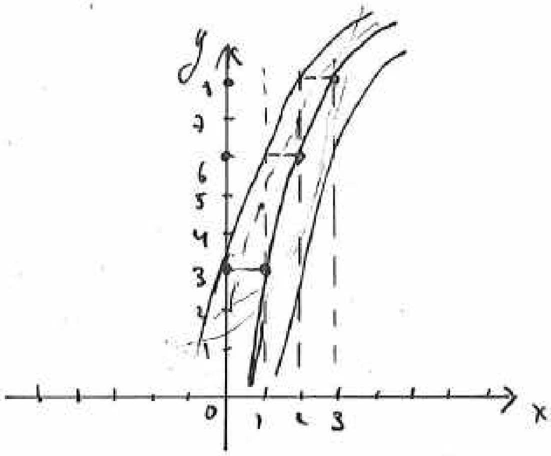


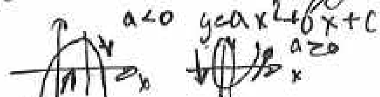
$\sin x=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$; $x=\arcsin\left(\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$.

Ответ: $x=\arcsin\left(\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$.

№3.

1) Квадратный трёхчлен - это парабола, которая имеет одну точку max. максимума. При первом коэф. <0 ее значения возрастают левее точки максимума, а при первом коэф >0 - правее точки максимума.



2) 

~~В обоих случаях~~

~~В этих случаях увелич x увеличивается y~~

В нашем случае $[0;1]$; $[1;2]$ $[2;3]$ - увеличиваются, 3, 6, 8 - y - увеличиваются.

Получается с ростом x растёт и y. А значит, чтобы на опред. ~~отрезке~~ $y=3;6$ или 8 было максимумом, значит, что через конец этого отрезка и будет проходить наш трёхчлен, т.к в ~~противном~~ иной случае из-за возрастания функции найдется на отрезке значение больше заданного.

3) Представим наш многочлен в виде $y=ax^2+bx+c$. Тогда получаем, что он проходит через точки $(1;3)$; $(2;6)$; $(3;8)$

Подставим эти точки в трехчлен и найдем коэффициенты:

$$\begin{cases} a+b+c=3 \\ 4a+2b+c=6 \\ 9a+3b+c=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9a+3b+c=8 \\ 4a+2b+c=6 \end{cases}$$

$5a+b=2$

$b=2-5a.$

$$\begin{cases} 4a+2b+c=6 \\ a+b+c=3 \end{cases}$$

$3a+b=3$

$b=3-3a$

$$\begin{cases} 5a+3-3a=2 \\ 2a=-1 \\ a=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$b=3+1{,}5=4{,}5$

$$\begin{cases} a+b+c=3 \\ a=-\frac{1}{2} \\ b=4{,}5 \end{cases}$$ $c=-1$

$$\begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=4{,}5 \\ c=-1 \end{cases}$$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11 - 124

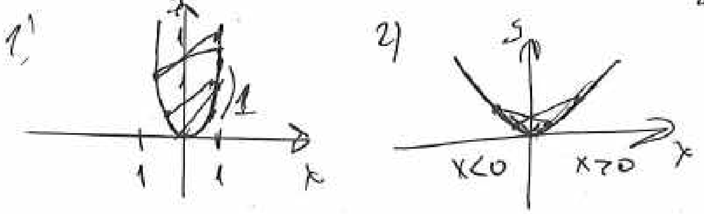
№3 (продолжение)

Получаем ~~многочлен~~ трёхчлен $y=-\frac{1}{2}x^2+4,5x-1$ и в нашем случае он единственный, т.к в иных случаях условия не будут соблюдены.

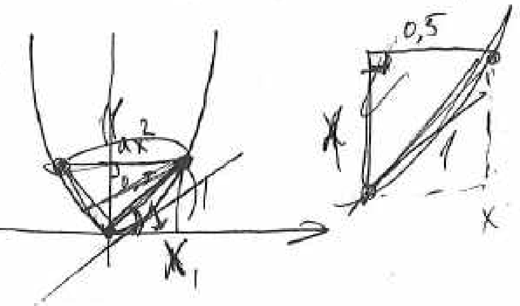
Ответ: $y=-\frac{1}{2}x^2+4,5x-1$.

№8.

Чтобы двигатся по параболе $y=ax^2$ с выполнением условий, a должно быть такое чтобы при увеличении абсциссы первой точки вторая точка не могла уменьшатся. Получается, чтобы не могла произойти такая ситуация, как показано на рисунке 1. для этого нужно, чтобы a переводило нас в ситуацию 2. Вычислим допустимые значения a.



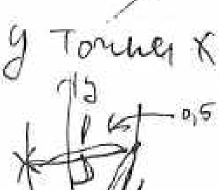
По условию работаем на $a>0$. Вершина параболы (0;0)



~~$ax^2=1$ при $a\le 0,5$ такая ситуация возможна, $x=0,5$ а при $a>0,5$ нет, $a=0,5$~~

~~$ax^2=1$, $a\cdot 0,25=1$, при $a\ge 4$ такая ситуация невозможна, $x=0,5$, $a=4$, при $a<4$, возможна.~~

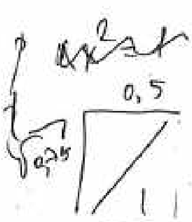
У точки X_1 должна быть единственная „парная" точка.



$ax^2=1$ По Th. Пифагора $1^2=(0,5)^2+c^2$

$c=\sqrt{1-0,25}$

$c=\sqrt{0,75}$.



$\begin{cases}ax^2=1\\ x=\sqrt{0,75}\end{cases}$ $\begin{cases}a\cdot 0,75=1\end{cases}$ $a=1\frac{1}{3}$

Получается, что при $a\le 1\frac{1}{3}$, такая ситуация возможна.

А при $a>1\frac{1}{3}$ такой ситуации быть не может.

Ответ: $a\in(1\frac{1}{3};+\infty)$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11 – 124

№7.

1 12 12 1221 ...

1) Начнем с последовательности единиц.
Если весь код состоит из единиц, то мы его узнаем за 100 ходов. 1 затем 11 .. 111 .... $\underbrace{11...11}_{100}$.

2) Узнаем максимальную последовательность единиц подряд за n-ое кол-во ходов. ~~Затем полученному фрагменту прибавляем по 2 с правой стороны, если все оставшиеся цифры в числе 2, то мы справимся за 100+1 ходов.~~

3) Затем аналогично вычисляем максимальную последовательность двоек. максимум на это уйдет 100+1 – ходов.

4) После ~~этого~~ ~~начинаем~~, если еще не обнаружили число Складываем последовательность единиц с ^{2}количеством двоек, пока не получим определённый ответ, если больше сложить нельзя переходим на единицы. а потом затем на двойки.

5) Это закончится менее через 100+20 ≤ 120 ходов.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

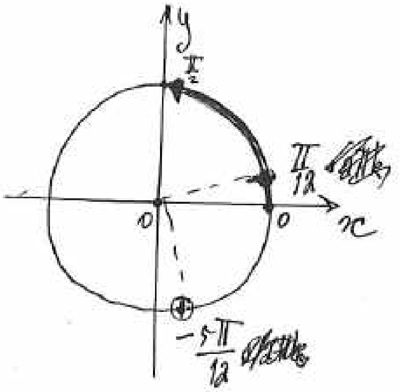
Код участника: (заполняется организатором) М11-108

№5

$$3^{-\frac{1}{2}}+6^{-\frac{1}{2}+\log_6 \sin x}=2^{-\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$$

$$3^{-\frac{1}{2}}+6^{-\frac{1}{2}}\cdot 6^{\log_6 \sin x}=2^{-\frac{1}{2}}\cdot 2^{\log_2 \cos x} \Leftrightarrow \begin{cases}\cos x>0\\ \sin x>0\\ \frac{1}{\sqrt3}+\frac{1}{\sqrt6}\cdot\sin x=\frac{1}{\sqrt2}\cdot\cos x \ (1)\end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\cos x>0\\ \sin x>0\\ \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z}\\ x=-\frac{5\pi}{12}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z}\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{12}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z}$$



1) $\frac{1}{\sqrt3}+\frac{1}{\sqrt6}\sin x=\frac{1}{\sqrt2}\cos x \ \Big|\cdot\sqrt6$

$\sqrt2+\sin x=\sqrt3\cos x$

$\sin x-\sqrt3\cos x=-\sqrt2$

$\frac{\sin x}{\sqrt4}-\frac{\sqrt3}{\sqrt4}\cos x=-\frac{\sqrt2}{\sqrt4}$

$\frac{1}{2}\sin x-\frac{\sqrt3}{2}\cos x=-\frac{\sqrt2}{2}$

$\sin(x-\varphi)=-\frac{\sqrt2}{2}$; $\left.\begin{array}{l}\sin\varphi=\frac{\sqrt3}{2}\\ \cos\varphi=\frac12\end{array}\right\}\Rightarrow \varphi=\frac{\pi}{3}$

$\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt2}{2}$

$$\left[\begin{array}{l} x-\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{4}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z}\\ x-\frac{\pi}{3}=-\frac{3\pi}{4}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z}\\ x=-\frac{5\pi}{12}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$$

Ответ: $\frac{\pi}{12}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z}$

№2

$y=\sqrt{\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$ ОДЗ: $\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}\geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x-2)(x+2)}{\lg(x^2-1)}\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}(x-2)(x+2)\geq 0\\ \lg(x^2-1)>0\end{cases} (1)\\ \begin{cases}(x-2)(x+2)\leq 0\\ \lg(x^2-1)<0\end{cases} (2)\end{array}\right. \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)\\ x\in(-\sqrt2;-1)\cup(1;\sqrt2)\end{array}\right. \Leftrightarrow x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt2;-1)\cup(1;\sqrt2)\cup[2;+\infty)$$

1) $\begin{cases}(x-2)(x+2)\geq 0\\ \lg(x^2-1)>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)\\ x^2-1>0\\ x^2-1>1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)\\ (x-\sqrt2)(x+\sqrt2)>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)\\ x\in(-\infty;-\sqrt2)\cup(\sqrt2;+\infty)\end{cases} \Leftrightarrow$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M11-108

(заполняется организатором)

$\lg(x^2-1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-1>0 \\ x^2-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$

~~$x^2-1=1$, $x^2=2$, $x=\pm\sqrt{2}$~~

$(x-2)(x+2)\geq 0$

$x\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$

$(x-1)(x+1)>0$

$x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$

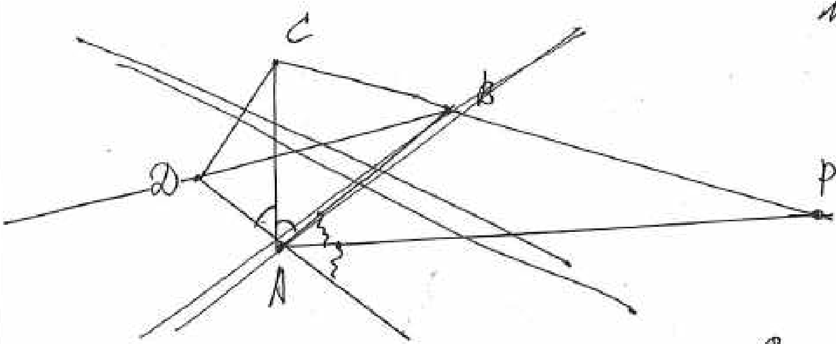
$\Leftrightarrow x\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$

2) $\begin{cases} (x-2)(x+2)\leq 0 \\ \lg(x^2-1)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)(x+2)\leq 0 \\ x^2-1>0 \\ x^2-1<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in[-2;2] \\ (x-1)(x+1)>0 \\ x^2-2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in[-2;2] \\ x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty) \\ x\in(-\sqrt{2};\sqrt{2}) \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x\in(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})$

Ответ: $x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})\cup[2;+\infty)$

№6



Дано:

$\angle BAC = \angle CAD$

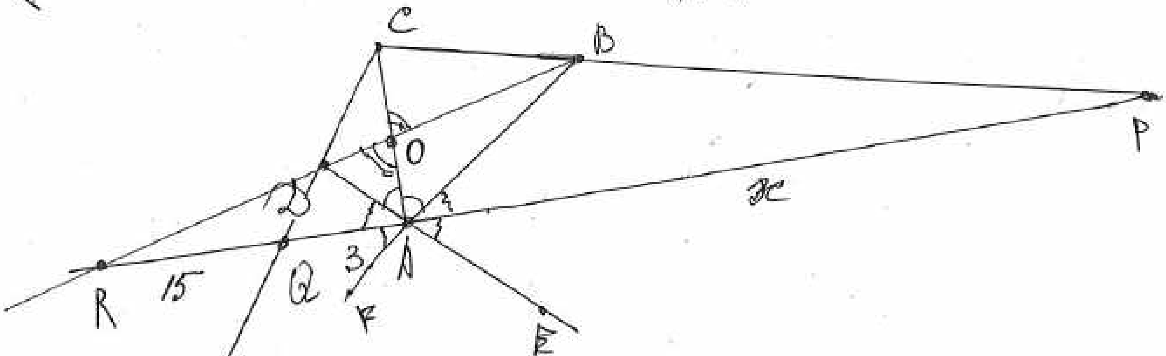
$\angle BAP = \angle PAE$

$AQ = 3$

$AR = 18$

Найти:

$AP - ?$



1. Пусть $AC \cap BD = O$

2. Пусть $AP = x$

3. $\left.\begin{matrix} B\in BR \\ O\in BR \\ R\in BR \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ Для $\triangle ACQ$: $\frac{AO}{OC}\cdot\frac{CD}{DQ}\cdot\frac{RQ}{AR}=1$ (по т. Менелая) $\Rightarrow$

$\frac{AO\cdot CD}{OC\cdot DQ}\cdot\frac{15}{18}=1 \Rightarrow \frac{AO\cdot CD}{OC\cdot DQ}=\frac{6}{5}$ ~~$\Rightarrow \frac{CD}{DQ}=\frac{AR\cdot OC}{AO\cdot RQ}$~~

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) M11-108

4. Для $\triangle APC$:

$$\frac{PB}{CB}\cdot\frac{CO}{AO}\cdot\frac{RA}{RR}=1 \text{ (по т. Менелая)} \Rightarrow \frac{PB}{CB}=\frac{AO\cdot RP}{CO\cdot AR}$$

5. Для $\triangle QCBP$:

$$\frac{PB}{CB}\cdot\frac{CD}{DQ}\cdot\frac{RQ}{RP}=1 \text{ (по т. Менелая)}$$

$$\frac{\cancel{AO}\cdot RP}{\cancel{CO}\cdot \cancel{AR}}\cdot\frac{AR\cdot OC}{AO\cdot RQ}\cdot\frac{RQ}{PR}=1$$

6. $\angle DAQ = \angle PAE$ (как вертик.)

$\angle OAR = \angle BAP$ (как вертик.)

$\angle DOE = \angle DBAC + \angle BAC + \angle BAP + \angle PAE = 180^\circ$

$2\angle BAC + 2\angle BAP = \cancel{80}\ 180^\circ$

$\angle BAC + \angle BAP = 90^\circ \Rightarrow \angle CAP = 90^\circ \Rightarrow \angle CAQ = 180^\circ - \angle CAP = 90^\circ$

7. Для прямоуг $\triangle CAQ$:

$AC^2 + AQ^2 = CQ^2$ (по т. Пифагора)

$AO^2 + OC^2 + 2AO\cdot OC + 9 = CD^2 + DQ^2 + 2CD\cdot DQ$

№ 1

1) Сначала будем покупать максимальное кол-во 15 или более пачек, чтобы получать кэшбэк, который будем снова тратить на покупку.

За каждую такую покупку в итоге получим: $-630\cdot x + 0{,}1\cdot 630\cdot x = -0{,}9\cdot 630\cdot x$, где $x \geq 15$

2) После двух покупок: $20\,000 - 0{,}9\cdot 630\cdot x - 0{,}9\cdot 630\cdot y$; x и $y \geq 15$

3) Если покупаем по 15 пачек, то после двух покупок останется 2 990 руб, т.е. после двух покупок по 15 партиями с кэшбэком останется максимум 2990, что меньше цены одной партии с кэшбэком. $2990 < 0{,}9\cdot 630\cdot 15 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ дальше придётся покупать по одной пачке и по цене 630 $\Rightarrow$

выгоднее купить как можно больше пачек в партнех с ~~...~~ кешбэком.

4) $20000 - 0{,}9\cdot 630(x+y) \to \min \Rightarrow (x+y)$ наибольшая возможная сумма

$\cancel{20000}$ $20000 = \cancel{...}\ 567(x+y) \Rightarrow (x+y) = \frac{20000}{\cancel{...}\ 567} \approx 35,\cancel{...}\ 27 \Rightarrow 34$ пачки всего купим за 2 покупки.

5) ~~$20000 - 567\cdot 34 = 722$ (руб) осталось $\Rightarrow$ сможем купить ещё максимум одну пачку по полной стоимости~~

4) ~~$34+1 = 35$~~ пачек бумаги – купим максимум

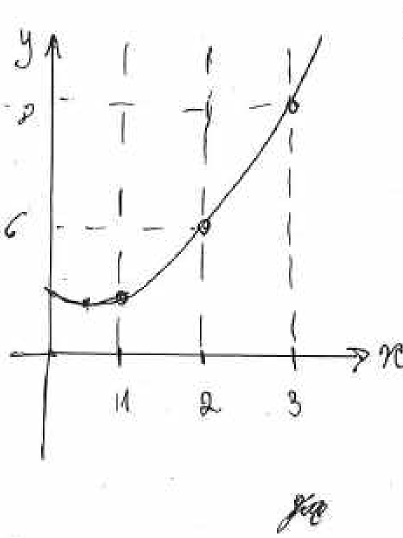
5) $20000 - 567\cdot 35 = 155$ (руб) осталось $\Rightarrow$ не сможем купить ещё пачку $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ 35 пачек бумаги максимум

Ответ: 35 пачек

№3

$y = ax^2 + bx + c$



I. Рассмотрим график параболы при $a>0$.

1) если x вершины параболы ~~...~~ на отрезке $[0;1] \Rightarrow$

$\Rightarrow$ максимальн. значение на $[1;2]$ будет в 2, т.к. квадр. функция монотонно возрастает справа от вершины. Аналогично на $[2;3]$ макс. значение в 3. Для 1 оно может быть либо в 0, либо в 1.

$$\begin{cases} 8 = 9a + 3b + c \\ 6 = 4a + 2b + c \\ 3 = a + b + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 = 8a + 2b \\ 3 = 3a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = 6a \\ a = \frac{1}{3} > 0 \\ b = 3 - 2a = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3} \end{cases}$$

$\Rightarrow b = 3 - 3a$

$5 = 8a + 2(3-3a)$

$5 = 8a + 6 - 6a$

$-1 = 2a \quad a = -\frac{1}{2} < 0 \Rightarrow$ противоречие.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-108

$$\begin{cases} 8 = 9a+3b+c \\ 6 = 4a+2b+c \\ 3 = 0\cdot a+0\cdot b+c = c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8 = 9a+3b+3 \\ 6 = 4a+2b+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 = 9a+3b \\ 3 = 4a+2b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 = 9a+3b \\ b = \frac{3-4a}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 = 9a + \frac{3(3-4a)}{2}$$

$$5 = 9a + \frac{9}{2} - 6a$$

$$5 - \frac{9}{2} = 3a$$

$$\frac{1}{2} = 3a \Rightarrow a = \frac{1}{6} \Rightarrow b = \frac{3-4\cdot\frac{1}{6}}{2} = \frac{3-\frac{2}{3}}{2} = \frac{7}{6}$$

$$y = \frac{1}{6}x^2 + \frac{7}{6}x + 3$$

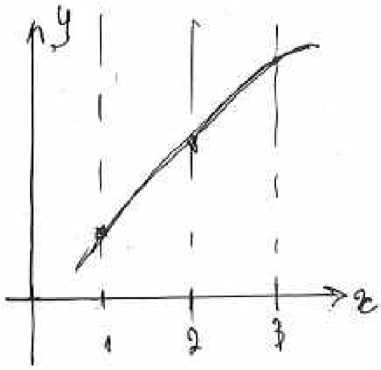
$$x_в = \frac{-\frac{7}{6}}{2\cdot\frac{1}{6}} = \frac{-7}{2} \notin [0;1] \Rightarrow \text{противоречие.}$$

2) если x вершины лежит за 0, т.е. от $(-\infty;0)$, то максимальное значение также будет в 1, что не возможно (по док. в прошлом пункте)

3) Если $x_в \in [1$ до $2]$, то макс. значение на отрезке $[0;1]$ должно быть равно или больше макс. значения на отрезке $[0;2]$ (из симметрии параболы относительно вершины), но $3 < 6 \Rightarrow$ не может быть. Аналогично получим, что $x_в$ не может быть и на $[2;3]$

II Если $a < 0$:

1) Если $x_в \in (3;+\infty)$, то на отрезке $[0;3]$ функция монотонно возрастает $\Rightarrow$ макс знач на $[2;3]$ будет в $x=3$; на $[1;2]$ в $x=2$ и на $[0;1]$ в $x=1$.



$$\begin{cases} 8 = 9a+3b+c \\ 6 = 4a+2b+c \\ 3 = a+b+c \end{cases} \Rightarrow \ldots \Rightarrow a = -\frac{1}{2} < 0$$

$$b = 3-3a = 3-3\left(-\frac{1}{2}\right) = 3+\frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$c = 3-a-b = 3-\frac{9}{2}+\frac{1}{2} = 3-\frac{8}{2} = -1$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2}x - 1.$$

$$x_в = \frac{-\frac{9}{2}}{\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot 2} = +4,5 \in (3;+\infty) \Rightarrow \text{подходит.}$$

2) Если $x_в \in (2;3)$ то макс. знач на $[2;3]$ может быть в 3 по ~~аналогии~~ прошлому пункту, но получим противореч. На отрезках из остальных отрезков $x_в$ не может лежать аналогично прошлому случаю

Ответ: $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2}x - 1$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11 – 112
(заполняется организатором)

1. Пусть X – максимально возможное количество наборов, а m – кешбэк от внесенной суммы.

1) m от 30000 составит $\Rightarrow m = 30000 \cdot 15\% = 4500$.

Тогда составим уравнение: $30000 + 4500 = 620 \cdot X$

Из которого найдем X: $X \approx 56$.

2) Проверка: 1) найдем сумму покупки: $56 \cdot 620 = 34720$ (без m)

2) найдем m: $34720 \cdot 15\% = 5208$

3) найдем сумму покупки с учетом m: ~~34720-5208~~

$34720 - 5208 = 29512 < 30000$ – значит $x = 56$ – подходит.

Проверим с $X > 56 \Rightarrow X = 57$:

1) найдем сумму покупки без учета m: $57 \cdot 620 = 35340$

2) найдем m: $35340 \cdot 15\% = 5301$

3) найдем сумму покупки с учетом m:

$35340 - 5301 = 30039 > 30000$ – значит $X > 56$ – нам не подходит.

3) Из проверки ~~сле~~ следует, что $X = 56$ – есть искомое количество.

Ответ: 56.

5. $2 - 6^{\frac{1}{2} + \log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2} + \log_2 \cos x}$

ОДЗ: $\begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 2\pi k < x < \pi + 2\pi k \\ -\frac{\pi}{2} + 2\pi k < x < \frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{cases}, k \in Z$

$x \in (2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k), k \in Z$.

$2 - \sqrt{6} \cdot \sin x = \sqrt{2} \cdot \cos x$

$2 = \sqrt{2} \cdot \cos x + \sqrt{6} \sin x$

$2 = \sqrt{2} (\cos x + \sqrt{3} \sin x)$

$\frac{2}{\sqrt{2}} = \cos x + \sqrt{3} \sin x \quad | \cdot \frac{1}{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos x + \cos \frac{\pi}{6} \cdot \sin x$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11–112

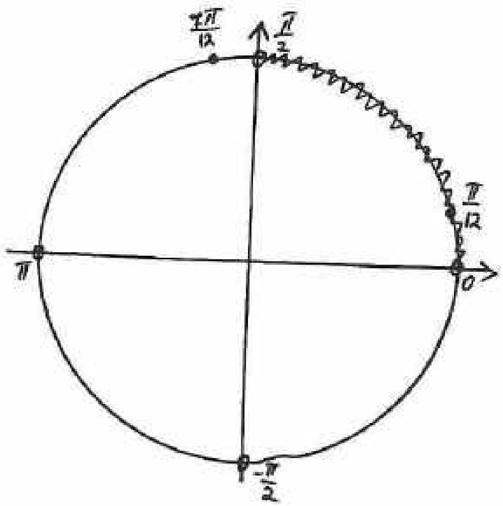
(заполняется организатором)

5. $\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right)$

$\frac{\pi}{6} + x = \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$\left\{\begin{array}{l} \frac{\pi}{6} + x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \ k \in Z \\ \frac{\pi}{6} + x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \ k \in Z \end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \ k \in Z \\ x = \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \ k \in Z \end{array}\right.$



$\left\{\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k, \ k \in Z \\ x = \frac{7\pi}{12} + 2\pi k, \ k \in Z \end{array}\right.$ – не удовлетворяет ОДЗ.

$x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k, \ k \in Z.$

Ответ: $\frac{\pi}{12} + 2\pi k, \ k \in Z.$

3. $\left[\begin{array}{ll} ax^2+bx+c \geqslant 3, & x \in [0;1]. \\ ax^2+bx+c \geqslant 6, & x \in [1;2] \\ ax^2+bx+c \geqslant 7, & x \in [2;3] \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{ll} -x^2+x+3 \geqslant 3, & x \in [0;1] \\ -x^2+3x+4 \geqslant 6, & x \in [1;2] \\ -x^2+5x+1 \geqslant 7, & x \in [2;3] \end{array}\right.$

Проверка: 1) $-x^2+x+3 \geqslant 3$

$-x^2+x \geqslant 0$

$-x(x-1) \geqslant 0$

$0 \quad 1$

$x \in [0;1].$

2) $-x^2+3x+4 \geqslant 6$

$-x^2+3x-2 \geqslant 0$

$D = 9-8 = 1$

$x_{1,2} = \frac{-3 \pm 1}{-2} = \left[\begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array}\right.$

$1 \quad 2$

$x \in [1;2].$

3) $-x^2+5x+1 \geqslant 7$

$-x^2+5x-6 \geqslant 0$

$\cancel{D = 16-12 = 4}$ $D = 25-24 = 1$

$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 1}{-2} = \left[\begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array}\right.$

$2 \quad 3$

$x \in [2;3].$

Ответ: $(-x^2+x+3)$; $(-x^2+3x+4)$; $(-x^2+5x+1)$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-112

(заполняется организатором)

2. $y=\lg\left(\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}\right)=\lg\left(\frac{(3+x)(1-x)}{(1-x)(1+x)}\right)=\lg\left(\frac{3+x}{1+x}\right)$

$\frac{3+x}{1+x}>0$

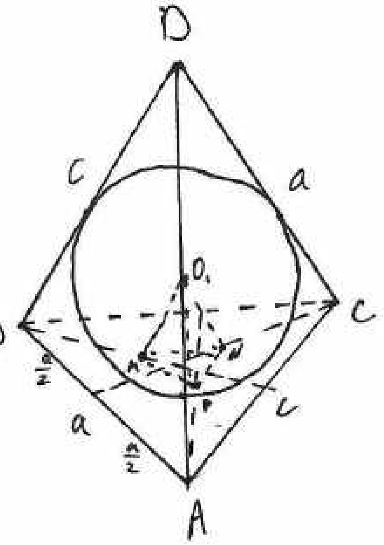
$x\neq 1$
$x\neq -1$
$x\neq -3$

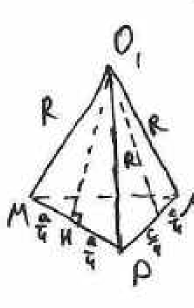
$+ \quad -3 \quad - \quad -1 \quad +$

$x\in(-\infty;-3)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$.

Ответ: $(-\infty;-3)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$.

4.





Дано: $AB=CD=a$; $BC=AD=b$; $AC=BD=c$

Найти: R – ?

Решение:

Обозначим точками M, N и P – точки касания сферы с серединами медиан $\triangle ABC$. O_1 – центр сферы.

Если мы соединим т. M, N, P и O_1, то получим тетраэдр, у которого боковые грани равнобедренные треугольники. Высоты этих равнобедренных $\triangle$ равны $\Rightarrow$

$O_1H=\sqrt{R^2-\frac{a^2}{16}}=\sqrt{R^2-\frac{c^2}{16}}=\sqrt{R^2-\frac{b^2}{16}}\Rightarrow$

Следовательно, $a=b=c$. $\Rightarrow$ тетраэдр правильный $\Rightarrow R=1$.

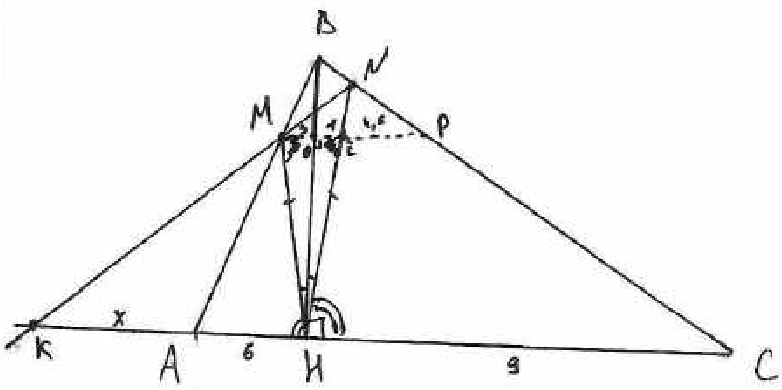
Ответ: 1.

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-112
(заполняется организатором)

7. Доказательство:
Узнав характеристики некоторых фиксированных 80 чисел $Y_1, Y_2, \dots, Y_{80}$, мы увидим и поймём закономерность растановки цифр => сможем определить в каких местах в коде X стоят цифры 1 и 2 => определим X.
Ответ: ч.т.д.

6.



Дано: $AH = 6$, $HC = 9$

Найти: AK - ?

Решение:
$\triangle KMH \sim \triangle HNC$
Из подобия следует: $\frac{MK}{NC} = \frac{MH}{NH} = \frac{KH}{CH}$ => $KH = \frac{MH \cdot CH}{NH}$

$KH = AK + AH$ => $AK = KH - AH$
Проведем $MP \parallel AC$ => $ME \parallel AC$, $MO \parallel AC$.
~~Т.к. MH = HN ... , то MH = ME => ∆HME равнобедренный~~
EP – средняя линия $\triangle HNC$ => $EP = \frac{HC}{2} = \frac{9}{2} = 4,5$.
MO – средняя линия $\triangle ABH$ => $MO = \frac{AH}{2} = \frac{6}{2} = 3$.
MP – средняя линия $\triangle ABC$ => $MP = \frac{AC}{2} = \frac{6+9}{2} = 8,5$.
$OE = MP - MO - EP = 8,5 - 4,5 - 3 = 1$.
ME – средняя линия $\triangle KNH$ => $ME = \frac{KH}{2} = \frac{KA+AH}{2}$ => $KA = 2ME - AH$
$AK = 2 \cdot (MO + OE) - 6 = 2 \cdot 4 - 6 = 8 - 6 = 2$.

Ответ: 2.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-112

(заполняется организатором)

8. $y = x^2$

$y' = 2x$

$y = kx + b$ – ~~граф~~ уравнение прямой

$k = d \Rightarrow y = 2x \Rightarrow k = 2,\ b = 0 \Rightarrow d = 2.$

Ответ: 2.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-151

(заполняется организатором)

№2

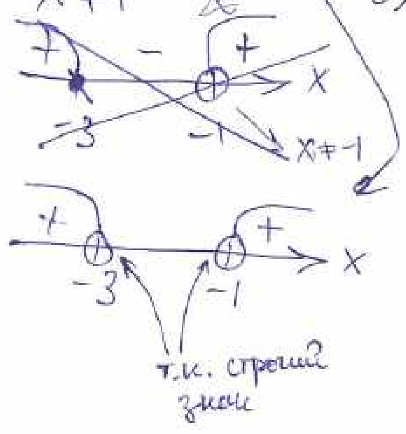
$$y=\lg\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}=\lg\frac{x^2+2x-3}{x^2-1}=\lg\frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+1)}=\log_{10}\frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+1)}$$

Выпишем ограничения для ~~функции~~ 10 логарифма / в данном случае (~~$y=\log_{10}$~~ $\left(y=\log_{10}\frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+1)}\right)$:

$10>0$ (истина); $10\neq1$ (истина); $\frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+1)}>0$ (не всегда истина)

Найдём значения x, при которых $\frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+1)}>0$ (т.е. найдём область определения функции)

$$\frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+1)}>0 \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{x+3}{x+1}>0\\ x\neq1\end{cases} \Leftrightarrow \cancel{\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\le-3\\ x>-1\end{array}\right.\\ x\neq1\end{cases}} \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x<-3\\ x>-1\end{array}\right.\\ x\neq1\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<-3\\ -1<x<1\\ 1<x\end{array}\right.$$



Тогда область определения функции — $(-\infty,-3)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$.

Ответ: $(-\infty,-3)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$

№5

$$2-6^{\frac12+\log_6\sin x}=2^{\frac12+\log_2\cos x}\Leftrightarrow 2-\sqrt6\cdot6^{\log_6\sin x}=\sqrt2\cdot2^{\log_2\cos x}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2-\sqrt6\cdot\sin x=\sqrt2\cos x & \text{(раскрыли по определению log)}\\ \sin x>0 & \text{(ограничения}\\ \cos x>0 & \text{на log)}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2=\sqrt2\cos x+\sqrt6\sin x\\ \sin x>0\\ \cos x>0\end{cases}\Leftrightarrow$$

Бланк ответа

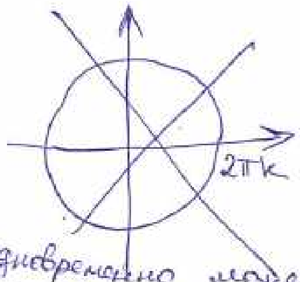
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11451

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x \\ \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos\frac{\pi}{6}\cdot\sin x + \sin\frac{\pi}{6}\cdot\cos x \\ \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) \\ \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{6} + x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{6} + x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \end{array}\right. \\ \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{7\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \end{array}\right. \\ \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$



(знаем, что и $\sin x > 0$, и $\cos x > 0$ одновременно может быть только в I четверти тригонометрической окружности, значит, $2\pi k + \frac{\pi}{2} > x > 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$ ($2\pi k$ и $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ не включаем, так как $\sin 2\pi k = 0$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right) = 0$, при $k \in \mathbb{Z}$))

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{7\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \end{array}\right. \\ 2\pi k < x < \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow$$

($\frac{7\pi}{12} + 2\pi k > \frac{6\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$, значит: $\frac{7\pi}{12} + 2\pi k > \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$)

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \quad \left(2\pi k < \frac{\pi}{12} + 2\pi k < \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}\right)$$

Ответ: $\left\{\frac{\pi}{12} + 2\pi k \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$

N1

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11-151

Изначально, покупать меньше 20 наборов невыгодно, поэтому число покупаемых наборов на 1-ом шаге не меньше 20. Наиболее ~~вы~~ ~~вы~~ выгодно покупать такое количество наборов на первом шаге, чтобы после этого сумма осталась (учитывая кэшбек) достаточная, чтобы ещё раз купить хотя бы 20 наборов, чтобы опять получить кэшбек.

~~Рассмотрим~~ ~~Пу~~ ~~Возьмём 34~~ ~~Купим~~ Если могу купим 34 набора прямо, ~~Тогда~~ то останется: $30000 - 620 \cdot 34 = \cancel{8920}$ 8920 руб., а ~~кэшб~~ кешбэк будет равен: $620 \cdot 34 \cdot 0{,}15 = 3162$ руб. В сумме останется: 12082 руб. Для покупки ещё 20 наборов нужна сумма не меньше 12400 руб ($=620 \cdot 20$). ~~Пу~~ Если покупать ~~в~~ ещё больше число наборов на 1-ом шаге, то ~~остал~~ остающаяся после этого сумма будет ещё меньше. Значит, купить наборов нужно меньше 34.

Тогда максимальный кэшбек на 1-ом шаге — $33 \cdot 620 \cdot 0{,}15 = 3069$ руб. А максимальная сумма, которая может остаться после 1-ого шага: $30000 - 20 \cdot 620 = 17600$ руб. Тогда на 2-ом шаге изначальная сумма не более 20669 руб. Максимальная сумма, которая может остаться после 2-ого шага (здесь тоже ~~по~~ хотим купить хотя бы 20 наборов) — $20669 - 20 \cdot 620 = 8269$ руб. А максимальный кешбэк после 2-ого шага — ~~20669~~ $33 \cdot 0{,}15 \cdot 620 = 3069$ руб. ($20669 < 34 \cdot 620$, поэтому беру $33 \cdot 620$). Тогда после 2-ого шага останется максимум $3069 + 8269 = 11338$ руб. $< 20 \cdot 620$. Значит, на 3-ем шаге купить ещё 20 наборов точно не получится, ~~кэшбе~~ кешбэка не будет, поэтому 3-ий шаг точно последний.

~~Купим на 1-ом шаге 33 набора. Тогда останется~~

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-151

Пусть мы купим n наборов на 1-ом шаге, n_1 наборов на 2-ом шаге, n_2 наборов на 3-ем шаге. Тогда сумма, оставшаяся после 3-его шага:

$$30000 - 620 \cdot n + 620 \cdot 0{,}15 \cdot n - 620 \cdot n_1 + 620 \cdot 0{,}15 \cdot n_1 - 620 \cdot n_2 = 30000 - 620 \cdot 0{,}85(n+n_1) - 620 \cdot n_2 =$$

↳ ~~к~~ кешбэка на 3-ем шаге уже не будет, ~~я п~~ об этом написано ~~выше~~ ранее в решении.

$$= 30000 - 527(n+n_1) - 620n_2 = 30000 - 527(n+n_1+n_2) - 93n_2 \geq 0$$ (оставшаяся сумма не может быть отрицательной!)

~~Так как мы хотим купить максимальное количество наборов~~
~~Значит~~ Значит:

$$30000 \geq 527(n+n_1+n_2) + 93n_2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{30000 - 93n_2}{527} \geq n+n_1+n_2$$

~~Что~~ Чтобы максимизировать ~~возможное $n+n_1+n_2$~~ $\frac{30000-93n_2}{527}$ (для того, чтобы максимальный „порог" для $n+n_1+n_2$ был наибольшим, чтобы n_1+n_2+n тоже максимизировать), предположим, что $n_2 = 0$. Тогда:

$$\frac{30000-0}{527} \geq n+n_1+n_2 \Leftrightarrow 56{,}925\ldots \geq n+n_1+n_2$$

Тогда, т.к. $(n_1+n_2+n) \in \mathbb{N}$, $n+n_1+n_2 \leq 56$, значит, максимальное число наборов, которое получится купить — 56 штук.
Как это сделать:
На 1-ом шаге купим 33 набора. Останется $30000 - 620 \cdot 33 =$

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

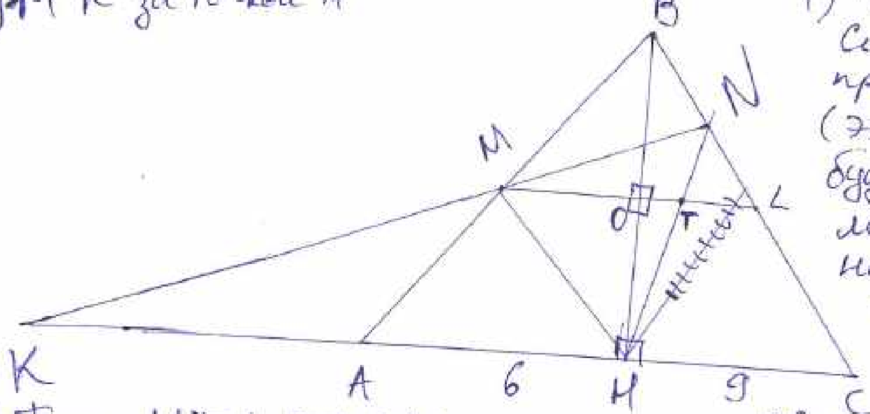
Код участника:
(заполняется организатором) М11-151

$= 9540$ руб. Ещё $33\cdot620\cdot0{,}15 = 3069$ руб. получим за счёт кешбэка. Всего останется $3069+9540 = 12609$ руб. после ~~на~~ 1-ого шага. На 2-ом шаге купим 20 наборов. Останется: ~~12409~~ $12609-620\cdot20 = 209$ руб. Ещё $20\cdot620\cdot0{,}15 = 1860$ руб. получим за счёт кешбэка. Всего останется $1860+209 = 2069$ руб после 2-ого шага. $2069-620\cdot3 = 209$ руб — останется, ~~к~~ после 3-его шага, на котором мы купим ещё 3 набора (больше купить не получается, $209 < 620$). Всего купили ~~8~~ $33+20+3 = 56$ наборов (как и планировали). Значит, купить 56 наборов возможно, ~~н~~ больше — невозможно.

Ответ: Максимально возможное количество наборов, которое получится купить — 56.

N6

]-м K за точкой A



1) Т.к. MH симметрична NH относительно BH, перпендикуляр, проведённый из M на BH (это MO у меня на картинке) будет равен половине отрезка, лежащего на прямой MO и ограниченного ~~точками точкой~~ точками M и T ($T = (MO)\times NH$). Значит, $MO = OT$.

2) Тогда $MT \underset{(1п.)}{\perp} OH \underset{(усл.)}{\perp} AC \Rightarrow MT \parallel AC$ $\quad 90° - \underset{\angle OHT}{\cancel{\angle KHC}} = 90° - \underset{\angle MHO}{\cancel{\angle AHM}} = \angle AHM = \angle THC$ (прямая)

3) Из 1п. OH — мед-на и выс-та $\triangle MTH \Rightarrow \triangle MTH$ — р/б$\triangle$, $MH = HT$, $\angle MHO = \angle OHT$ (по признаку р/б$\triangle$) ~~(мед-на и выс~~ (св-во р/б$\triangle$)

4) $M\cancel{T}L \parallel AC \Rightarrow$ (из п.2) $\left|\begin{array}{l}\angle BML = \angle BAC \\ \angle BLM = \angle BCA \\ \angle ABC \text{ — общий}\end{array}\right| \Rightarrow \triangle MBL \sim \triangle ABC \Rightarrow \dfrac{MO}{OL} = \dfrac{AH}{HC} = \dfrac{2}{3}$ (делятся высотой в таком отношении) (высоты — BO, BH — одна и та же прямая

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

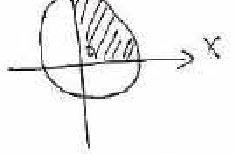
Код участника: (заполняется организатором) М11-1364

Задание №5

$$2 - 6^{\frac{1}{2} + \log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2} + \log_2 \cos x}$$

$$2 - \sqrt{6} \cdot 6^{\log_6 \sin x} = \sqrt{2} \cdot 2^{\log_2 \cos x}$$

из $\log_6 \sin x$ и $\log_2 \cos x$ получаем, что $\sin x > 0$ и $\cos x > 0$,



ОДЗ: $\begin{cases} \sin x > 0 & \Rightarrow \quad 2\pi k < x < \pi + 2\pi k, \ k \in Z \\ \cos x > 0 & \Rightarrow \quad -\frac{\pi}{2} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \ n \in Z \end{cases}$

$\Rightarrow 2\pi m < x < \frac{\pi}{2} + 2\pi m; \ m \in Z$ $\Rightarrow$ x находится в первой четверти тригонометрической окружности

$$2 - \sqrt{6} \cdot \sin x^{\log_6 6} = \sqrt{2} \cdot \cos x^{\log_2 2}$$

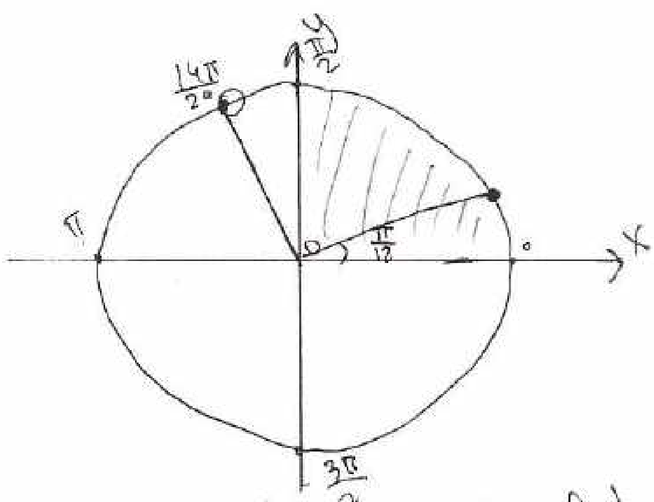
$$2 - \sqrt{6} \sin x - \sqrt{2} \cos x = 0$$

$$2 - \sqrt{2}(\sqrt{3} \sin x + \cos x) = 0$$

$$2 - 2\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x\right) = 0$$

$$2\left(1 - \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right)\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$\begin{cases} \frac{\pi}{6} + x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \ k \in Z \\ \frac{\pi}{6} + x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \ k \in Z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k; \ k \in Z \\ x = \frac{14\pi}{24} + 2\pi k; \ k \in Z \end{cases}$

$x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k; \ k \in Z$ – удовлетворяет ОДЗ

$x = \frac{14\pi}{24} + 2\pi k; \ k \in Z$ неудовлетворяет ОДЗ. Т.к этот угол находится во ~~перв~~ второй четверти триг. окружности $\frac{14\pi}{24} + 2\pi k > \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \ k \in Z$

Ответ: $x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k; \ k \in Z$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

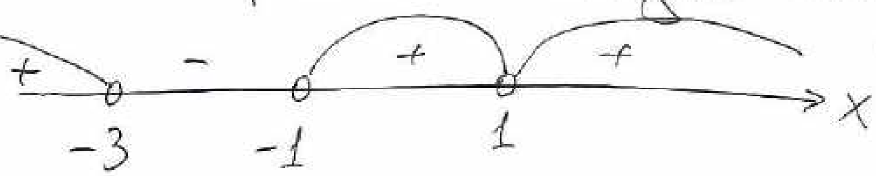
Код участника: (заполняется организатором) М11-1364

Задание №2

$$y=\lg\left(\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}\right)$$

$$\begin{cases} 1-x^2\neq 0 \\ \dfrac{3-2x-x^2}{1-x^2}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x\neq -1 \\ \dfrac{-(x-1)(x+3)}{-(x-1)(x+1)}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x\neq -1 \\ \dfrac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+1)}>0 \end{cases}$$

решим неравенство методом интервалов, учитывая, что $x\neq 1$, $x\neq -1$



Ответ: $D(y)\in(-\infty;-3)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$

Задача №1

Обозначим начальное кол-во наборов за x. Тогда на них было потрачено $620\cdot x$ рублей. Однако, при $x\geq 20$ возвращались деньги в размере $620\cdot 0{,}15\cdot x$ (15% от всей суммы). Потраченные деньги не должны превышать 30 000 рублей.

Составим неравенство и решим его:

$$620x-620\cdot 0{,}15x\leq 30\,000$$

$$527x\leq 30\,000$$

$x\leq 56$. Теперь приведем пример, показывающий, что 56 можно получить, следуя условиям задачи.

Изначально было 30 000 руб, купив 20 наборов, мы потратим $20\cdot 620=12\,400$ руб, но т.к. кол-во наборов 20, то

будет начислен кэшбек в размере 1860 рублей.
Осталось: 30 000 - 12 400 + 1860 = 19460 рублей.

Купим <u>31</u> набор, потратив при этом 19220 рублей (такая сумма у нас есть), и опять таки, так как кол-во наборов больше 20, будет начислен ~~кэшбек~~ кэшбек в размере 19220·0,15 = 2883 руб.

Осталось: 19460 - 19220 + 2883 = 3123 рубля

На эту сумму мы сможем купить только <u>5</u> наборов, однако, т.к 5<20, то кэшбек начислен не будет

3123 - 5·620 = 23 рубля.

Итого, мы купили 20+31+5 = 56 наборов. И

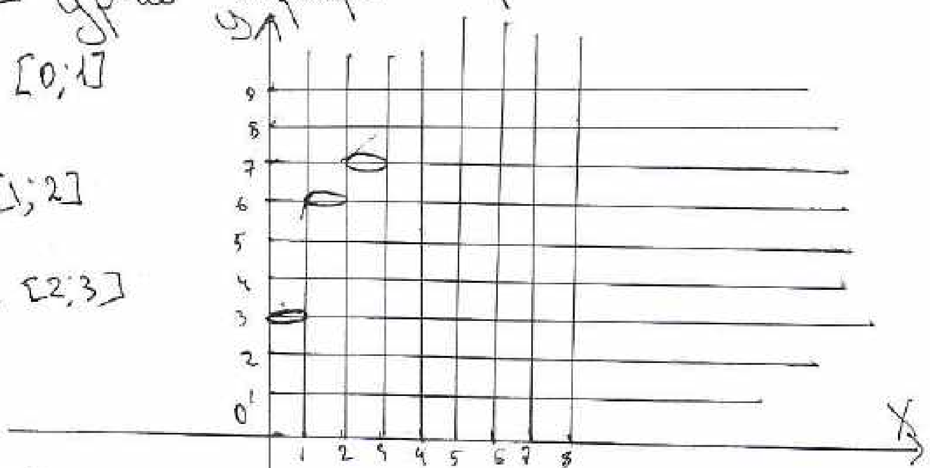
Оценка показала, что количество купленных таким образом наборов не превышает 56. Далее пример показал, что такое кол-во наборов купить возможно на сумму 30 000.

Ответ: 56 наборов.

Задание N 3

$ax^2 + bx + c$ — ур-ие ~~параболы~~ параболы.

на промежутке от [0;1]
минимум — 3.
на промежутке от [1;2]
минимум - 6
на промежутке от [2;3]
минимум - 7.



Докажем, что параболе будут принадлежать точки (0;3) (1;6) (2;7).

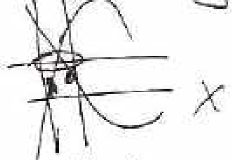
Т.к. если парабола пересекает ~~прямую~~ прямую $y=6$ на промежутке от [1;2] не в точке с абсциссой 1, то

Бланк ответа

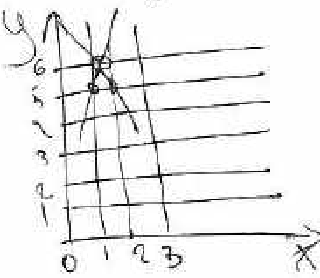
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 - 1364

на этом промежутке будет ещё один минимум, что противоречит условию задачи.



Тогда у нас может на промежутке от [1;2] лежать вершина параболы, ветвями верх (если ветви будут вниз то наша вершина, лежащая на прямой y=6, не будет минимум на заданном отрезке) однако тогда парабола не пересечёт прямую y=3, что нужно для условия)



⇒ Мы доказали, что прямая будет иметь точки минимума на отрезке [0;1] – 3
[1;2] – 6
[2;3] – 7

Найдем эту параболу:

ax^2+bx+c

~~решим систему ур-ий~~

$$\begin{cases} 3 = 0+0+c \\ 6 = a+b+c \\ 7 = 4a+2b+c \end{cases}$$

решим систему ур-ий: $c=3$

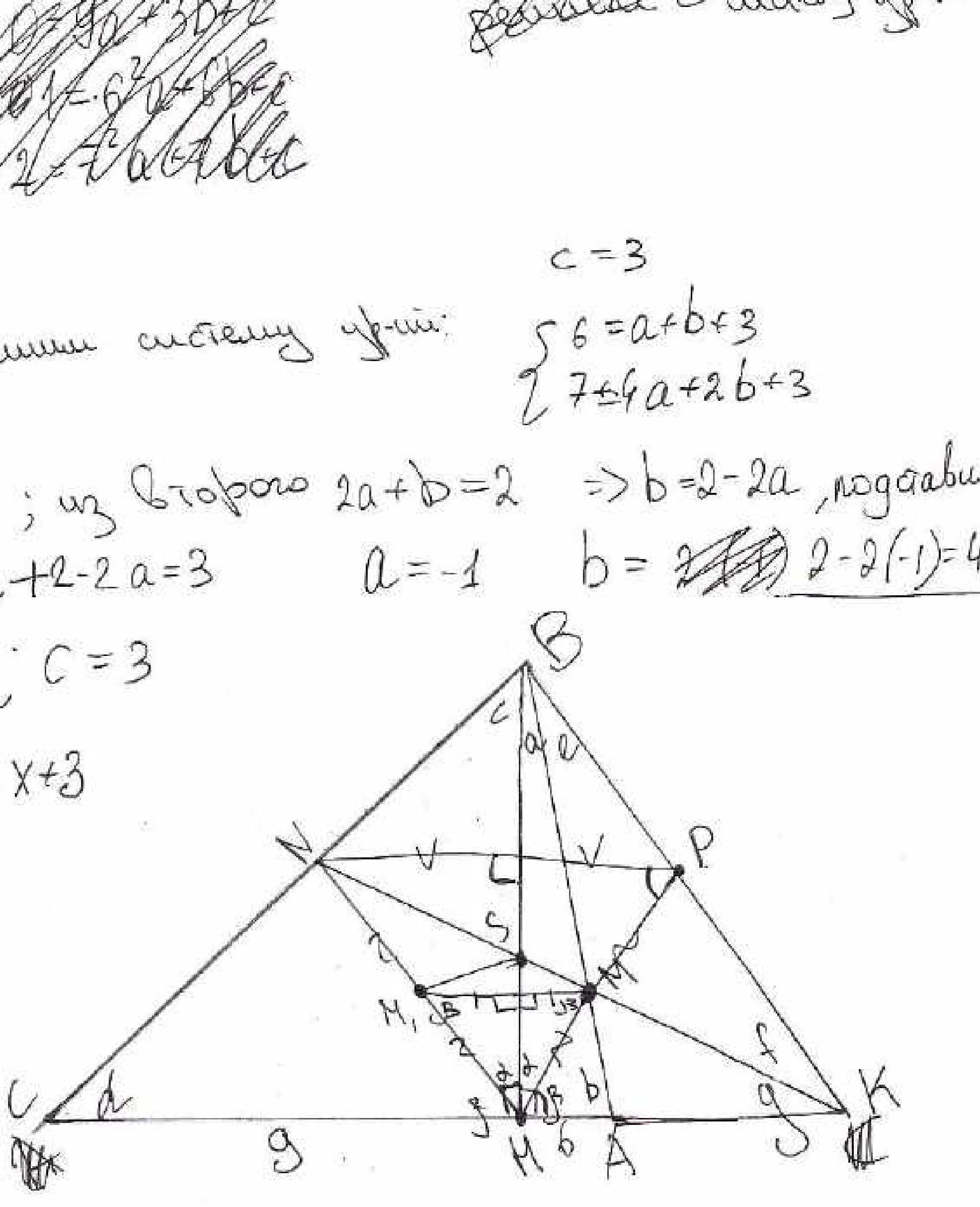
$$\begin{cases} 6 = a+b+3 \\ 7 = 4a+2b+3 \end{cases}$$

из первого $a+b=3$; из второго $2a+b=2$ ⇒ $b=2-2a$, подставим в первое ур-ие $a+2-2a=3$ $a=-1$ $b=2-2(-1)=4$

$a=-1$; $b=4$; $c=3$

Ответ: $-x^2+4x+3$

Задача N 6.



$CH > AH$ ⇒

$\angle BCA < \angle BAC$

⇒ $CK > AK$

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-1364
(заполняется организатором)

точка S – точка пересечения прямых BH и NK
HN и HM симметричны, относительно прямой BH =>
=> $\angle NHB = \angle MHB$. Проведем отрезок BK и отметим точку пересечения BK и HM за P
Докажем, что $\triangle CBK$ – равнобедренный:
Обозначим угол C за d $\quad \angle ABK = e$

$\angle CBH = c$ $\quad \angle BKN = f$

$\angle HBA = a$ $\quad \angle NKC = g$

$\angle BAH = b$

Т.к $\triangle CHB$ и $\triangle AHB$ и $\triangle HKB$ – прямоугольные, то

$d + c = b + a = g + f + a + e = 90°$.

$a + b + c + d = 180$

$g + f + a + e + c + d = 180$. $\quad$ Докажем систему $\begin{cases} c = a + e \\ d = g + f \end{cases}$ сложим неравенства и получим $c + d = a + e + g + f$, что верно по условиям.

HN и HP симметричны относительно HB => высоты опущенные с них на прямую HB в одну точку будут равны.

$c = a + e$ => BH – биссектриса $\triangle CBK$, BH также являясь и высотой в этом треугольнике => CBK – равнобедренный (BC = BK) => BH также являясь и медианой $\triangle CBK$ => CH = HK $\quad$ CH = HA + AK $\quad$ AK = CH – HA = 9 – 6 = 3

Ответ: AK = 3

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-1363

Задание 1

Решение:

Сначало определим стоимость пачки бумаги с кешбэком при покупки от 15 шт.

Обычная цена: 630 руб.

кешбек 10%: $630 \cdot 10\% = 63$ рубля

Цена с кешбеком: $630 - 63 = 567$

Тогда за 20.000 руб у нас получится купить:

$\frac{20.000}{567} = 35,26$; округлим до 35

Ответ: 35 пачек бумаги.

Задание 2.

Решение:

$$y = \sqrt{\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}} =$$

$$\begin{cases} \frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)} \geq 0 \\ x^2 > 1 \\ x^2 \neq 2 \end{cases}$$

$\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)} \geq 0$

и $x^2-1 > 0$

$$\begin{cases} \frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)} \geq 0 \\ x^2-1 > 0 \\ \lg(x^2-1) \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)} \geq 0 \\ x^2 > 1 \\ x^2-1 \neq 1 \end{cases}$$

$x^2 > 1$

$x^2 \neq 2$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

продолжение 2-ого зад.

Код участника: M11-1363

(заполняется организатором)

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2 \geq 4 \\ x^2-1 \geq 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 < 4 \\ x^2-1 < 1 \end{cases} \end{array}\right. \\ x \in [-\infty;-1] \cup [1;\infty) \\ x \neq \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2 \geq 4 \\ x^2 > 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 < 4 \\ x^2 < 2 \end{cases} \end{array}\right. \\ x \in (-\infty;-1] \cup [1;\infty) \\ x \neq \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \in (-\infty;-2] \cup [2;\infty) \\ x \in (-\infty;-\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2};\infty) \end{cases} \\ \begin{cases} x \in (-2;2) \\ x \in (-\sqrt{2};\sqrt{2}) \end{cases} \end{array}\right. \\ x \in (-\infty;-1] \cup [1;\infty) \\ x \neq \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-1363

(заполняется организатором)

продол: решения 2-ого зад.

$$\begin{cases} x\in(-\infty;-2]\cup[2;\infty) \\ x\in(-\sqrt{2};\sqrt{2})\cup(-\infty;-1]\cup[1;\infty) \\ x\neq\pm\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt{2};\sqrt{2})\cup[2;\infty) \\ x\in(-\infty;-1]\cup[1;\infty) \\ x\neq\pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Ответ: $x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt{2};-1]\cup[1;\sqrt{2})\cup[2;\infty)$

Зад. 7

Проверим код по всем возможным строкам длины от 1 до 100. Каждая длина k имеет: $100-k+1$ фрагментом.

~~кол-во~~ всего фрагментов в коде:

$100+99+98+\ldots+1=\frac{100\cdot101}{2}=5050$

Всего 2^{100} кодов. Проверяя мы сокращаем возможное множество кодов с каждым шагом и 120 шагов чтоб перебрать все длины и уточнить пересечения.

Вывод: за 120 шагов, мы можем восстановить весь код последовательно проверяя фрагменты длина от 1 до 100 и делая уточнения

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-1363

Задание 3

Для решения найдем квадраты 3-ёх ... $f(x)=ax^2+bx+c$

Рассмотрим 3 сценария параболы

1) $a>0$
$f'x=2ax+b>0$
$2ax>-b$
} 1 сценарий

2) $a<0$
последний отрезок может содержать вершину или выходить за неё
$2ax+b<0$
$2ax<-b$.

получаем:

$\begin{cases} a>0 \\ 2ax>-b \end{cases}$

$\begin{cases} a<0 \\ 2ax<-b \\ 2\le -\frac{b}{2a} \end{cases}$

рассмотрим 1-ый отрезок от 0 до 1 на котором максиму ~~f(x)~~ $fx=3$ т.к. функция возрастает, то

$f(1)=a+b+c=3$, на котором максимум $fx=6$ для 2-ого отрезка

$f(2)=a+a\cdot 2^2+p\cdot 2+c=4a+2b+c=6$

для 3-его отрезка [от 2 до 3], на кот. макс. $fx=8$

Дополнительный бланк № 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-1367

продол. 3зад.

$f(3) = a\cdot 3^2 + b\cdot 3 + c = 9a + 3b + c = 8$

$x_v = -\frac{b}{2a}$

$a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\left(\frac{-b}{2a}\right) + c = c - \frac{b^2}{4a} = 8$

Получаем систему:

$$\begin{cases} a+b+c=3 \\ 4a+2b+c=6 \\ 9a+3b+c=8 \\ c-\frac{b^2}{4a}=8 \end{cases}$$

вычтем из 2-первое

$3a+b=3$

$b=3-3a$

$c=3-a-b=3-a-3+3a=2a$

$9a+3(3-3a)+2a=8$

$2a-\frac{(3-3a)^2}{4a}=8$

$a=\frac{1}{2}$

$-9a^3+18a^2-a=32$

Решением 2-ого уравнения

$a\approx-1{,}0599$

получаем что

$a=\frac{1}{2};\ b=3;\ c=1$

$a=-1{,}0599;\ b=6{,}1797;\ c=2{,}1198$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-1363

Задание 8

для концов $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$, которые двигаются по параболе $y=Ax^2$ длина отрезка равна: $L=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(Ax_2^2-Ax_1^2)^2}$

при $L=1$:

$(x_2-x_1)^2+a^2(x_2^2-x_1^2)^2=1$

разность квадратов $x_2^2-x_1^2$ заменит:

$(x_2^2-x_1^2)=(x_2-x_1)\cdot(x_2+x_1)$

Подставим:

$(x_2-x_1)^2+a^2(x_2+x_1)^2(x_2-x_1)^2=1$

Для того чтоб движение отрезка было возможным:

1) Горизонтальная компонента $(x_2-x_1)^2$ и вертикальная $a^2\cdot(x_2-x_1)^2\cdot(x_2+x_1)^2$ должны обеспечивать $L=1$

2) Если „а" слишком большое, вертикальная компонента станет слишком большой, что нарушит условие длины отрезка.

Из уравнения видно что положительно „а" предельное значение: $a\leq\frac{1}{2}$

Ответ: $0\leq a\leq\frac{1}{2}$, либо $0<a\leq1$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-1363

Задание 4

Выберем координаты вершин чтоб упростить расчеты

$A=\left(\frac{A}{2},\frac{\sqrt{3a}}{2},0\right)$

$B=\left(\frac{B-A}{2},\frac{\sqrt{3A}}{3},0\right)$

$C=\left(\frac{-B}{2},\frac{-\sqrt{3B}}{2},0\right)$

Найдем середину

1) Середина $M_{AB}=\frac{A+B}{2}=\left(0,\frac{\sqrt{3A}}{2},0\right)$

2) Середина $M_{BC}=\frac{B+C}{2}=\left(\frac{A+B}{4},\frac{\sqrt{3}(A-B)}{4},0\right)$

3) Середина $M_{AC}=\frac{A+C}{2}=\left(\frac{A-B}{4},\frac{\sqrt{3}(A+B)}{4},0\right)$

радиус можно выписать как расстояние от точки $O(0,0;0)$, т.е. любой середина

M_{AB}

$R=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$, $M_{AB}=\left(0,\frac{\sqrt{3a}}{2},0\right)$

подставляем координаты: $R=\frac{\sqrt{3a}}{2}$

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	МП-1297

1 задача.

1 набор стоит $y = 620$ р

$n \geq 20$ наборов: стоят $0{,}85ny$

$20 \cdot 620 \cdot 0{,}85 = 2 \cdot 62 \cdot 85 = 124 \cdot 85 = 10540$, что < 20000

$\Rightarrow$ можем купить еще с кешбэком 15% ~~(20+n)·620~~ $n \cdot 620 \cdot 0{,}85 \leq 30000 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow n \cdot 0{,}85 \leq \frac{3000\cancel{0}}{62\cancel{0}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow n \cdot 0{,}17 \leq \frac{600}{62} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 17n \leq \frac{60000}{62} \overset{17n\text{ - целое}}{\Rightarrow} 17n \leq 967 = \left[\frac{60000}{62}\right]$

$\Rightarrow n \leq 56 = \left\lfloor \frac{967}{17} \right\rfloor$

Проверим: $620 \cdot 0{,}85 \cdot 56 = 29512{,}00$

$30000 - 29512 = 488 < 620 \Rightarrow$ после покупки 56 наборов денег на покупку ещё наборов не хватит $\Rightarrow$ 56 – мах. кол-во наборов

Ответ: 56 наборов

2 задача.

$y = \lg \frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$: D_y: 1) $x \neq \pm 1$

2) $\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0 \Leftrightarrow \frac{x^2+2x-3}{x^2-1} > 0 \overset{\text{Виета}}{\Leftrightarrow} \frac{(x+3)(x-1)}{(x+1)(x-1)} > 0 \Leftrightarrow$

$\overset{x \neq \pm 1}{\Leftrightarrow} \frac{x+3}{x+1} > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > -1 \\ x < -3 \end{array}\right.$

D_y: 1), 2) $\Rightarrow D_y = (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

Ответ: $D_y = (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

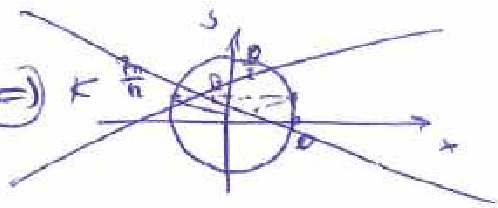
Код участника: (заполняется организатором)	М11-1297

5 задача.

$$2-6^{\frac{1}{2}+\log_6 \sin x}=2^{\frac{1}{2}+\log_2 \cos x} \overset{(*)}{\Leftrightarrow} 2-\sqrt{6}\cdot\sin x=\sqrt{2}\cdot\cos x \Leftrightarrow \sqrt{6}\sin x+\sqrt{2}\cos x=2 \Leftrightarrow$$

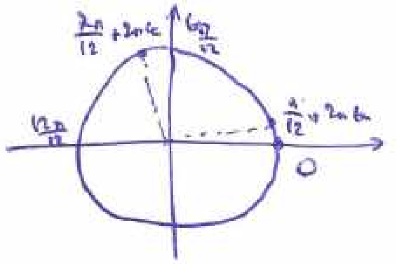
$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x+\cos x=\sqrt{2} \Leftrightarrow \sin x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\cos x\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{4}+2\pi k \\ x+\frac{\pi}{6}=\frac{3\pi}{4}+2\pi k \end{array}\right., k\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+2\pi k \\ x=\frac{7\pi}{12}+2\pi k \end{array}\right., k\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow x\ \frac{7\pi}{12}$$



(*) огр: $\begin{cases}\sin x>0\\ \cos x>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in(2\pi k;\ \pi+2\pi k) \\ x\in\left(-\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ \frac{\pi}{2}+2\pi k\right)\end{cases} \Leftrightarrow x\in\left(2\pi k;\ \frac{\pi}{2}+2\pi k\right)$

$\Leftrightarrow$



$\overset{(*)}{\Rightarrow}\ x=\frac{\pi}{12}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

Ответ: $\{x \mid x=\frac{\pi}{12}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11-1297

3 задача

$\begin{cases} \exists f(x) = ax^2 + bx + c; \ \text{к анализу:} \\ 3 = f_{min} \text{ на } [0;1), f_{min} = 6 \text{ на } [1;2], f_{min} = 7 \text{ на } [2;3] \end{cases}$

I) $a > 0$: $J(x_0; y_0)$ – координаты вершины параболы

1) $x_0 \leq 0 \Rightarrow f(x) \nearrow$ на $[0; +\infty) \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} f_{min} \text{ на } [0;1) \text{ в } x=0 \\ f_{min} \text{ на } [1;2] \text{ в } x=1 \\ f_{min} \text{ на } [2;3] \text{ в } x=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(0)=3 \\ f(1)=6 \\ f(2)=7 \end{cases}$

— определим $f_1(x)$ позже

2) $0 < x < 1$

$f(x) \nearrow$ на $(x_0; +\infty) \Rightarrow \begin{cases} f(-\frac{b}{2a}) = 3 \\ f(1) = 6 \\ f(2) = 7 \end{cases}$

— определим $f_4(x)$ позже

3) $x_0 = 1 \overset{a>0}{\Rightarrow} f_{\substack{min \\ [1;2]}} = f_{\substack{min \\ [0;1)}} \Leftrightarrow 3 = 6$?!

4) $x_0 > 1 \Rightarrow f(x) \searrow$ на $(-\infty; x_0) \Rightarrow$

$\Rightarrow \forall x_1, x_2: x_1 < x_2: f(x_1) > f(x_2)$

$\left.\begin{array}{l} \text{Пусть } a, b: f(a) = f_{min} \text{ на } [0;1) \\ f(b) = f_{min} \text{ на } [1;2] \\ a \leq b \end{array}\right| \Rightarrow$

$\Rightarrow f(a) \geq f(b) \Leftrightarrow 3 \geq 6$?!

II) $a < 0$:

1) $x_0 \overset{\text{т.к. } a<0}{\geq} \cancel{\ } \Rightarrow f(x) \searrow (-\infty; x_0) \Rightarrow f(x) \searrow (-\infty; 3] \Rightarrow$

$\Rightarrow$ аналог. с п. I.1 $\begin{cases} f(3) = 7 \\ f(1) = 6 \\ f(0) = 3 \end{cases}$

— опр. $f_2(x)$ позже

2) $\cancel{\ }$

$2 < x_0 \leq 2{,}5$

$f_{\substack{min \\ [2;3]}} = f_3(3) = 7$

$f_3(1) = 6 = f_{\substack{min \\ [1;2]}}$

$f_{\substack{min \\ [0;1)}} = f_3(0) = 3$

— определим $f_3(x)$ позже

3) $x_0 \leq 2$

$a < 0 \Rightarrow f(x) \searrow$ на $(x_0; +\infty) \overset{(*)}{\Rightarrow} f_{\substack{min \\ \text{на } [1;2]}} \geq f_{\substack{min \\ \text{на } [2;3]}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 6 \geq 7$?!

(*) т.к. при $x_0 < 1$: $x_{\substack{min \\ [1;2]}} \leq x_{\substack{min \\ [2;3]}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f_{\substack{min \\ [1;2]}} \geq f_{\substack{min \\ [2;3]}}$

при $x_0 \in [1;2)$: $|x_{\substack{min \\ [1;2]}} - x_0| \leq |x_{\substack{min \\ [2;3]}} - x_0| \Rightarrow$

из-за симметрии параболы $a < 0$

$\Rightarrow f_{\substack{min \\ [1;2]}} \geq f_{\substack{min \\ [2;3]}}$

Пусть $f_1; f_2; f_3; f_4$: $f_1, f_4 - a > 0$, $f_2, f_3\ a < 0$

$f_1(x)$: $\begin{cases} f(0)=3 \\ f(1)=6 \\ f(2)=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ a+b+c=6 \\ 4a+2b+c=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ a+b=3 \\ 2a+b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ a=-1 \\ b=4 \end{cases}$?! $(a>0)$

$f_2(x)$ $\begin{cases} f(0)=3 \\ f(1)=6 \\ f(2)=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=3 \end{cases} \Rightarrow f_2(x) = -x^2 + 4x + 3$

$f_3(x)$: $\begin{cases} f(3)=7 \\ f(1)=6 \\ f(0)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a+3b+c=7 \\ a+b+c=6 \\ c=3 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 9a+3b=4 \\ a+b=3 \\ c=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a+3(3-a)=4 \\ b=3-a \\ c=3 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 6a+9=4 \\ b=3-a \\ c=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{5}{6} \\ b=3+\frac{5}{6}=\frac{23}{6} \\ c=3 \end{cases} \Leftrightarrow f_3 = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{23}{6}x + 3$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-1297

Продолжение задачи номер 3

$$* \; f_4(x): \begin{cases} f\left(-\frac{b}{2a}\right) = 3 \\ f(1) = 6 \\ f(2) = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c - \frac{b^2}{4a} = 3 \\ a + b + c = 6 \\ 4a + 2b + c = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 4a(c-3) \\ 4a + 2b + c = 7 \\ 2a + 2b + 2c = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 4a(c-3) \\ c = 2a + 5 \\ a + 2a + 5 + b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 4a(c-3) \\ c = \frac{2}{3}(1-b) + 5 \\ a = \frac{1-b}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = \frac{4}{3}(1-b)\left(\frac{2}{3}(1-b) + 2\right) \\ a = \frac{1-b}{3} \\ c = \frac{2}{3}(1-b) + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9b^2 = 8(1-b)^2 + 8(1-b) \\ a = \frac{1-b}{3} \\ c = \frac{2}{3}(1-b) + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9b^2 = 8 - 16b + \cancel{8b^2} + 8 - 8b \\ a = \frac{1-b}{3} \\ c = \frac{2}{3}(1-b) + 5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 + 24b + 144 = 160 \\ a = \frac{1-b}{3} \\ c = \frac{2}{3}(1-b) + 5 \end{cases} \cancel{\Leftrightarrow b = -12 \pm \sqrt{10} \quad f(x) = -11 \Rightarrow a_1 = \frac{-11-\sqrt{10}}{3} < 0 \; ?! \; (f_4 : c > 0)} \quad a_2 = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{13+\sqrt{10}}{3}, \; b_1 = \frac{-12-\sqrt{10}}{3}, \; c_1 = \frac{2}{3}(13+\sqrt{10}) + 5 \\ a_2 = \frac{13-\sqrt{10}}{3}, \; b_2 = \frac{-12+\sqrt{10}}{3}, \; c_2 = \frac{2}{3}(13-\sqrt{10}) + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} f_4 &= \frac{13+\sqrt{10}}{3}x^2 - \frac{12+\sqrt{10}}{3}x + 5 + \frac{26}{3} + \frac{2}{3} \\ f_4 &= \frac{13-\sqrt{10}}{3}x^2 + \frac{\sqrt{10}-12}{3}x + 5 + \frac{26}{3} - \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} f(x) = -x^2 + 4x + 3 \\ f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{23x}{6} + 3 \\ f(x) = \frac{13 \pm \sqrt{10}}{3}x^2 + \frac{-12 \mp \sqrt{10}}{3}x + \frac{2}{3}(13 \pm \sqrt{10}) + 5 \end{array}\right.$

5 задача

Ответ: 3

8 задача.

Ответ: $\varnothing$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11-1297

Задача 7. Пусть X_i – характеристика Y_i

Докажем что $X_i - X_j$ позволит узнать $X_i - X_j$ вычесленных цифр на $X_i - X_j$ позициях!

Найдя все отличия на позициях Y_i и Y_j (их будет $X_i - X_j$) можно понять, что если у Y с меньшим X на данной позиции t стоит 0, а у Y с более высокой X стоит 1 => у исследующих на позиции t стоит 1, аналогично с ситуацией 1-0.

~~[illegible]~~ все Y развиваются ~~[illegible]~~ на один последовательно, начиная с Y_1

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-1261

1 задание:

1 вариант: Если закупить наборов на 30000, то
30000/620 = 48 штук => кешбэк равен (48·620)·0,15 = 4464 рубля,
за 48 штук мы заплатим 48·620 = 29760 рублей =>
останется: 30000−29760+4464 = 4704 рубля.
Далее закупаем наборов на оставшиеся деньги: 4704/620 = 7 наборов =>
заплатим 4340 кешбэка нет, т.к. куплено <20 наборов
Останется 4704−4340 = 364 рубля. =>
48 + 7 = <u>55 наборов</u> куплено

2 вариант: Если закупить 20 наборов: выйдет (620·20) = 12400 рублей, кешбэк − (1240·0,15) − 1860 рублей, останется 30000+1860−12400 = 19460 рублей. Далее несколько исходов:

1) купить еще 20 наборов. Выйдет 12400, кешбэк − 1860, останется 19460 + 1860 − 12400 = 8920 рубля. На эти деньги можно закупить 8920/620 = 14 наборов, что выйдет в 14·620 = 8680 рублей, останется 240 рублей =>
20 + 20+14 = <u>54 набора</u> куплено

2) купить на оставшиеся деньги максимальное количество наборов: 19460/620 = 31 набор, что выйдет в 19220, а кешбэк составит 2883 рубля. Останется 19460−19220+2883 = 3123 рубля, на что можно купить 3123/620 = 5 наборов, выйдет в 3100 рублей, останется 23 рубля.
20+31+5 = <u>56 наборов</u> куплено.

3 вариант: Если брать 21 набор: выйдет − 13020 = 620·21, кешбэк составит − 1953 рубля, останется 18933, далее
1) если купить 20: выйдет 12400, кешбэк −1860, останется 8393 => далее ≤ 13 наборов. при 13: выйдет: 8060, останется 333 рубля
21+20+13 = <u>54 наборов</u> куплено
2) если брать 21: выйдет 13020, кешбэк −1953, останется 7866 =>
12 наборов. кешбэка не будет, соответственно больше купить нельзя
21 + 21 + 12 = <u>54 наборов</u> куплено

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M11-1261
(заполняется организатором)

3) если брать на все оставшиеся: выйдет: 18933/620 = 30 наборов, 18600 рублей, 2480 рублей кешбэк. Остается 3123 рубля, 5 наборов =>

$30+5+21 = \underline{56\text{ наборов}}$ куплено.

Таким образом, при любой иной комбинации покупок, ~~но~~ выйдет 54-56 наборов, следовательно, максимальным количеством будет 56 наборов.

Ответ: 56 наборов.

2. $y = \lg \dfrac{3-2x-x^2}{1-x^2}$

$D(y)$: $\dfrac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0$

$$\begin{cases} \dfrac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0 \quad (1) \\ 1-x^2 \neq 0 \quad (2) \end{cases}$$

(2) $1-x^2 \neq 0$

$x^2 \neq 1$

$x \neq \pm 1$

(1) $\dfrac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0$

$\dfrac{x^2+2x-3}{1-x^2} < 0$

$x^2+2x-3 = (x-1)(x+3)$

$D = 4+12 = 16 \quad x_1 = \dfrac{-2+4}{2} = 1 \quad x_2 = \dfrac{-2-4}{2} = -3$

$\dfrac{(x-1)(x+3)}{(1-x)(1+x)} < 0$

$\underset{-3}{\circ} \quad + \quad \underset{-1}{\circ} \quad - \quad \underset{1}{\circ} \quad - \quad \to x$ $\Rightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

Ответ: $D(y)$: $(-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»
Код участника: (заполняется организатором) М11- 1261

5. $2-6^{\frac{1}{2}+\log_6 \sin x}=2^{\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$

$2-\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\sin x=\sqrt{2}\cos x \,|:\sqrt{2}$

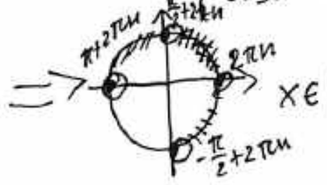
$\frac{2}{\sqrt{2}}-\sqrt{3}\sin x=\cos x \,|:2$

$\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x$

$\frac{\sqrt{2}}{2}=\sin\left(\frac{\pi}{6}+x\right)$

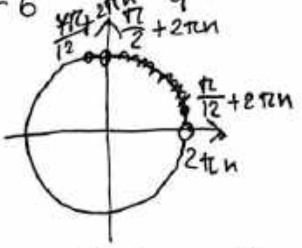
ОДЗ:

$\begin{cases}\sin x>0\\ \cos x>0\end{cases}$ $\begin{cases}x\in(2\pi n, n\in\mathbb{Z}; \pi+2\pi n, n\in\mathbb{Z})\\ x\in(-\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}; \frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in\mathbb{Z})\end{cases}$



$\Rightarrow x\in(2\pi n, n\in\mathbb{Z}; \frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in\mathbb{Z})$

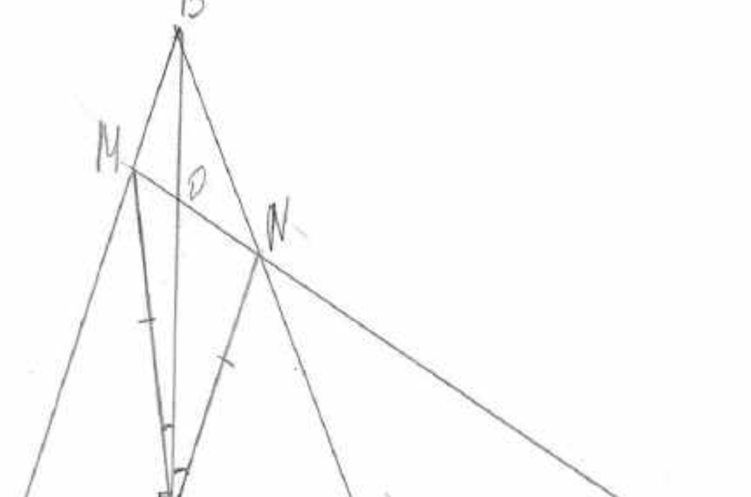
$\left[\begin{array}{l}\frac{\pi}{6}+x=\frac{\pi}{4}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}\\ \frac{\pi}{6}+x=\frac{3\pi}{4}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}\\ x=\frac{7\pi}{12}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$ $\frac{7\pi}{12}\notin(2\pi n, n\in\mathbb{Z}; \frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in\mathbb{Z})$



$\frac{7\pi}{12}\notin$ ОДЗ $\Rightarrow x=\frac{\pi}{12}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}$

Ответ: $\frac{\pi}{12}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}$

6. Дано:
$\triangle ABC$ $BH-h$
$M\in AB$ $N\in BC$
HM сим. HN отн. BH
$MN\cap AC=K$
$AH=6$ $HC=9$
$AK-?$



Решение:
пусть $BH\cap MN=O$. Рассмотрим $\triangle MOH$ и $\triangle OHN$: т.к. MH симметрично HN по условию, то $MH=HN$; т.к. MH и HN симметричны относительно BH, то $\angle MHO=\angle NHO$; OH-общая $\Rightarrow \triangle MOH=\triangle NOH$ по стороне и двум углам.
по теореме Менелая из т. A $\triangle ABC$: (1)
$\frac{AM}{MB}\cdot\frac{BN}{NC}\cdot\frac{CK}{AK}=1$
по теореме Менелая из т. H $\triangle HBC$: (2)
$\frac{HO}{OB}\cdot\frac{BN}{NC}\cdot\frac{CK}{HK}=1$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M11-1261
(заполняется организатором)

по теореме Менелая из т. A в $\triangle ABH$ (3)

$$\frac{AM}{MB}\cdot\frac{BO}{OH}\cdot\frac{HK}{AK}=1$$

~~из (1) и (3):~~

$$\cancel{\left(\frac{AM}{MB}\cdot\frac{BO}{OH}\cdot\frac{HK}{AK}=\frac{AM}{MB}\cdot\frac{BN}{NC}\cdot\frac{CK}{AK}\ \Big|\cdot AK\right)}$$

$$\cancel{\left(\frac{BO}{OH}\cdot\frac{HK}{AK}\cdot\frac{NC}{BN}\cdot\frac{AK}{CK}=\frac{HO}{OB}\cdot\frac{BN}{NC}\cdot\frac{CK}{HK}\right)}$$

$$\cancel{\left(\frac{BO}{OH}\cdot HK=\frac{BN}{NC}\cdot CK\right)}$$

$$\cancel{\left(\frac{BO}{OH}\cdot\frac{HK}{CK}=\frac{BN}{NC}\right)}$$

по теореме Менелая из т. A в $\triangle AKM$:

$$\frac{AC}{CK}\cdot\frac{KN}{NM}\cdot\frac{MB}{AB}=1$$

$AB^2=AH^2+BH^2$ $\quad BC^2=HC^2+BH^2$

$AB^2-AH^2=BC^2-HC^2$

$AB^2-BC^2=AH^2-HC^2$

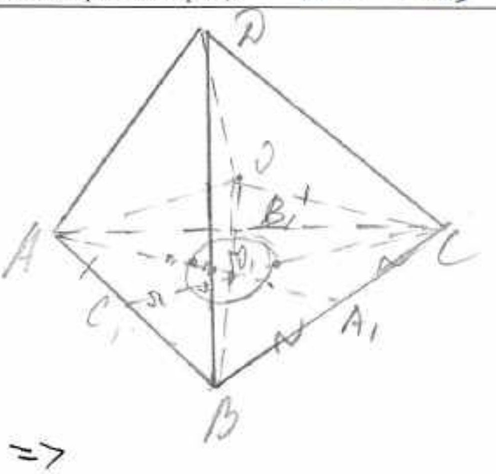
$BC>AB$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11- 1261

4. Дано:



ABCD – тетраэдр

$AO = BO = CO = DO$

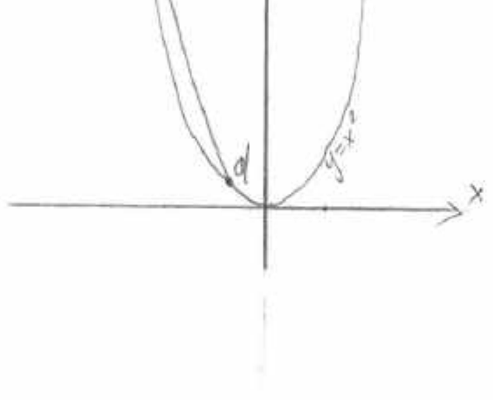
$AB = CD = a$ $BC = AD = b$ $AC = BD = c$

~~ABCD~~; r – ?

Решение:

$\Delta ADC = \Delta BDC = \Delta ADB$ (по условию) =>

8.



Т.к. начала всех отрезков находятся в полуплоскостях ≥0, то

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

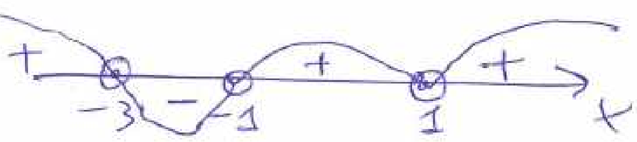
Код участника: М11-1140
(заполняется организатором)

(1) При оплате 20 и более наборов кешбэк 15%. Значит, что если бы они стоили x, то мы заплатили $0{,}85x$. ~~Значит~~ Т.к. все пряжки равны, то тогда и цена каждой пряжки уменьшится на 15%. Тогда каждая такая пряжка будет стоить $620 \cdot 0{,}85 = 527$ руб. Это минимальная цена за пряжку, которую можно получить. Тогда покупая по такой цене мы получим максим. кол-во пряжек, тогда их кол-во: $n = \frac{30000}{527} = 56$ и еще останется 488 рублей. На них мы уже не сможем купить пряжек.
Тогда ответ: 56 $56 > 20 \Rightarrow$ значит подходит

(2) $y = \lg \frac{3-2x-x^2}{1-x^2} \Rightarrow \frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0 \Rightarrow \frac{x^2+2x-3}{x^2-1} > 0 \Rightarrow$

D_f - ?

$\Rightarrow \frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+1)} > 0$



Ответ: $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

(5) $2 - 6^{\frac{1}{2} + \log_6 \sin x} = 2^{\frac{1}{2} + \log_2 \cos x} \Rightarrow \begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$ — ОДЗ.

$\Rightarrow 2 - \sqrt{6} \cdot 6^{\log_6 \sin x} = \sqrt{2} \cdot 2^{\log_2 \cos x} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{2} - \sqrt{3} \cdot 6^{\log_6 \sin x} = 2^{\log_2 \cos x} \Rightarrow$

$\boxed{a^{\log_b c} = c^{\log_b a}}$

$\Rightarrow \sqrt{2} - \sqrt{3} \cdot \sin x^{\log_6 6} = \cos x^{\log_2 2} \Rightarrow \sqrt{2} - \sqrt{3} \sin x = \cos x$

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11 – 1140

(заполняется организатором)

~~$\sqrt{2}-\sqrt{3}\sin x=\cos x$ $\sin x=\pm\sqrt{1-\cos}$~~

~~$\begin{cases}\cos x=\pm\sqrt{1-\sin^2 x}\\ \cos x\geq 0\end{cases} \Rightarrow \cos=\sqrt{1-\sin^2 x}\Bigg\}\Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow \sqrt{2}-\sqrt{3}\sin x=\sqrt{1-\sin^2 x}$~~

~~$\cancel{2}^{1}+3\sin^2 x-2\sqrt{6}\sin x=\cancel{1}-\sin^2 x$~~

~~$4\sin^2 x-2\sqrt{6}\sin x+1=0.$ $\left.\begin{matrix}\sin x=t\\ t\geq 0\end{matrix}\right\}\Rightarrow 4t^2-2\sqrt{6}t+1.$~~

~~$t=\frac{2\sqrt{6}\pm\sqrt{24-16}}{8}=\frac{2\sqrt{6}\pm 2\sqrt{2}}{8}=\frac{\sqrt{6}\pm\sqrt{2}}{4}=\sin x.$~~

~~1) $\sin x=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$; $\cos x=\sqrt{1-\frac{(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2}{16}}=\sqrt{\frac{16-(6+2+2\sqrt{12})}{16}}$~~

$\sqrt{2}-\sqrt{3}\sin x=\cos x$ $\left.\begin{matrix}\sin x\geq 0\\ \sin x=\pm\sqrt{1-\cos^2 x}\end{matrix}\right\}\Rightarrow \sin x=\sqrt{1-\cos^2 x}\Bigg\}\Rightarrow$

$=-\sqrt{3}\sqrt{1-\cos^2 x}+\sqrt{2}=\cos x\Rightarrow\sqrt{2}=\cos x+\sqrt{3}\sqrt{1-\cos^2 x}=$ (возведём в квадрат)

~~$2=2\cos^2 x+3(1-\cos^2 x)+2\sqrt{3}$~~ $=\underbrace{\sqrt{2}-\cos x}_{\geq 0.}=\sqrt{3}\sqrt{1-\cos^2 x}$

$2+\cos^2 x-2\sqrt{2}\cos x=3(1-\cos^2 x).$

$2+\cos^2 x-2\sqrt{2}\cos x=3-3\cos^2 x\Rightarrow 4\cos^2 x-2\sqrt{2}\cos x-1=0$ $\Bigg\}\Rightarrow 4t^2-2\sqrt{2}t-1=0.$

$t=\cos x$
$t\geq 0$

$t=\frac{2\sqrt{2}\pm\sqrt{8+16}}{8}=\frac{2\sqrt{2}\pm 2\sqrt{6}}{8}=\frac{\sqrt{2}\pm\sqrt{6}}{4}$ $\Bigg\}\Rightarrow\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}=t$

$t\geq 0$

$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}<1$ ✓

2

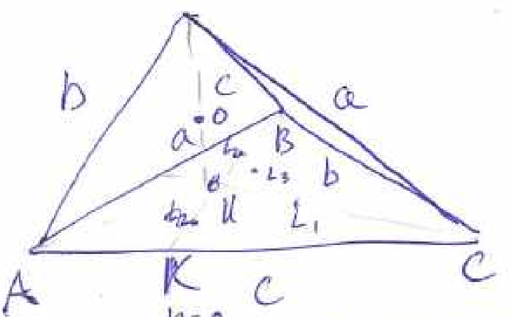
Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-1140
(заполняется организатором)

Ответ: $x = \arccos\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\right) + 2\pi k$

(4)



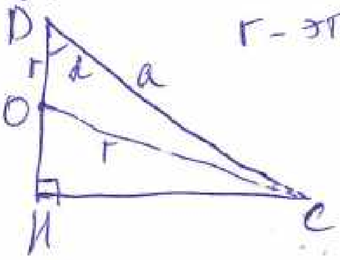
O – равноудалена от всех вершин, значит O – центр описанной сферы около этого тетраэдра. Заметим, что каждая грань – это треугольник, и они равны между собой по 3 сторонам.

Тогда ~~каждые~~ все грани равны. Тогда этот тетраэдр – правильный.

Тогда $a = b = c$. Тогда высота будет падать на пересечение биссектрис (в правильном Δ это же и медианы и высоты).

Тогда найдем высоту: $HC = \frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{3}a$, $DC = a$, ΔHDC – прямоуг. $\Rightarrow DH = \sqrt{a^2 - \frac{1}{3}a^2} =$

$= \sqrt{\frac{2}{3}}a = h$. Рассмотрим плоскость DHC:



r – это радиус.

$\cos\alpha = \frac{DH}{DC} = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}}a}{a} = \sqrt{\frac{2}{3}}$. Распишем т. косинусов для ΔDOC: $\cancel{r^2} = \cancel{r^2} + a^2 - 2\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot r\cdot a \Rightarrow$

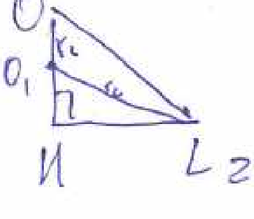
$\Rightarrow \boxed{r = \frac{a}{2}\cdot\sqrt{\frac{3}{2}}}$ Тогда $OH = h - r =$

$= \sqrt{\frac{2}{3}}a - \frac{a}{2}\sqrt{\frac{3}{2}} = a\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right) = a\left(\frac{4-3}{2\sqrt{6}}\right) = \frac{a}{2\sqrt{6}}$.

Пусть L_2 – середина биссектрисы BK. Тогда $L_2B = \frac{1}{2}BK = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}a =$

$= \frac{\sqrt{3}}{4}a$. Тогда $L_2H = BH - BL_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}a - \frac{\sqrt{3}}{4}a = \frac{4\sqrt{3}-3\sqrt{3}}{12}a = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{12}a}$.

Рассмотрим плоскость L_2HO: O_1 – центр описанной окружности около $O; L_2; L_1; L_3$, r_1 – ее радиус. $OL = \sqrt{OH^2 + LH^2} = \frac{1}{4}a$



$\angle HOL_2 = \beta$; $\cos\beta = \frac{OH}{OL} = \cancel{\frac{\sqrt{3}}{12}} = \frac{a}{2\sqrt{6}}\cdot\frac{4}{a} = \frac{2}{\sqrt{6}}$

(3)

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11 – 1140

(заполняется организатором)

применим т. косинусов для $\triangle OO_1L_2$

$$\cancel{r_2^2} = \cancel{r_2^2} + \frac{1}{16} - 2\cdot\frac{2}{\sqrt{6}}\cdot\frac{1}{4}\cdot r_2 \Rightarrow \frac{r_2}{\sqrt{6}} = \frac{1}{16} \Rightarrow \boxed{r_2 = \frac{\sqrt{6}}{16}}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{16}$

3 ~~Пусть $f(x) = ax^2+bx+c$, тогда $f'(x) = 2ax+b$ – это прямая, то есть линию $y=0$ она пересечет единожды:~~

~~заметим также, что на отрезке $[1;3]$ $f(x)\nearrow$, т.к. минимумы возрастают и $f(x)$ – это парабола.~~

~~рассмотрим где $2ax+b$ может пересечь прямую $y=0$:~~

~~1) между 2 и 3 не может. т.к. минимум на [2; $f(x)$ ... больше минимума на $[1;2]$.~~

~~2) между 1; 2 не может. т.к. минимум на $[1;2]$ больше минимум на $[0;1)$~~

~~3) между 0, 1~~

~~3) после 3 может:~~

~~1) ветви параболы могут быть направлены вверх, только если ее вершина (x_0) левее 0; либо левее.~~

~~тогда $f(0)=3$; $f(1)=6$; $f(2)=7$.~~

~~$c=3$, $a+b+c=6$, $4a+2b+c=7$ $\quad a=-1$, $b=4$, $c=3$ $\Rightarrow a\; -x^2+4x+3=f(x)$. Но тогда $f(3)=-9+12+3=6$, то есть противоречие.~~

~~2) ветви параболы направлены вниз.~~

~~может быть, что $f(0)=3$~~

~~$f(1)=6$~~

~~$f(3)=7$~~

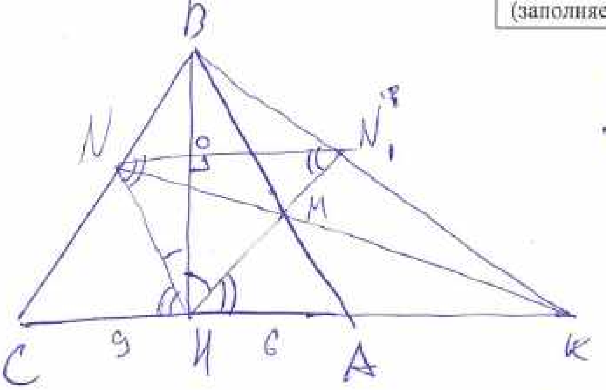
Дополнительный бланк № 6

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:

(заполняется организатором)

6



соединим B и K.

Тогда если продлить HM за M до пересечения с BK мы получим N_1, которая симметрична N относ. BH, тогда $NN_1 \parallel CK$

Тогда $HN = HN_1$, тогда $(NN_1) \times (BH) = O$, то $NO = ON_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ BO – медиана и высота, тогда $\triangle NBN_1$ – р/б $\Rightarrow BN_1 = BN$.

$\triangle BN_1N \sim \triangle CBK$ по 3 углам, тогда $BK = CB \Rightarrow \triangle CBK$ – р/б $\Rightarrow$

$\Rightarrow CH = HK \Rightarrow HK = 9 \Rightarrow AK = HK - HA = 3$

Ответ: 3.

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: 1111 – 1140

(заполняется организатором)

(3) Рассмотрим где на отрезке $[2;3]$ $f(x)$ может принимать 7. $f(x)=ax^2+bx+c$

(1) может ли между 2 и 3. Тогда ~~1) если а на ветви вверх~~, то это минимум, ~~тогда наибольшее на $[1;3]$ 7. Противоречие~~ тогда это вершина, ~~2) если ветви вниз, то~~

То есть значение в вершине 7, но тогда либо минимум на $[1;2]$ будет больше, если ветви вверх, либо $f(3)$ будет меньше, если ветви вниз.

(2) может ли в 2? Тогда $f(x)\nearrow$ на $[1;3]$, т.к. минимум на $[1;2)$ меньше, тогда $f(1)=6$, т.к. минимум на $[0;1]$ меньше. Тогда либо $f(0)=3$, но тогда $f(1)=6$

$f(3)=7$ => $f(x)=-x^2+4x+3$, но тогда $f(3)=-9+12+3=6$, что противоречит.

$f(0)=3$

либо $f(0)>3$. Что тоже противоречит.

(3) может ли $f(3)=7$, тогда. $f(0)=3$; $f(3)=7$, $f(1)=6$.

Тогда $f(0)=c=3$

$$\left.\begin{array}{l} f(1)=a+b+c=6 \\ f(3)=9a+3b+c=7 \end{array}\right\} => \begin{cases} a+b=3 \\ 9a+3b=4 \end{cases} => \begin{cases} 3a+3b=9 \\ 9a+3b=4 \end{cases} =>$$

$$=> 6a=-5 => a=-\frac{5}{6} => b=3+\frac{5}{6}=\frac{23}{6} =>$$

$=> f(x)=-\frac{5}{6}x^2+\frac{23}{6}x+3$, проверим, для $f(2)$: $f(2)=$

$=-\frac{5}{6}\cdot 4+\frac{23}{3}+3=\frac{13}{3}+\frac{9}{3}=\frac{22}{3}>7$, подходит. Тогда получим квадратный трёхчлен: $\boxed{f(x)=-\frac{5}{6}x^2+\frac{23}{6}x+3}$

5

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11- 1069

№3

Квадратный трёхчлен меняет свою монотонность ровно 1 раз – в х-вершине ~~параболы~~. Заметим, что при возрастании значения аргумента на отрезках, возрастает и значение квадратного трехчлена. Пусть ~~дан~~ искам квадратный трехчлен Ax^2+Bx+C, заданный функцией $f(x)=Ax^2+Bx+C$, ~~f(x)~~ ~~возр~~ промежутки $[0;1]$, $[1;2]$ и $[2;3]$ принадлежат одному промежутку монотонности – возрастанию $\Rightarrow$ функция $f(x)$ принимает своё минимальное значение в начале каждого отрезка $\Rightarrow$

$$\begin{cases} f(0)=3 \\ f(1)=6 \\ f(2)=7 \end{cases} \quad \begin{cases} C=3 \\ A+B+C=6 \\ 4A+2B+C=7. \end{cases} \quad \begin{cases} A+B=3 \\ 4A+2B=4 \;|:2 \end{cases} - \begin{cases} A+B=3 \\ 2A+B=2 \end{cases}$$

$A=-1 \Rightarrow$
$B=4$

$\Rightarrow f(x)=-x^2+4x+3$

Ответ: $-x^2+4x+3$

№1

$620\cdot 0{,}85=527$ – стоимость 1 пряжи с учетом кэшбека. Если бы не было условия покупки ~~от~~ более либо 20 штук для получения кэшбека, очевидно, что т.к. целая часть от деления 30000 на 527 – 56, то более 56 мотков на 30000 не купить в принципе. Приведу пример, как купить 56 мотков с учетом кэшбека:

1) Покупаем 20 мотков: тратим 12400, 1860 получаем кэшбек. Итого на руках имеем 19460.

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-1069

прод. N1

2) На 19460 можно купить 31 набор пряжи. После покупки останется 240, 2883 придёт кэшбеком, на руках останется 3123.

3) На 3123 можно купить 5 наборов, 23 рубля осталось. На 23 рубля пряжу не купишь.

Итого $20+31+5=56$ мотков мы купим $\Rightarrow$ это возможно.

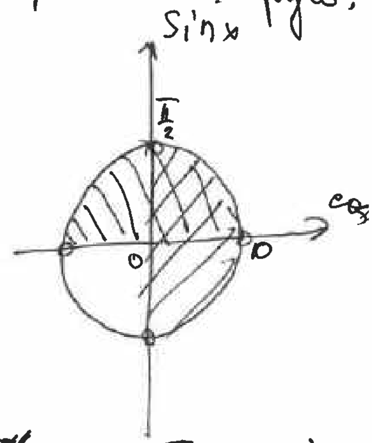
Ответ: 56

N5

$$2-6^{\frac{1}{2}+\log_6 \sin x}=2^{\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$$

ОДЗ: $\begin{cases}\sin x>0\\ \cos x>0\end{cases}$

Решаем нер-ва на тригоном. круге:



$x\in(0+2\pi n;\ \frac{\pi}{2}+2\pi n)$, $n\in\mathbb{Z}$.

По св-ву степеней:

$$2-6^{\frac{1}{2}}\cdot 6^{\log_6 \sin x}=2^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\log_2 \cos x}$$

По основному логарифмическому тож-ву:

$$2-6^{\frac{1}{2}}\cdot \sin x=2^{\frac{1}{2}}\cdot \cos x$$

$$\sqrt{2}\cos x+\sqrt{6}\sin x=2$$

$$\sqrt{6}\sin x+\sqrt{2}\cos x=2$$

По формуле введения вспом. аргумента:

$$\sqrt{6}\sin x+\sqrt{2}\cos x=\sqrt{6+2}\,\sin\left(x+\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}\right)$$

$\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\pi}{6}$, поэтому

$$2\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=2$$

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-1069

прод №5

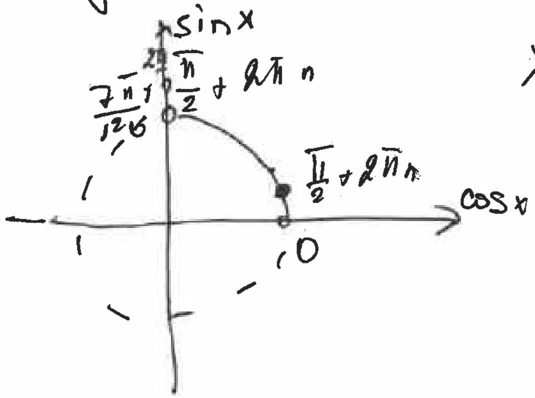
$$\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{6}=\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}+2\pi n,\ n\in Z \\ x+\frac{\pi}{6}=\pi-\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}+2\pi n,\ n\in Z \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in Z \\ x+\frac{\pi}{6}=\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ n\in Z \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+2\pi n,\ n\in Z \\ x=\frac{7\pi}{12}+2\pi n,\ n\in Z. \end{array}\right.$$

С учетом ОДЗ:



$x=\frac{\pi}{12}+2\pi n,\ n\in Z$

Ответ. $\frac{\pi}{12}+2\pi n,\ n\in Z$.

N 2

$y=\lg\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$. Функция существует, когда $\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}>0$.

$$\frac{x^2+2x-3}{x^2-1}>0$$

$$\frac{(x+3)(x-1)}{(x+1)(x-1)}>0$$

$x\in(-\infty;-3)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-1069

№2 продолж.

~~На открытом луче (1;+∞)~~

$\lg\frac{3-2x-x}{1-x^2}=\lg\frac{x+3}{x+1}$, $x\neq 1$, $y=\lg(1+\frac{2}{x+1})$, $x\neq 1$.

1) На откр. луче $(1;+\infty)$ $\frac{2}{x+1}$ монотонно убывает, наим. знач. принимает в начале промежутка, т.е.

$0<\frac{2}{x+1}<\frac{2}{1+1}=1$, тогда $1<1+\frac{2}{x+1}<2$.

$\lg t$ монотонно возр $(t>0)$ т.к. $a=10>1$ =>

$0=\lg 1<\lg(1+\frac{2}{x+1})<\lg 2$ => $x\in(1;+\infty)$: ~~$y\in\lg$~~ $y\in(0;\lg 2)$

2) при $x\in(-1;1)$: $\frac{2}{1+1}<\frac{2}{x+1}<\frac{2}{z}$, $\forall z\to 0$, тогда

$$1<\frac{2}{x+1}(<+\infty)$$

$$2<1+\frac{2}{x+1}(<+\infty)$$

$\lg 2<\lg(1+\frac{2}{x+1})<(+\infty)$, т.е. $y\in(\lg_2;+\infty)$

3) при $x\in(-\infty;-3)$

$x+1<-2$

$-1<\frac{2}{x+1}<0$

$0<1+\frac{2}{x+1}<1$

$\lg(1+\frac{2}{x+1})<\lg 1=0$ => $\lg(1+\frac{2}{x+1})<0$

Бланк ответа 5

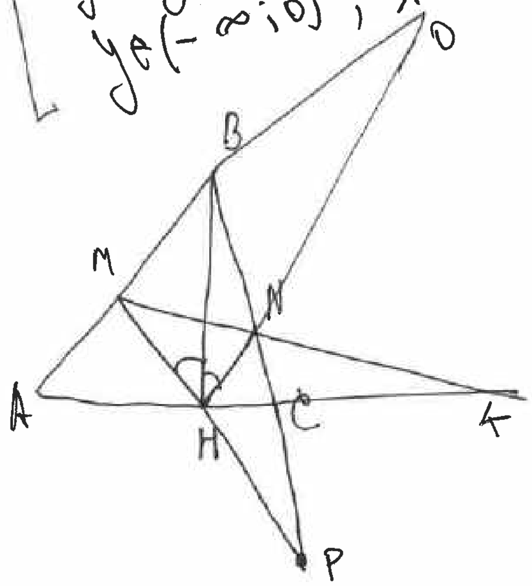
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-1069

Общий ответ:

$$\left[\begin{array}{l} y\in(0;\lg_2),\ x>1 \\ y\in(\lg_2;+\infty),\ -1<x<1 \\ y\in(-\infty;0),\ x<-3 \end{array}\right.$$

$$y\in(-\infty;0)\cup(0;\lg_2)\cup(\lg_2;+\infty)$$



N 6

1) То, что HM симм. HN относ BH означает, что $\angle MHB=\angle BHN$.

2) Пусть $MH\cap BC=$ т. P

3) Пусть $HM\cap AB=$ т. D

Запишем теоремы Менелая:

треуг. MK: $\frac{AB}{MB}=\frac{BC}{NC}=\frac{AK}{AH}$

треуг. HO: $\frac{AC}{AH}=\frac{AO}{BO}=\frac{BC}{CM}$

треуг. MP: $\frac{AC}{AH}=\frac{AB}{MB}=\frac{BP}{PN}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: МИ - 1066
(заполняется организатором)

№ 1

Если $q_i \geq 15$: q_i – кол-во, купленное в i-й раз

$630 \cdot 0,9 \cdot q_i$ – плата

$\frac{630 \cdot 0,1 \cdot q_i}{q_i} = 63$ – скидка на 1 единицу => выгодно покупать максимально много за раз (const)

// – деление целочисленное

% – остаток от деления

$q_1 = 20\,000 // 630 = \underline{31} \geq 15$ => скидка есть

$q_2 = (20\,000 \% 630 + 0,1 \cdot 630 \cdot q_1) // 630 = (470 + 0,1 \cdot 630 \cdot 31) // 630 =$
$= (470 + 1953) // 630 = \underline{3} < 15$ => скидки нет

осталось 92 руб. $31 + 3 = 34$ пачки бумаги $= q_1 + q_2$

Ответ: 34

№ 2

$$y = \sqrt{\frac{(x-2)(x+2)}{\lg(x^2-1)}}$$

$$\begin{cases} \frac{(x-2)(x+2)}{\lg(x^2-1)} \geq 0 \\ x^2 - 1 > 0 \\ \lg(x^2-1) \neq 0 \end{cases}$$

- $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
- $\lg(x^2-1) \neq 0$
  $x^2 - 1 \neq 1$
  $x^2 \neq 2$
  $x \neq \pm\sqrt{2}$

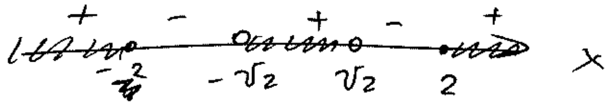
Бланк ответа

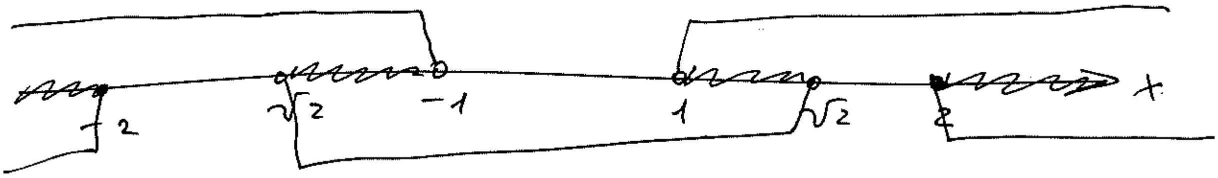
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M 11-1066

(заполняется организатором)

• $\dfrac{(x-2)(x+2)}{(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})} \geq 0$



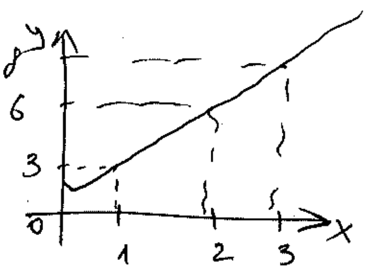


Ответ: $D(y) = (-\infty; -2] \cup (-\sqrt{2}; -1) \cup (1; \sqrt{2}) \cup [2; +\infty)$

3

1 случай:

$a > 0$



$f(x) = ax^2 + bx + c$

max значения растут на 3 отрезках $\Rightarrow x_в \in (-\infty; 0,5]$

В этом случае на отрезке $[1;3]$

$f(x) \uparrow \Rightarrow f(1) = 3;\ f(2) = 6;\ f(3) = 8$, т.к.

при $x > x_в$ $f(x)$ монотонно $\uparrow$

$$\begin{cases} a > 0 \\ f(1) = 3 \\ f(2) = 6 \\ f(3) = 8 \\ x_в \in (-\infty; 0,5] \end{cases} \qquad \begin{cases} a > 0 \\ -b \leq a \\ a + b + c = 3 \\ 4a + 2b + c = 6 \\ 9a + 3b + c = 8 \end{cases}$$

• $a = 3 - b - c$

$4(3 - b - c) + 2b + c = 6$

• $b = 3 - 1,5c$

$9(3 - b - c) + 3(3 - 1,5c) + c = 8$

• $c = -\dfrac{1}{82}$

$b = 3\dfrac{3}{164}$

$a = -\dfrac{1}{164}$ $\quad a < 0 \Rightarrow \varnothing$

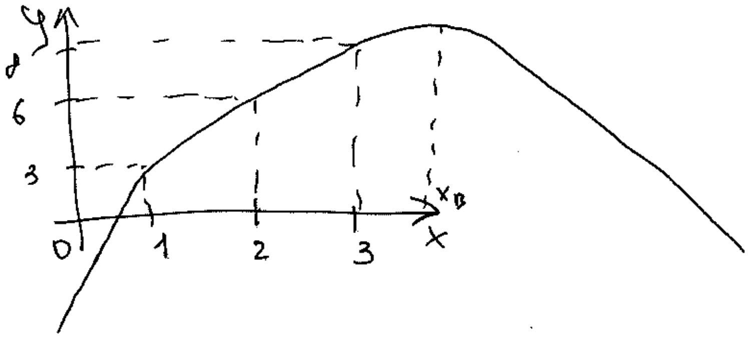
Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	МН-1066

2 случай:

$a<0$ $\quad$ $f(x)=ax^2+bx+c$



~~a<0~~

$x_B \in (2;+\infty)$, т.к. левая часть параболы в таком случае монотонно убывает $\Rightarrow f(2)=6;\ f(1)=3$

$\cancel{-b \leq 4a}$

$$\begin{cases} x_B \in (2;+\infty) \\ f(1)=3 \\ f(2)=6 \\ a<0 \end{cases}$$

- $-b<4a$
- $a=3-b-c$
- $b=3-1{,}5c$
- $c=2-\frac{2}{3}b$
- $a=-\frac{1}{3}b+1$

$-b<-\frac{4}{3}b+4$

$-3<-\frac{1}{3}b+1$

$a>-3$

$a\in(-3;0)$

2.1 случай:

$x_B\in(2;3]$

$y_B=8$

$\frac{-b}{2a}\leq 3$

$-b\geq 6a$

$b\geq 6$

- $a\leq -1$

3

Код участника: МИ-1066
(заполняется организатором)

$a \in (-3; -1]$

$f(-\frac{b}{2a}) = 8$

$-\frac{b^2}{4a} + c = 8$

$\frac{b^2}{\frac{4}{3}b-4} + 2 \cdot \frac{2}{3} b = 8$

$\frac{1}{9}b^2 + \frac{16}{3}b - \frac{32b}{3} + 24 = 0$

$b^2 - 48b + 216 = 0$

$D = 48^2 - 4 \cdot 216 = (12\sqrt{10})^2$

- $b_1 = 24 + 6\sqrt{10}$
- $b_2 = 24 - 6\sqrt{10}$

1) $a = -\frac{1}{3}b + 1 = -2\sqrt{10} - 7 < -3$ – нк

2) $a = -\frac{1}{3}b + 1 = 2\sqrt{10} - 7$ – нк > -1

2.2. случай:

$x_B \in (3; +\infty)$

$f(3) = 8$

$-\frac{b}{2a} > 3$

$b < 6$

- $a < -1$
- $a \in (-1; 0)$

$9(-\frac{1}{3}b+1) + 3(3-1,5c) + c = 8$

$-3b - 3,5c + 10 = 0$

$-\frac{2}{3}b + 3 = 0$

$\frac{2}{3}b = 3$

$\cancel{-\frac{b^2}{4a} + c = 8}$ $b = 4,5$

$a = -0,5$

$b = 4,5$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	МН-1066

$c = -1$

$f(x) = -0{,}5x^2 + 4{,}5x - 1$

проверка:

$x_B = 4{,}5$

$f(3) = 8$

$f(2) = 6$

$f(1) = 3$ ✓

Ответ: $f(x) = -0{,}5x^2 + 4{,}5x - 1$

5

$$3^{-\frac{1}{2}} + 6^{-\frac{1}{2} + \log_6 \sin x} = 2^{-\frac{1}{2} + \log_2 \cos x}$$

$$\begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases} \Rightarrow x \in \left(2\pi n; 2\pi n + \frac{\pi}{2}\right), n \in Z$$

$$3^{-\frac{1}{2}} + 6^{-\frac{1}{2}} \cdot \sin x = 2^{-\frac{1}{2}} \cdot \cos x$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sin x}{\sqrt{6}} = \frac{\cos x}{\sqrt{2}} \quad / \cdot \sqrt{6}$$

$$\sqrt{2} + \sin x = \sqrt{3} \cos x$$

$$\sqrt{3} \cos x - \sin x = \sqrt{2} \quad / : 2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{6} \cos x - \sin \frac{\pi}{6} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\pi}{6} + x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z \qquad \frac{\pi}{6} + x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x = \frac{\pi}{12} + 2\pi n, n \in Z \qquad x = -\frac{5\pi}{12} + 2\pi n, n \in Z \ -\text{пк}$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{12} + 2\pi n, n \in Z$

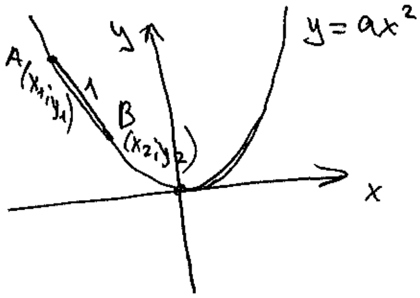
Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

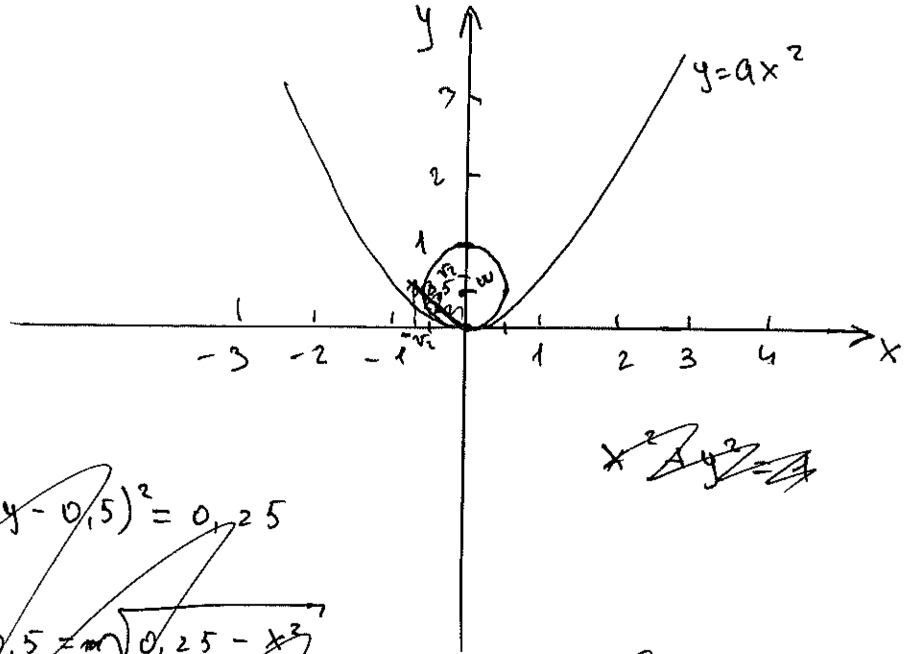
Код участника: (заполняется организатором)	М11-1066

(8)

$a>0$



Если ~~в парабо~~ $y(x)$ имеет более 1 общей точки с окружностью, ~~то палка~~ ω с центром в точке $(0;0,5)$ и радиусом $0,5=\frac{1}{2}$, то отрезок не сможет "провернуться" в этой параболе так, чтобы $x_1\uparrow$ и $x_2\uparrow$



~~$x^2+(y-0,5)^2=0,25$~~

~~$-y-0,5=\sqrt{0,25-x^2}$~~

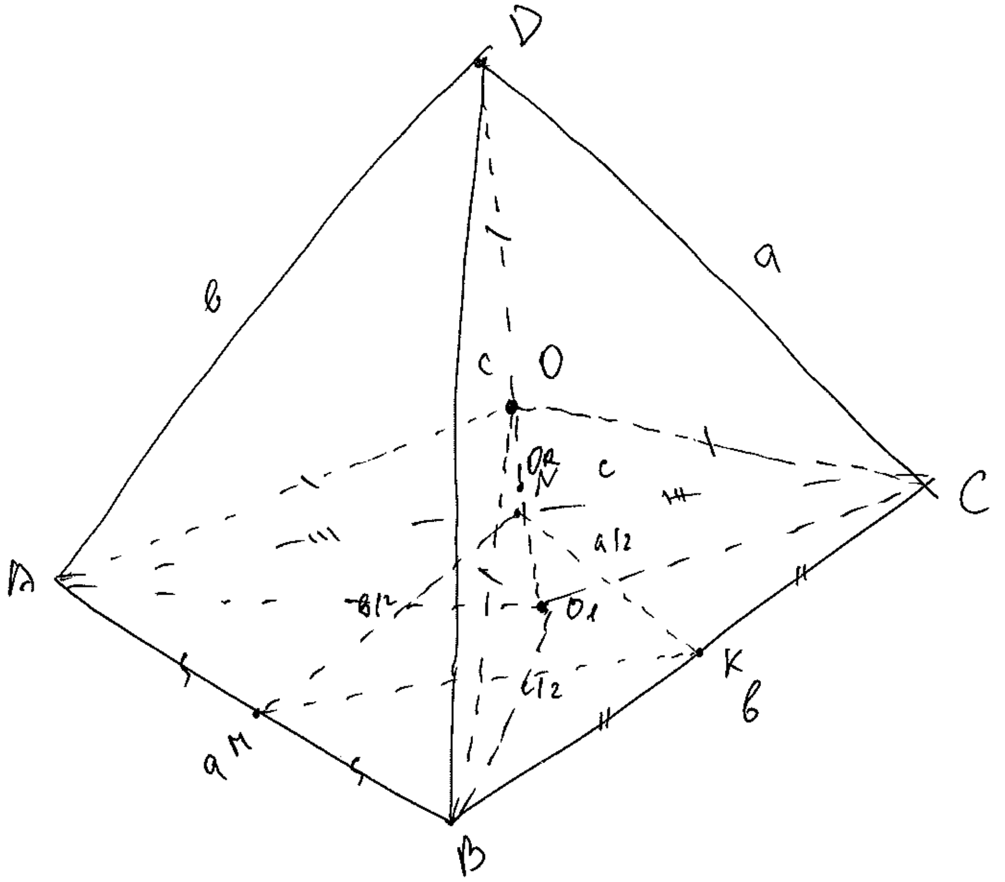
~~$y=\sqrt{0,25-x^2}+0,5$~~

$a\geq\sqrt{2}$

Дополнительный бланк № 2
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11-1066

4



Пусть M, N, K - середины сторон AB, AC, BC соответственно, тогда $KN = a/2$, т.к. $AN = NC$, $BK = KC \Rightarrow KN$ - ср. линия $\triangle ABC$

Аналогично $MN = \frac{b}{2}$; $MK = \frac{c}{2}$.

$AO = OC = OB \Rightarrow$ если OO_1 - высота пирамиды ~~AB~~ $ABCO$, то O_1 - центр окр-сти, описанной около $\triangle ABC$.

$\triangle MNK \sim \triangle ABC$ (по 3 сторонам) $k = \frac{1}{2}$

центр $\triangle MNK$ - центр $\triangle ABCK$ (центр ок-сти, описанной около $\triangle ABC$) $\Rightarrow$ если точка O_R - центр сферы, проходящей через O, M, N, K, то $O_R \in OO_1$

$\cancel{R = O_R^* = O_R K = O}$ $R = OO_R = O_R K = O_R M = O_R N$

$\cancel{AO_1}$ $S_{\triangle ABC} = \frac{abc}{4 \cdot AO_1}$

7

Дополнительный бланк № 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МI1 - 1066

(7) Нужно с каждой стороны прибавлять по единице к уже угаданному фрагменту, если ~~2 раза~~ неправиль

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M11-1050
(заполняется организатором)

(1) обозначим за a кол-во наборов, купленных с кэшбеком, b - без кэшбека. $b < 20$.

Тогда нужно максимизировать $a+b$ при

$a \cdot 527 + b \cdot 620 \le 30000 \iff 527(a+b) + 93b \le 30000$

$a+b < 57$ т.к. $527 \cdot 57 > 30000$.

При этом если $a+b = 56$ и $b=0$ то условие выполняется.

Ответ: 56

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-1050
(заполняется организатором)

(2) $y = \lg\frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$ $\quad D(y)-?$

логарифм определен только для положительных чисел

=> логарифмируемое выражение должно быть > 0

$\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0 \iff \frac{(x-1)(x+3)}{(1-x)(1+x)} < 0 \iff$

$\iff \begin{cases} \frac{x+3}{x+1} > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

$+ \quad -3 \quad - \quad -1 \quad + \quad 1 \quad +$

$x \in (-\infty;-3)\cup(-1;1)\cup(1;$

Ответ: $x \in (-\infty;-3)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$

(5) $2 - 6^{\frac12 + \log_6 \sin x} = 2^{\frac12 + \log_2 \cos x}$

ОДЗ: $\begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$

$2 - 6^{\frac12}\cdot 6^{\log_6 \sin x} = 2^{\frac12}\cdot 2^{\log_2 \cos x}$

$2 - \sqrt6 \sin x = \sqrt2 \cdot \cos x$

$\sqrt2 \cos x + \sqrt6 \sin x = 2 \quad |:2\sqrt2$

$\frac12 \cos x + \frac{\sqrt3}{2}\sin x = \frac{\sqrt2}{2} \qquad \sin\frac{\pi}{6}\cos x + \cos\frac{\pi}{6}\sin x = \frac{\sqrt2}{2}$

$\sin(x+\frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt2}{2}$

$\left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4} + 2\pi k,\ k\in\mathbb{Z} \\ x+\frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k,\ k\in\mathbb{Z} \end{array}\right.$ ← не подходи под ОДЗ

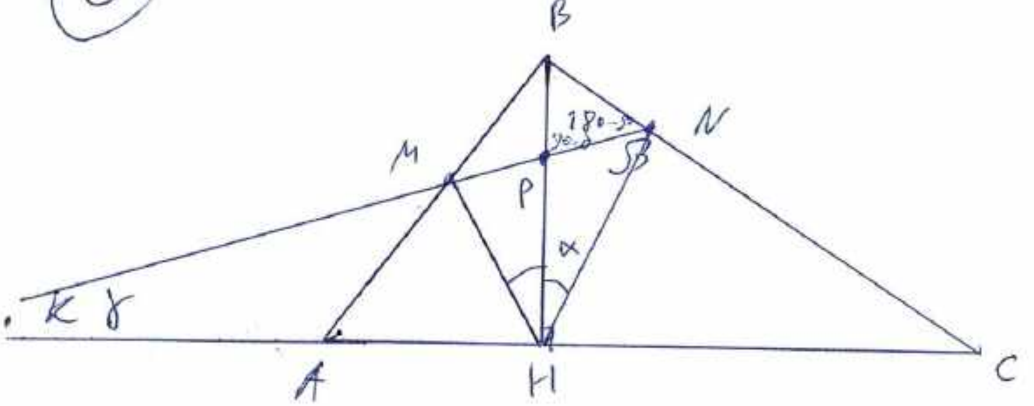
Ответ: $x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-1050

6



$\frac{CN}{BN} \cdot \frac{BP}{PH} \cdot \frac{HK}{KC} = 1$ (по т. Менелая)

$KH = HC$

~~$\frac{CN}{KC} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$ $\frac{BP}{BN} = \frac{\sin(180-\beta)}{\sin(90-\gamma)}$ $\frac{HK}{PH} = \frac{\sin(90-\gamma)}{\sin\gamma}$~~

~~$\sin\beta = \sin(180-\beta)$~~

$\triangle KBC$ – равнобедр. $\Rightarrow AK = HC - AH = 3$

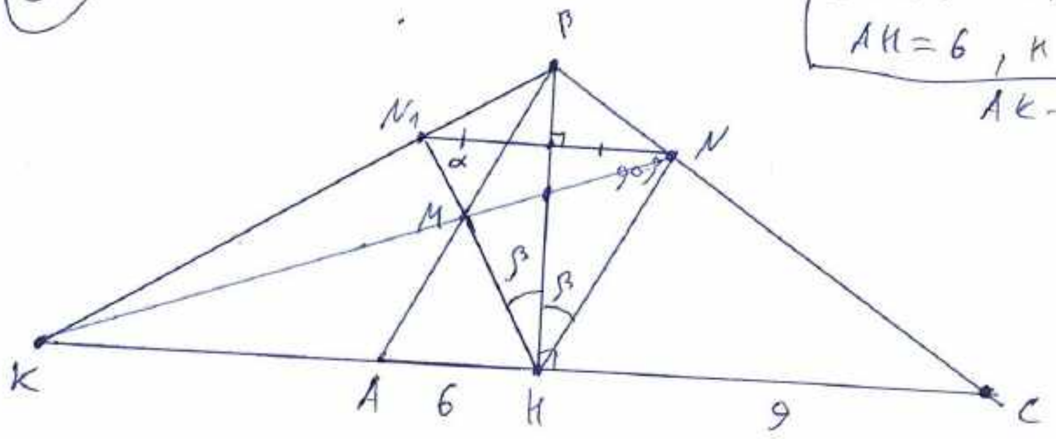
Ответ: 3

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-1050

6



$\angle MHB = \angle NHB$ $\quad MN \cap AC = K$

$AH = 6, \; HC = 9$

$AK - ?$

проведем $NN_1 \parallel AC$. $BH \perp NN_1$. $N_1 \in AB$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-1050
(заполняется организатором)

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 – 950

№1

т. к. кешбек мы получаем после оплаты, то покупку нужно разделить на 2 платежа

I X – кол-во купленных пачек в 1 платеж, y – кол-во пачек в 2 платеж

составим таблицу.

	трата	остаток
1 пл	$X \cdot 630$	$20000 - X \cdot 630 + (X \cdot 630) \cdot 0{,}1$ ← 10 % кешбек $= 20000 - 567X$
2 пл	$y \cdot 630$	$20000 - 567X - y \cdot 630 + y \cdot 630 \cdot 0{,}1$ ← 10 % кешбек $= 20000 - 567X - 567y$

для наибольшего кол-ва купленных пачек, остаток должен быть минимальным. I остаток = 0 =>

$\Rightarrow 20000 - \cancel{5} \; 567X - 567y = 0$

$20000 = 567(X+y)$

$X + y = \frac{20000}{567} = 35\frac{155}{567}$, т.е. максимальное число купленных пачек (целое) = 35

Ответ: 35

№2

$y = \sqrt{\dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$ ~~$\dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)} \geq 0$~~

Найдем все ограничения.
1) под корнем выражение должно быть неотриц $\Rightarrow \dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)} \geq 0$
2) аргумент log всегда положительное $\Rightarrow x^2-1>0$
3) знаменатель не равен 0 $\Rightarrow \lg(x^2-1) \neq 0$

① $\dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)} \geq 0$

нули числ: $x^2-4=0 \Rightarrow (x-2)(x+2)=0$ (по ФСУ разность квадратов)

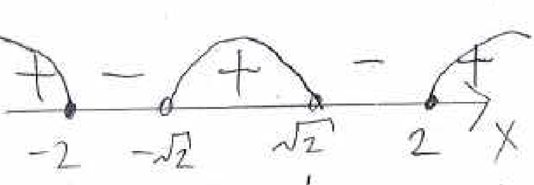
$x-2=0 \Rightarrow x=2$; $x+2=0 \Rightarrow x=-2$ — корни

нули знам: $\lg(x^2-1) \neq 0 \Rightarrow \lg(x^2-1) \neq \lg(1)$ (представим 0 как $\lg(1)$) $\Rightarrow x^2-1 \neq 1$ (одинак. основ.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 \neq 2$

$x \neq \pm\sqrt{2}$

отметим нули на числ. прямой.



подст в перв число $>2 \Rightarrow \dfrac{3^2-4}{\lg 3^2-1} \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{9-4}{\lg(9-1)} = \dfrac{5}{\lg 8}$ – полож $\Rightarrow$ начинаем числовую прямую со знака (+) справа налево

Получаем интервал ограничения

см. далее →

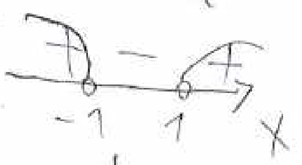
② $x^2-1>0$

$\cancel{x^2>1}$

$(x-1)(x+1)>0$ (по ФСУ)

1 $\quad$ -1

корни



второй интервал огран.

③ $\lg(x^2-1)\neq 0$

$\lg(x^2-1)\neq \lg 1$

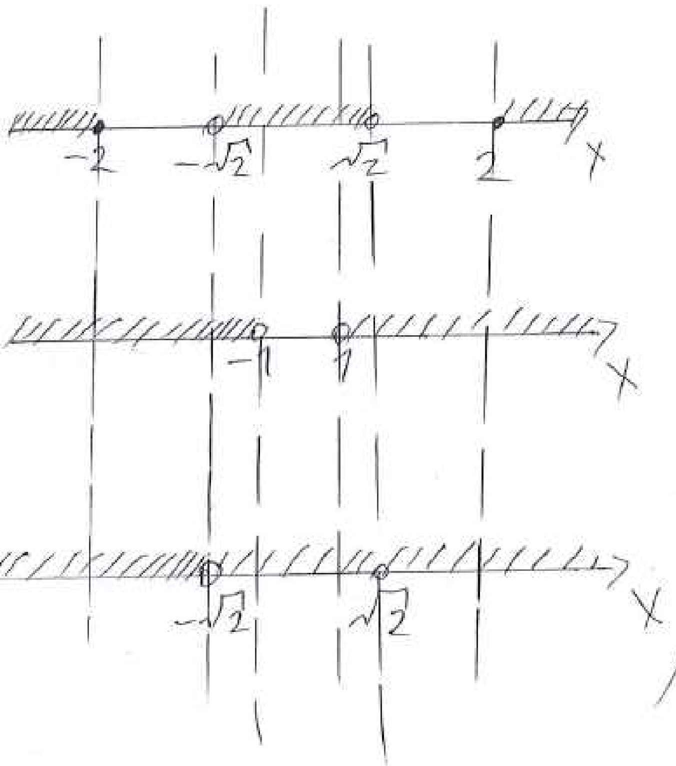
$x^2-1\neq 1$

$x^2\neq 2$

$x\neq\pm\sqrt{2}$

3 третье огран.

совместим все ограничения



получаем интервал:

$(-\infty;-2]\cup(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})[2;+\infty)$

Ответ: $(-\infty;-2](-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})\cup[2;+\infty)$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-950

№5 ограничения:
$\sin x>0$
$\cos x>0$

$$3^{-\frac{1}{2}}+6^{-\frac{1}{2}+\log_6\sin x}=2^{-\frac{1}{2}+\log_2\cos x}$$

$$3^{-\frac{1}{2}}+6^{-\frac{1}{2}}\cdot6^{\log_6\sin x}=2^{-\frac{1}{2}}\cdot2^{\log_2\cos x}$$ $a^{\log_a a}=a\Rightarrow$

$$\Rightarrow 3^{-\frac{1}{2}}+6^{-\frac{1}{2}}\cdot\sin x=2^{-\frac{1}{2}}\cdot\cos x$$

$$\frac{1}{\sqrt3}^{(\sqrt2}+\frac{\sin x}{\sqrt6}=\frac{\cos x}{\sqrt2}^{(\sqrt3}\quad\Big|\cdot\sqrt6$$

$$\sqrt2+\sin x=\sqrt3\cos x\quad|\cdot(\ )^2$$

$$2+2\cdot\sqrt2\cdot\sin x+\sin^2x=3\cos^2x$$ $\cos^2x=1-\sin^2x$ по осн. тр. тожд. $\Rightarrow$

~~$\Rightarrow 2+2\sqrt2\sin x+1-\cos^2x=3\cos^2x$~~

~~$3+2\sqrt2\sin x=4\cos^2x$~~

$$2+2\sqrt2\sin x+\sin^2x=3(1-\sin^2x)\Rightarrow 2+2\sqrt2\sin x+\sin^2x=3-3\sin^2x\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\sin^2x+2\sqrt2\sin x-1=0$$

$2\sin x=t\Rightarrow t^2+\sqrt2t-1=0$

$D=\cancel{(\sqrt2)^2+4\cdot1\cdot1}\ (\sqrt2)^2-4\cdot1\cdot(-1)=2+4=6$

$$t_{1,2}=\frac{-\sqrt2\pm\sqrt D}{2}=\frac{-\sqrt2\pm\sqrt6}{2}$$

вып. обр. замену: $\sin x_{1,2}=\frac{-\sqrt2\pm\sqrt6}{2}$

т. к. по огран. $\sin x>0$, то $\frac{-\sqrt2-\sqrt6}{2}$ не удовл. $\Rightarrow\sin x=\frac{\sqrt6-\sqrt2}{2}$

из огран. $\begin{cases}\sin x>0\\ \cos x>0\end{cases}$ следует: ①

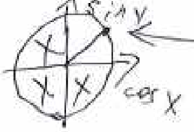
②

$\Rightarrow x$ не находится в ~~I~~ II, III, IV четв. $\Rightarrow$

$\Rightarrow x\in$ I четв.

см далее →

$\sin x = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$



$\leftarrow \arcsin \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \cancel{+ 2\pi k, k \in \mathbb{Z}}$

Ответ: $x = \arcsin\left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \approx$

$\approx \frac{\sqrt{6}}{\cancel{12}\ 6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-950

№3

т.к. макс. знач. на каждом отрезке возрастает, то на отрезке [0; 3] – функция возраст., т.к. квадратный трехчлен – парабола, то возрастает монотонно => значения 3, 6, 8 функция будет принимать в конце каждого отрезка => при $x=1$; $y=3$, $x=2$; $y=6$, $x=3$; $y=8$ сост. сист. уравн.

$$\begin{cases}3=a\cdot 1^2+b\cdot 1+c\\6=a\cdot 2^2+b\cdot 2+c\\8=a\cdot 3^2+b\cdot 3+c\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}3=a+b+c \quad |\cdot 2 \Rightarrow 6=2a+2b+2c\\6=4a+2b+c\\8=9a+3b+c\end{cases}$$

$2a+2b+2c=4a+2b+c \Rightarrow 2a=c$

$\Rightarrow a=\frac{c}{2}$

$\cancel{8=9a+3b+2a}$

$8=\frac{9}{2}c+3b+c$

$8=\frac{11}{2}c+3b$

$b=\dfrac{8-\frac{11}{2}c}{3}=\dfrac{8-5{,}5c}{3}$

$\cancel{2a=c}$

$$\begin{cases}a=\frac{c}{2}\\b=\frac{8-5{,}5c}{3}\end{cases}$$ – подст. в уравнение $\Rightarrow 3=\frac{c}{2}+\frac{8-5{,}5c}{3}+c \Rightarrow$

$\Rightarrow 3=\frac{3c}{2}+\frac{8-5{,}5c}{3}$

$3=\frac{9c+16-11c}{6} \quad |\cdot 6$

$18=9c+16-11c$

$2=-2c$

$1=-c$

$c=-1 \Rightarrow a=\frac{-1}{2}=-0{,}5$; $b=\frac{8+5{,}5}{3}=\frac{13{,}5}{3}=4{,}5$

подст. в кв. трехчлен и получаем $-0{,}5x^2+4{,}5x-1$ – единственное решение системы уравн. => единственный трехчлен удовл. усл. задачи.

Ответ: $-0{,}5x^2+4{,}5x-1$

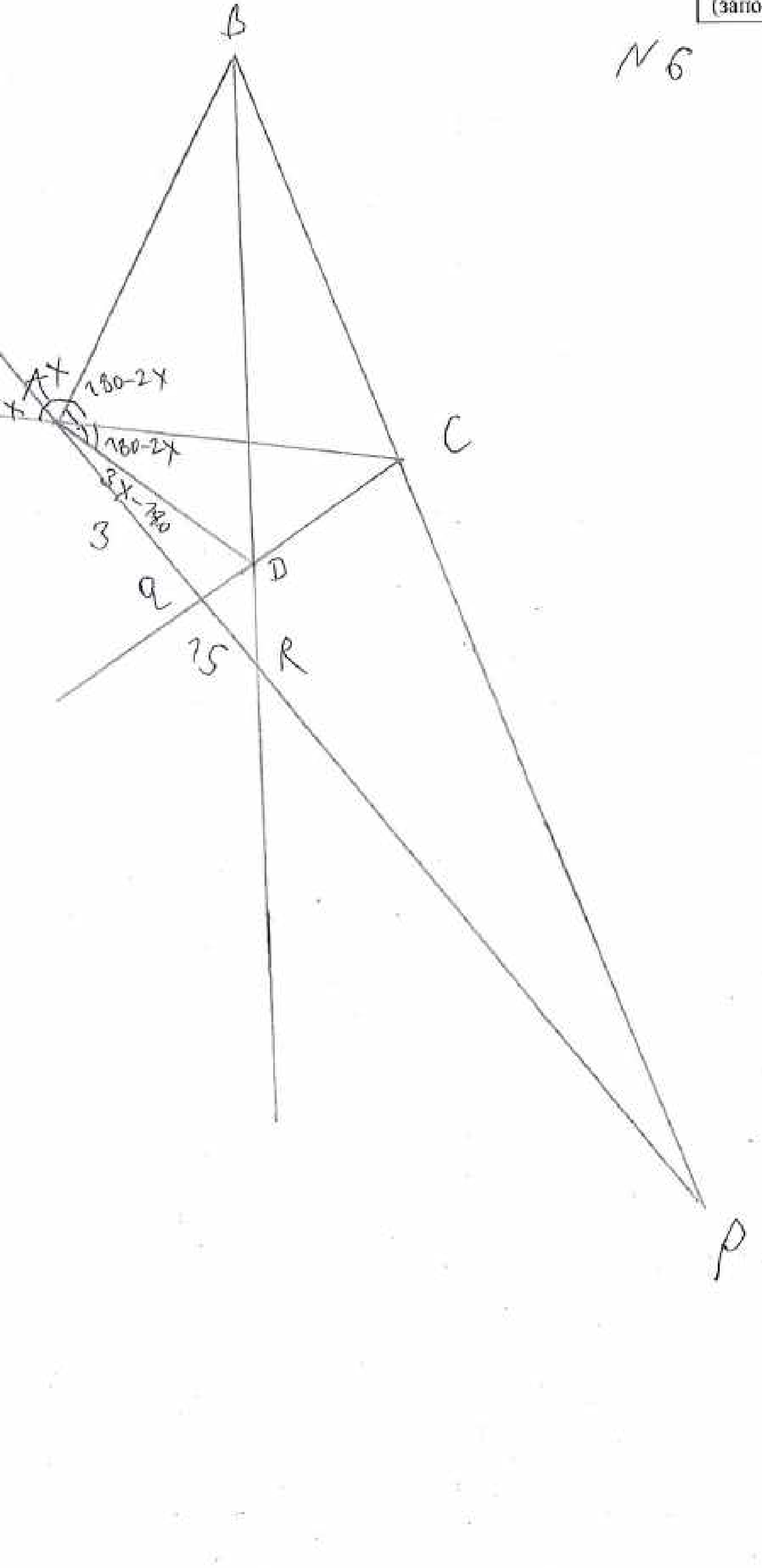
Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M 11-950

(заполняется организатором)

N 6



Бланк ответа №1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) И 11-943

Задание №1.

Пусть x – количество наборов премии.

Тогда оплата будет: $620 \cdot x$ руб; а кешбэк: $0{,}15 \cdot 620 \cdot x$

Составим ~~уравнение~~ неравенство: $620x - 0{,}15 \cdot 620x \leq 30000$ и найдем целое максимальное x

$620x(1-0{,}15) \leq 30000$

$620x \cdot \frac{85}{100} \leq 30000$

$x \cdot 6{,}2 \cdot 85 \leq 30000$

$x \leq \frac{30000}{527}$

$x \leq 56\frac{488}{527} \Rightarrow$ целое максимальное $x = 56$

Ответ: 56 наборов премии

Задание №2.

$y = \lg \frac{3-2x-x^2}{1-x^2}$ Область определения: $\begin{cases} \frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0 \quad (1) \\ 1-x^2 \neq 0 \quad (2) \end{cases} \Longleftrightarrow$

(1): $\frac{3-2x-x^2}{1-x^2} > 0$

Решим неравенство методом интервалов.

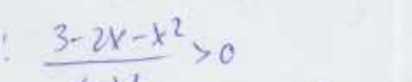
нули числителя: $3-2x-x^2=0 \,/\cdot(-1)$ нули знаменателя: $1-x^2=0$

$x^2+2x-3=0$ $x^2=1$

$D = 4-4\cdot(-3)=16$ $x=\pm 1$

$x_1 = \frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1$

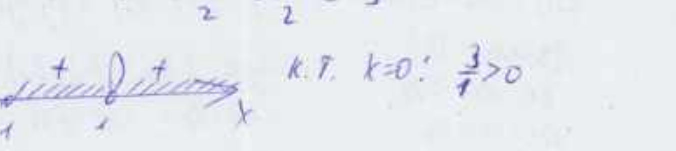
$x_2 = \frac{-2-4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$



к.т. $x=0$: $\frac{3}{1}>0$

(2): $1-x^2 \neq 0$

$x \neq \pm 1$

$\Longleftrightarrow$ 

Ответ: $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

Бланк ответа №2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) 11 11 - 943

5. $2-6^{\frac{1}{2}+\log_6 \sin x}=2^{\frac{1}{2}+\log_2 \cos x}$

ОДЗ: $\begin{cases}\sin x>0\\ \cos x>0\end{cases}$  $x\in(2\pi n;\frac{\pi}{2}+2\pi n)$ $n\in Z$

$2-6^{\frac{1}{2}}\cdot 6^{\log_6 \sin x}=2^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\log_2 \cos x}$

$2-\sqrt{6}\cdot\sin x=\sqrt{2}\cdot\cos x$

$\sqrt{2}\cdot\cos x+\sqrt{6}\sin x=2$

$\sqrt{8}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}\cos x+\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{8}}\sin x\right)=2$

$\frac{1}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos(\varphi-x)=\frac{\sqrt{2}}{2}$, где $\varphi=\arccos\frac{1}{2}=\frac{\pi}{3}$

$\left[\begin{array}{l}\varphi-x=\frac{\pi}{4}+2\pi n,\\ \varphi-x=-\frac{\pi}{4}+2\pi n,\end{array}\right. n\in Z$ $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}+2\pi n,\\ x=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}+2\pi n,\end{array}\right. n\in Z$ $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+2\pi n,\\ x=\frac{7\pi}{12}+2\pi n,\end{array}\right. n\in Z$

Сравним с ОДЗ:

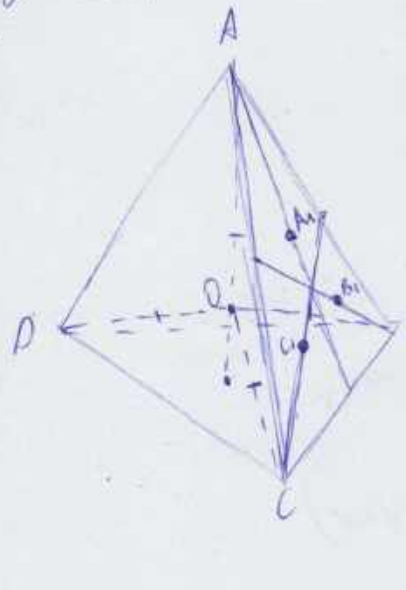
~~Таким образом $\frac{7\pi}{12}$~~

Таким образом, $x=\frac{7\pi}{12}+2\pi n$ не входит в ОДЗ, т.к. $\frac{7\pi}{12}+2\pi n>\frac{\pi}{2}+2\pi n=\frac{6\pi}{12}+2\pi n$

Ответ: $x=\frac{\pi}{12}+2\pi n, n\in Z$

Задание №4

4.



$DO=OB=OC=AO$;
$AB=CD=a$;
$BC=AD=b$;
$AC=BD=c$.
R-?

$R^2=(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2$, где $(x_0;y_0;z_0)$ - координаты центра сферы

Пусть $(x_1;y_1;z_1)$ - координаты т. O

$(x_2;y_2;z_2)$ - координаты т. A_1

(A_1 - середина медианы от т. A к BC)

$(x_3;y_3;z_3)$ - координаты т. B_1,

$(x_4;y_4;z_4)$ - координаты т. C_1,

B_1 и C_1 - середины медиан от точек B и C соответственно

Бланк ответа № 3

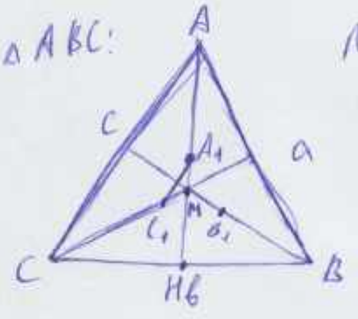
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-943

Тогда получим систему уравнений:

$$\begin{cases} R^2 = (x_1-x_0)^2+(y_1-y_0)^2+(z_1-z_0)^2 \\ R^2 = (x_2-x_0)^2+(y_2-y_0)^2+(z_2-z_0)^2 \\ R^2 = (x_3-x_0)^2+(y_3-y_0)^2+(z_3-z_0)^2 \\ R^2 = (x_4-x_0)^2+(y_4-y_0)^2+(z_4-z_0)^2 \end{cases}$$

∢ △ABC:



Пусть т. M – т. пересечения медиан △ABC

Тогда $AM:MH = 2:1 \Rightarrow AM = \frac{2}{3}AH$ / ⇒

$AA_1 = \frac{1}{2}AH$

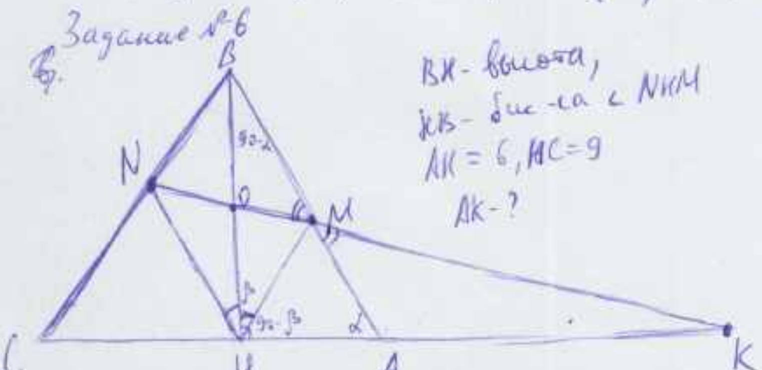
$\frac{AA_1}{AM} = \frac{\frac{1}{2}AH}{\frac{2}{3}AH} = \frac{3}{4} \Rightarrow AA_1 = \frac{3}{4}AM$

Аналогично $CC_1 = \frac{3}{4}CM$; $BB_1 = \frac{3}{4}BM$

Тогда по т. Фалеса $A_1C_1 \parallel AC$, $A_1B_1 \parallel AB$, $C_1B_1 \parallel CB$ и из подобие △:

$A_1C_1 = \frac{3}{4}AC = \frac{3}{4}c$; $A_1B_1 = \frac{3}{4}AB = \frac{3}{4}a$; $C_1B_1 = \frac{3}{4}CB = \frac{3}{4}b$

Задание № 6



BH – высота,

HB – бис-са ∠NHM

AH = 6, HC = 9

AK – ?

~~По т. Менелая~~ ∢ △ABC и секущую KN: по т. Менелая:

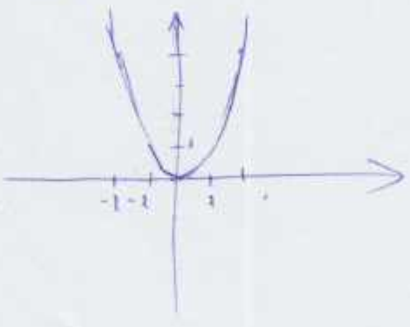
$\frac{CN}{NB}\cdot\frac{BM}{MA}\cdot\frac{AK}{KC} = 1$, $KC = CH+HA+AK = 15+AK$

Пусть $BH \cap MN = O$, ∢ △ABH и секущую KO: по т. Менелая: $\frac{HO}{OB}\cdot\frac{BM}{MA}\cdot\frac{AK}{KH} = 1$, $KH = AH+AK = 6+AK$

$\frac{NB}{BC}\cdot\frac{KM}{MN}\cdot\frac{CA}{AK} = 1$ $\quad \frac{CN}{NB}\cdot\frac{OB}{HO}\cdot\frac{KH}{KC} = 1$

Задание № 8

$y = x^2$



d должно быть маленьким, иначе при переходе из полуплоскости $x<0$ в полуплоскость $x>0$ абсцисса одной из точек начнет возрастать.

Бланк ответа №4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-943

Бланк ответа №5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	И 11-943

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-863

Лист 1.

Задача 1.

Если сначала одной покупкой купить 19 или больше пачек, то на оставшуюся сумму либо не будет кэшбека либо мы максимум купим 31 пачку.

Поэтому сначала нужно купить 18 пачек. У нас останется

~~20000 − 630·18 = 11340руб; + кэшбек = 11340+1134~~

$20000 - 630 \cdot 18 = 20000 - 11340 = 8660$ руб. Прибавим кэшбек 10%:

$8660 + 1134 = 9794$ руб. Потрачено 10206 руб.

Покупаем ещё 15 пачек:

$9794 - 630 \cdot 15 = 9794 - 9450 = 344$ руб. С кэшбеком будет $344 + 945 = 1289$ руб. Всего потрачено $10206 + 8405 = 18611$ руб.

На оставшуюся сумму можно купить ещё 2 пачки:

$1289 - 630 \cdot 2 = 1289 - 1260 = 29$ руб. — остаток. Таким образом, всего будет куплено 35 пачек.

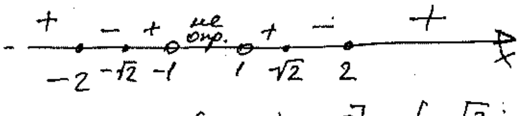
Ответ: 35 пачек

Задача 2

$$y = \sqrt{\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$$

$x^2 - 1 > 0 \iff x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

$$\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)} \geq 0$$



Ответ: $x \in (-\infty; -2] \cup [-\sqrt{2}; -1) \cup (1; \sqrt{2}] \cup [2; +\infty)$

Код участника: (заполняется организатором) М11-863

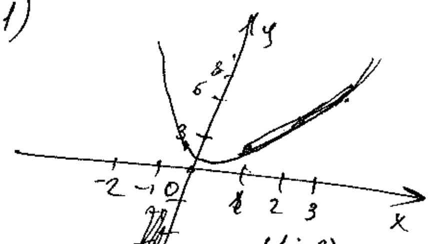
Лист 2.

Задача 3.

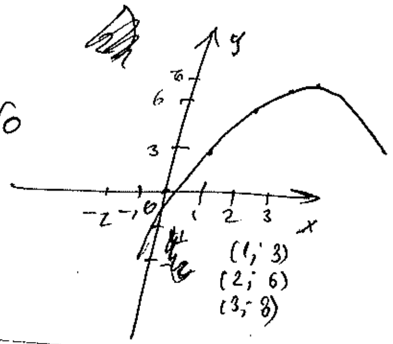
Графиком квадратного трёхчлена является парабола. Вершина параболы не может находится на интервале [1; 2], т.к в таком случае на этом интервале будет либо наименьшее, либо наибольшее значение среди всех.

Остаётся рассмотреть ~~четыре~~ три случая:

1)

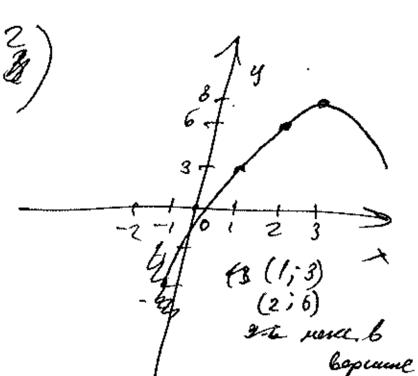


либо



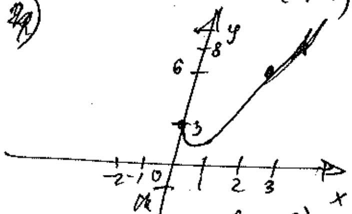
(1; 3)
(2; 6)
(3; 8)

2)



(1; 3)
(2; 6)
в вершине

3)



(0; 3)
(2; 6)
(3; 8)

1) $y = ax^2 + bx + c$ ~~первый и второй случай~~.

$$\begin{cases} a + b + c = 3 \\ 4a + 2b + c = 6 \\ 9a + 3b + c = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + b = 3 \\ 5a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow 2a = -1$$

$$a = -\frac{1}{2} = -0{,}5$$

$$b = 3 - 3a = \frac{9}{2} = 4{,}5$$

$$c = 3 - b - a = -1$$

$$y = -0{,}5x^2 + 4{,}5x - 1$$

2) $$\begin{cases} a + b + c = 3 \\ 4a + 2b + c = 6 \\ \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a + b = 3 \\ c - \frac{b^2}{4a} = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b+c = 3 \\ 4a+2b+c = 6 \\ \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a+b = 3 \\ 4a+2b+\frac{b^2}{4a} = -2 \end{cases}$$

$$b = 3 - 3a$$

$$4a + 6 - 6a + \frac{9 - 18a + 9a^2}{4a} + 2 = 0$$

$$a \neq 0 \Rightarrow 16a^2 + 8a - 24a^2 + 9 - 18a + 9a^2 + 8a = 0$$

$$\Leftrightarrow \cancel{a^2 - 4a + 9 = 0}$$

$$a^2 + 14a + 9 = 0$$

$$D = 196 - 36 = 160;$$

$$a = -7 \pm 2\sqrt{10}$$

$$b = 24 \mp 6\sqrt{10}$$

$$c = -14 + 4\sqrt{10} \text{ либо } -14 - 4\sqrt{10}$$

$$y = (-7 \pm 2\sqrt{10})x^2 + (24 \mp 6\sqrt{10})x - 14 \pm 4\sqrt{10}$$

$$2 < \frac{-24 \pm 6\sqrt{10}}{-7 \pm 2\sqrt{10}} \leq 3$$

решений нет

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: МН- 863
(заполняется организатором)

Лист 3.

К задаче 3:

3)

$$\begin{cases} c = 3 \\ 4a + 2b + c = 6 \\ 9a + 3b + c = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 3 \\ 9a + 3b = 5 \end{cases} \Rightarrow 6a = 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{6}$$

$$b = \frac{3 - 4a}{2} = \frac{7}{6}$$

$$y = \frac{1}{6}x^2 + \frac{7}{6}x + 3$$

Ответ: $-0{,}5x^2 + 4{,}5x - 1;\quad \frac{1}{6}x^2 + \frac{7}{6}x + 3$

Задача 5.

$$3^{-\frac{1}{2}} + 6^{-\frac{1}{2} + \log_6 \sin x} = 2^{-\frac{1}{2} + \log_2 \cos x}$$

ОДЗ: $\sin x > 0$
$\cos x > 0$
$x \in (2\pi k;\ \frac{\pi}{2} + 2\pi k),\ k \in \mathbb{Z}$

$$3^{-\frac{1}{2}} + 2^{-\frac{1}{2}} \cdot 3^{-\frac{1}{2}} \cdot 6^{\log_6 \sin x} = 2^{-\frac{1}{2}} \cdot 2^{\log_2 \cos x}$$

$$3^{-\frac{1}{2}} + 2^{-\frac{1}{2}} \cdot 3^{-\frac{1}{2}} \cdot \sin x = 2^{-\frac{1}{2}} \cdot \cos x$$

$$2^{-\frac{1}{2}}\left(3^{-\frac{1}{2}} \cdot \sin x - \cos x\right) = -3^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\sin x - \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{2}\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin x \cos\frac{\pi}{9} - \sin\frac{\pi}{3}\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \\ x - \frac{\pi}{3} = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{5\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \text{ - не входит в ОДЗ} \end{array}\right.$$

~~Ки~~ С учётом ОДЗ, $x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

Ответ: $x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

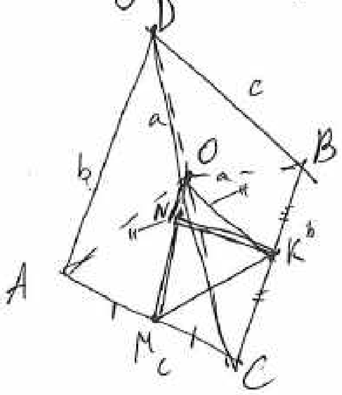
Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: МН-863
(заполняется организатором)

Лист 4.

Задача 4.



~~Для Нам~~ Площади каждой грани равны, как у равных треугольников по 3-м сторонам.

$AO = BO = CO = DO$ по усл.

=> тетраэдры $ABCO$; $BCDO$; $ACDO$; $ABDO$ равны => имеют равный объём.

=> $V(ABCO) = \frac{1}{4} V(ABCD)$

=> высота $ABCO$ и в 4 раза меньше высоты $ABCD$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-863
(заполняется организатором)

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11 -857
(заполняется организатором)

№1.

~~Пусть пачек купили~~

Пусть x – кол-во купленных пачек

$630x = 20000$

$x = 31\frac{47}{63}$

Мы получим кешбэк в размере

$31 \cdot 630 \cdot 0{,}1 = 1953$

у нас останется 2000 руб.

$\frac{2000}{630} = 3\frac{11}{63}$

$3 + 31 = 34$ пачки.

Но если мы хотим получит кешбэк 2 раза.

для получения кешбэка нужно потратить $630 \cdot 15 = 9450$ миллиметр.

Тогда мы ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ купим 15 пачек, и у нас останется:

$20000 - 9450 + 9450 \cdot 0{,}1 = 10550 + 945 = 11495$

~~[illegible]~~ На 12495 мы можем купить 19 пачек, у нас останется 155 руб

и ещё кешбэк $19 \cdot 630 \cdot 0{,}1 = 1134 \Rightarrow 155 + 1134 = 1289$

~~[illegible]~~ на 1289 мы можем купить еще 2 пачки.

$2 + 19 + 15 = 35$ пачек.

Ответ: 35

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

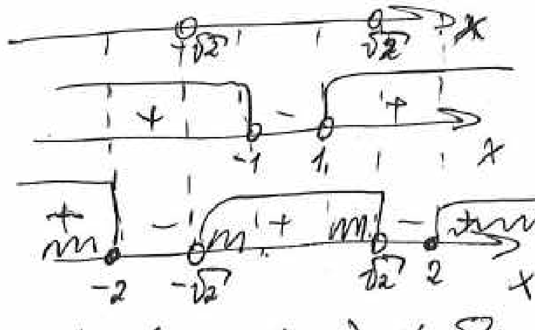
Код участника:
(заполняется организатором) М11 - 857

№2.

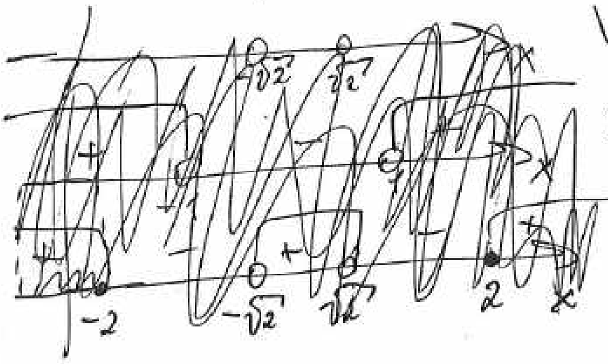
$$y = \sqrt{\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$$

$D(f)$:
$$\begin{cases} \lg(x^2-1) \neq 0 \\ x^2-1>0 \\ \dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq \pm\sqrt{2} \\ (x-1)(x+1)>0 \\ \dfrac{(x-2)(x+2)}{\lg(x^2-1)} \geq 0 \end{cases}$$



$x \in (-\infty; -2) \cup (-\sqrt{2}; -1) \cup$
$\cup (1; \sqrt{2}) \cup [2; +\infty)$



Ответ: $x \in (-\infty; -2] \cup$
$\cup (-\sqrt{2}; -1) \cup (1; \sqrt{2}) \cup$
$\cup [2; +\infty)$

№5.

$$3^{-1/2} + 6^{-\frac{1}{2} + \log_6 \sin x} = 2^{-\frac{1}{2} + \log_2 \cos x}$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{3}} + \dfrac{1}{\sqrt{6}} \cdot \sin x = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos x \quad \Big| \cdot \sqrt{6} \\ \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$$

$\sqrt{2} + \sin x = \sqrt{3} \cos x$

$\sin x - \sqrt{3}\cos x = -\sqrt{2} \quad \Big| \cdot \dfrac{1}{\sqrt{1+3}}$

$\frac{1}{2}\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Пусть $\sin\varphi = \frac{1}{2}; \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\varphi\cos x - \sin\varphi \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos(\varphi + x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$
$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{6} + x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ \frac{\pi}{6} + x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k \end{array}\right. \\ k \in \mathbb{Z} \\ \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$$

Бланк ответа

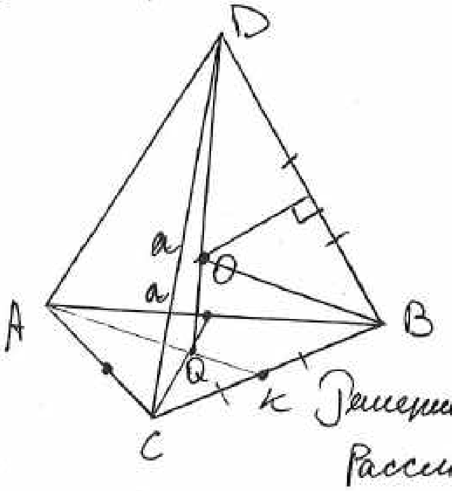
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11 - 857

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k \\ x = -\frac{\pi}{12} + 2\pi k \end{array}\right. \\ k \in Z \\ \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in Z$$

Ответ: $\frac{\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in Z$

№4.



Дано: ABCD – тетраэдр

$OD = OB = OC = OA$

$AB = CD = a$, $BC = AD = b$, $AC = BD = c$.

Найти: R окружности, проходящей через O и середину AB, AC и BC

Решение: DQ – высота тетраэдра.

Рассм. $\triangle QDB$: точки, равноудаленные от D и B будут лежать на серединном перпендикуляре к DB. Аналогично и для $\triangle ADQ$ и $\triangle CDQ \Rightarrow$ точка пересечения всех серединных перпендикуляров будет лежать на DQ – это и есть точка O.

~~т.к.~~ У тетраэдра все ребра равные a.

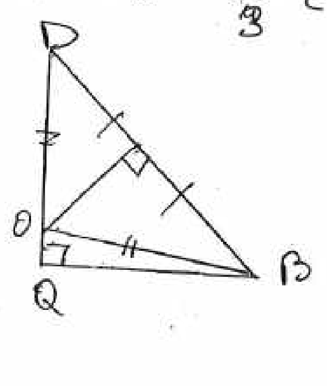
Q – точка пересечения медиан в $\triangle ABC$

$$AK^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} - 2a \cdot \frac{a}{2} \cdot \cos 60^\circ = \frac{5a^2}{4} - \frac{a^2}{2} = \frac{5a^2}{4} - \frac{2a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow AK = \frac{a}{2}\sqrt{3}$$

$$AQ = \frac{2}{3} AK = \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{2}\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3} = QB$$

$$DQ = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}a$$

Тогда центр сферы лежит в $Q \Rightarrow$
$\Rightarrow R = QK = \frac{1}{3} AK = \frac{a}{6}\sqrt{3}$



~~$QO = x$~~
~~$DO = OB = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ ...~~

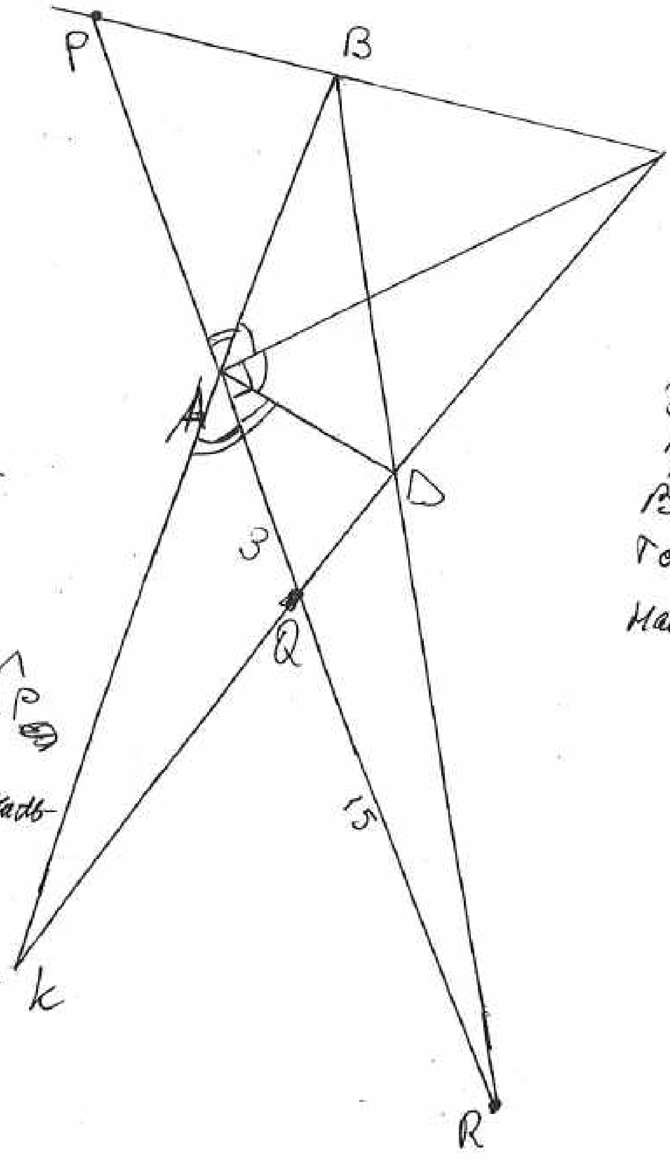
Ответ: $\frac{a}{6}\sqrt{3}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11 - 857
(заполняется организатором)

№6.



Дано: ABCD
с AQ = 3, $\hat{BAC} = \hat{CAD}$
AR = 18, Прямая делит внешний угол при вершине A пополам.
Эта прямая пересекает прямые BC, CD и BD в точках P, Q, R.
Найти: AP

$QR = AR - AQ = 15$

$2\hat{CAD} + 2\hat{DAQ} = 180$ как смежные $\Rightarrow$

$\Rightarrow \hat{CAD} + \hat{DAQ} = 90^\circ = \hat{CAP}$

$\hat{QAK} = \hat{BAP}$ как вертикальные.

По т. Менелая:

($\triangle PCQ$ и сек. BR)

$$\frac{PB}{BC} \cdot \frac{CD}{DQ} \cdot \frac{QR}{PR} = 1$$

($\triangle PCQ$ и сек. AK)

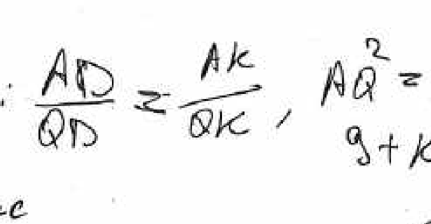
$$\frac{PB}{BC} \cdot \frac{CK}{KQ} \cdot \frac{AQ}{AP} = 1$$

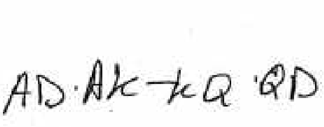
По св-ву биссектрисы: $\frac{AD}{QD} = \frac{AK}{QK}$, $AQ^2 = AD \cdot AK - KQ \cdot QD$

$9 + KQ \cdot QD = AD \cdot AK$

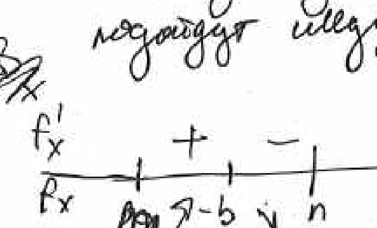
№3. $f(x) = ax^2 + bx + c$
$f'(x) = 2ax + b$

Тогда для выполнения условия максимума подойдут следующие условия на отрезке от m до n:





в точке n максимум на отрезке.



тогда максимум в точке m.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11 -857
(заполняется организатором)

Бланк ответа №1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11 - 920

№1

1) Сначала проверим, что мы можем купить хотя бы 15 пачек (иначе мы даже не сможем воспользоваться акцией). $\left[\frac{20.000}{630}\right] = \left[31\frac{470}{630}\right] = 31 \geq 15$.

2) Пусть мы купили x пачек ($x \geq 15$). Тогда у нас осталось $20.000 - x \cdot 630 + \underbrace{x \cdot 630 \cdot 0{,}1}_{\text{кешбэк}} =$

$= 20.000 - x \cdot 630 \cdot 0{,}9 = 20.000 - x \cdot 567$. Т. е. можно считать, что мы заплатим 567 рубля за пачку вместо 630. На самом деле это не совсем правда, ведь нам надо сначала купить сколько-то пачек по полной цене и на самом деле, возможно, мы сможем купить чуть меньше пачек, чем если бы они стоили 567 рублей вместо 630, но точно не больше. Значит мы сможем купить не более $\left[\frac{20.000}{567}\right] = \left[35\frac{155}{567}\right] = 35$ пачек.

3) Покажем, что эта оценка достижима. Купим сначала 18 пачек. Тогда мы заплатим $18 \cdot 630 = 11340$ рублей, из которых $11340 \cdot 0{,}1 = 1.134$ вернутся в качестве кешбэка и у нас останется $20.000 - 11340 + 1.134 = 9794$ рубля. На них мы можем купить ещё 15 пачек, заплатив $15 \cdot 630 = 9450$ $(9450 < 9794)$ и получив кешбэк $9450 \cdot 0{,}1 = 945$ рублей. У нас останется $9794 - 9450 + 945 = 1319$ рублей. Мы можем купить ещё 2 пачки, заплатив $2 \cdot 630 = 1260$ рублей $(1260 < 1319)$. Итого мы получим $18 + 15 + 2 = 35$ пачек.

Ответ: 35.

Бланк ответа № 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11-920

№ 2

Дано: $y = \sqrt{\dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$

Найти: $D(y)$:–?

Решение:

1) Во-первых выр-е под логарифмом не должно быть меньше или равно 0, т.е:

$x^2 - 1 > 0$

$(x-1)(x+1) > 0$

Нули ф.: $x = 1,\ x = -1$

$x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

2) Во-вторых выр-е под корнем должно быть неотрицательно:

$\dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)} \geq 0$

Заметим, что знаки следующих выражений на ОДЗ совпадают:

$\log_a b \vee 0 \underset{\text{м}}{\Longleftrightarrow} (a-1)(b-1) \vee 0$

Тогда наше неравенство равносильно след. системе:

$$\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{(10-1)(x^2-1-1)} \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} x > 1 \\ x < -1 \end{array}\right. \end{cases}$$

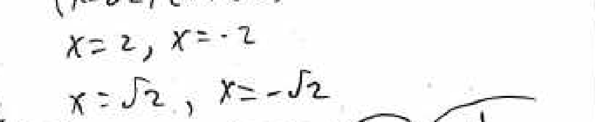
Решим отдельно верхнее нер-во:

$\dfrac{x^2-4}{x^2-2} \geq 0$

$\dfrac{(x-2)(x+2)}{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})} \geq 0$

Нули ч.: $x = 2,\ x = -2$

Нули зн.: $x = \sqrt{2},\ x = -\sqrt{2}$



Получаем, что:

$$\begin{cases} x \in (-\infty; 2] \cup (\sqrt{2}; \sqrt{2}) \cup [2; +\infty) \\ x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \end{cases}$$

$x \in (-\infty; 2] \cup (-\sqrt{2}; -1) \cup (1; \sqrt{2}) \cup [2; +\infty)$

3) Заметим, что пересекать выр-я из п.1 и п.2 уже не нужно, т.к. решая п.2, мы заодно решили п.1.

Итого получаем:

$D(y) = (-\infty; -2] \cup (\sqrt{2}; -1) \cup (1; \sqrt{2}) \cup [2; +\infty)$.

Ответ: $(-\infty; -2] \cup (-\sqrt{2}; -1) \cup (1; \sqrt{2}) \cup [2; +\infty)$

Бланк ответа № 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-820

№5

$$3^{-\frac{1}{2}} + 6^{-\frac{1}{2} + \log_6 \sin x} = 2^{-\frac{1}{2} + \log_2 \cos x}$$

ОДЗ: $\begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos x \quad \Big| \cdot \sqrt{6} \quad (\sqrt{6} \neq 0)$$

$$\sqrt{2} + \sin x = \sqrt{3} \cos x$$

$$\sqrt{3}\cos x - \sin x = \sqrt{2} \quad \Big| : 2 \quad (2 \neq 0)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

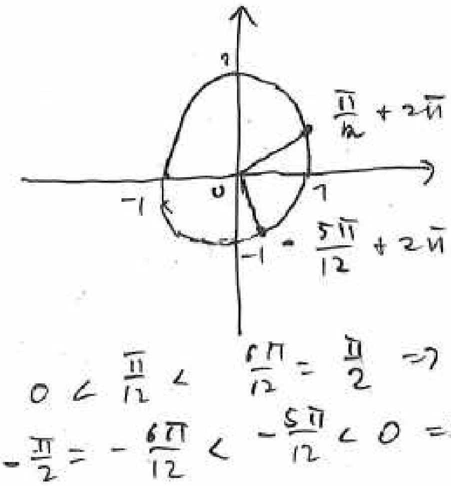
$$\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left[\begin{aligned} & x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, \ n \in \mathbb{Z} \\ & x + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, \ \cancel{n}\ k \in \mathbb{Z} \end{aligned}\right.$$

$$\left[\begin{aligned} & x = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \ n \in \mathbb{Z} \\ & x = -\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \ k \in \mathbb{Z} \end{aligned}\right.$$

$$\left[\begin{aligned} & x = \frac{\pi}{12} + 2\pi n, \ n \in \mathbb{Z} \\ & x = -\frac{5\pi}{12} + 2\pi k, \ k \in \mathbb{Z} \end{aligned}\right.$$

Произведём отбор корней. Согласно ОДЗ должна выполняться система $\begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$ это возможно только если точка, полученная из точки $(1,0)$ поворотом на данный угол, будет лежать в I четверти и будет отличаться от точек $(1,0)$ и $(0,1)$:



$\frac{\pi}{12} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ – уд. ОДЗ

$-\frac{5\pi}{12} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ – не уд. ОДЗ, т.к. $\sin\left(-\frac{5\pi}{12}\right) < 0$.

$0 < \frac{\pi}{12} < \frac{6\pi}{12} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ эта точка будет лежать в I четверти

$-\frac{\pi}{2} = -\frac{6\pi}{12} < -\frac{5\pi}{12} < 0 \Rightarrow$ эта точка будет лежать в IV четверти.

Ответ: $\frac{\pi}{12} + 2\pi n, \ n \in \mathbb{Z}$

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М11-820

(№3 часть 1)

1) Заметим, что т.к. у параболы есть 2 промежутка, на которых она монотонна, и характеры монотонности на промежутках противоположны, то максимум на отрезке может достигаться только либо в одном из концов отрезка, либо в вершине, если ветви параболы направлены вниз и вершина лежит на этом отрезке. Тогда сначала рассмотрим вариант, когда ветви параболы направлены вверх или её вершина не лежит ни на одном из отрезков

2) В этом случае максимумы достигаются в одном из концов отрезков

а) Пусть максимумы достигаются в левых концах отрезков. Тогда мы знаем 3 точки на параболе и можем восстановить её ур-е:

$$\begin{cases} 3 = 0\cdot a + 0\cdot b + c \\ 6 = 1\cdot a + 1\cdot b + c \\ 8 = 4\cdot a + 2\cdot b + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 3 \\ 6 = a + b + 3 \\ 8 = 4a + 2b + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 3 \\ b = 3 - a \\ 5 = 4a + 6 - 2a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 3\frac{1}{2} = \frac{7}{2} \\ c = 3 \end{cases}$$

~~$a = 1 > 0 \Rightarrow$ ветви направлены вверх~~

~~$x_в = -\frac{b}{2a} = \frac{-2}{2\cdot 1} = -1 < 0 \Rightarrow$ вершина левее 1 отрезка.~~

$a = -\frac{1}{2} < 0 \Rightarrow$ ветви направлены вниз

$x_в = \frac{-b}{2a} = -\frac{7}{2} : (2\cdot(-\frac{1}{2})) = \frac{7}{2} > 3$ - лежит правее 3 отрезка

Из рисунка видно, что данная парабола не удовлетворяет условию, что максимумы находятся в левых концах отрезков. Значит, данный вариант не подходит.

Дополнительный бланк № 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-820

№3 часть 2

5) максимумы находятся в левых концах 1 и 2 и в правом конце 3 отрезка.

$$\begin{cases} 3 = 0\cdot a + 0\cdot b + c \\ 6 = 1\cdot a + 1\cdot b + c \\ 8 = 9a + 3b + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 3 \\ b = 3 - a \\ 8 = 9a + 3b + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 3 \\ b = 3 - a \\ 5 = 9a + 3\cdot 3 - 3a \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 3 \\ b = 3 - a \\ -4 = 6a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ b = \frac{11}{3} \\ c = 3 \end{cases}$$

$a < 0 \Rightarrow$ ветви направлены вниз.

$x_в = -\frac{11}{3} : \left(2\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\right) = \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$

$\left.\begin{matrix} 2 < 2\frac{3}{4} < 3 \\ a < 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ эта парабола не подходит.

6) максимумы находятся в левых концах отрезков 1 и 3 и в правом конце отрезка 2. ~~Этот вариант невозможен, т. к. получается, что~~

$$\begin{cases} 3 = 0\cdot a + 0\cdot b + c \\ 6 = 4\cdot a + 2\cdot b + c \\ 8 = 9\cdot a + 3\cdot b + c \end{cases}$$ противоречие $\Rightarrow$ этот вариант невозможен

г) Если максимумы в левом конце 1 отрезка и в правых концах 2 и 3 отрезков

$$\begin{cases} 3 = 0\cdot a + 0\cdot b + c \\ 6 = 4\cdot a + 2\cdot b + c \\ 8 = 9\cdot a + 3\cdot b + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 3 \\ 6 = 4a + 2b + 3 \\ 8 = 9a + 3b + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 3 \\ b = \frac{3-4a}{2} \\ 5 = 9a + 3\cdot\frac{3-4a}{2} \quad |\cdot 2 \end{cases}$$

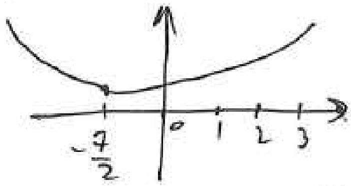
$$\begin{cases} c = 3 \\ b = \frac{3-4a}{2} \\ 10 = 18a + 9 - 12a \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 3 \\ b = \frac{3-4a}{2} \\ 6a = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{6} \\ b = \frac{7}{6} \\ c = 3 \end{cases}$$

$a > 0 \Rightarrow$ ветви вверх

$x_в = -\frac{7}{6} : \left(2\cdot\frac{1}{6}\right) = -\frac{7}{2} < 0$



Как мы видим парабола опять не соответствует нашему случаю

д) Если максимум в правом конце ~~1-ого~~ 1 отрезка и в левых концах отрезков 2 и 3. Тогда в т. 1 значение равно 3 и 6 одновременно, чего не может быть.

е) Если максимум в правых концах отрезков 1 и 3 и в левом конце отрезка 2. Тогда в точке 2 значение равно 3 и 6 одновременно, чего не может быть

ж) Если максимумы были в правых концах отрезков 1 и 2 и в левом конце отрезка 3. Тогда в т. 2 значение равно 6 и 8 одновременно, чего не может быть.

з) Если максимумы достигаются в правых концах всех отрезков.

Бланк ответа №4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) МII-820

После этого у нас остается $9794 - 15\cdot 567 = 1289$, на которые можно купить ещё $\left[\frac{1289}{630}\right] = \left[2\frac{29}{630}\right] = 2$ пачки. Итого в этом случае мы купим не более 34 пачек.

5) При $x = 17$. После покупки 17 пачек останется $20.000 - 17\cdot 567 = 10361$ рубль, на которые можно купить не более $\left[\frac{10361}{630}\right] = \left[16\frac{281}{630}\right] = 16$ пачек.

а) Если далее мы купим 16 пачек, у нас останется $10361 - 16\cdot 567 = 1289$ рублей, на которые можно купить не более $\left[\frac{1289}{630}\right] = \left[2\frac{29}{630}\right] = 2$ пачки, итого можно купить не более $17 + 15 + 2 = 34$

Задача 3 часть 3

$$\begin{cases} 3 = 1a + 1\cdot b + c \\ 6 = 4\cdot a + 2\cdot b + c \\ 8 = 9a + 3\cdot b + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 3 - a - b \\ 6 = 4a + 2b + 3 - a - b \\ 8 = 9a + 3b + 3 - a - b \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 3 - a - b \\ 3 = 3a + b \\ 5 = 8a + 2b \end{cases}$$

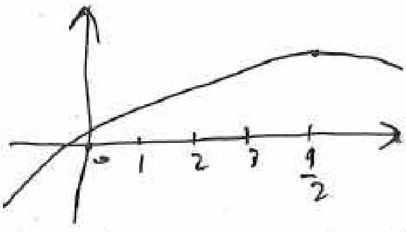
$$\begin{cases} c = 3 - a - b \\ b = 3 - 3a \\ 5 = 8a + 6 - 6a \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 3 - a - b \\ b = 3 - 3a \\ -1 = 2a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{9}{2} \\ c = -1 \end{cases}$$

$a < 0 \Rightarrow$ ветви вниз

$x_в = -\frac{9}{2} : \left(2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = \frac{9}{2} > 3$



Эта парабола соответствует рассматриваемому случаю, а значит параболу $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2}x - 1$ можно записать в ответ.

3) Если ветви ~~направлены вверх и вершина~~ лежит на одном из отрезков.

а) ~~Если вершина лежит на~~ отрезке, то ~~максимумы в левом и правом~~ ~~конц~~ отрезках $\ldots$ достигаются в левых концах.

Заметим, что $x_в = -\frac{b}{2a}$, а значит $y_в = a\cdot\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 - b\cdot\frac{b}{2a} + c = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c = -\frac{b^2}{4a} + c$, откуда

3) Если ветви направлены ~~вверх~~ вниз и вершина лежит на одном из отрезков. Заметим, что в этом случае максимум на всей параболе находится в вершине, а значит вершина может находиться только на 3 отрезке, ведь в ином случае максимум на 3 отрезке будет больше, чем максимум на всей параболе, чего не может быть.

Дополнительный бланк № 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-820

[№3 часть 4]

значит, т.к. $x_в = -\frac{b}{2a}$, то $2 \le \frac{-b}{2a} \le 3$. При этом значение параболы в вершине равно $a(-\frac{b}{2a})^2 + b(-\frac{b}{2a}) + c = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c = -\frac{b^2}{4a} + c$, значит $-\frac{b^2}{4a} + c = 8$.

Максимумы на отрезках 1 и 2 будут достигаться в их правых концах, т.к. на них парабола возрастает.

Получаем систему:

$$\begin{cases} -\frac{b^2}{4a} + c = 8 \\ 6 = 4a + 2b + c \\ 3 = a + b + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 3 - a - b \\ 6 = 4a + 2b + 3 - a - b \\ -\frac{b^2}{4a} + 3 - a - b = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 3 - a - b \\ b = 3 - 3a \\ -\frac{(3-3a)^2}{4a} - a - (3-3a) = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 3 - a - b \\ b = 3 - 3a \\ -\frac{9 - 18a + 9a^2}{4a} + 2a = 8 \; ^{*} \end{cases}$$

$*$ $8 + \frac{9 - 18a + 9a^2}{4a} - 2a = 0$

$\frac{32a + 9 - 18a + 9a^2 - 8a^2}{4a} = 0$

$\frac{a^2 + 14a + 9 \; \mathrm{I}}{4a} = 0$

I $\frac{D}{4} = 7^2 - 1 \cdot 9 = 49 - 9 = 40 = (2\sqrt{10})^2$

$a = \frac{-7 \pm 2\sqrt{10}}{1}$

$$\begin{cases} a = -7 \pm 2\sqrt{10} \\ b = 3 - 3a \\ c = 3 - a - b \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = -7 + 2\sqrt{10} \\ b = 24 - 6\sqrt{10} \\ c = 3 + 7 - 2\sqrt{10} - 24 + 6\sqrt{10} \end{cases} \\ \begin{cases} a = -7 - 2\sqrt{10} \\ b = 24 + 6\sqrt{10} \\ c = 3 + 7 + 2\sqrt{10} - 24 - 6\sqrt{10} \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = -7 + 2\sqrt{10} \\ b = 24 - 6\sqrt{10} \\ c = -14 + 4\sqrt{10} \end{cases} \\ \begin{cases} a = -7 - 2\sqrt{10} \\ b = 24 + 6\sqrt{10} \\ c = -14 - 4\sqrt{10} \end{cases} \end{array}\right.$$

Теперь проверим, что вершины полученных парабол лежат на 3 отрезке

$2 \le -\frac{24 - 6\sqrt{10}}{-14 + 4\sqrt{10}} \le 3$

$-14 + 4\sqrt{10} \vee 0$

$4\sqrt{10} \vee 14$

$160 \vee 196$

$160 < 196 \Rightarrow -14 + 4\sqrt{10} < 0$

$$\begin{cases} -28 + 8\sqrt{10} \ge -24 + 6\sqrt{10} \\ 24 - 6\sqrt{10} \ge +42 - 12\sqrt{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{10} \ge 4 \\ 6\sqrt{10} \ge 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 40 \ge 16 \\ 360 \ge 324 \end{cases} \text{– верно.}$$

$$\begin{cases} 14\sqrt{10} \ge 52 \\ 6\sqrt{6} \ge 9\sqrt{10} \end{cases} \quad \begin{cases} 7\sqrt{10} \ge 26 \\ 11 \ge 3\sqrt{10} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 490 \ge 676 \\ 121 \ge 360 \end{cases} \text{– неверно.}$$

Дополнительный бланк № 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) M11-820

[№3 часть 5]

$$2 \le -\frac{24+6\sqrt{10}}{2(-7-2\sqrt{10})} \le 3$$

$$2 \le \frac{24+6\sqrt{10}}{14+4\sqrt{10}} \le 3$$

$$\begin{cases} 28+8\sqrt{10} \le 24+6\sqrt{10} \\ 24+6\sqrt{10} \le 42+12\sqrt{10} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 \le -2\sqrt{10} \text{ - неверно.} \\ -28 \le 6\sqrt{10} \end{cases}$$

Получаем, что подходят параболы

$y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2}x - 1$

и

$y = (-7+2\sqrt{10})x^2 + (24-6\sqrt{10})x - 14 + 4\sqrt{10}$

Ответ: $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2}x - 1$, $y = (-7+2\sqrt{10})x^2 + (24-6\sqrt{10})x - 14 + 4\sqrt{10}$

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M11-706
(заполняется организатором)

№1.

1) Покупаем 31 пачку: $20000 = \overset{19530}{630\cdot 31} + 470$

Остаётся $470 + 19530\cdot 0{,}1 = 2423$ рубля

2) Покупаем 3 пачки: $2423 = \overset{1890}{630\cdot 3} + 533$

Остаётся $533 + 1890\cdot 0{,}1 = 722$ рубля

3) Покупаем 1 пачку: $722 = 630 + 92$

Остаётся $92 + 630\cdot 0{,}1 = 155$ рублей

Итого 35 пачек

Проверка: каждую пачку мы купили будто со скидкой 10%: $630\cdot 0{,}9 = 567$; $20000 : 567 = 35$ (ост. 165)

Ответ: 35

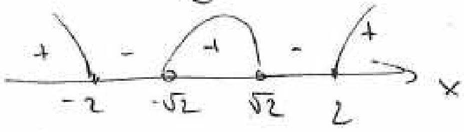
№2.

$$y = \sqrt{\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$$

(по методу рационализации)

$$\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)} \geq 0 \\ x^2-1 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x^2-4)\lg(x^2-1) \geq 0 \\ \lg(x^2-1) \neq 0 \\ x \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty) \end{cases} \quad \begin{cases} (x-2)(x+2)\cdot(10-1)(x^2-2) \geq 0 \\ x^2 \neq 2 \\ x \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2)(x+2)(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2}) \geq 0 \\ x \neq \pm\sqrt{2} \\ x \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty) \end{cases}$$



$x \neq 2$

$$\begin{cases} x \in (-\infty;-2] \cup (-\sqrt{2};\sqrt{2}) \cup [2;+\infty) \\ x \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty) \end{cases}$$

$x \in (-\infty;-2] \cup (-\sqrt{2};-1) \cup (1;\sqrt{2}) \cup$
$\cup [2;+\infty)$

Ответ: $(-\infty;-2] \cup (-\sqrt{2};-1) \cup (1;\sqrt{2}) \cup [2;+\infty)$

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-706

№3.

$f(x) = ax^2 + bx + c$

① $a < 0$

$x_в$ – точка вершины, $\max f(x) = f(x_в)$

Пусть $\max\limits_{[0;1]} f(x) = f(k) = 3$

$\max\limits_{[1;2]} f(x) = f(l) = 6$

$\max\limits_{[2;3]} f(x) = f(m) = 8$

$k < l < m \le x_в$, $f(x) \nearrow$ на $(-\infty; x_в]$ и $f(x) \searrow$ на $[x_в; +\infty)$, поэтому $3 < 6 < 8$

тогда $k = 1$, $l = 2$, $m = 3$, $x_в \ge 3$

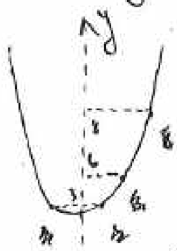
Случай $k < l < x_в$, $m > x_в$ невозможен, т.к. тогда $x_в \in [2;3] \Rightarrow \max\limits_{[2;3]} f(x) = f(x_в) \to$ сводится к предыд. случаю

$$\begin{cases} a + b + c = 3 \\ 4a + 2b + c = 6 \\ 9a + 3b + c = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} a + b + c = 3 \\ 3a + b = 3 \\ 9a + 3b + c = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -0{,}5 \\ b = 4{,}5 \\ c = -1 \end{cases}$$

$x_в = 4{,}5 \ge 3 \Rightarrow f(x) = -0{,}5x^2 + 4{,}5x - 1$ подходит

② $a > 0$

Тогда $f(x) \searrow$ на $(-\infty; x_в]$ и $\nearrow$ на $[x_в; +\infty)$



Пусть $x_в < l < m$ ($\min f(x) = x_в$, $x_в$ не будет т. максимума ни на одном из отрезков $[0;1]$, $[1;2]$, $[2;3]$)

2.1) $x_в < k$, тогда $\begin{cases} k = 1 \\ l = 2 \\ m = 3 \\ x_в < 1 \end{cases}$ → т.к. $f(x) \nearrow$ на $[x_в; +\infty)$

Из п. 1:

решением $f(x)$: будет трёхчлен $-0{,}5x^2 + 4{,}5x - 1$, который не удов. условиям п. 2.1

→ продолжение на след-м листе

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-706

(продолжение №3)

2.2) $k < x_в$; тогда $\begin{cases} k=0 \text{ – т.к. } f(x) \searrow \text{ на } (-\infty; x_в] \\ l=2 \\ m=3 \\ x_в \in [0;1] \end{cases}$ ($f(l) > f(k)$, поэтому до ;1] а не до ;2])

$$\begin{cases} c=3 \\ 4a+2b+c=6 \\ 9a+3b+c=8 \end{cases} \quad \begin{cases} c=3 \\ 2a+b=\frac{3}{2} \\ 3a+b=\frac{5}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} c=3 \\ b=\frac{7}{6} \\ a=\frac{1}{6} \end{cases} \quad x_в=-\frac{7}{36}$$

– не уд-т условием п. 2.2.

Ответ: $-0{,}5x^2+4{,}5x-1$

№5.

$$\frac{1}{\sqrt3}+\frac{1}{\sqrt2}\cdot\sin x-\frac{1}{\sqrt2}\cdot\cos x=0$$

область опр-я ур-я: $\begin{cases}\sin x>0\\ \cos x>0\end{cases} \to x\in\left(2\pi n; \frac{\pi}{2}+2\pi n\right)$, $n\in Z$ (как аргументы логарифма)

$$\cancel{\frac{1}{\sqrt3}+\frac{1-\sqrt3}{\sqrt6}+\frac{1}{\sqrt2}\sin x-\frac{1}{\sqrt2}\cos x=0}$$

$$\cancel{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt3-1}{\sqrt6}-\frac{1}{\sqrt3}}$$

$$\frac{1}{\sqrt3}+\left(\frac{1}{\sqrt6}-\frac{1}{\sqrt2}\right)\sin x+\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=0$$

Из ООУ: $\cos x=\sqrt{1-\sin x}$

$$\frac{\sqrt2}{\sqrt3}+\frac{1}{\sqrt3}\sin x=\sqrt{1-\sin^2 x}$$

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\sin^2 x+\frac{2\sqrt2}{3}\sin x=1-\sin^2 x \qquad \text{Замена: } \sin x=t$$

$$\cancel{\frac{4}{3}\sin^2 x}\ \frac{4}{3}t^2+\frac{2\sqrt2}{3}t-\frac{1}{3}=0$$

$$4t^2+2\sqrt2\cdot t-1=0 \qquad \frac{1}{2\sqrt2} \qquad 2\sqrt2\cdot\frac{\sqrt2}{4}$$

$$t=(-\sqrt2\pm\sqrt6):4 \qquad \sqrt{\frac{1}{8}}$$

обр. зам.:

$$\left[\begin{array}{l}\sin x=(-\sqrt2-\sqrt6):4<0 \text{ – не удов-т ООУ}\\ \sin x=(-\sqrt2+\sqrt6):4\end{array}\right.$$

→ продолжение на след. листе

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M11-706

(заполняется организатором)

№5 (продолжение)

~~$\sin x = -\frac{\sqrt2}{4}(\sqrt3+1) > 0$~~

$\frac{\sqrt2}{4}\sin x = \frac{\sqrt2}{4}(\sqrt3-1)$

$\frac{\sqrt2}{4}(\sqrt3-1) \;\cdot<\cdot\; 1$

$\sqrt3-1 \;\cdot<\cdot\; 2\sqrt2 \quad |^2$

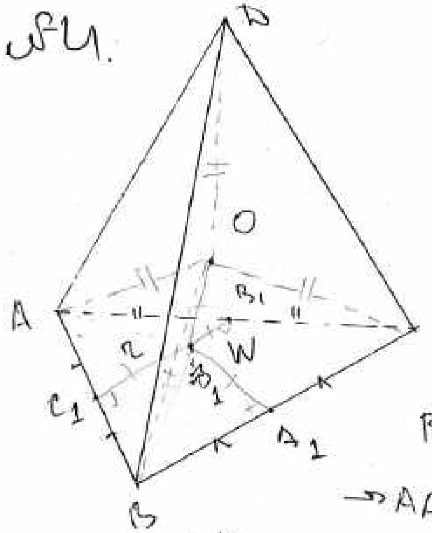
$10-2\sqrt3 \;\cdot<\cdot\; 8 \quad |-8$

$\sqrt4-\sqrt{12} < 0$

С учётом ООФ $x = \arcsin\left(\frac{\sqrt6-\sqrt2}{4}\right) + 2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

Ответ: $\arcsin\left(\frac{\sqrt6-\sqrt2}{4}\right) + 2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

№4.



O – ц-р описанной сф. ABCD

W – ц-р сферы ω, проход. через середины AB, BC, AC и O

1) AO = BO = CO => пр O_1 = пр$_{(ABC)}$O явл-ся ц-р опис. окр. △ABC ; W_1 = пр$_{(ABC)}$W – ц-р впис. окр △ABC

Все грани тетраэдра равны по 3-м сторонам

=> $AA_1 = DA_1$, $CC_1 = DC_1$, $BB_1 = DB_1$ (как медианы равных △-в)

$WA_1 = r$, $OA = R$

ω касается AB, BC, AC в точках C_1, A_1, B_1 соот. =>

=> WC_1, WA_1, WB_1 – высоты и медианы => WA = WB = WC (из р/б △)

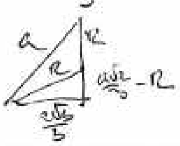
=> W_1 – ц-р опис. окр. △ABC (по св-ву точки, равноудал. от вершин) ~~и впис. окр △ABC~~

=> $W_1 = O_1$

W_1 – ц-р впис, опис. окр △ABC => △ABC – р/с => тетраэдр ABCD – прав-й

=> $A_1C_1 = A_1B_1 = B_1C_1$; W – ц-р опис. сф-ры пирамиды $A_1C_1B_1O$

$DO_1 = \frac{a\sqrt2}{3}$; Найдём радиус: по т. Пифагора $R^2 = \frac{a^2}{3} + \left(\frac{a\sqrt2}{\sqrt3} - R\right)^2$

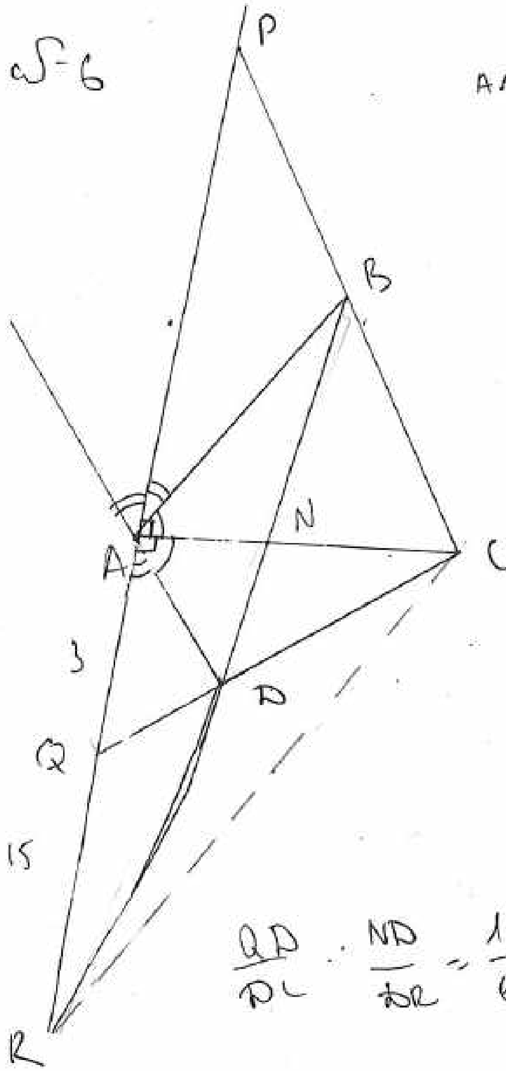


Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-706

№6



$AB > AD$

Найти: AP

Реш-е. $AC \cap BD = N$

По т. Менелая:

$\frac{QD}{DC}\cdot\frac{CN}{AN}\cdot\frac{AR}{RQ}=1 \rightarrow \frac{QD}{DC}\cdot\frac{CN}{AN}=\frac{5}{6}$

$\frac{AN}{NC}\cdot\frac{CB}{BP}\cdot\frac{PR}{AR}=1 \rightarrow \frac{CN}{AN}\cdot\frac{BP}{BC}=\frac{AP+18}{18}$

$\frac{ND}{DR}\cdot\frac{RQ}{AQ}\cdot\frac{AC}{CN}=1 \rightarrow \frac{CN}{AN}\cdot\frac{DR}{ND}=5$

$\frac{BN}{NR}\cdot\frac{AR}{AP}\cdot\frac{PC}{BC}=1 \rightarrow \frac{BN}{\cancel{ND}\,(+DR)}\cdot\frac{PB+BC}{BC}=\frac{AP}{18}$

$\cancel{\frac{AD}{ND}=\frac{AB}{BN}}$ (св-во бисс.) $\frac{BN}{ND}=\frac{AB}{AD}$

$\frac{QD}{DC}\cdot\frac{ND}{DR}=\frac{1}{6}$ $\qquad \frac{S_\triangle PAB}{S_\triangle RAD}=\frac{PA\cdot PB}{AR\cdot AD}$ (т. об отн. $S_\triangle$ с одним равным углом)

№8

$\begin{cases} y_1=ax_1^2 \\ y_2=ax_2^2 \\ x_2>x_1 \end{cases}$

$\sqrt{(y_1-y_2)^2+(x_1-x_2^2)^2}=1$

$\cancel{\sqrt{(a^2+1)(x_1-x_2)^2}=1}$ $\cancel{\rightarrow \sqrt{a^2+1}=\frac{1}{x_2-x_1}}$

$\sqrt{a^2+1}=\frac{1}{x_2-x_1}$

$\cancel{|x_1-x_2|=\frac{1}{\sqrt{a^2+1}}}$

$\cancel{x_2=\frac{1}{\sqrt{a^2+1}}}+x_1$

$\sqrt{a^2(x_1^2-x_2^2)^2+(x_1-x_2)^2}=1$

$a|x_1-x_2|\sqrt{x_1^2+x_2^2+1}=1$

$a(x_2-x_1)\sqrt{x_1+x_2+1}=1$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11- 701

№1

Если мы покупаем 15 пачек, то нам возвращается $0{,}1 \cdot 630 \cdot 15 = 945$ р.

В таком случае, 1 пачка для нас стоит $630 - \frac{945}{15} = 567$ р.

По цене 567 р. мы можем купить максимум $\underline{35}$ пачек

(Покупаем 15 пачек $\to$ забираем кэшбек $\to$ получается, что потратили только 567 р/пачка $\to$ покупаем еще 15 пачек и забираем кэшбек)

Таким образом, мы покупаем все пачки за 567 рублей

№2

$$y = \sqrt{\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$$

ОДЗ: $\begin{cases} \frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)} \geq 0 & (1) \\ \lg(x^2-1) \neq 0 & (2) \\ x^2-1 > 0 & (3) \end{cases}$

1) $\frac{x^2-4}{\lg(x^2-1)} \geq 0$

1. $\begin{cases} x^2-4 \geq 0 \\ \lg(x^2-1) > 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

2. $\begin{cases} x^2-4 \leq 0 \\ \lg(x^2-1) < 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$

2) $\lg(x^2-1) \neq 0$

$x^2-1 \neq 1$

$x^2 \neq 2$

$x \neq \pm\sqrt{2}$

3) $x^2 > 1$

$x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

Ответ: $x \in (-\infty; -2] \cup (-\sqrt{2}; -1) \cup (1; \sqrt{2}) \cup [2; +\infty)$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-701

№5

$3^{-0,5}+6^{-0,5+\log_6 \sin x}=2^{-0,5+\log_2 \cos x}$

$\sin x>0$

$\cos x>0$

$\downarrow$

оба корня подходят

$\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{6^{\log_6 \sin x}}{\sqrt{6}}=\frac{2^{\log_2 \cos x}}{\sqrt{2}}$

$\frac{\sqrt{2}+6^{\log_6 \sin x}}{\sqrt{6}}=\frac{2^{\log_2 \cos x}\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

$\frac{\sqrt{6}}{4}+\frac{\sqrt{8}}{8}>0$

$\sin\left(\arccos\left(\frac{\sqrt{6}}{4}+\frac{\sqrt{8}}{8}\right)\right)>0$

$\frac{\sqrt{6}}{4}-\frac{\sqrt{2}}{8}>0$

$\sin\left(\arccos\left(\frac{\sqrt{6}}{4}-\frac{\sqrt{8}}{8}\right)\right)>0$

$\sqrt{2}+\sin x-\cos x\sqrt{3}=0$

$\sin x=\sqrt{3}\cos x-\sqrt{2}$

$1-\cos^2 x=3\cos^2 x-2\sqrt{6}\cos x+2$

$-4\cos^2 x+2\sqrt{6}\cos x-1=0$

$D=8$

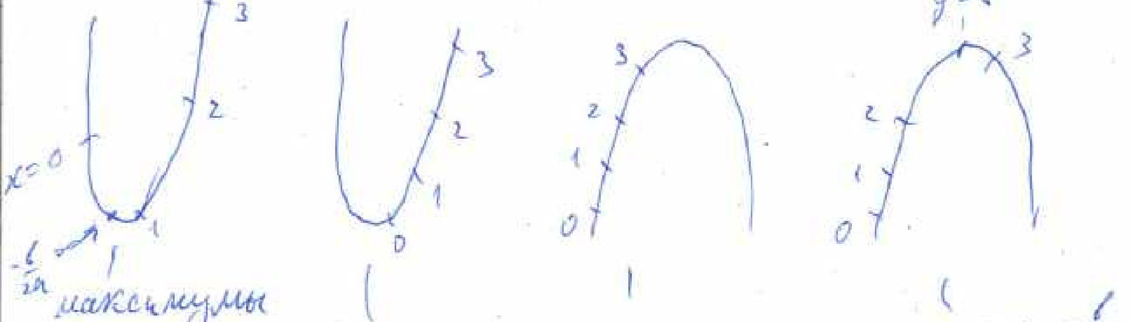
$\cos x=\frac{-2\sqrt{6}\pm\sqrt{8}}{-8}$

Ответ: $x=\arccos\left(\frac{\sqrt{6}}{4}+\frac{\sqrt{8}}{8}\right)$; $\arccos\left(\frac{\sqrt{6}}{4}-\frac{\sqrt{8}}{8}\right)$

№3

$y=ax^2+bx+c$ выглядит так ∩ или так ∪

варианты расположения отрезков:



максимумы в $x=0;2;3$ | $x=1;2;3$ | $x=1;2;3$ | $x=1;2;-\frac{b}{2a}$

Другие расположения невозможны из-за того, что максимумы отрезков возрастают

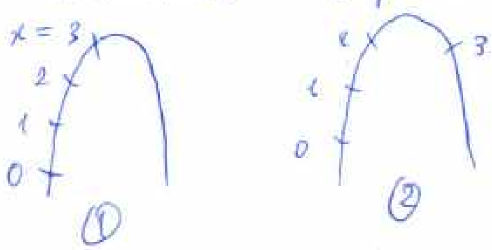
Максимум на 3 отрезке на 2 больше макс. на втором, макс. на 2 на 3 больше макс. на 1 $\Rightarrow$ возрастание замедляется $\Rightarrow$ $y=ax^2+bx+c$ – ПВВн ~~ПВВн~~

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-101

Остается 2 варианта:



1) $\begin{cases} 3 = a+b+c \\ 6 = 4a+2b+c \\ 8 = 9a+3b+c \end{cases}$ решая систему, получаем $a=-0,5$; $b=4,5$; $c=-1$

$y = -0,5x^2+4,5x-1$

2) $\begin{cases} 3 = a+b+c \\ 6 = 4a+2b+c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 3-a-b \\ b = 3-3a \end{cases}$

$-\frac{b}{2a} \in (2;3]$

$\frac{3-3a}{-2a} = -\frac{1,5}{a} + 1,5 \in (2;3]$

$0,5 < -\frac{1,5}{a} \leq 1,5 \Rightarrow a \in [-3; -1]$

$a\frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c = -\frac{b^2}{4a} + 3 - a - b = 8$ ← подставляем $-\frac{b}{2a}$ в $y=ax^2+bx+c$

↙ подставили $b = 3-3a$

$\frac{-9+18a-9a^2}{4a} + 2a = 8$

$-\frac{2,25}{a} + 4,5 - 2,25a + 2a = 8$

$\frac{-2,25}{a} - 0,25a - 3,5 = 0$

$-2,25 - 0,25a^2 - 3,5a = 0$

$D = 10$

$a = -7 \pm 2\sqrt{10}$ – корни не принадлежат $[-3; -1]$

Бланк ответа

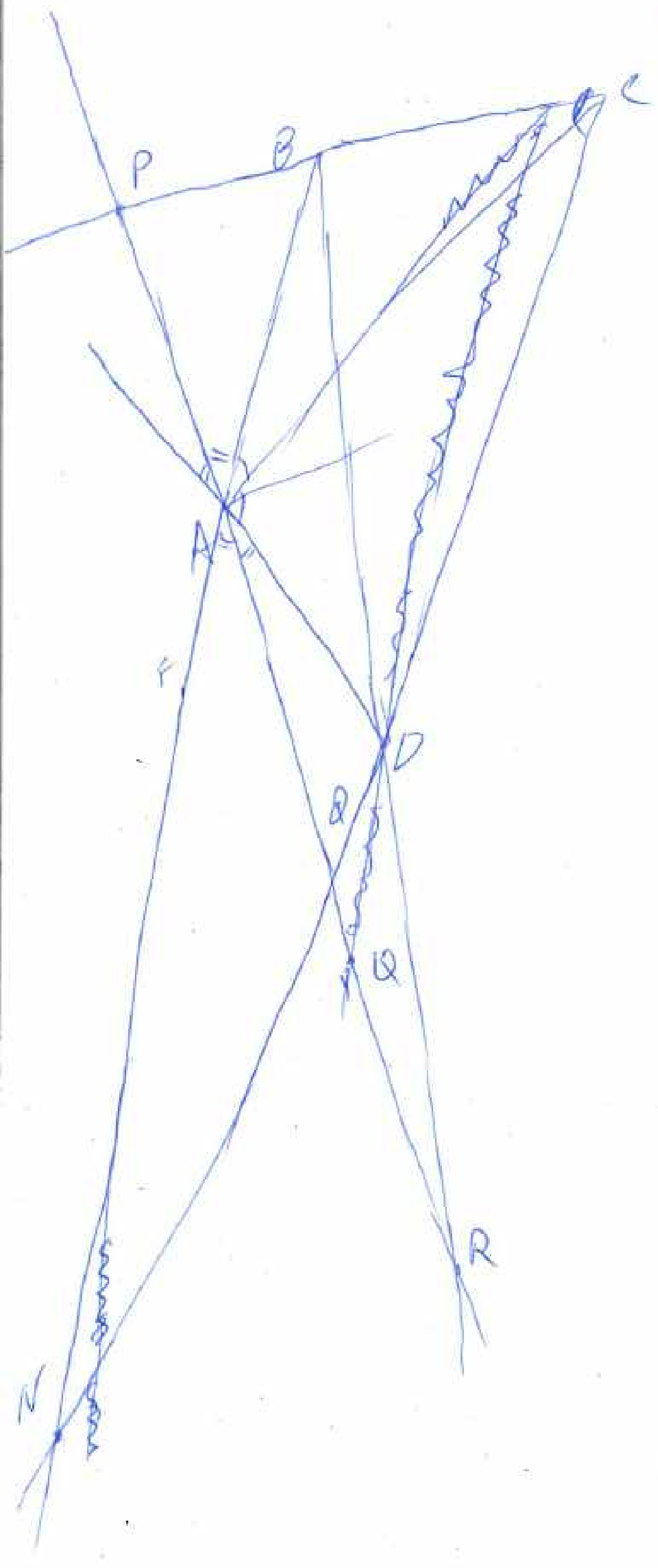
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M11-707
(заполняется организатором)

№3 (продолжение)
Остается один подходящий вариант:

$y = -0{,}5x^2 + 4{,}5x - 1$

№6



$AB > AD$

$AQ = 3,\ AR = 18 \Rightarrow QR = 15$

$\angle DAC = \angle CAB$

PQ – бисс. $\angle FAD$

$BD \cdot AC = BC \cdot AD + CD \cdot AB$

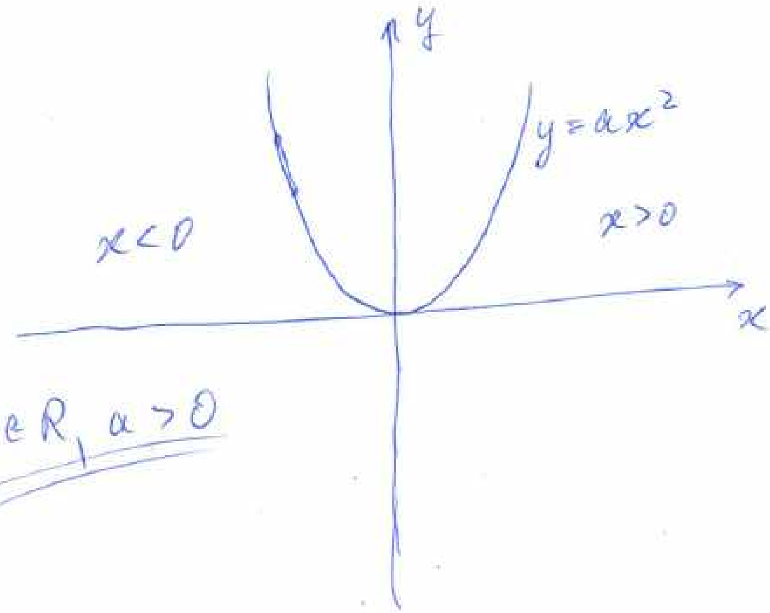
$AP = 3{,}6$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 - 701

№8



абсциссы возрастают, => => двигаем вправо

$a \in R, a > 0$

лист 1

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-696

(заполняется организатором)

№2 $y=\sqrt{\dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}}$

$D(y)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}\geqslant 0 \quad (1)\\ \lg(x^2-1)\neq 0\\ x^2-1>0\end{cases}$

(1) $\dfrac{x^2-4}{\lg(x^2-1)}\geqslant 0$ $\quad \dfrac{(x-2)(x+2)}{(10-1)(x^2-2)}\geqslant 0$

$\dfrac{(x-2)(x+2)}{9\cdot(x-\sqrt2)(x+\sqrt2)}\geqslant 0$ $\quad + \; -2 \; - \; -\sqrt2 \; + \; \sqrt2 \; - \; 2 \; +$

$x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt2;\sqrt2)\cup[2;+\infty)$

(2) $\lg(x^2-1)\neq 0=\lg 1$

$x^2-1\neq 1$

$x^2\neq 2$

$x\neq\pm\sqrt2$

(3) $x^2-1>0$

$(x-1)(x+1)>0$ $\quad + \; -1 \; - \; 1 \; +$

$D(y)=\begin{cases}x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt2;\sqrt2)\cup[2;+\infty)\\ x\neq\pm\sqrt2\\ x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)\end{cases}$ $\Rightarrow D(y): x\in(-\infty;-2]\cup$ $\cup(-\sqrt2;-1)\cup(1;\sqrt2)\cup[2;+\infty)$.

Ответ: $D(y): x\in(-\infty;-2]\cup(-\sqrt2;-1)\cup(1;\sqrt2)\cup[2;+\infty)$.

№5. $3^{-\frac12}+6^{-\frac12+\log_6(\sin x)}=2^{-\frac12+\log_2(\cos x)}$

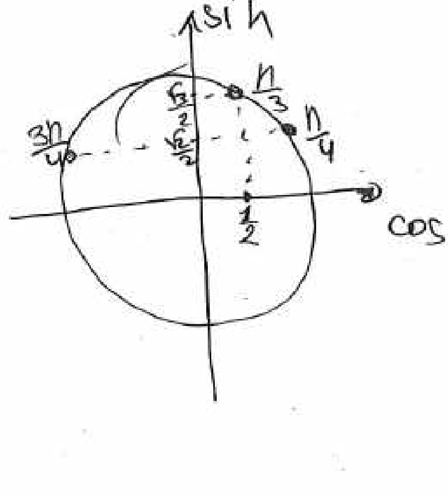
~~Ограничение:~~ ~~$\sin x>0$~~ ~~$\cos x>0$~~

ОДЗ: $\begin{cases}\sin x>0\\ \cos x>0\end{cases}$

$3^{-\frac12}+6^{-\frac12}\cdot 6^{\log_6(\sin x)}=2^{-\frac12}\cdot 2^{\log_2(\cos x)}$

$3^{-\frac12}+6^{-\frac12}\cdot\sin x=2^{-\frac12}\cdot\cos x$

$\dfrac{1}{\sqrt3}+\dfrac{1}{\sqrt6}\cdot\sin x=\dfrac{1}{\sqrt2}\cdot\cos x \;\Big|:\dfrac{1}{\sqrt6}$



$\sqrt2+\sin x=\sqrt3\cos x$

$\sqrt3\cos x-\sin x=\sqrt2 \;|:2$

$\dfrac{\sqrt3}{2}\cos x-\dfrac12\sin x=\dfrac{\sqrt2}{2}$

$\;\;\sin\frac{\pi}{3} \qquad \cos\frac{\pi}{3}$

$\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=\dfrac{\sqrt2}{2}$

$\dfrac{\pi}{3}-x=\dfrac{\pi}{4}+2\pi n,\; n\in Z$

$-x=\dfrac{\pi}{4}+2\pi n-\dfrac{\pi}{3}$

$x=\dfrac{\pi}{12}-2\pi n$

$\dfrac{\pi}{3}-x=\dfrac{3\pi}{4}+2\pi k,\; k\in Z$

$-x=\dfrac{3\pi}{4}-\dfrac{\pi}{3}+2\pi k$

$x=-\dfrac{5\pi}{12}-2\pi k$.

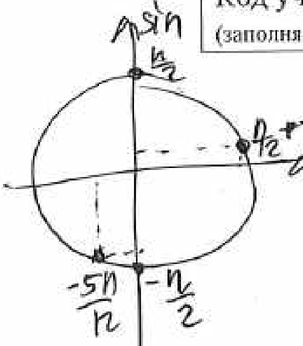
лист 2

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-696

№5 (продолжение)



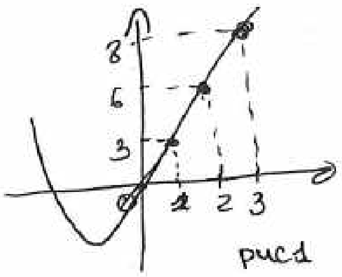
$x = \frac{\pi}{12} - 2\pi n$ - удовл. ОДЗ, т.к. $\sin > 0$, $\cos > 0$

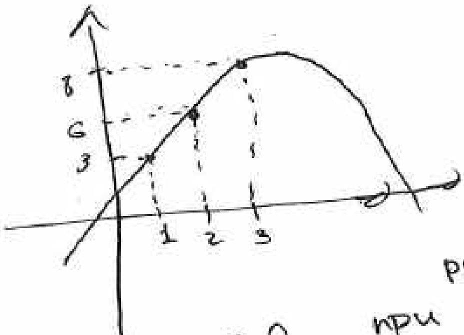
$+ 2\pi n, n \in Z$.

$x = -\frac{5\pi}{12} - 2\pi k$ - не удовл. ОДЗ., т.к. $\sin < 0, \cos < 0 \Rightarrow$ не подходит.

Ответ: $\frac{\pi}{12} - 2\pi n, n \in Z$.

№3. $ax^2 + bx + c$





Многочлены могут принимать такой вид при: $a > 0$, $a < 0$

В точках 1, 2, 3 должны достигаться значения 3, 6, 8 соответственно. Иначе это не будет макс. знач. на отрезке.

$$\begin{cases} a + b + c = 3 \\ 4a + 2b + c = 6 \\ 9a + 3b + c = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} b = 3 - 3a \\ 8a + 2b = 5 \end{cases}$$

$8a + 2(3 - 3a) = 5$

$8a + 6 - 6a = 5$

$2a = -1$

$a = -\frac{1}{2} \Rightarrow$

$b = 3 + \frac{3}{2} = 4{,}5$

$c = 3 + \frac{1}{2} - 4{,}5 = -1$

По предположению многочлен с $a > 0$ как на рис. 1. Подходит. но когда a получился < 0.

Следовательно, подходит многочлен с ветвями вниз.

Для того, чтобы макс. значения достигались такие нужно: $\begin{cases} x_B > 3 \\ x_1 < 1 \\ x_2 > 3 \\ D > 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4{,}5 > 3 \\ \frac{9 - \sqrt{14}}{2} < 1 \\ \frac{9 + \sqrt{14}}{2} > 1 \\ D = 14 > 0 \end{cases}$$

Условия выполняются, следовательно многочлен имеет вид $-\frac{1}{2}x^2 + 4{,}5x - 1$

Ответ: $-\frac{1}{2}x^2 + 4{,}5x - 1$

лист 3.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-696

№1! Чтобы купить максимальное кол-во пачек нужно купить в первый раз ≥ 15 пачек, но так, чтобы остались деньги ещё на ≥ 15 пачек.

Максимальное кол-во пачек можно получить купив сначала 16 пачек за 10080, далее ~~купить~~ получить кэшбек и купить максимально возможное кол-во пачек, т.е 17 пачек, получить кэшбек и на оставшиеся деньги купить макс. пачек.

16 пачек = 10080 (ост. 9920) → кэшбек 1008 ⇒ ост = 10928

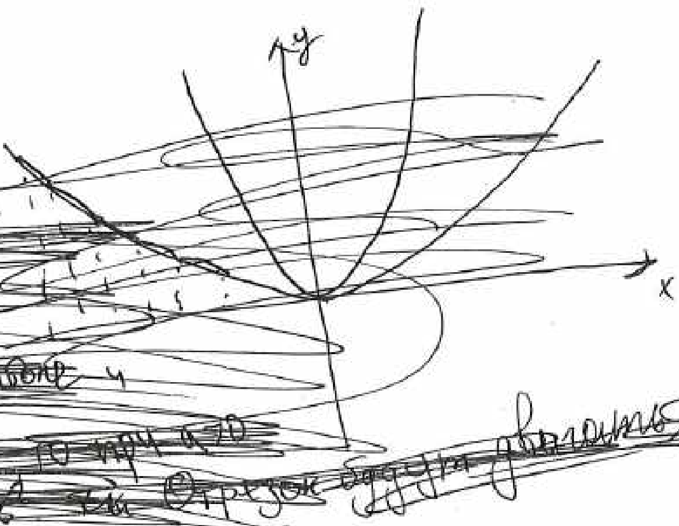
17 пачек = 10710 (ост. 218) → кэшбек 1071 ⇒ ост. 1289

На оставшиеся деньги купить макс. пачек ⇒ ещё 2 пачки.

Итого: 16+17+2=35 пачек.

Ответ: 35 пачек.

№8. ~~когда а будет отвечать за то, насколько широкие или узкие ветви~~



~~Т.к отрезок двигается только по параболе и абсцисса только увеличивается, то при а>0 подходят все параболы вида $y=ax^2$ т.к. Отрезок будут двигаться слева направо и при любом а~~

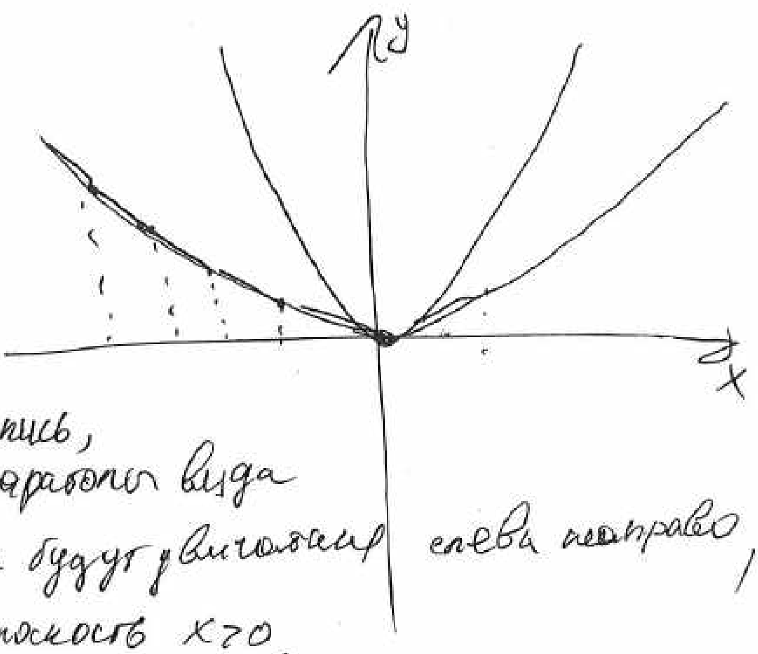
лист 4.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МП-696

№8. $y=ax^2$



коэф. ~~[illegible]~~ a отвечает за
крутость параболы.

Т.к отрезок двигали
только по параболе,
абсцисс точек только увеличивались,
то при a>0 подходят все параболы вида
$y=ax^2$ при $a\in(0;+\infty)$. Отрезки будут двигаться слева направо,
из полуплоскости $x<0$, в полуплоскость $x>0$.