

На правах рукописи

Шандра Марина Игоревна

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЫНОЧНОГО РИСКА КОММЕРЧЕСКОГО БАНКА

08.00.13 – Математические и инструментальные методы экономики

Автореферат
диссертации на соискание ученой
степени кандидата экономических наук

Москва
2011 год

Работа выполнена на кафедре «Математическое моделирование экономических процессов» ФГОБУВПО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

Научный руководитель: доктор экономических наук, профессор
Бабешко Людмила Олеговна

Официальные
оппоненты: доктор экономических наук, профессор
Уринцов Аркадий Ильич

кандидат экономических наук
Облакова Анна Владимировна

Ведущая организация: **ФГУП «Всероссийский научно-исследовательский институт проблем вычислительной техники и информатизации»**

Защита состоится «07» декабря 2011 г. в 13-00 часов на заседании совета по защите докторских и кандидатских диссертаций Д 505.001.03 при ФГОБУВПО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации» по адресу: 125993, г. Москва, Ленинградский проспект, д.55, ауд. 213.

С диссертацией можно ознакомиться в диссертационном зале Библиотечно-информационного комплекса ФГОБУВПО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации» по адресу: 125993, г. Москва, Ленинградский проспект, д.49, комн. 203.

Автореферат разослан «03» ноября 2011 г. Объявление о защите диссертации и автореферат диссертации «03» ноября 2011 г. размещены на официальном сайте ФГОБУВПО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»: <http://www.fa.ru> и направлены для размещения в сети Интернет Министерством образования и науки Российской Федерации по адресу: referat_vak@mon.gov.ru

Ученый секретарь совета Д 505.001.03,
к.э.н., доцент

О.Ю. Городецкая

I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Управление рыночным риском – это важный элемент системы управления рисками в современном коммерческом банке. Оценка рыночного риска, как один из этапов управления риском, заключается в определении значения рискового капитала, с заданной вероятностью покрывающего потенциальные потери, которые могут понести банк, страховая компания, пенсионный фонд или паевой фонд, осуществляющие определенную финансовую деятельность. Одна из значимых задач управления рисками – корректное оценивание рисков потерь от проводимых банком операций, неизбежно возникающих в его деятельности. Коммерческим банкам необходимо применять эффективные методы по оценке рисков для ежедневного мониторинга всех видов риска, как по отдельности, так и в совокупности. Важнейшими предпосылками успешной работы банка являются: его способность качественно оценивать риски по всем направлениям собственной деятельности; проведение консервативной политики, основанной не на максимизации прибыли, а прежде всего на минимизации рисков, в частности рыночных рисков. Величина требуемого капитала под покрытие рыночных рисков определяется на основе оценок рыночного риска. Чем точнее оценка, тем меньше величина капитала, который банк не может использовать для получения прибыли, а должен держать в качестве «подушки безопасности». Поэтому разработка математических моделей, нацеленных на повышение точности оценок потенциальных потерь в результате реализации рыночного риска, определяет актуальность темы исследования.

Степень разработанности темы. Моделированию рыночного риска посвящено множество исследований. Большая часть из них – это статьи и монографии зарубежных авторов, тогда как в отечественной науке наблюдается определенный дефицит серьезных работ по рассматриваемой в диссертации проблеме.

В банковском риск-менеджменте стандартом количественной оценки рыночного риска стал показатель потенциальных потерь *Value-at-Risk (VaR)*. Вопросам оценки рыночных рисков, в том числе в рамках методики *VaR*, посвящены работы многих учёных. Основу современного риск-менеджмента разработали: Александер К., Арцнер П., Бёссис Дж., Брайович С., Братанович Х., Дюда К., Фабозци Ф., Грюнинг В., Джорион Ф., Сайта Д., Талеба Н. и др. Исследования в этой области проведены и отечественными специалистами. Это Гамза В.А., Герасимова Е.Б., Голембиовский

Д.Ю., Долматов А.С., Лобанов А.А., Лукашов А.В., Меньшиков И.С., Милосердов А.А., Помазанов М.В., Рогов М.А., Чекулаев М.В., Чеготов М.В., Четыркин М., Чугунов А.В., Шелагин Д.А. и др. Существует множество научных работ, направленных на исследование отдельных аспектов проблемы оценки и управления рыночными рисками, в частности по разработке моделей прогнозирования финансово-экономической информации. Среди них следует отметить известное семейство моделей *ARCH-GARCH* и коллокационные модели.

Коллокационные модели и их приложения рассмотрены в работах Бабешко Л.О., Бывшева В.А., Винера Н., Губанова В.С., Кразупа Т., Клапко А.О., Колмогорова Н.А., Коцакиса С., Леглеманна Д., Морица Г., Мейссла П., Неймана Ю.М., Сидериса М.Г. и др.

Оценке рыночных рисков посвящен ряд Базельских документов и методология *RiskMetrics*.

Для оценки рыночного риска в рамках методики *VaR* могут использоваться различные подходы, поэтому возникает вопрос выбора оптимальной для банка модели. Стандартные методы расчета показателя *VaR*, применяемые на практике в коммерческих банках, часто занижают оценку уровня рыночного риска, что объясняет популярность исследований, ориентированных на совершенствование существующих моделей оценки риска. Необходимость оптимизации оценки рыночного риска в рамках методики *VaR* обуславливает актуальность темы исследования, определяя его цель, задачи и содержание.

Цель исследования состоит в разработке и анализе коллокационных моделей, позволяющих повысить точность оценки потенциальных потерь в результате реализации рыночного риска в коммерческом банке.

Для достижения указанной цели в работе поставлены следующие **задачи**:

1. Проанализировать современные подходы к оценке рыночного риска в рамках методики *VaR*, а также критерии отбора оптимальной для банка модели оценки рыночного риска.

2. Построить:

- модели оценки потенциальных потерь от реализации рыночного риска в рамках рандомизированной коллокации;
- модели оценки рыночного риска в рамках блочной коллокации.

3. Разработать инструментальные средства для реализации алгоритмов коллокационных моделей оценки рыночного риска в рамках методики *VaR* и их точностных характеристик.

4. Провести сравнительный анализ результатов оценивания рыночного риска по разработанным моделям и моделям, построенным на основе традиционного аналитического подхода в рамках методики *VaR*.

Объектом исследования является коммерческий банк.

Предметом исследования являются экономико-математические модели оценки рыночного риска в рамках методики *VaR* в коммерческом банке.

Теоретико-методологической основой исследования послужили положения, содержащиеся в трудах российских и зарубежных авторов в области экономической теории, банковского дела, риск–менеджмента, управления рыночными рисками и оценки финансовых инструментов.

При решении поставленных задач использовались общенаучные и специальные методы исследования: анализа и синтеза, детализации и обобщения, гипотетического предположения, сравнения; методы теории вероятностей и математической статистики, экономико-математического моделирования и эконометрические методы.

Сбор и обработка данных осуществлялись с использованием приложений *Microsoft Excel* и *MATLAB 7.7.0*, а также при помощи программных продуктов, разработанных автором на языке программирования *Python*.

Информационная база исследования включает в себя: публикации отечественных и зарубежных авторов по проблемам оценки рыночных рисков в научных изданиях; технические документы корпорации *J.P. Morgan*. Исследования проводились на основе данных по итогам торгов в «Российской торговой системе» (РТС), доступных на сайте *www.rts.ru*.

Область исследования. Содержание диссертации соответствует специальности 08.00.13 – Математические и инструментальные методы экономики.

Научная новизна исследования заключается в построении моделей количественной оценки рыночного риска в рамках коллокационного подхода, позволяющих получить более точные оценки потенциальных потерь по сравнению со стандартными моделями оценки риска в рамках методики *VaR*.

В диссертации получены и выносятся на защиту следующие новые научные результаты:

1. В качестве инструмента повышения точности оценки рыночного риска предложен показатель RM_{VaR} в рамках методики VaR , базирующийся на прогнозном значении финансового индекса.

2. Разработаны:

- модель оценки показателя RM_{VaR} в рамках рандомизированной коллокации, нацеленной на корректировку нарушения предпосылок стационарности случайного процесса «логарифмической» прибыли, и предложена формула для расчёта показателя RM_{VaR} для портфеля финансовых инструментов в рамках коллокационного подхода;

- модель блочной коллокации для оценки показателя RM_{VaR} , обобщающая алгоритмы прогнозирования финансовых индексов в рамках стационарной модели «логарифмической» прибыли на случай разнородной информации.

3. Показана связь коллокационных моделей с процедурой регуляризации, используемой для оценки риска финансовых инструментов фондового рынка в рамках методики VaR .

4. Обосновано, что из набора стандартных аналитических и коллокационных моделей для оценки потенциальных потерь из-за реализации рыночного риска оптимальной является модель рандомизированной коллокации.

Теоретическая и практическая значимость полученных результатов.

Теоретическая значимость исследования состоит в адаптации коллокационных моделей прогнозирования финансовых индексов к задаче оценки рыночного риска в рамках методики VaR в коммерческом банке. Полученные результаты и разработанные модели вносят существенный вклад в совершенствование и развитие подходов банковского риск-менеджмента в области оценки рыночных рисков.

Практическая значимость исследования состоит в том, что выводы и рекомендации, содержащиеся в диссертации, ориентированы на широкий круг специалистов, участвующих в системе контроля за рыночными рисками: работников надзорных органов, сотрудников коммерческих банков, аудиторов.

Самостоятельное практическое значение имеют:

- модель оценки показателя RM_{VaR} в рамках рандомизированной коллокации, нацеленной на корректировку нарушения предпосылок стационарности случайного процесса «логарифмической» прибыли;

- модель блочной коллокации для оценки показателя RM_{VaR} , обобщающая алгоритмы прогнозирования финансовых индексов в рамках стационарной модели «логарифмической» прибыли на случай разнородной информации.

Разработанные модели, алгоритмы и программные продукты для оценки рыночного риска можно использовать в деятельности коммерческих банков для получения достоверных и более точных оценок рыночного риска и повышения качества системы риск-менеджмента банка, при составлении методик оценки рыночного риска в соответствии с требованиями Базельского комитета, в учебном процессе высших учебных заведений, а также при обучении и повышении квалификации специалистов в области риск-менеджмента при оценке, управлении и контроле рыночных рисков.

Апробация и внедрение результатов исследования. Основные результаты исследования прошли апробацию в экспертном сообществе в рамках следующих научных и практических мероприятий: заседание «круглого стола» для аспирантов на тему «Российский финансовый рынок: проблемы повышения конкурентоспособности и роли в инновационном развитии экономики» под научным руководством д.э.н., проф. Л.Н. Красавиной (Москва, Финакадемия, февраль 2008 г.); V и VI Международные научно-практические конференции «Экономическое прогнозирование: модели и методы» (Воронеж, Воронеж. гос. ун-т, апрель 2009 г. и апрель 2010 г.); I Международная научно-практическая Интернет-конференция (Воронеж, Волгоград. гос. ун-т, Воронеж. гос. ун-т, декабрь 2009 г. – февраль 2010 г.); VII Международная научная конференция «Молодежь и экономика» (Ярославль, ВФЭИ ФУ, апрель 2010 г.); I Международная научно-практическая конференция «Математика и ее приложения. Экономическое прогнозирование: модели и методы» (Орел, Орлов. гос. ун-т, май 2011 г.).

Результаты научного исследования используются в практической деятельности Департамента рисков ОАО «Банк ЗЕНИТ» для сопоставления с оценками рыночных рисков, полученных традиционными методами. Использование положений диссертации при проведении сравнительного анализа с оценками рыночных рисков, полученных традиционными методами, позволяет улучшить точность оценки потенциальных потерь в результате реализации рыночных рисков, что способствует оптимизации оценки величины требуемого капитала под покрытие рыночных рисков в рамках внутренних процедур риск-менеджмента ОАО «Банк ЗЕНИТ».

Материалы исследования используются кафедрой «Математическое моделирование экономических процессов» ФГОБУВПО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации» в преподавании учебной дисциплины «Математические методы риск-менеджмента».

Внедрение результатов исследования в указанных выше организациях подтверждено соответствующими документами.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 10 статей общим объемом 4,39 п.л. (авторский объем 3,32 п.л.). В том числе 5 статей общим объемом 2,6 п.л. (авторский объем 1,9 п.л.) опубликованы в журналах, определенных ВАК.

Структура и объем диссертации. Структура диссертации обусловлена целью, задачами и логикой исследования. Работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка использованной литературы из 117 источников и трех приложений. Исследование изложено на 128 страницах, иллюстрировано 15 таблицами и 27 рисунками.

Во введении обоснована актуальность выбранной темы, проанализирована степень ее разработанности, определены цель, задачи, предмет и объект исследования, раскрыты научная новизна и практическая значимость работы.

В первой главе детально рассмотрены методика и показатель VaR , подходы к оценке рыночного риска в рамках методики VaR , модели волатильности, используемые для расчета показателя VaR . Также освещены вопросы, связанные с выбором оптимальной модели оценки риска на основе критериев точности и эффективности.

Во второй главе разработаны и алгоритмизированы модели оценки рыночного риска в рамках экономического броуновского движения, чистой, параметрической и рандомизированной коллокации; показана связь процедуры регуляризации с коллокационными моделями.

В третьей главе представлены результаты оценивания рыночного риска в рамках различных коллокационных моделей на примере индекса РТС и сравнительный анализ этих моделей со стандартными моделями в рамках аналитического подхода.

В заключении изложены основные выводы, рекомендации и наиболее важные положения исследования.

II. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. В качестве инструмента повышения точности оценки рыночного риска предложен показатель RM_{VaR} в рамках методики VaR , базирующийся на прогнозном значении финансового индекса.

В качестве меры рыночного риска в рамках методики VaR использовался показатель RM_{VaR} (*Risk Measure*) – максимально возможная величина изменения стоимости (потери) финансового актива (индекса) с заданной вероятностью на рассматриваемом временном горизонте.

Для формализованного представления данного показателя введём следующие обозначения: A_n — значение финансового индекса в момент $t = n$; k — период упреждения; A_{n+k} — будущее значение финансового индекса на момент $t = n + k$, которое покрывается доверительным интервалом

$$A_{n+k}^- < A_{n+k} < A_{n+k}^+$$

с вероятностью $\gamma = 1 - \alpha$, где α — уровень значимости, A_{n+k}^- , A_{n+k}^+ — левая и правая границы доверительного интервала соответственно. Левая граница доверительного интервала для приращения индекса за период упреждения k :

$$A_n - A_{n+k}^- > A_n - A_{n+k} > A_n - A_{n+k}^+$$

(максимальное изменение индекса) и принимается в качестве показателя RM_{VaR} , т.е.

$$RM_{VaR} = A_n - A_{n+k}^- \quad (1)$$

Для вычисления показателя (1) необходимо найти прогноз финансового индекса и его интервальную оценку. Значение финансового индекса в текущий момент времени t , в соответствии с правилами финансовой математики, определяется по формуле

$$A_t = A_0 \cdot e^{H_t}, \quad (2)$$

где

$$H_t = h_0 + h_1 + \dots + h_t, \quad (3)$$

$$h_i = \begin{cases} 0 & \text{при } i = 0 \\ \ln \frac{A_i}{A_{i-1}} & \text{при } i > 0 \end{cases} \quad (4)$$

— «логарифмическая» прибыль в момент $i \geq 0$. Таким образом, для момента $t = n + k$

$$A_{n+k} = A_0 \cdot e^{H_{n+k}} = A_0 \cdot e^{H_n} \cdot e^{\Delta H} = A_n \cdot e^{\Delta H},$$

где

$$\Delta H = \sum_{i=n+1}^{n+k} h_i \quad (5)$$

— приращение «логарифмической» прибыли за период упреждения. Прогноз финансового индекса \hat{A}_{n+k} определяется по правилу

$$\hat{A}_{n+k} = A_n \cdot e^{\Delta \hat{H}} = A_n \cdot \exp\{\Delta \hat{H}\}, \quad (6)$$

где $\Delta \hat{H}$ — прогноз величины (5). Используя предпосылку о нормальном законе распределения членов последовательности значений «логарифмической» прибыли, можно построить интервальный прогноз значения индекса A_{n+k} :

$$\left[A_{n+k}^-, A_{n+k}^+ \right],$$

где

$$\begin{aligned} A_{n+k}^- &= A_n \cdot \exp\left\{\Delta \hat{H} - t_{\text{кр}} \cdot \hat{\sigma}_e\right\} \\ A_{n+k}^+ &= A_n \cdot \exp\left\{\Delta \hat{H} + t_{\text{кр}} \cdot \hat{\sigma}_e\right\} \end{aligned} \quad (7)$$

$t_{\text{кр}}$ — квантиль распределения Стьюдента, $\hat{\sigma}_e$ — оценка среднего квадратического отклонения ошибки прогноза $\Delta \hat{H}$. Таким образом, показатель (1), с учетом (2)-(7), определяется по формуле

$$RM_{VaR} = A_n \left(1 - \exp\left\{\Delta \hat{H} - t_{\text{кр}} \cdot \hat{\sigma}_e\right\}\right). \quad (8)$$

Для построения интервального прогноза финансового индекса в формуле (8) могут быть использованы различные базовые модели — от их точности зависит и точность данного показателя.

2. Разработана модель оценки показателя RM_{VaR} в рамках рандомизированной коллокации, нацеленной на корректировку нарушения предпосылок стационарности случайного процесса «логарифмической» прибыли.

В рамках диссертационной работы оценка показателя RM_{VaR} базируется на коллокационных моделях, позволяющих строить точечные и интервальные оценки

финансовых индексов по разнородной в статистическом и математическом смысле информации и оценивать трендовую и случайную составляющие случайного процесса в рамках единого алгоритма.

Систематическая теория решения задач коллокации к настоящему времени разработана в двух основных направлениях¹:

- функциональный подход, состоящий в обобщении метода наименьших квадратов на случай оценивания функций по результатам измерений значений функционалов на этих функциях;
- статистический подход, опирающийся на ковариационную теорию случайных процессов.

В рамках статистической коллокации базовой выбрана модель рандомизированной коллокации². Она позволяет построить точечный и интервальный прогноз финансового индекса для случаев выполнения или нарушения предпосылки о равенстве математического ожидания временного ряда «логарифмической» прибыли нулю, что повышает как точность прогнозирования финансового индекса, так и точность оценки рыночного риска на основе показателя RM_{VaR} .

Прогноз финансового индекса с периодом упреждения k в рамках рандомизированного алгоритма коллокации – это комбинация оптимального прогноза в рамках чистой коллокации (оптимальный средний квадратический прогноз) и параметрической коллокации (синтез процедуры оптимального несмещённого оценивания математического ожидания «логарифмической» прибыли и оптимального прогноза Колмогорова-Винера). Алгоритм оценки потенциальных потерь с применением рандомизированной коллокации имеет следующую формализацию:

$$RM_{VaR} = A_n [1 - \exp\{\Delta\hat{H}^* - t_{кр} \cdot \hat{\sigma}_e^*\}], \quad (9)$$

где

$$\Delta\hat{H}^* = \begin{cases} \Delta\hat{H}^0 & \text{при } |t| \leq t_{крит} \\ \Delta\hat{H} & \text{при } |t| > t_{крит} \end{cases}, \quad (10)$$

¹ Бабешко Л.О. Коллокационные модели прогнозирования и их применение в финансовой сфере. — М.: Экзамен, 2001 г.

² Бывшев В.А., Бабешко Л.О., Клапко А.О. Прогнозирование динамических рядов финансово-экономической информации рандомизированным алгоритмом коллокации // Управление риском — 2004. — № 1. — с. 35-39.

$$\Delta \hat{H}^0 = C_{\Delta H, h} \cdot C_{hh}^{-1} \cdot h \quad (11)$$

— оценка приращения «логарифмической» прибыли за период упреждения в рамках чистой коллокации,

$$\Delta \hat{H} = \hat{m} \cdot k + C_{\Delta H, h} \cdot C_{hh}^{-1} \cdot (h - I \cdot \hat{m}) \quad (12)$$

— оценка приращения «логарифмической» прибыли за период упреждения в рамках параметрической коллокации,

$h = (h_1, h_2, \dots, h_n)^T$ — заданные значения уровней динамического ряда значений «логарифмической» прибыли³,

$C_{h, \Delta H}$ — вектор взаимных ковариаций значений $h_i, i = 1, \dots, n$ стационарного динамического ряда и значения линейного функционала ΔH ,

\hat{m} — оценка математического ожидания стационарного случайного процесса «логарифмической» прибыли.

В рандомизированной коллокации временной ряд уровней «логарифмической» прибыли предполагается стационарным, с автоковариационной функцией C_{hh} , зависящей только от лага. Оценка дисперсии ошибок прогнозирования значений «логарифмической» прибыли, используемая при вычислении показателя RM_{VaR} в рамках рандомизированного алгоритма, определяется по формулам:

$$\sigma_e^2 = C_{\Delta H, \Delta H} - C_{\Delta H, h} \cdot C_{hh}^{-1} \cdot C_{h, \Delta H}$$

— в случае применения чистой коллокации,

$$\sigma_\varepsilon^2 = k^2 \cdot \sigma_{\hat{m}}^2 + \sigma_{\Delta H}^2 - C_{\Delta H, h} \cdot C_{hh}^{-1} \cdot C_{h, \Delta H} + g \cdot I \cdot \sigma_{\hat{m}}^2 \cdot I^T \cdot g^T - 2k \cdot \sigma_{\hat{m}}^2 \cdot I^T \cdot g^T$$

— в случае параметрической коллокации, в которых использованы следующие

обозначения: I — единичный вектор-столбец; $C_{\Delta H, \Delta H} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k C_{hh}(i-j)$ — оценка

дисперсии значения функционала ΔH ; $\sigma_{\hat{m}}^2 = (I^T \cdot C_{hh}^{-1} \cdot I)^{-1}$ — дисперсия оценки \hat{m} ;

$g = H = C_{\Delta H, h} \cdot C_{hh}^{-1}$ — параметры модели.

Дробь Стьюдента для данной модели принимает вид

³ Временной ряд уровней «логарифмической» прибыли предполагается стационарным, с математическим ожиданием m и автоковариационной функцией C_{hh} , зависящей только от лага.

$$t = \frac{\hat{m}}{\hat{\sigma}} \cdot \sqrt{(I^T \cdot C_{hh}^{-1} \cdot I)},$$

где $\hat{\sigma}^2 = \left[(h - \hat{m} \cdot I)^T \cdot C_{hh}^{-1} (h - \hat{m} \cdot I) \right] / (n - 1)$, n — число наблюдений.

В качестве ковариационных функций временного ряда «логарифмической» прибыли (используемых в коллокационных моделях) выбраны марковские модели. Их параметры оценены в рамках метода существенных параметров, базирующегося на числовых характеристиках (таких как дисперсия, радиус корреляции и др.) и предназначенного для описания локального поведения.

Модель расчета показателя RM_{VaR} в рамках коллокационного подхода можно обобщить для портфеля финансовых инструментов (совокупности позиций):

$$RM_{VaR} = A_n^l \left[1 - \exp \left(X^T \cdot \Delta \hat{H}^{(l)} - t_{kp} \cdot \sqrt{X^T \hat{C}_{ee} X} \right) \right], \quad (13)$$

где A_n^l — стоимость портфеля, включающего l финансовых инструментов в момент времени $t = n$;

X — l -мерный вектор-столбец долей финансовых инструментов в портфеле;

\hat{C}_{ee} — оценка автоковариационной матрицы ошибок прогноза приращений «логарифмической» прибыли для инструментов, включённых в портфель (диагональная матрица);

$\Delta \hat{H}^{(l)}$ — l -мерный вектор-столбец прогнозов приращений «логарифмической» прибыли финансовых инструментов, включённых в портфель.

Алгоритмы, реализующие модель (13), могут базироваться как на параметрической коллокации, так и на рандомизированной.

3. Разработана модель оценки показателя RM_{VaR} в рамках блочной коллокации, обобщающей алгоритмы прогнозирования финансовых индексов в рамках стационарной модели «логарифмической» прибыли на случай разнородной информации.

Для оценки показателя RM_{VaR} портфеля обычно оцениваются риски каждого отдельного актива, затем применяется некоторое правило их агрегирования. В диссертации рассмотрена процедура агрегирования рисков в рамках модели блочной коллокации и проверена её адекватность.

Для простоты описания алгоритма модели блочной коллокации, без ограничения общности, рассмотрен случай, когда наблюдаются два индекса: $A^{(1)}$ и $A^{(2)}$, требуется вычислить прогноз, например, индекса $A^{(1)}$ в некоторый будущий момент времени.

Алгоритм решения данной задачи принципиально не отличается от процедуры прогнозирования величины $A_{n+k}^{(1)}$ в рамках коллокационных моделей. Этапы этого алгоритма перечислены ниже.

1. По значениям индексов $A_t^{(1)}$ и $A_t^{(2)}$, $t = 0, 1, 2, \dots, n$ вычислить значения «логарифмической» прибыли $h = (h_1^{(1)}, \dots, h_n^{(1)}, h_1^{(2)}, \dots, h_n^{(2)})^T$.

2. Для вектора h определить оценки математического ожидания и подобрать модели ковариационных функций

$$C_{1,1}(\tau), C_{2,2}(\tau), C_{1,2}(\tau),$$

где $C_{1,1}(\tau)$ и $C_{2,2}(\tau)$ — автоковариационные функции стационарных процессов «логарифмической» прибыли для первого и второго индексов соответственно; $C_{1,2}(\tau)$ — взаимная ковариационная функция между значениями «логарифмической» прибыли первого и второго индексов.

Процедура подбора моделей ковариационных функций «логарифмической» прибыли $h_t^{(l)}$ выполняется в рамках гипотезы стационарности и стационарной связанности.

3. При помощи моделей ковариационных функций определить оценки Эйткена для математических ожиданий стационарных последовательностей $(h_t^{(l)})_{t \geq 1}$, где $l = 1, 2$.

4. Вычислить оптимальный прогноз величины приращения «логарифмической» прибыли для первого индекса

$$\Delta \hat{H}^{(1)} = \hat{m}_1 \cdot k + C_{\Delta H, \bar{h}}^T \cdot C_{\bar{h}, \bar{h}}^{-1} \cdot \overset{\circ}{h},$$

где

$$\overset{\circ}{h} = (h_1^{(1)} - \hat{m}_1, \dots, h_n^{(1)} - \hat{m}_1, h_1^{(2)} - \hat{m}_2, \dots, h_n^{(2)} - \hat{m}_2)^T$$

— центрированный $2 \cdot n$ - мерный вектор,

$$C_{\bar{h}, \bar{h}} = \begin{pmatrix} C_{\bar{h}^{(1)}\bar{h}^{(1)}} & C_{\bar{h}^{(1)}\bar{h}^{(2)}} \\ C_{\bar{h}^{(2)}\bar{h}^{(1)}} & C_{\bar{h}^{(2)}\bar{h}^{(2)}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix}$$

— ковариационная $2n \times 2n$ - матрица вектора значений «логарифмической» прибыли, состоящая из четырёх квадратных блоков. Их элементы вычисляются при помощи моделей $C_{k,l}(\tau)$:

$$C_{kl} = (C_{k,l}(i-j)); \quad k = 1,2, \quad l = 1,2.$$

Элементы $2n$ - мерного вектора ковариаций $C_{\Delta H, \bar{h}}$ определяются по правилу:

$$\text{Cov}(h_i^{(1)}, \Delta H^{(1)}) = \sum_{j=n+1}^{n+k} C_{1,1}(i-j), \quad \text{Cov}(h_i^{(2)}, \Delta H^{(1)}) = \sum_{j=n+1}^{n+k} C_{1,2}(i-j), \quad i = 1,2,\dots,n.$$

5. Прогноз значений $A_{n+k}^{(1)}$:

$$\hat{A}_{n+k}^{(1)} = A_n \cdot \exp\{\Delta \hat{H}^{(1)}\}. \quad (14)$$

Порядок вычисления оценки (14) остаётся по существу неизменным и в том общем случае, когда для прогнозирования привлекаются значения любого количества $l \geq 1$ финансовых инструментов.

Оценка потенциальных потерь RM_{VaR} с применением блочной коллокации для финансового инструмента определяется по формуле:

$$RM_{VaR} = A_n [1 - \exp\{\Delta \hat{H}^{(1)} - t_{kp} \cdot \hat{\sigma}_e\}],$$

где $\hat{\sigma}_e$ — среднее квадратическое отклонение ошибки прогноза приращения «логарифмической» прибыли.

4. Показана связь коллокационных моделей с процедурой регуляризации, используемой для оценки риска финансовых инструментов фондового рынка в рамках методики *VaR*.

Модели оценивания показателя VaR для случайных процессов базируются, как правило, на следующей декомпозиции: сравнительно гладкой компоненты и стохастического шума. Выделение гладкой составляющей — это аппроксимация исходных статистических данных некоторой гладкой функциональной зависимостью (например, линейные и нелинейные тренды). Недостаток таких процедур — неустойчивость в условиях сравнительно высокого уровня шума. В диссертации рассмотрены работы, в которых проблема неустойчивости при построении модели *VaR* для инструментов фондового рынка решается методом регуляризации. Теория и

методы решения некорректных задач получили интенсивное развитие после публикации работ А.Н. Тихонова. Стандартным методом решения некорректно поставленных задач является регуляризация по Тихонову, состоящая в минимизации сглаживающего функционала.

Оценка сигнала в модели параметрической коллокации относится к типичным некорректно поставленным задачам, поскольку речь идёт о «восстановлении» функции по конечному числу измерений. Поэтому задачу оценки параметров и сигнала модели параметрической коллокации можно сформулировать в терминах теории некорректно поставленных задач. В работе приводится вывод основных уравнений параметрической коллокации, основанный на использовании стандартной техники вариационного исчисления в бесконечномерном гильбертовом пространстве; отмечена взаимосвязь процедуры регуляризации с коллокационным подходом.

5. Обосновано, что из набора стандартных аналитических и коллокационных моделей для оценки потенциальных потерь из-за реализации рыночного риска оптимальной является модель рандомизированной коллокации.

В работе выполнен сравнительный анализ результатов оценивания рыночного риска, полученных с использованием аналитического подхода, основанного на выборочных значениях числовых характеристик «логарифмической» прибыли инструмента за период исследования (СД), модели экономического броуновского движения (ЭБД) и модели рандомизированной коллокации (РК).

Для оценки рыночного риска использовались ежедневные значения⁴ индекса РТС. Исследованы два временных периода: 2009 г. (11.01.2009 г. – 31.12.2009 г.) и 2010 - 2011 гг. (11.01.2010 г. — 14.01.2011 г.). Прогнозы выполнены по выборочным данным объёмом 20 наблюдений, уровень доверительной вероятности — $\gamma = 1 - \alpha = 0,95$, период упреждения $k = 1$. Число прогнозов: за 2009 год — 228, и за 2010 - 2011 гг. — 232.

На рис. 1 представлены результаты вычислений показателя RM_{VaR} в рамках моделей РК, ЭБД и СД на фоне фактических потерь.

⁴ Цены закрытия.

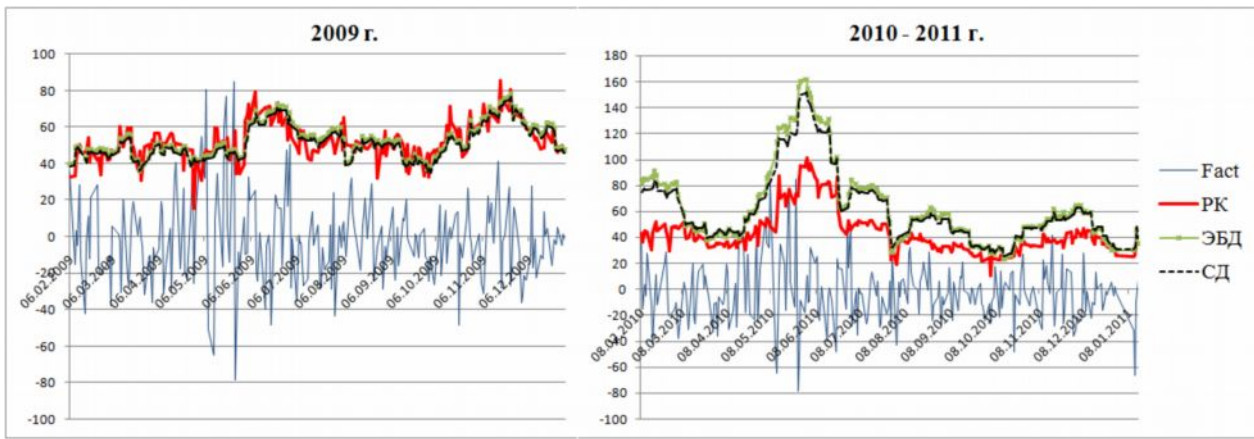


Рис. 1. Динамика показателя RM_{VaR} , 2009 г. и 2010 - 2011 гг.

Эффективность моделей в рамках методики VaR оценивается при помощи ряда показателей, которые строятся на основе бинарной функции потерь на момент времени t :

$$BL_t = \begin{cases} 1, & \text{если } L_t \geq RM_{VaR_t}, \\ 0, & \text{если } L_t < RM_{VaR_t} \end{cases}$$

где RM_{VaR_t} — оценка риска; $L_t = P_{t-1} - P_t$ — фактический убыток по инструменту. Данная функция учитывает только факты наличия превышения потерь без учёта величины превышения. В качестве статистики берется среднее значение бинарной функции потерь на тестовой выборке.

Для выбора наиболее эффективной модели используются показатели: средний непокрытый риск и средний неиспользованный капитал.

Средний непокрытый риск позволяет определить степень недооценки риска моделью, что приводит к недостаточности резервируемого капитала для покрытия возникающих потерь и дополнительным расходам для банка. Функция потерь для данного показателя вычисляется по формуле:

$$F_t = \begin{cases} L_t - RM_{VaR_t}, & \text{если } BL_t = 1, \\ 0, & \text{если } BL_t = 0 \end{cases}$$

Среднее значение данной функции \bar{F} и является средним непокрытым риском. Данный показатель анализирует величины превышений, не учитывая частоту их появления.

Средний неиспользуемый капитал показывает, насколько в среднем оценка VaR превышает реализовавшиеся прибыли/убытки, т.е. характеризует избыток

зарезервированного капитала, который можно было бы использовать для получения прибыли. Функция потерь при этом имеет вид:

$$G_t = \begin{cases} RM_{VaR_t} - L_t, & \text{если } BL_t = 0, \\ 0, & \text{если } BL_t = 1 \end{cases}$$

В табл. 1 приведены значения показателей, характеризующих точность и эффективность анализируемых моделей за 2009 г. и 2010 - 2011 гг.: полужирным курсивом выделены минимальные значения.

Таблица 1. Показатели точности и эффективности моделей

Модель	2009 г.			2010 - 2011 гг.		
	\overline{BL}	\overline{F}	\overline{G}	\overline{BL}	\overline{F}	\overline{G}
РК	0,88%	0,061	55,565	3,02%	0,273	45,179
ЭБД	1,75%	0,148	57,079	0%	0	65,40
СД	2,19%	0,169	55,626	0%	0	63,38

Для всех трех построенных моделей показатель \overline{BL} за оба периода не превышает $\alpha=5\%$, поэтому они адекватны.

Зарезервированный рискованный капитал не приносит дохода, поэтому желательно, чтобы его значение было как можно меньше. Даже незначительное улучшение критерия \overline{G} может принести значительную выгоду. Оптимальный результат по данному критерию показывает модель РК.

За второй период у моделей ЭБД и СД не было пробоев, однако такой результат достигнут путем резервирования избыточного капитала, что приводит к недополучению банком прибыли по сравнению с моделью РК (поскольку избыток капитала можно было бы использовать для других банковских операций).

Многокритериальный анализ был выполнен по двум критериям: средний непокрытый риск \overline{F} и средний неиспользуемый капитал \overline{G} в *Microsoft Excel*. Значения показателей \overline{F} и \overline{G} соответствуют координатам точек на двумерной плоскости; каждая из них характеризует модель с точки зрения средней величины избыточного капитала и средней величины недостаточности капитала, резервируемого для покрытия возможных убытков. По полученным графикам можно определить парето-оптимальные модели. Парето-оптимальной считается модель, которая в сравнении с другими моделями дает меньшую величину непокрытого и неиспользованного капитала.

Результаты многокритериального анализа представлены на рис. 2.

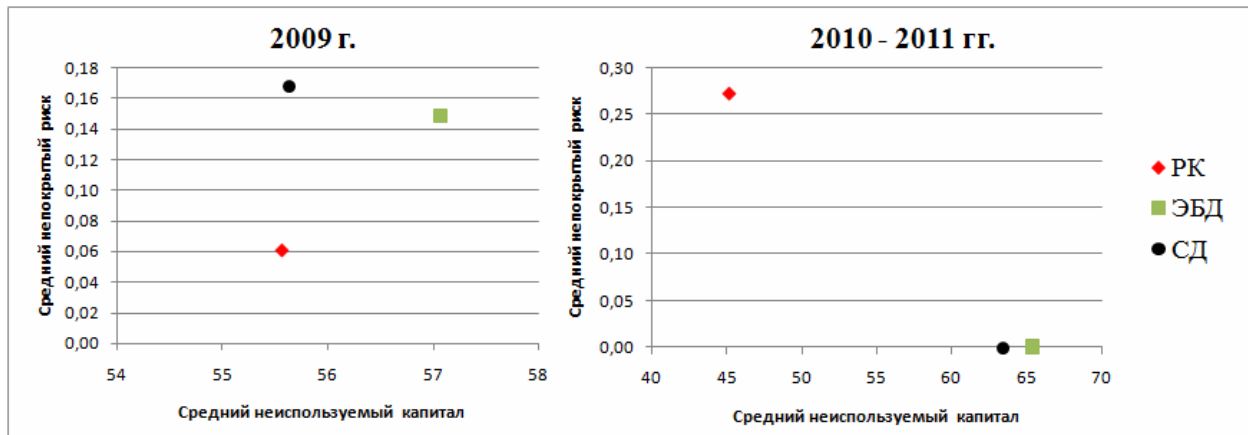


Рис. 2. Многокритериальный анализ моделей, 2009 г. и 2010 - 2011 гг.

Многокритериальный анализ моделей показывает: модель рандомизированной коллокации является парето-оптимальной для 2009 г., так как у нее минимальное значение по обоим критериям \bar{F} и \bar{G} , что хорошо видно на рис. 2. Для периода 2010-2011 гг. трудно однозначно определить парето-оптимальную модель. Но так как зарезервированный рискованный капитал должен быть как можно меньше, поэтому условно-оптимальной с точки зрения банка во втором периоде является модель рандомизированной коллокации.

Таким образом, результаты анализа эффективности моделей с учетом всех критериев показывают, что оптимальной (парето-оптимальной) из трех рассмотренных моделей для обоих рассматриваемых периодов является модель рандомизированной коллокации.

В диссертации проведено сравнение оценок рыночного риска, полученные с использованием аналитического подхода, основанного на средних значениях доходностей инструментов (СД), модели экономического броуновского движения (ЭБД) и модели блочной коллокации (БК).

На рис. 3 представлены результаты вычислений показателя RM_{VaR} в рамках моделей БК, ЭБД и СД на фоне фактических потерь.

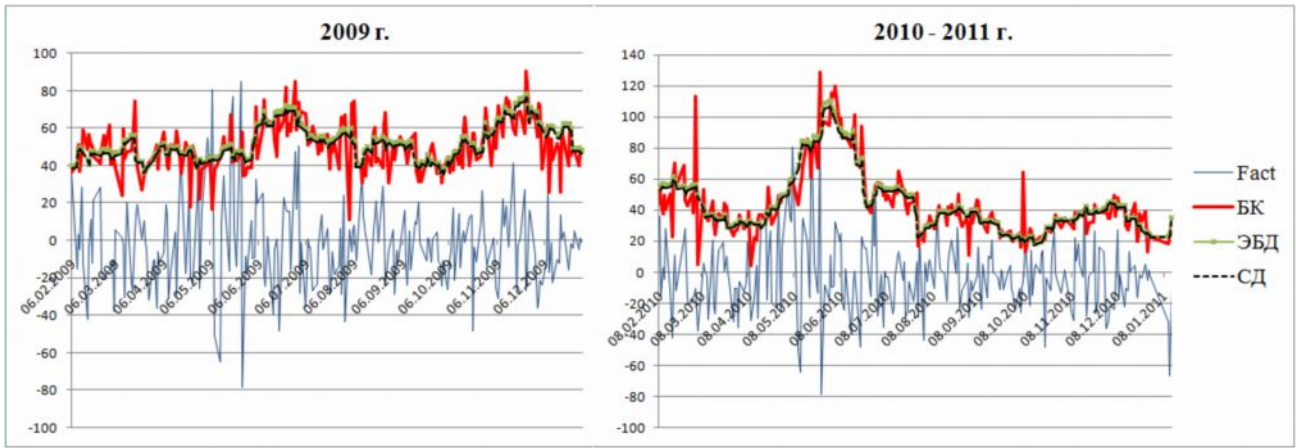


Рис 3. Динамика показателя RM_{VaR} , 2009 г. и 2010 - 2011 гг.

В табл. 2 приведены значения показателей, характеризующих точность и эффективность анализируемых моделей.

Таблица 2. Показатели точности и эффективности моделей

Модель	2009 г.			2010 - 2011 гг.		
	\overline{BL}	\overline{F}	\overline{G}	\overline{BL}	\overline{F}	\overline{G}
БК	2,63%	0,113	54,413	2,16%	0,169	45,584
ЭБД	1,75%	0,153	57,125	3,02%	0,190	46,932
СД	2,19%	0,174	55,671	3,88%	0,228	45,685

Все три построенных модели адекватны, так как показатель \overline{BL} за оба периода не превышает $\alpha=5\%$.

Даже незначительное улучшение критерия \overline{G} может принести значительную выгоду. Оптимальный результат по данному критерию показывает модель блочной коллокации.

Многокритериальный анализ моделей (рис. 4) показывает, что из трех рассматриваемых моделей для каждого периода является парето-оптимальной модель блочной коллокации.

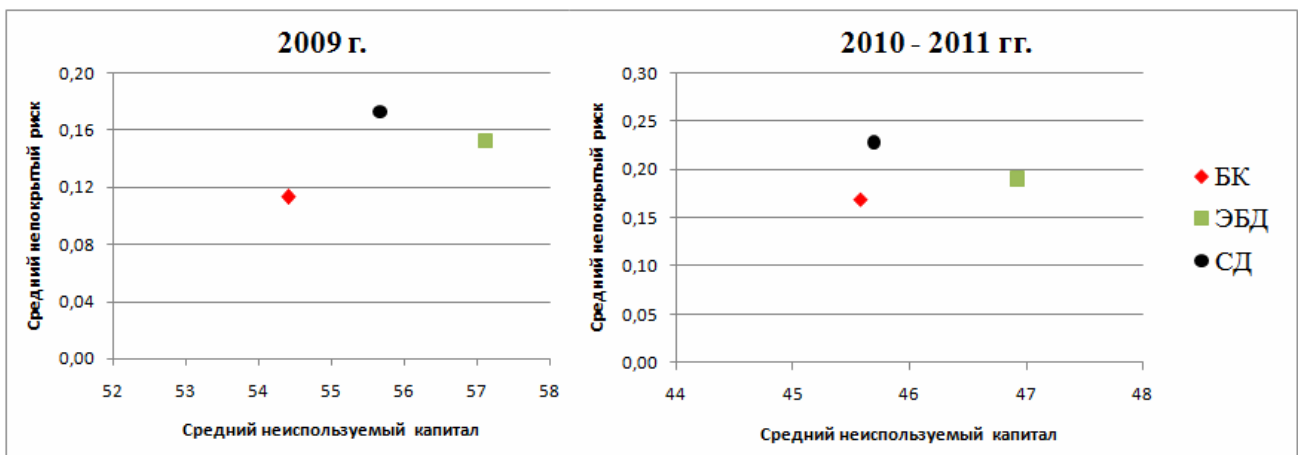


Рис. 4. Многокритериальный анализ моделей, 2009 г. и 2010 - 2011 гг.

Результаты анализа эффективности моделей показывают, что из трех рассмотренных моделей по большинству показателей оптимальной является модель блочной коллокации.

Для сравнения с показателем RM_{VaR} введен показатель SA_{VaR} (*Standard Analytical VaR*) — меру риска методики *VaR*, рассчитываемую аналитическим методом, нашедшим широкое практическое применение. В рамках данного метода используется предпосылка о нормальном законе распределения временного ряда «логарифмической» прибыли с нулевым математическим ожиданием для однодневного горизонта. Формула для расчета показателя SA_{VaR} в случае одного актива для периода упреждения $k = 1$ имеет вид

$$SA_{VaR} = A_n Z_{1-\alpha} \sigma_{n+k},$$

где $Z_{1-\alpha}$ — квантиль нормального распределения, соответствующая уровню доверия $(1-\alpha)$; σ_{n+k} — прогнозируемая волатильность доходности актива.

Таким образом, задача оценки рыночного риска в рамках аналитического метода сводится к оценке волатильности доходности финансового индекса. Волатильность доходности может быть оценена на основе выборочной дисперсии с использованием моделей прогнозирования — *GARCH(1,1)* и *EWMA*, учитывающих изменение дисперсии во времени.

В модели *EWMA* ожидаемая волатильность в момент t рассчитывается так:

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) h_{t-1}^2.$$

В модели *GARCH(1,1)* волатильность оценивается следующим образом:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 h_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2,$$

где $\alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0, \beta_1 \geq 0$.

Для вычисления показателя SA_{VaR} в рамках модели *EWMA* использовались два значения параметра сглаживания λ : 0,94 и 0,86. Значение параметра $\lambda=0,94$ рекомендовано в подходе *Risk Metrics*. Значение параметра сглаживания $\lambda=0,86$ подобрано для уровня толерантности $\gamma_L=0,05$ и глубины ретроспективы $T = 20$.

Вычислен показатель SA_{VaR} в рамках модели *GARCH(1,1)*, которая строилась в среде *MATLAB* с использованием специальных процедур *Econometrics Toolbox*.

На рис. 5 приведены результаты вычислений за 2009 г. и 2010 - 2011 гг. для показателя RM_{VaR} в рамках модели рандомизированной коллокации и для показателя

SA_{VaR} в рамках модели $EWMA$ с $\lambda=0,94$ и $\lambda=0,86$ по выборочным данным объёмом 20 наблюдений и модели $GARCH(1,1)$ по выборочным данным объёмом 20 и 250 наблюдений.

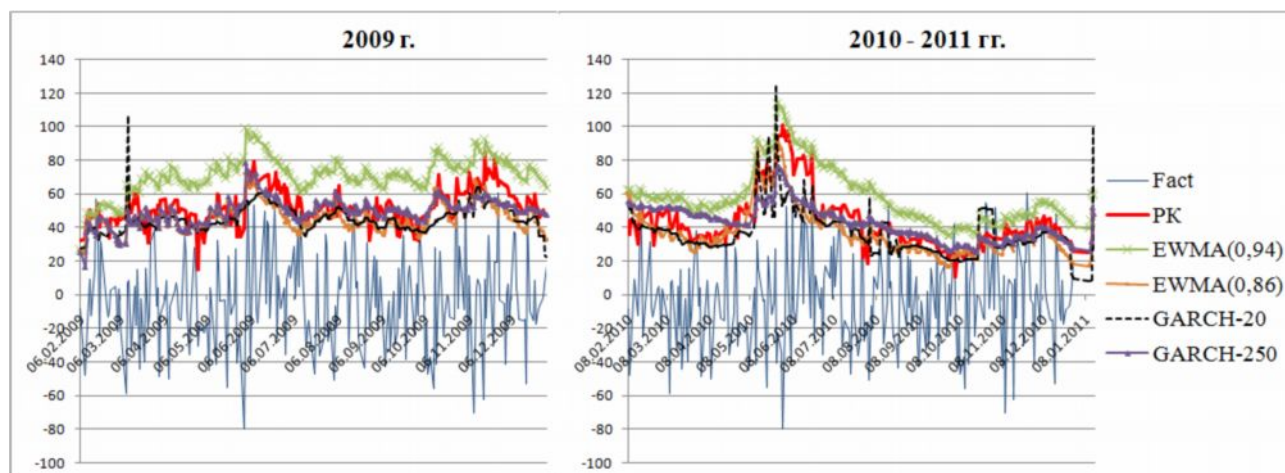


Рис. 5. Динамика показателей SA_{VaR} и RM_{VaR} , 2009 г. и 2010 - 2011 гг.

В табл. 3 приведены значения показателей, характеризующих точность и эффективность анализируемых моделей.

Таблица 3. Показатели точности и эффективности моделей

Модель	2009 г.			2010 - 2011 гг.		
	\overline{BL}	\overline{F}	\overline{G}	\overline{BL}	\overline{F}	\overline{G}
RM_{VaR} (PK)	0,88%	0,061	55,565	3,02%	0,273	45,179
SA_{VaR} -EWMA($\lambda=0,94$)	0,44%	0,050	75,159	0,43%	0,074	60,335
SA_{VaR} -EWMA($\lambda=0,86$)	3,51%	0,427	50,118	4,74%	0,540	39,712
SA_{VaR} -GARCH(1,1)-20	3,95%	0,294	49,536	5,60%	0,727	39,394
SA_{VaR} -GARCH(1,1)-250	3,07%	0,201	54,108	3,02%	0,539	45,351

Для всех моделей за 2009 г. показатель \overline{BL} не превышает уровень значимости $\alpha=5\%$, поэтому они адекватные. Показатель \overline{BL} модели $GARCH(1,1)-20$ по результатам за 2010 - 2011 гг. превышает уровня значимости $\alpha=5\%$, и она неадекватная. Остальные модели за 2010 - 2011 гг. адекватные, так как показатель \overline{BL} для каждой не превышает уровень значимости $\alpha=5\%$.

Из многокритериального анализа моделей (рис. 6) следует, что парето-оптимальной (или близкой к ней) для каждого периода является модель рандомизированный коллокации.

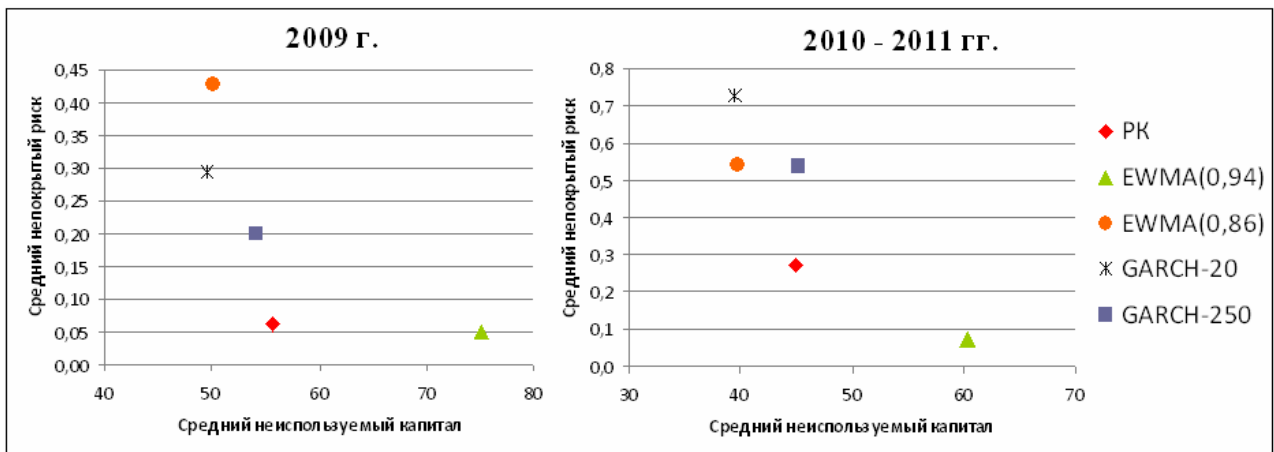


Рис. 6. Многокритериальный анализ моделей, 2009 г. и 2010 - 2011 гг.

Результаты анализа эффективности моделей показывают, что наиболее эффективной (парето-оптимальной) из трех рассмотренных моделей для обоих периодов является модель оценки рыночного риска в рамках рандомизированной коллокации.

Главный вывод проведенного практического исследования: предложенные в диссертационной работе модели оценки рыночного риска имеют преимущества по сравнению с традиционными методиками оценки *VaR*. Насколько велики эти преимущества – в каждом конкретном случае зависит от многих факторов.

III. СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи, опубликованные в журналах, определенных ВАК:

1. Шандра М.И. Оценка риска максимальных потерь в рамках рандомизированной коллокации [текст] / Л.О. Бабешко, В.А. Бывшев, М.И. Шандра // Управление риском. – М., 2009. – №4 (52). – С. 44-50. (0,6/0,2 п.л.).
2. Шандра М.И. Сравнительный анализ моделей оценки риска в рамках методики *VaR* [текст] / М.И. Шандра // Вестник Финансовой академии. — М., 2011. – №1 (61). – С. 47 - 50. (0,5 п.л.).
3. Шандра М.И. Оценка риска портфеля активов при помощи методики *VaR* в рамках блочной коллокации [текст] / Л.О. Бабешко, М.И. Шандра // Управление риском. – М., 2011. – №1 (57). – С. 41 - 48. (0,6/0,3 п.л.);
4. Шандра М.И. Оценка риска в рамках процедуры регуляризации [текст] / М.И. Шандра // Экономика. Предпринимательство. Окружающая среда. – М., 2011. – № 2 (46). – С. 23 - 26. (0,4 п.л.).
5. Шандра М.И. Модели оценки рыночного риска в рамках методики *VaR*: рандомизированная коллокация и *GARCH(1,1)* [электронная] / М.И. Шандра //

Управление экономическими системами: электронный научный журнал. – М., 2011. – № 10 (34). (0,5 п.л.). URL: <http://www.uecs.ru/>

Статьи, опубликованные в других научных изданиях:

6. Шандра М.И. Определение *VaR* в рамках процедуры регуляризации [текст] / М.И. Шандра // Экономическое прогнозирование: методы и модели. Материалы V Международной научно-практической конференции, 28 апреля 2009 г.: в 2 ч. / [под общ. ред. В.В. Давниса]; Воронеж. гос. ун-т [и др.]. – Воронеж: Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2009. – Ч. 2. – С. 277 - 282. (0,3 п.л.);

7. Шандра М.И. Определение максимальных потерь в рамках коллокационного подхода [текст] / В.А. Бывшев, Л.О. Бабешко, М.И. Шандра // Анализ, моделирование и прогнозирование экономических процессов: материалы I Международной научно-практической Интернет-конференции, 10 декабря 2009 г. – 10 февраля 2010 г. / [под ред. Л.Ю. Богачковой, В.В. Давниса]; Волгоград. гос. ун-т, Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж.: Издательство ЦНТИ, 2009. – Ч. 1. – С. 85 - 91. (0,33/0,11 п.л.);

8. Шандра М.И. Оценка ценового риска в рамках коллокационного подхода [текст] / Л.О. Бабешко, М.И. Шандра // Экономическое прогнозирование: методы и модели. Материалы VI Международной научно-практической конференции, 6 апреля 2010 г.: в 2 ч. / [под общ. ред. В.В. Давниса]; Воронеж. гос. ун-т [и др.]. – Воронеж: Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2010. – Ч. 1. – С. 34 - 38. (0,3/0,15 п.л.);

9. Шандра М.И. Определение оптимального объема выборки при оценивании максимальных потерь в рамках рандомизированной коллокации [текст] / М.И. Шандра // Материалы VII Международной научной конференции молодых ученых, аспирантов и студентов «Молодежь и экономика», 22 апреля 2010 г. – Ярославль, ВЭФИ ФУ, 2010. – том IV. – С. 197 - 199. (0,24 п.л.);

10. Шандра М.И. Модели оценки риска в рамках методики VaR: рандомизированная коллокация и *EWMA* [текст] / М.И. Шандра // Математика и ее приложения. Экономическое прогнозирование: методы и модели. Материалы VI Международной научно-практической конференции, г. Орел, 20-21 мая 2011 г. / под общ. ред. В.В. Давниса, А.Н. Зарубина; Воронеж. гос. ун-т [и др.]. – Воронеж: ООО «Воронежский центр новых технологий и инноваций», 2011. – С. 349 - 358. (0,62 п.л.).