**8-9 класс. Вариант 1**

**Задание 1 (10 баллов)**

Зайцы играли в прятки. Изначально три зайца искали всех остальных. Если зайца находят, то он сам начинает искать. Всех зайцев нашли, и они начали обсуждать свои успехи. Оказалось, что 99 зайцев никого не нашли, а остальные нашли по три зайца (одного зайца всегда находит ровно один другой заяц). Сколько всего было зайцев?

**Ответ: 147.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Содержание критерия | Оценка | Баллы |
| Задача решена полностью | **+** | 10 |
| Получен верный ответ, но обоснование неполное | **±** | 6-9 |
| При верном ходе решения допущены арифметические ошибки | $$\mp $$ | 3-6 |
| Получен верный ответ, но обоснование содержит ошибки | $$⨪$$ | 1-2 |
| Решение отсутствует или содержит существенные ошибки | **–** | 0 |

**Задание 2 (10 баллов)**

В очереди стояло $n$ людей, каждый из них получил талон со своим номером в очереди (от 1 до $n$). Гриша влез внутрь очереди без талона. Он сразу заметил несколько фактов:

1. Человек с талоном номер 100 стоял сзади.
2. Спереди от Гриши количество людей на 23 больше, чем сзади.
3. Общее количество цифр на талонах у людей спереди на 25% больше, чем общее количество цифр на талонах у людей сзади Гриши.

После этого Гришу заметили и отправили в самый конец очереди. За это время, кроме Гриши, в очереди люди не уходили и никак не менялись. Сколько людей было в очереди перед приходом Гриши?

**Ответ: 111.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Содержание критерия | Оценка | Баллы |
| Задача решена полностью | **+** | 10 |
| Получен верный ответ, но обоснование неполное (например, составлено верное уравнение, но не указано, на основе чего это сделано) | **±** | 6-9 |
| При верном ходе решения допущены арифметические ошибки, верный ответ не найден | $$\mp $$ | 3-6 |
| Имеется продвижение в решении задачи | $$⨪$$ | 1-2 |
| Решение отсутствует или содержит существенные ошибки | **–** | 0 |

**Задание 3 (12 баллов)**

Разность кубов двух целых чисел равна простому числу $p$. Найдите их произведение.

**Ответ:** $-1$ **или** $\frac{p-1}{3}$**.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Содержание критерия | Оценка | Баллы |
| Задача решена полностью | **+** | 12 |
| Разобраны все возможные случаи, но обоснование содержит пробелы |  | 8-10 |
| Один из случаев не разобран | **±** | 6 |
| В задаче имеется существенное продвижение, но ответ не найден.  | $$\mp $$ | 3-6 |
| Имеется продвижение в решении задачи |  | 1-2 |
| Решение отсутствует или содержит существенные ошибки | **–** | 0 |

**Задание 4 (12 баллов)**

В университете учатся 2023 студента, причём некоторые из них дружат друг с другом (все дружбы взаимны). Могло ли оказаться так, что любые два студента имеют ровно одного общего знакомого среди остальных студентов?

**Ответ: Да.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Содержание критерия | Оценка | Баллы |
| Приведен и обоснован верный ответ | **+** | 12 |
| Получен верный ответ, но обоснование содержит небольшие пробелы | **±** | 6 |
| Ответ не найден и/или не обоснован | **–** | 0 |

**Задание 5 (12 баллов)**

Ненулевые числа $a, b, c$ таковы, что $a^{2}-b^{2}-bc=0 $и $b^{2}-c^{2}-ca=0$. Докажите, что $a^{2}-c^{2}-ab=0$.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Содержание критерия | Оценка | Баллы |
| Задача решена полностью | **+** | 12 |
| Полное доказательство не приведено | **–** | 0 |

**Задание 6 (14 баллов)**

В выпуклом пятиугольнике $ABCDE $ $∠DEA=∠DAC=∠CBA$ и $∠ADE=∠ACB=90^{0}$.Докажите, что прямая $BE$ проходит через центр описанной около треугольника $ACD$ окружности.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Содержание критерия | Оценка | Баллы |
| Задача решена полностью | **+** | 14 |
| Приведено доказательство, но в нем имеются пробелы. | **±** | 6 |
| Полное доказательство не приведено | **–** | 0 |

**Задание 7 (14 баллов)**

Изначально на доске написано число 0. В первый день Волк прибавил число 2 к числу на доске, во второй день Волк еще прибавил $2∙3$ к уже написанному числу на доске и т.д. В *k*-ый день Волк прибавлял к числу на доске произведение первых *k* простых чисел. Найдите все натуральные $n$ такие, что после *n*-ого прибавления на доске оказалась написана степень двойки.

**Ответ:** $n=1$ **и** $n=2$**.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Содержание критерия | Оценка | Баллы |
| Задача решена полностью | **+** | 14 |
| Приведены значения $n=1$ и $n=2$, но доказательство того, что другие значения не подходят содержит пробелы | **±** | 6-8 |
| Приведены значения $n=1$ и $n=2$, но доказательство того, что другие значения не подходят, содержит существенные пробелы | $$\mp $$ | 2 |
| Решение не приведено или содержит существенные ошибки | **–** | 0 |

**Задача 8 (16 баллов)**

В каждой клетке таблицы 10×10 стоит целое число. При каком наибольшем натуральном *k* можно гарантированно утверждать, что из этой таблицы можно по линиям сетки вырезать связную фигуру (возможно, даже всю таблицу), сумма чисел внутри которой делится на *k*? Связной фигурой будем называть такое множество клеток, что от каждой из них можно добраться до любой другой клетки этого множества, перемещаясь каждый раз только в соседнюю по стороне клетку этого множества.

**Ответ:** $k=100$.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Содержание критерия | Оценка | Баллы |
| Задача решена полностью | **+** | 16 |
| Приведены значения $k=100$, и пример для этого случая, но не доказано, k>100 не подходит | **±** | 8 |
| Доказано, что k>100 не подходит, но пример для k=100 не приведен | **±** | 4 |
| Решение не приведено или содержит существенные ошибки | **–** | 0 |