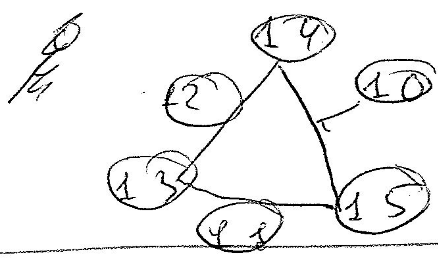
Задача № 1. Требует обоснования

Решение:

числа в вершинах треугольника увеличивают сумму больше, чем на рёбрах. Поэтому в лучшем случае в вершинах стоят 15, 14, 13, если это возможно.

Да, возможно. вот пример:

±



Ответ: 39

Задача №2.

$p \cdot x^2 = |x-1|$

$x > 1$

$p x^2 = x - 1$

$1 - x + p x^2 = 0$

$D = 1 - 4p$

$\frac{1}{4} > p$ тогда 2 решения в этой ветке.

$p = \frac{1}{4}$ тогда одно решение в этой ветке

$x < 1$

$p x^2 = 1 - x$

$-1 + x + p x^2 = 0$

$D = 1 + 4p$

$p = -\frac{1}{4}$ тогда одно в этой ветке

$-\frac{1}{4} < p$ тогда 2 решения в этой ветке

если одно, то надо 2, что нормально $p = \frac{1}{4}$.

если 2, то надо 1, что не корм ($p = -\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{4} > p$) не выполняются одновременно.

Ответ: $p = \frac{1}{4}$

+

Задача № 4.

$(x+2)^4 + x^4 = 82.$

$2x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x - 66 = 0$

корень $x=1$ очевиден.

поэтому делим на $x-1$.

$$
\begin{array}{l|l}
2x^4+8x^3+24x^2+32x-66 & x-1 \\ \hline
-\underline{2x^4-2x^3} & 2x^3+10x^2+34x+66 \\
\quad 10x^3+24x^2 & \\
\quad -\underline{10x^3-10x^2} & \\
\qquad 34x^2+32x & \\
\qquad -\underline{34x^2-34x} & \\
\qquad\quad 66x-66 & \\
\qquad\quad -\underline{66x-66} & \\
\qquad\qquad 0 &
\end{array}
$$

корень -3 очевиден, делим на $(x - -3)$

$$
\begin{array}{l|l}
2x^3+10x^2+34x+66 & x+3 \\ \hline
-\underline{2x^3+6x^2} & 2x^2+4x+22 \\
\quad 4x^2+34x & \\
\quad -\underline{4x^2+12x} & \\
\qquad 22x+66 & \\
\qquad -\underline{22x+66} & \\
\qquad\quad 0 &
\end{array}
$$

$2x^2+4x+22.$

$D = 16 - 4\cdot 2\cdot 22$ отрицателен => нет корней тут.

Ответ: $1; -3$.

Задача N 3.

$$\underbrace{(}_{\text{раз}}\underbrace{300000 \cdot 1{,}01) + 15000)}_{\text{первая}} \underbrace{\cdot 1{,}01 + 15000)}_{\text{вторая}} \underbrace{\cdot 1{,}01 + 15000}_{\text{третья}} \ldots \underbrace{+ 15000}_{\text{n-ная (последняя)}} = 900000$$

раскрыв скобки, мы получим $300000 \cdot 1{,}01^n + 15000 \cdot 1{,}01^{(n-1)} + 15000 \cdot 1{,}01^{(n-2)} + 15000 \cdot 1{,}01^{(n-3)} + \ldots + 15000 = 900000.$

сократим в 1000 раз.

$$300 \cdot 1{,}01^n + 15 \cdot 1{,}01^{(n-1)} + 15 \cdot 1{,}01^{(n-2)} + 15 \cdot 1{,}01^{(n-3)} + \ldots + 15000 = 900000$$

$$300 \cdot 1{,}01^n + 15 \cdot \left(1{,}01^{(n-1)} + 1{,}01^{(n-2)} + 1{,}01^{(n-3)} + 1{,}01^{(n-4)} + \ldots + 1{,}01^0\right) = 900 - 15$$

геометрическая убывающая прогрессия.

найдём её сумму.

$$\underbrace{1{,}01^{(n-1)} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{1{,}01}}}_{\text{сумма до самого конца}} - \underbrace{\left(1{,}01^{-1} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{1{,}01}}\right)}_{\text{сумма последних, начиная с } 1{,}01^{-1}} = 1{,}01^{(n-1)} \cdot \frac{1}{\frac{0{,}01}{1{,}01}} - \left(\frac{1}{1{,}01} \cdot \frac{1}{\frac{0{,}01}{1{,}01}}\right)$$

$$1{,}01^{(n-1)} \cdot \frac{1{,}01}{0{,}01} - \left(\frac{1}{0{,}01}\right)$$

$$1{,}01^{(n-1)} \cdot 101 - 100$$

$$300 \cdot 1{,}01^n + 15 \cdot \left(1{,}01^n \cdot 100 - 100\right) = \cancel{900000}\ 900 - 15$$

пусть $1{,}01^n = N$, то

$$300N + 15 \cdot (N \cdot 100 - 100) = 900000$$

$$300N + 1500N - 1500 = \cancel{900000}\ 885$$

$$1800N = \cancel{901500}\ 2385$$

$$18N = \cancel{9015}\ 23{,}85$$

$$N = \frac{23{,}85}{18} \qquad 1{,}01^n = \frac{23{,}85}{18}$$

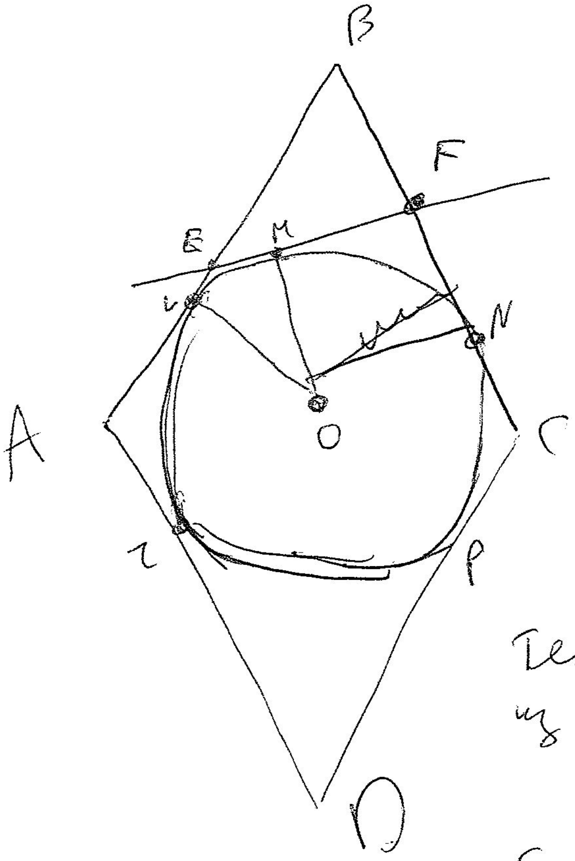
$n = \log \ldots$

$n = 28,2817...$

Значит $n=29$ хватит.

Ответ: 29 месяцев

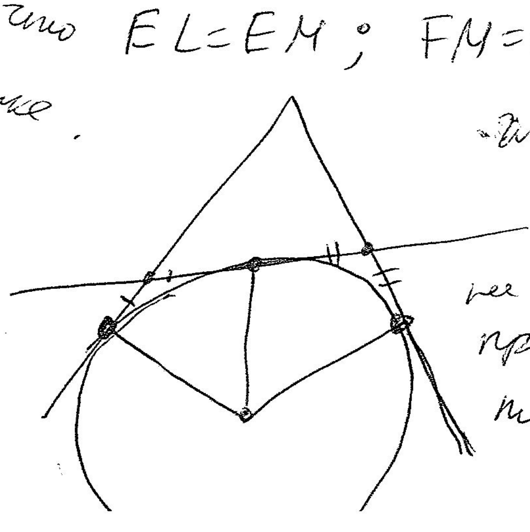
Задача N 8.)



Пусть M – точка касания касательной EF окружности O. Тогда $OM \perp EF$. Так назовём точки касания окружностью AB, BC, CD, DA за L, N, P, r соответственно. Ясно, что $OL \perp AB$, $ON \perp BC$.

Теперь ясно, что $EM = EL$ (теорема 7 класса). Из равенства треугольников ($OL = OM$) $OE = OE$, $\angle OLE = \angle OME$. Аналогично с тем, что $FM = FN$. Равенство треугольников OMF и ONF. $OM = ON = r$. $\angle OMF = \angle ONF$, $OF = OF$.

Теперь знаем, что $EL = EM$; $FM = FN$; $BL = BN$. Отметим это на рисунке.



Отметим $BE = FN$; неверно

$BF = EL$.

не до конца решено, но продвижение есть, не так ли?

Задача №5.

~~дом~~ часть кода - это 21.6. Тогда возможн

216 _ _	100 вариантов
_ 216 _	100 вариантов
_ _ 216.	100 вариантов.

тут никакой ~~два~~ вариант двойки не учитывался, ибо на 3 месте стоит 6; 1 или 2.

21 и 16 = разные части кода

_ 2116	10
21 _ 16	10
2116 _	10.
1621 _	10
16 _ 21	10
_ 1621	10

тоже никакой двойки не учитывал ся, ибо либо 1, либо 4, либо расходится долине

$\pm$

$300 + 60 = 360$

Не учены пересчитанны дважды коды: 2162; ...

Ответ: 360.

Задача №7

п-ый с конца заберёт $\frac{3}{n+2}$ оставшихся денег.

~~неверно~~ т.к. п-ый думает: забираю я $\frac{деньги - a}{n-1} \cdot 3 = a$

$\frac{3денег - 3a}{n-1} = a$.

$3денег - 3a = an - a$

$3денег = an - a + 3a$

$3денег = an + 2a$

$3денег = a \cdot (n+2)$

$\frac{3денег}{n+2} = a$.

значит п-ый забирает $\frac{3}{n+2} \cdot D$ денег, тогда D = денег сейчас в фонде

остаётся

$\cancel{\frac{3}{3}} \cancel{D - \frac{3}{n+2}}$ $D \cdot 1 - D \cdot \frac{3}{n+2}$

$D \cdot \left(1 - \frac{3}{n+2}\right)$

$D \cdot \left(\frac{n+2-3}{n+2}\right)$

$D \cdot \left(\frac{n-1}{n+2}\right)$

тогда след. забирает $\left(D \cdot \frac{n-1}{n+2}\right) \cdot \frac{3}{n+1} = \frac{Dn - D}{n+2} \cdot \frac{3}{n+1} = \frac{3Dn - 3D}{n^2+3n+2}$

(n-1)-ый с конца

забрал п-ый

забрал (n-1)-ый

$\frac{\left(\frac{3}{n+2} \cdot D\right)}{\left(\frac{3Dn-3D}{n^2+3n+2}\right)} = \frac{\left(\frac{3}{n+2}\right)}{\left(\frac{3n-3}{n^2+3n+2}\right)} \quad \frac{3}{\frac{3n-3}{n+1}} = \frac{1}{\frac{n-1}{n+1}} = \frac{n+1}{n-1}.$ Значит n-ный берёт в $\frac{n+1}{n-1}$ раз больше, чем ~~n-1 ый~~ (n-1) с конца.

n+1 ный берёт в

последний взял 1 рыбу, тогда предпосл взял $\frac{3}{1}$, то есть за 1 до предпосл.

взял в $\frac{4}{2}$, то есть до него в $\frac{5}{3}$ больше.

$$190 = 1 \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{4}{2} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{6}{4} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{8}{6} \cdot \frac{9}{7} \cdot \ldots \cdot \frac{n+1}{n-1}$$

$$190 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{6}{8} \cdot \ldots \cdot \frac{n-1}{n+1} = 1.$$

если $n=19$, то

$$190 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot \ldots \cdot \frac{18}{20} \right) = 1.$$

посчитал на калькуляторе. это $\frac{1}{190}$. О, да. n = действительно 19.

(+)

Ответ: 19

Задача N 6.

$x_1 = 20$

$x_2 = 16$

$x_3 = 20 - \frac{1}{16} = \frac{319}{16}.$

$x_4 = 16 - \frac{16}{319} = \frac{5088}{319}.$

$x_5 = x_3 - \frac{1}{\frac{319}{5088}}$

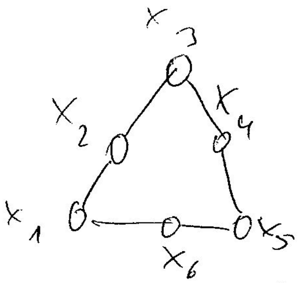
Ясно, что разница там и будет $\frac{1}{16}$ и $\frac{16}{319}$ соответственно

обусловлено тем, что разница там и будет $\frac{1}{16}$ потому, что мы перевёрнутая дробь $\frac{16}{1}$, получили $\frac{1}{16}$ и т. д.

мнения $x_1, x_3, x_5, \ldots$ сходимы станет = 0. Это из-за того, что через 320 шагов отнимая по $\frac{1}{16}$, получим 0. $320 + 2 = 322$ 320 шагов нам позволит дойти до ~~64~~ 1 числа. в мнении $x_2, x_4, \ldots$ отнимая по $\frac{16}{319}$, нужно 319 раз постоянно. Т.е позволяет 322
... мнения ... 640 ... Ответ: 641

Задание 1.

Решение.



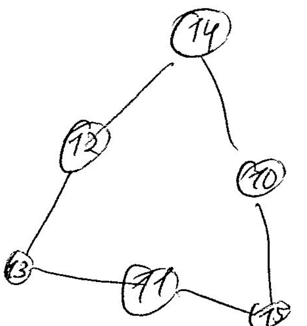
~~Если мы просуммируем~~

Пусть x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 и x_6 – числа, стоящие на указанных позициях. При этом x_n, где $n \in [1;6]$, $n \in Z$, находится в промежутке $[10; 15]$ и $x_n \in Z$. Известно, что $x_1+x_2+x_3=x_3+x_4+x_5=x_1+x_6+x_5$

Найдём максимальную общую сумму ~~во всех строках~~ всех строк:

$S=x_1+x_2+x_3+x_3+x_4+x_5+x_5+x_6+x_1=(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6)+x_1+x_3+x_5$.

Известно, что $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=10+11+12+13+14+15=75$, то $S=75+x_1+x_3+x_5$. Сумма максимальна, когда $(x_1+x_3+x_5)$ максимальна, а это возможно, когда на позициях x_1, x_3, x_5 стоят числа 13, 14, 15 (самые большие). То $S=75+15+14+13=90+24=114$, тогда $S_{строки}=\frac{114}{3}=39$ – максимальная сумма. Проведём пример:



Сумма везде 39.

Ответ: 39.

Задание 2.

Решение.

$px^2=|x-1|$ ~~при x~~

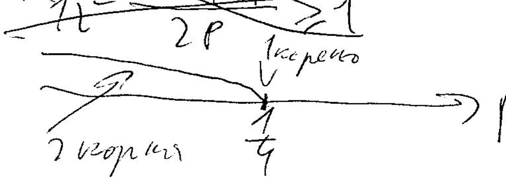
1. при $x \geq 1$,

$px^2=x-1$

$px^2-x+1=0$

$D=1-4p$, $p \in (-\infty; \frac{1}{4}]$

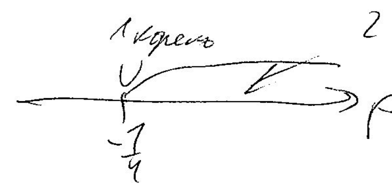
~~$x_{1,2}=\frac{1 \pm \sqrt{1-4p}}{2p} \geq 1$~~



2. при $x<1$

$px^2-1+x=0$

$D=1+4p$, $p \in (-\frac{1}{4}; +\infty)$.



, то три корня при $p=-\frac{1}{4}$ и $p=\frac{1}{4}$.

проверим исключения по

При $p=-\frac{1}{4}$,

$x=\frac{1\pm\sqrt{1-\frac{1}{4}\cdot 4\cdot(-1)}}{2\cdot(-\frac{1}{4})}$;

$x_1=\frac{1+\sqrt{2}}{-\frac{1}{2}}=-2-2\sqrt{2}<0$, то не подходит.

При $p=\frac{1}{4}$

$x=\frac{1}{\frac{1}{2}}=2>1$

$x_{12}=\frac{-1\pm\sqrt{1+4\cdot\frac{1}{4}}}{2\cdot\frac{1}{4}}$

$x_1=(-1+\sqrt{2})\cdot 2$, $x_2=(-1-\sqrt{2})\cdot 2<1$

$\cancel{-2}+2\sqrt{2} \vee 1$

$2\sqrt{2} \vee 3$

$8<9$, то подходит.

Ответ: $p=\frac{1}{4}$.

Задание 4.

Решение

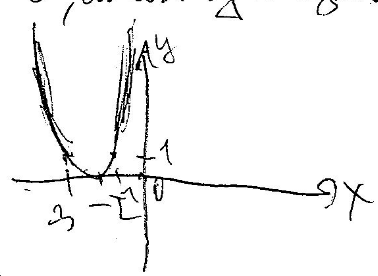
$(x+2)^4+x^4=82$

$(x+2)^4=82-x^4$, ~~заметим, что $(x+2)^4$ имеет вид функции~~

Пусть $(x+2)^4=f(x)$, а $82-x^4=g(x)$.

$f'(x)=4\cdot(x+2)^3\cdot 1=0$ то $f(x)$ имеет один излом при $x=-2$, на $x\le-2$ убывает, далее возрастает

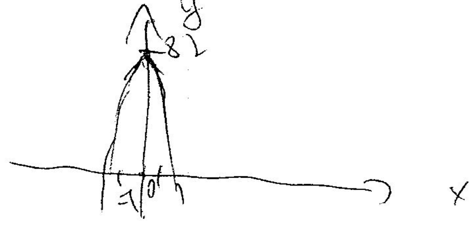
Значит $f(x)$ имеет вид:



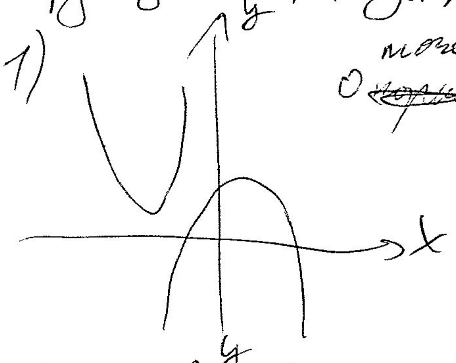
Рассмотрим $g(x)$:

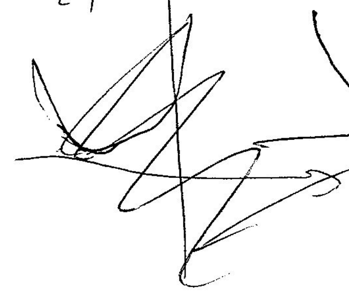
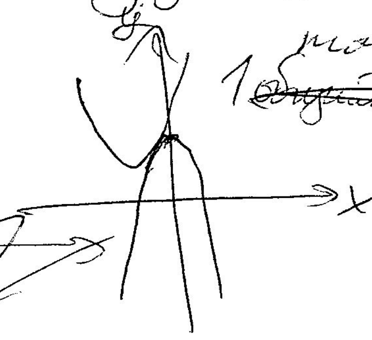
$g'(x)=-4x^3=0$, $x=0$ – имеет одну точку излома, на $x\le0$ возрастает, на $x>0$ убывает.

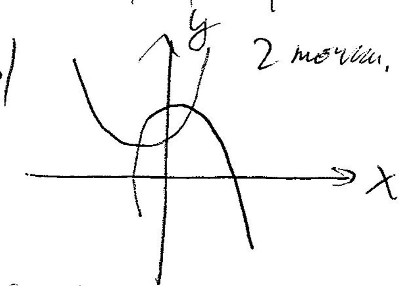
имеет вид:



~~Чтобы~~ Тогда функции $f(x)$ и $g(x)$ имеют не более двух ~~общих корней~~ точек пересечения:

1)  0 ~~корней~~ точек

2)   1 ~~общий корень~~ точка

3)  2 точки.

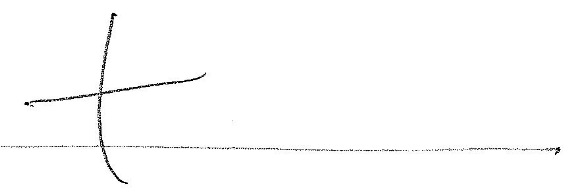
Найдём эти точки методом подбора: $x_1 = -3$:

$(-1)^4 + (-3)^4 = 1 + 81 = 82$

$x_2 = 1$

$3^4 + 1^4 = 81 + 1 = 82$

Ответ: $x = 1, x = -3$



Задание 5

Не учтены повторяющиеся дважды коды: 21621; ...

Решение.

Пусть x и y — ~~натуральные~~ числа. Рассмотрим возможные комбинации:

1) $\overline{xy216}$; 2) $\overline{x216y}$; 3) $\overline{216xy}$

4) $\overline{x2116}$; 5) $\overline{2116x}$; 6) $\overline{x1621}$; 7) $\overline{1621x}$; 8) $\overline{16x21}$; 9) $\overline{21x16}$.

±

Числа x и y могут принимать 10 значений (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9). При этом комбинации 1), 2), 3) могут иметь 100 значений каждая, где $x=0, y=0$; $x=1, y=0$ ... $x=9, y=9$. Комбинации 4), 5), 6), 7), 8), 9) могут иметь 10 значений каждая. $x=0, x=1 \ldots x=9$, то

$n = 100 + 100 + 100 + 10 \cdot 6 = 360$

Ответ: 360.

Задание 3.

Решение.

+

Пусть S — сумма денег, ~~через n месяцев~~. ~~$S = 1{,}01^n \cdot 30000$~~ Каждый месяц начисление $\sqrt[12]{1{,}12} \approx 1{,}0095$, то за n месяцев $S = 1{,}0095^n \cdot 300000 + 15000 \cdot (1{,}0095^n - 1) = 900000$

$1,0095^n \cdot 300 - 1548,9444 + 1548,9444 \cdot 1,0095^n = 900$

$1,0095^n = \frac{2448,9444}{1848,9444} \approx 1,32$, то $n = \log_{1,0095} 1,32 \approx 29$, то

$n = 30$

Ответ: 30.

?, ч? у?

Задание № (4) 7.

Решение.

Рассмотрим задачу с конца. Пусть x_n — сумма денег у последнего, то $190 x_n = x_1$. Известно что $x_{n-1} = 3x_n$, $+ x_n = 4x_n$ — доход ~~первого~~ двух последних бизнесменов и предпоследний заработал в 3 раза больше, чем последний. Пусть, для удобства $x_n = 1$ (на смысл задачи не влияет), то:

x_{n-2} 6 $+ 4 = 10$ — доход последних трёх, т.к. $\frac{4}{2} \cdot 3 = 6 = x_{n-2}$

$10 + 10 = 20$ — доход последних четырёх (далее без „последних"), т.к. $10 = \frac{10}{3} \cdot 3 = x_n$

$15 + 20 = 35$ — пяти, т.к. $15 = \frac{20}{4} \cdot 3 = x_{n-4}$

$21 + 35 = 56$ — шести, т.к. $21 = \frac{35}{5} \cdot 3$

$28 + 56 = 84$, — семи, т.к. $\frac{56}{6} \cdot 3 = 28$

где?

$36 + 84 = 120$ — восьми, т.к. $\frac{84}{7} \cdot 3 = 36$ заметим, что это арифм. прогрессия,

~~$a_1 = 6 + 1 + 2(n-1)$~~ $\{x_n\}$ — последовательность сумм арифметической прогрессии, но это надо обосновать.

~~$a_n = 190$~~ $x_1 = \cancel{x_n + x_{n-1} + \dots + x_2}$ $x_n + (x_{n-1} - x_n) + (x_{n-2} - x_{n-1}) \dots =$

$= 1 + (3-1) + (6-3) + (10-6) + (15-10) \dots = 1 + 2 + 3 + \dots + n = 190$, то

$n = 19$

±

Ответ: 19 бизнесменов.

Задание 15б.

Решение.

$x_{n+2} = x_n - \frac{1}{x_{n+1}}$ Последовательность имеет конец когда

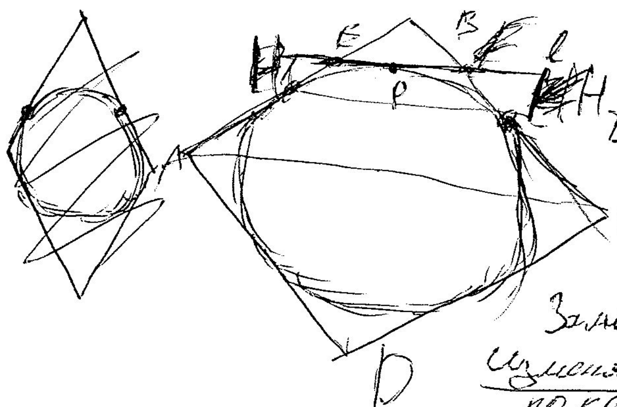
$x_{n+1} = 0$, то $x_{n-1} = \frac{1}{x_n}$, то либо $x_{n-1} = x_n = 1$, либо

$x_{n-1} = x_n = -1$ по т. Коши.

Заметим, что $x_1 > x_2$, $x_2 < x_3$ и т.д., то $x_{n+1} = x_n$. При этом $x_3 = 20 - \frac{1}{14} =$

А $x_4 = 16 - \frac{1}{19{,}9375} \approx 15{,}949$, то одно из чисел снижается по 0,0625, а другое на $\approx$ 0,0502, то они сравняются при числе n
$20 - 0{,}0625n = 16 - 0{,}0502n$
$4 = 0{,}0123n$
$n \approx 325$ $n = 322$ ±
Ответ: 325 членов.

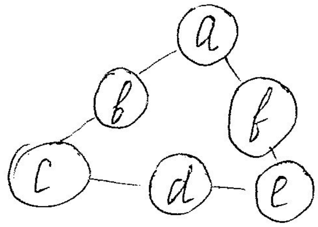
Задание № 8.
Решение.



Решим задачу при помощи динамической инвариантности. Пусть H_1 и H_2 — точки касания со сторонами ромба. Пусть P — точка касания l окружности.
Заметим, что произведение $AE \cdot FC$ инвариантно при выборе касательной l.
по какой переменной? Почему?
Рассмотрим ~~две точки~~ два случая:
1) Когда P стремится в точку H_1, то $AE = AH_1$, $FC = BC$
2) когда P стремится в точку H_2, то $AE = AB$, $FC = H_2C$
Итак, $AB = BC$, т.к. ABCD — ромб. $H_1B = BH_2$, т.к. отрезки касательных, тогда
$\triangle BH_1H_2 \sim \triangle ABC$ (по двум сторонам и углу ABC), то $\angle BH_1H_2 = \angle BAC = \angle BH_2H_1 = \angle BCA$, то
$H_1H_2 \parallel AC$, то AH_1H_2C — трапеция, где $\angle H_1AC = \angle H_2CA$, и $AH_1 = H_2C$.
Тогда $AH_1 \cdot BC = H_2C \cdot AB = EA \cdot FC$, т.к. $AH_1 = H_2C$, $BC = AB$, то из рассмотрения двух случаев согласно инвариантности значения произведения следует, что
$EA \cdot FC$ одинаково при любой l, что и требовалось доказать.

Чистовик

Задание 1.



$$\left.\begin{aligned} a+b+c&=Q\\ a+f+e&=Q\\ c+d+e&=Q\end{aligned}\right\}\quad \begin{aligned} &a+b+c+a+f+e+c+d+e=Q\\ &a+c+e+\underbrace{(a+b+c+d+e+f)}_{10+11+12+13+14+15=75}=3Q\end{aligned}$$

~~Не доказано, что 39 — максимально возможная сумма~~

$$a+c+e+75=3Q$$
$$a+c+e=3(Q-25)$$

$a+c+e$ – делится на 3

Существует 3 способа:

1. Когда 3 числа a, c, e делятся на 3, но у нас таких числа два – 12 и 15

Способ не подходит

2. Когда a, c, e не делится на 3, а делится их сумма $(a+c+e)$

у нас 4 числа, которые не делятся на 3 – 10, 11, 13, 14

$$\left.\begin{aligned} 10+11+13&=34\\ 10+11+14&=35\\ 11+13+14&=37\end{aligned}\right\}\text{ не делится на 3}$$

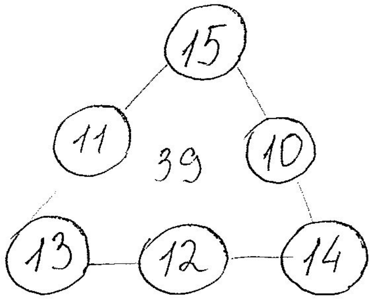
Способ не подходит

3. Когда одно из чисел a, c, e делится на 3, и сумма двух других также делится на 3

4 варианта

10 11 15	$10+11=21$	$36=3Q-75$	$3Q=111$	$Q=37$
10 13 15	$10+13=23$	$38=3Q-75$	$3Q=113$	$Q=37\frac{2}{3}$
10 14 15	$10+14=24$	$39=3Q-75$	$3Q=114$	$Q=38$
13 14 15	$13+14=27$	$42=3Q-75$	$3Q=117$	$Q=39$

Наибольшее (максимальное) значение 39



Ответ: 39

Задание 2:

$px^2 = |x-1|$

если $x - 1 \leq 0 \Rightarrow px^2 = x - 1$

$x < 1 \Rightarrow px^2 = -x + 1$

$$\begin{cases} px^2 = x - 1 \\ x \geqslant 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} px^2 - x + 1 = 0 \\ x \geqslant 1 \end{cases}$$

$D = 1 - 4p$

$$\begin{cases} x_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{1-4p}}{2p} \\ x \geqslant 1 \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} px^2 + x - 1 = 0 \\ x < 1 \end{cases}$$

$D = 1 + 4p$

$$\begin{cases} x_{1,2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+4p}}{2p} \\ x < 1 \end{cases}$$

Рассмотрим 2 случая:

1 случай $p = \frac{1}{4}$

$x_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{0}}{\frac{1}{2}} = 2$

(по условию $x \geqslant 1$)

подходит

$x_{1,2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{2}}{\frac{1}{2}} = -2 \pm 2\sqrt{2}$

(по условию $x < 1$)

подходит

2 случай $p = -\frac{1}{4}$

$x_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{2}}{-\frac{1}{2}} = -2 \pm 2\sqrt{2}$

по условию $x \geqslant 1$)

не подходит

$x_{1,2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{0}}{-\frac{1}{2}} = 2$

(по условию $x < 1$)

не подходит

+

Ответ: $\frac{1}{4}$

Задание 3:

$S = 900\,000$

$S_0 = 300\,000$

$d = 15\,000$

Ежемесячно $- \frac{12\%}{12} = 1\%$

Месяцев $- ?$

Решение:

1 месяц $- S_0$

2 месяц $- S_0 \cdot 1{,}01 + d$

3 месяц $- (S_0 \cdot 1{,}01 + d) \cdot 1{,}01 + d$

4 месяц $- ((S_0 \cdot 1{,}01 + d) \cdot 1{,}01 + d) \cdot 1{,}01 + d =$

$= S_0 \cdot (1{,}01)^3 + d((1{,}01)^2 + 1{,}01 + 1)$

это 1-й месяц

Для n-ого:

$$S_0 \cdot (1{,}01)^{n-1} + d\underbrace{(q^{n-2} + q^{n-3} \ldots + q^0)}_{\text{сумма геометрической прогрессии}}$$

K-ый член геометрической прогрессии

$b_k = b_1 \cdot q^{k-1}$

$b_1 = 1 \quad q = 1{,}01$

Сумма k члена:

$S_k = b_1 \frac{q^k - 1}{q - 1}$

У нас сумма $(n-1)$ члена

$$\frac{q^{n-1} - 1}{q - 1}$$

$$S_0 \cdot (1{,}01)^{n-1} + d \frac{q^{n-1} - 1}{q - 1} = S_0 \cdot (1{,}01)^{n-1} + d \frac{(1{,}01)^{n-1} - 1}{1{,}01 - 1} =$$

$$= S_0 \cdot (1{,}01)^{n-1} + 100 \cdot d((1{,}01)^{n-1} - 1) = S_0 \cdot (1{,}01)^{n-1} + 100d(1{,}01)^{n-1} - 100d =$$

$$= (1{,}01)^{n-1}(S_0 + 100d) - 100d = S = 900\,000$$

$$(1{,}01)^{n-1} = \frac{S + 100d}{S_0 + 100d} = \frac{900\,000 + 1500000}{300\,000 + 1500000} = \frac{2400000}{1800000} = \frac{4}{3}$$

$$n - 1 = \log_{1{,}01} \frac{4}{3} = \frac{\ln \frac{4}{3}}{\ln 1{,}01} \doteq 28{,}911$$

$n = 29{,}911$

Ответ: 30

Задание 4:

$$(x+2)^4 + x^4 = 82$$

$$y = x + 1$$

$$(y+1)^4 + (y-1)^4 = 82$$

$$(y^2+2y+1)(y^2+2y+1) + (y^2-2y+1)(y^2-2y+1) =$$

$$(y^4+2y^3+y^2+2y^3+4y^2+2y+y^2+2y+1)+(y^4-2y^3+y^2-2y^3+4y^2-2y+y^2-2y+1) =$$

$$(y^4+\cancel{4y^3}+6y^2+\cancel{4y}+1)+(y^4-\cancel{4y^3}+6y^2-\cancel{4y}+1) = 2y^4+12y^2+2$$

$$2y^4+12y^2+2 = 82$$

$$2y^4+12y^2-80 = 0 \quad |:2$$

$$y^4+6y^2-40 = 0$$

$$y^2 = z$$

$$z^2+6z-40=0$$

$$D = 36+160 = 196 = 14^2$$

$$z_1 = \frac{-6+14}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$z_2 = \frac{-6-14}{2} = \frac{-20}{2} = -10$$ (т.к $z = y^2$; этот корень не подходит)

$$y^2 = z = 4$$

$$y = \pm 2$$

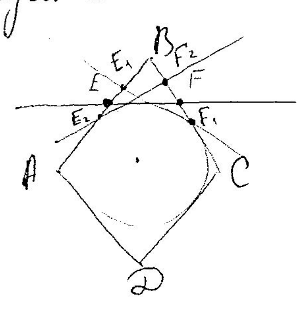
$$y = x+1$$

$y_1 = 2$, $2 = x+1$, $x_1 = 1$

$y_2 = -2$, $-2 = x+1$, $x_2 = -3$

Ответ: 1 ; -3

Задание 8:



Дано:
Ромб ABCD
Окружность (O), вписанная в ромб

Док-ть:
$AE \cdot FC$ — не зависит от касательной

Задание 5.

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
2	1	1	6	·
·	2	1	1	6
2	1	·	1	6
1	6	2	1	·
·	1	6	2	1
1	6	·	2	1

1

Имеем 6 вариантов комбинации / перестановки чисел 21 и 16
На месте пропуска могут быть числа от 0 до 9 (10 чисел) =>
=> чтобы подобрать код необходимо рассмотреть
$6 \cdot 10 = 60$ вариантов

Ответ: 60

Примечание: из условия полагаем, что 21 и 16 - это разные числа, что комбинацию 216 не учитываем
(Если все же ее учитывать, то необходимо перебрать 356 вариантов)

Задание 6:

$X_1, X_2 \ldots X_N$

$$X_{n+2} = X_n - \frac{1}{X_{n+1}} \qquad 1 \leq n \leq N-2$$

$X_1 = 20$; $X_2 = 16$

$$X_{1+2} = X_3 = 20 - \frac{1}{16} = \frac{20 \cdot 16 - 1}{16} = \frac{319}{16}$$

$$X_{2+2} = X_4 = 16 - \frac{1}{\frac{319}{16}} = 16 - \frac{16}{319} = \frac{16 \cdot 319 - 16}{319} = \frac{16(319-1)}{319} = \frac{16 \cdot 318}{319}$$

$$= \frac{16(16 \cdot 20 - 2)}{(16 \cdot 20 - 1)}$$

$$x_{3+2} = \frac{\ldots}{16} - \frac{1}{\frac{16\cdot 318}{319}} = \frac{319}{16} - \frac{319}{16\cdot 318} = \frac{319\cdot 318 - 319}{16\cdot 318} = \frac{319(318-1)}{16\cdot(318)} = \frac{319\cdot 317}{16\cdot 318} =$$

$$= \frac{(16\cdot 20-1)(16\cdot 20-3)}{16(16\cdot 20-2)}$$

$$x_{4+2} = x_6 = \frac{16\cdot 318}{319} - \frac{1}{\frac{319\cdot 317}{16\cdot 318}} = \frac{16\cdot 318}{319} - \frac{16\cdot 318}{319\cdot 317} = \frac{16\cdot 318\cdot 317 - 16\cdot 318}{319\cdot 317} = \frac{16\cdot 318(317-1)}{319\cdot 317}$$

$$= \frac{16\cdot 318\cdot 316}{319\cdot 317} = \frac{16(16\cdot 20-2)(16\cdot 20-4)}{(16\cdot 20-1)(16\cdot 20-3)}$$

$$x_{2k} = \frac{16(16\cdot 20-2)(16\cdot 20-4)\ldots(16\cdot 20-2k+2)}{(16\cdot 20-1)(16\cdot 20-3)\ldots(16\cdot 20-2k+3)}$$
$k = 1, 2 \ldots$

$$x_{2k+1} = \frac{(16\cdot 20-1)(16\cdot 20-3)\ldots(16\cdot 20-2k+1)}{16(16\cdot 20-2)(16\cdot 20-4)\ldots(16\cdot 20-2k+2)}$$

$16\cdot 20-2k+2=0$?

$16\cdot 20-2k+3=0$ } не разрешено

$16\cdot 20-2k+1=0$ } для целых чисел

$16\cdot 20-2k+2=0$

$2k = 322$

$\Rightarrow k = 161 \Rightarrow N = 322$

Ответ: 322

+

Задание 7:

N – кол-во бизнесменов

D_i – часть прибыли i-го бизнесмена, который забирал ее, становясь директором

D – изначальная прибыль:

1) Составим систему уравнений, в которой будет N членов

$$(1)\begin{cases} 1: \left(\frac{D-D_1}{N-1}\right)\cdot 3 = D_1 \\ 2: \left(\frac{D-D_1-D_2}{N-2}\right)\cdot 3 = D_2 \\ 3: \left(\frac{D-D_1-D_2-D_3}{N-3}\right)\cdot 3 = D_3 \\ \ldots \\ (N-1): \left(\frac{D-D_1\ldots D_{N-1}}{\underbrace{N-(N-1)}_{=1}}\right)\cdot 3 = D_{N-1} \\ (N): (D-D_1\ldots D_{N-1})\cdot 190 = D_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3(D-D_1) = (N-1)D_1 \\ 3(D-D_1-D_2) = (N-2)D_2 \\ 3(D-D_1-D_2-D_3) = (N-3)D_3 \\ \ldots \\ 3(D-D_1\ldots D_{N-1}) = D_{N-1} \\ (D-D_1\ldots D_{N-1})\cdot 190 = D_1 \end{cases}$$

2) найдем разность 1 и 2; 2 и 3; 3 и 4

$$D_2 = \frac{N-1}{N+1}D_1$$

$$D_3 = \frac{N-2}{N}D_2 = \frac{(N-2)(N-1)}{N(N+1)}$$

$$D_4 = \frac{N-3}{N-1}D_3 = \frac{(N-3)(N-2)\cancel{(N-1)}}{\cancel{(N-1)}(N(N+1))} =$$

$$= \frac{(N-3)(N-2)}{N(N+1)} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ общий вид для D_i:

$$(2)\quad D_i = \frac{(N-(i-2))(N-(i-1))}{N(N+1)}D_1$$

3) Из (1) системы возьмем уравнение под номером N и $N-1$, получим:

$$\frac{190}{3}D_{N-1} = D_1$$

Из (2): $D_{N-1} = \frac{(N-(N-2))(N-(N-1))}{N(N+1)}D_1 = \frac{3\cdot 2}{N(N+1)}D_1$

Итог: $\frac{190}{3}\cdot\frac{6}{N(N+1)}D_1 = D_1$

$$\frac{380}{N(N+1)} = 1$$

4) $N(N+1) = 380$

$N^2 + N - 380 = 0$

$D = 1 + 1520 = 1521 = 39^2$

$N_1 = \frac{-1+39}{2} = \frac{38}{2} = 19$

$N_2 = \frac{-1-39}{2} = \frac{-40}{2} = -20$

+

Ответ: 19