ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ -ФИНАНСИСТ!
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

9361-12

Код участника

БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

Ответ на задание 1
а) доказано на чистовике б) 4035
Ответ на задание 2
811 638
Ответ на задание 3
$\frac{1}{2}$
Ответ на задание 4
$2018 > \underbrace{a^{a^{\cdots^{a}}}}_{2018}$
Ответ на задание 5
11,25
Ответ на задание 6
Нет.
Ответ на задание 7
$\sqrt{\frac{238+105\sqrt{3}}{14}} = AC$.
Ответ на задание 8
~~$n=2$, $n=1$~~ ~~[illegible]~~ Все числа вида 2^{k}, $k \geq 1$.

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ -ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

9361-12

Код участника

ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

Номер задания	Максимальная оценка	Оценки проверяющих		Итоговая оценка
		Первый проверяющий	Второй проверяющий	
1	10	~~8~~	10	10
2	10	5	5	5
3	12	0	0	0
4	12	10	12	12.
5	12	2	2.	2.
6	14	0	0	0
7	14	14	14	14
8	16	0	0	0
ИТОГО	100	~~39~~	43	43

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Задание 1 Чистовик.

а) Пусть у нас есть прогрессия $\{a; a+d; a+2d; a+3d; a+4d; \ldots; a+2018d\}$. После данной операции мы получим $\{\frac{2a+d}{2}; \frac{2a+2d}{2}; \frac{2a+3d}{2}; \ldots; \frac{2a+4035d}{2}\}$ = так как перед a коэфф. равен $\boxed{1+1=2}$ а перед $d \in \{1; \frac{2}{2018+2017}\}$ Это все числа, которые можн. получить.

$\{a+0{,}5d; a+d; d+1{,}5d; a+2d; \ldots; a+2017{,}5d\}$.

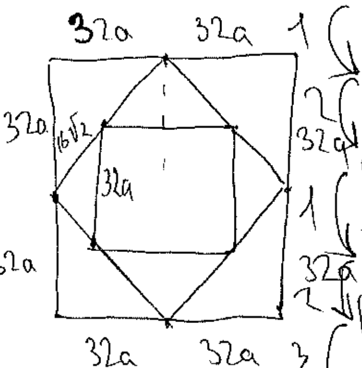
а) ± +

Заметим, что они отличаются на $\frac{d}{2}$ => Это арифм. прогрессия.

б) Количество чисел равно 2018+2017 = 4035. Так как числа вида $a+nd$; a и d - постоянный => количество зависит от количества n. Оно равно 4035.

б) +

Задание 5



$P_{кв1} = 256a$

1 $P_{кв2} = \frac{256}{\sqrt{2}}a = 128\sqrt{2}a$.

2 $P_{кв3} = \frac{128\sqrt{2}a}{\sqrt{2}} = 128a$.

1 $P_{кв4} = 64\sqrt{2}a$

2 $P_{кв5} = 64a$

3 $P_{кв6} = 32\sqrt{2}a$

4 $P_{кв7} = 32a$

5 $P_{7} = \cancel{32}\ 16\sqrt{2}a$.

$$\frac{(3\sqrt{2}-3)4}{\sqrt{2}} + \frac{(3\sqrt{2}-3)4}{2} + \frac{(3\sqrt{2}-3)^4}{2\sqrt{2}} + \frac{(3\sqrt{2}-3)^4}{4} + \frac{(3\sqrt{2}-3)^4}{4\sqrt{2}} + \frac{(3\sqrt{2}-3)4}{8} + \frac{(3\sqrt{2}-3)^4}{8\sqrt{2}} + \frac{(3\sqrt{2}-3)^4}{16}.$$

∓

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик.

Задание 5

Можем вынести $(3\sqrt{2}-3)4\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2\sqrt{2}}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4\sqrt{2}}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8\sqrt{2}}+\frac{1}{16}\right)=$

$=(3\sqrt{2}-3)4\left(\frac{8}{8}+\frac{4}{8}+\frac{2}{8}+\frac{1}{8}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\right)=3\cdot\cancel{4}(\sqrt{2}-1)\cdot\frac{15}{\cancel{8}2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\right).$

$\cancel{\frac{45}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{45}{4}}$ $(3\sqrt{2}-3)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\right)\frac{15}{2}=$

$=\left(3+\frac{3}{\sqrt{2}}-\frac{3}{\sqrt{2}}-\frac{3}{2}\right)=\frac{15}{2}\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{45}{4}$. Ответ: 11,25.

Задание 4.

$a=\sqrt[2018]{2018}>1$

$2018=a^{2018}$

$\cancel{20}$ $a^{a^{a\cdots a}}$

2018 ? $a^{a^{a^{a\cdots a}}}$

a^{2018} ? $a^{a^{a^{a\cdots a}}}$, основания одинаковые.

$\Rightarrow$ нужно сравнить степени $\Rightarrow 2018$? $\underbrace{a^{a^{a\cdots a}}}_{2017}$, проделаем эту операцию 2016 раз $\Rightarrow a^{2018}$? a^{a} $2018>a\Rightarrow$.

$2018>\underbrace{a^{a^{a\cdots a}}}_{2018}$.

+

Задание 2.

Ответ: 811 638 Решая уравнение $2019\alpha=2014\beta+2010$.

$\alpha=402$ Стр. 2 из 3

не доказано, что число наименьшее

$\frac{+}{2}$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик.

Задание 8

Рассмотрим места, куда они будут садиться:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11
1 2 4 7 11 16 22 29 37 46 56 67. 79

Если взять какой-то d и остатки этих чисел на d должно получится числа от 1 до d. ~~Но такое~~ Но такое возможно только при $d = 2^k$, $k \in \mathbb{N}$.

$d = 1$ – не подходит, т.к. $d \geq 2$.

$1 \to 2 \to 1$.

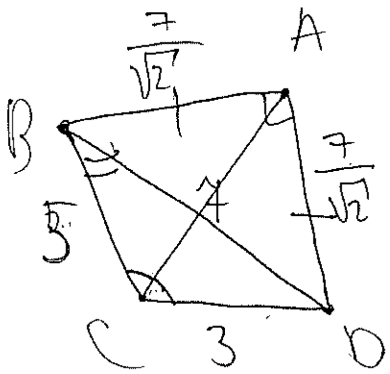
последовательность мест задаётся так –

$a_0 = 1$ $\quad a_{n+1} = a_n + n + 1$

$a_1 = 2$

$a_2 = 4$

Задание 7.



По Т.cos найдем

$BD^2 = 25 + 9 + 15 = 7^2$.

$BD = 7$ –

Найдем cos CBD

$9 = 25 + 49 - 70\cos(\angle BCD)$

$\cos \angle BCD = \frac{65}{70} = \frac{13}{14}$. $\quad \sin(\angle BCD) = \frac{3\sqrt{3}}{14}$

По т. cos-а для $\triangle CBA$ получим, что $\left(\frac{7}{\sqrt{2}}\right)^2 + 25 - 35\cos ABC = AC^2$.

$\cos ABC = \cos(45 + \angle CBD) = \frac{13}{14\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{3}}{14\sqrt{2}}$.

$\Rightarrow AC^2 = \frac{99 \cdot 7 - 35 \cdot 13 + 35 \cdot 3\sqrt{3}}{14} \Rightarrow AC = \sqrt{\frac{238 + 105\sqrt{3}}{14}}$.

$\boxed{\text{Задание 6}}$

свободная члене

~~То~~ Пусть это полный квадрат, тогда ~~для~~ в ~~ε~~ должны быть множители 3 и 673, но из первого условия там для может быть таких членов.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

$11\cdot 12 = 122$. $11\cdot 11 - 1$

№1. $p(11) = 10$

121
11
132

$8(3\sqrt{2}-3)(2\sqrt{2}+(3\sqrt{3}-3))2+$

$(3\sqrt{2}-3)(2\sqrt{2}+2+\sqrt{2}+1)$

$a, a+d, a+2d, \dots, a+2018d$.

$2a+d, 2a+2d, 2a+3d, \dots, 2a+4035d$.

$(3\sqrt{2}-3)4\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$

1 905

$a; a+0,5d; a+d; a+1,5d; \dots; a+2017,5d$.

Ответ: 4035 чисел.

№2.

$\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\right)+\dots$

$a = 2019b$.

$a = 2014w + 2010$.

$2019b = 2014w + 2010$.

$b \vdots 2$.

2019
4038
6057
8076
10095

12114
− 2010
10104

$2014 | 3$
-18

$\frac{1}{8}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\right)$.

$2019 = \left(\frac{21}{\sqrt{2}}+2\right)$

$\left(1+\frac{4}{8}+\frac{2}{8}+\frac{1}{8}\right)$

673

600

$219 | 3$, 73

$(3\sqrt{3}-3)\left(\frac{15}{\cancel{8}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\right)$

2014×12:
4038
2014
24178
− 2010
22168
− 2014
2028

$2028 : 2014 = 1$

2014×16:
12084
2014
32224

2014×11:
2014
2014
22154

32224
− 2010
30214
− 2014
10074

$30214 : 2014$

$\cancel{2019 \times 8}$

2019×8:
$16000 + 152$

16152
− 2010
14142

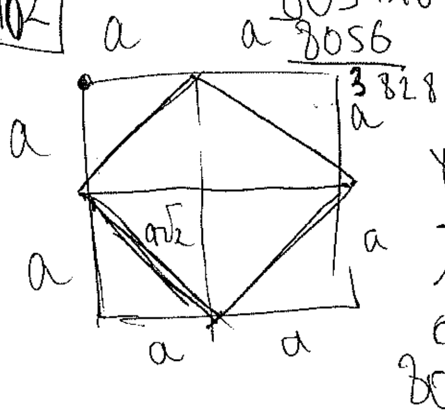
$14142 : 2014$.

Задание $\boxed{4}$

811 638 − 2010

$$\begin{array}{r|l} 811\,638 & 2019 \\ -8076 & \boxed{402} \\ \hline 4038 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 809428 & 2014 \\ -8056 & \\ \hline 3828 & 8056 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} \times\ 2014 \\ 407 \\ \hline 14098 \\ 0000 \\ 8056 \end{array}$$

98

2018 $\qquad \sqrt{2018}$

$a^{a^{a^{\cdot^{\cdot^{a}}}}}$

2018.

$\times\ \cancel{402}$

$\left(\sqrt[2018]{2018}\right)^{\cancel{2018}}$ $\qquad \left(\sqrt[2018]{2018}\right)^{a^{a^{\cdot^{\cdot^{a}}}}}$

$407\sqrt{2}$

$$\begin{array}{r} \times\ 2019 \\ 400 \\ \hline 807600 \\ 4038 \\ 811638. \end{array}$$

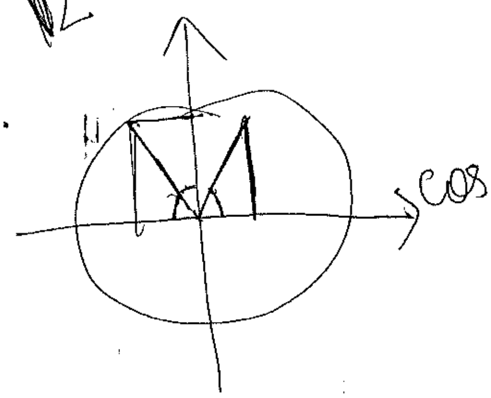
$\dfrac{8a}{\sqrt{2}}$

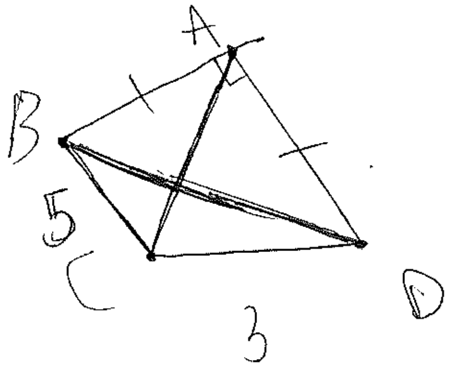
8116

$\cancel{ax^2+bx+c}$

$p(11) = 10.$

$p(2019)$





$\frac{1}{2}.$

$BD^2 = 25+9-\frac{30}{2} = 19$

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

1 2 3 4

ax+в=10.

11a+в=10.

2019a+в=0.

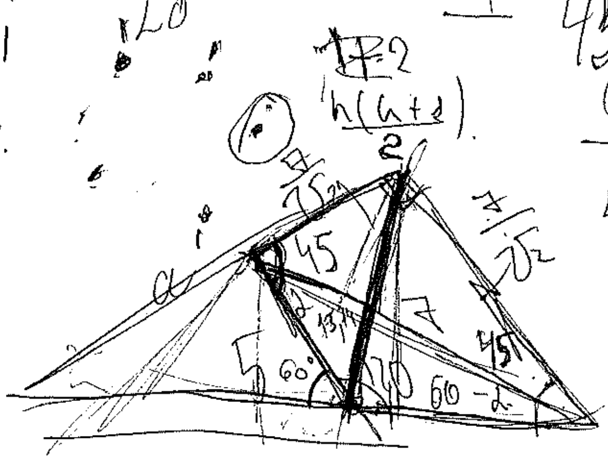
2008a = в-10.

$\frac{49}{20}$+25-

105-2

45+2

$\frac{a}{5}$ = k



11a+в

2008a =

a : ~~2018~~ 2008.

$\frac{a}{a}$ = 1.

5sin60a = 5^3

9=25+49-70cos2.

11x+в=10
~~2019~~ ~~2008a~~+в=
2019 x+в=

5sin60.

2

2008x = 2-10

2-86
3-6024
4-
5-20

4016

64 × 64
256
384
4096

6024=546
6084

78 × 78

560
66
6

70cos2=65.

4920
36
546

cos2 = $\frac{13}{14}$.

$\frac{49}{2}$

7,7

cos(2+β)=cos2 cos β - (x-y)^2 -xy+3x+3y+7.

18+3y=6y.

12048

196-169=27.

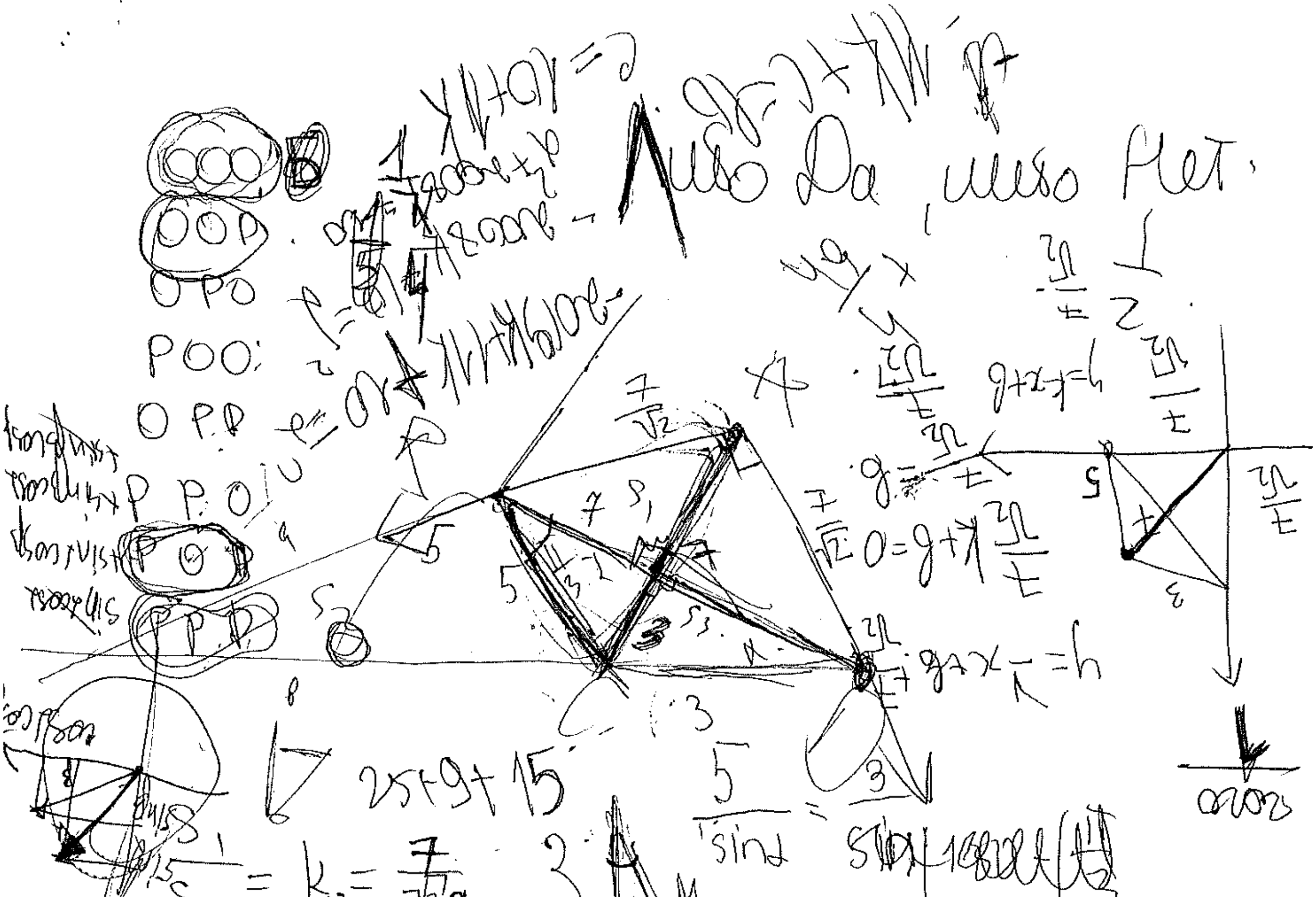
x+y≥2√xy.

3(x+y)=xy.

sin2 sinβ.

$\sqrt{2}\left(\frac{13}{14\sqrt{2}}-\frac{3\sqrt{3}}{14\sqrt{2}}\right)$ $\sqrt{\frac{238+105\sqrt{3}}{14}}$ 6x=x^2. 6√xy.

35



$$\frac{1}{S_2} = k_{12} = \frac{7}{\sqrt{2}a}$$

$$\frac{S}{S_2} = k_{32}$$

$$\frac{5}{\sin\alpha} = \frac{3}{\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)}$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{14}\cos\alpha$$

$$5\sin\frac{\pi}{3}\cos\alpha - 5\cos\frac{\pi}{3}\sin\alpha = 3\sin\alpha$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{2}\cos\alpha - 2{,}5\sin\alpha =$$

$$5{,}5\sin\alpha = \frac{5\sqrt{3}}{2}\cos\alpha$$

$$\frac{5}{\sin\alpha} = \frac{3}{\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)}$$

$$5{,}5\sin\alpha = \frac{5\sqrt{3}}{2}\cos\alpha$$

$$5\sin\frac{\pi}{3}\cos\alpha - 5\sin\alpha\cos\frac{\pi}{3} = 3\sin\alpha$$

$$121\sin^2\alpha = 75\cos^2\alpha$$

$$121 - 121\cos^2\alpha = 75\cos^2\alpha$$

$$196\cos^2\alpha = 121$$

$$\cos\alpha = \frac{11}{14}$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

$49 \quad (7-a)^2 \; \cancel{-98+14a} = 49+7a$

$= a^2 - \cancel{14}a$

$49 - 14a + \cancel{a^2} - 49 - \cancel{a^2} = 0$

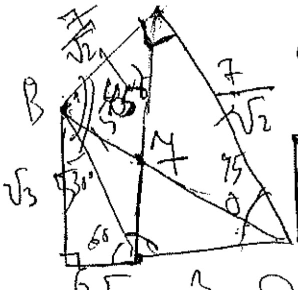
Черновик.

$\frac{49}{2} + (7-a)^2 - 14a = \frac{49}{2} + a^2 - 7a$

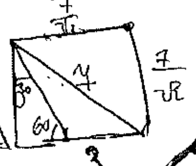
$(7-a) \quad \frac{49}{2} + 25 - 70\sqrt{2}\cos(180 - (\frac{\pi}{6}+\alpha))$

$= \frac{49}{2} + 9 - 42\sqrt{2}\cos\alpha =$

OOO
OOP
OPO
POO
OPP
POP
PPO
PPP

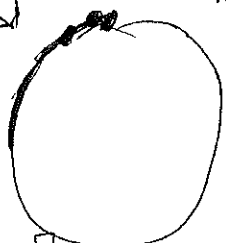


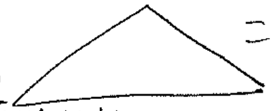
$2a^2 = 49.$



$25 + 70\sqrt{2}\; \cancel{\cos(180}\cos(\frac{\pi}{6}+\alpha)$

$= 9 - 42\sqrt{2}\cos\alpha$



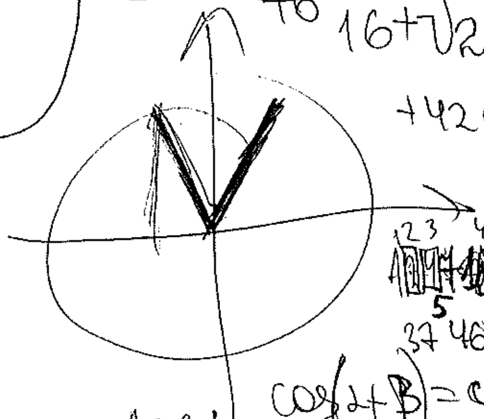


1 2
1 2 4 7 11 16

$16 + \sqrt{2}(70\cos(\frac{\pi}{6}-\alpha) + 42\cos\alpha) = 0.$

$7\sqrt{2}$

$25 + 9 + 15 = 7 \quad \frac{7}{\sqrt{2}} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$



1 2 4 7 11 16 11 16 22 29
5
37 46 56 67

$\frac{3}{\sin(\frac{\pi}{3}-\alpha)} = \frac{5}{\sin}$

12

3

№6 $\quad 120 + 90 = 210$

4

5

123

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta.$

$p(11) = 10.$

150

$5\sin\frac{\pi}{3}\cos\alpha - 5\cos\frac{\pi}{3}\sin\alpha = 3\sin\alpha$

123 $\quad$ (90+0)

7

cos

11 $\quad$ 10 9 8

$121 + 11 + c = 10$

$5{,}5\sin\alpha = 5\sqrt{3}\cos$

$11\sin\alpha = 5\sqrt{3}\cos$

1 2 3

$16 + \sqrt{2}\left(\frac{70\sqrt{3}}{2}\cos\alpha + \frac{70}{2}\sin\alpha + 42\cos\right)$

$121a + 11b + c = 10$

$2019 \,|\, 3$

673

219

$11 tg\,\alpha = 5\sqrt{3}$

$121a + 11b + c = 10.$

$\cancel{70\sqrt{3}\cos\alpha}$ sin

$(2019)^2 + 2019b + c = \alpha^2.$

$tg\,\alpha = \frac{5\sqrt{3}}{11}$

$35\sqrt{3}\cos\alpha + 35\sin\alpha + 42\cos\alpha = -\frac{8}{\sqrt{2}}$

$$\frac{49}{2} + 25 - 35\sqrt{2}\left(\frac{13}{14\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{3}}{14\sqrt{2}}\right) = 2?$$

$$\frac{49+50}{2} - \frac{35 \cdot 13}{14} + \frac{35 \cdot 3\sqrt{3}}{14}$$

$$\frac{99 \cdot 7 - 35 \cdot 13 + 35 \cdot 3\sqrt{3}}{14}$$

~~693~~

$34 \cdot 7 = 238$

$$\left(\frac{3\sqrt{2}-3}{\sqrt{2}}\right)^4 + \frac{(3\sqrt{2}-3)^4}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} + \frac{(3\sqrt{2}-3)^4}{16 \cdot 4} + \ldots +$$

$$\frac{50-3\sqrt{2}}{4} + 3$$

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

1505-12

Код участника

БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

Ответ на задание 1
Б) 4035
Ответ на задание 2
811638
Ответ на задание 3
$\frac{1}{2}$
Ответ на задание 4
2018
Ответ на задание 5
$\frac{45+21\sqrt{2}}{2}$
Ответ на задание 6
нет
Ответ на задание 7
$\sqrt{17+\frac{15}{2}\sqrt{3}}$
Ответ на задание 8
$n = 4; 8; 16$

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЁ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

1505-12

Код участника

ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

Номер задания	Максимальная оценка	Оценки проверяющих		Итоговая оценка
		Первый проверяющий	Второй проверяющий	
1	10	5		
2	10	10		
3	12	2		
4	12	0		
5	12	2		
6	14	14		
7	14	14		
8	16	4		
ИТОГО	100	51		

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик

лист №1/5

№1

а) арифметическая прогрессия задается формулой

$a_n = a_1 + d(n-1)$; где d - разность ар. прогрессии

возьмем 2 любых члена этой прогрессии

$a_k = a_1 + d(k-1)$ их среднее арифм.: $\frac{a_k + a_m}{2} = a_1 + \frac{d}{2}(k+m-2) =$

$a_m = a_1 + d(m-1)$

$= a_1 + d\left(\frac{k+m}{2} - 1\right)$

т.к. он высчитывал сумма попарно => k и m будут принимать все значения от 1 до n => $k+m = c$

$b_c = a_1 + d(\frac{c}{2} - 1)$ => все числа будут образововать прогрессию

+/2

б) У нас есть 2019 членов => кол-во попарных ср. арифм. = 2018 + 2017 + 2016 + ... + 1

Для a_1 со всеми остальными членами все суммы будут различны

Для a_2; будет на 1 сумму меньше чем у a_1 т.к. $a_1 + a_2$ мы учли в 1 случае

$a_1 + a_4 = a_2 + a_3$

для каждой суммы начиная с a_2 кол-во ср. арифмет. отличных от тех

$a_1 + a_6 = a_2 + a_5$

что были с a_1 = 1 => кол-во выписанных членов $= 2018 + \underbrace{1 + 1 \ldots 1}_{2017 \text{ раз}} = 4035$

рассуждение неясно

Ответ 4035

№2

$n = 2019k$ 2019k - может оканчиваться на все цифры от 0 до 9

$n = 2014t + 2010$ 2014t + 2010 - может оканчиваться только на 0; 2; 4; 6; 8

т.к. оно всегда четное

т.к 2019k и 2014t+2010 - это одно число то оканчиваться оно должно на одинаковую цифру => k всегда будет четное

k = 2 t = 2 k = 4 t = 4

4038 - 4028 = 10 8076 - 8056 = 20

заметим что когда мы увеличиваем k+2 то разность увеличивается и t+2 на 10; докажем это

М.М.И

1) k = 2

2014·2

2019·2 - 4028 = 10

2) Пусть для k = 2n это верно $k_1 = 2n + 2$

Если для $k_1 = 2n + 2$; разность будет = 10 => каждый раз будет прибавляться 10

$-2n \cdot 2019 + 2n \cdot 2014 + 2n \cdot 2019 - 2n \cdot 2014 + 2 \cdot 2019 - 2 \cdot 2014 = 2(2019 - 2014) = 10 =$

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

Чистовик

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Лист №2/5

=> каждый раз увеличивая k на 2 разность между 2019k и 2014t увеличивается на 10

$k = \frac{2010}{10} \cdot 2 = 402$

это k-min т.к. k = t

+

$n = 811638$

Ответ $n = 811638$

№3

когда первый и второй бросили 2019 у них равна вероятность выпадения орла и равна x; когда второй бросит еще раз то вероятность выпадения орла $= \frac{1}{2}$; общая вероятность $= x + \frac{1}{2}$ => вероятность что у второго монети упала большее кол-во раз орлом вверх $= \frac{1}{2}$

?

+

Ответ $\frac{1}{2}$

№4

$2018 > \underbrace{a^{a^{a}}}_{2018 р.}$ $a = \sqrt[2018]{2018}$ Пусть $2018 = b$

$a = b^{\frac{1}{b}}$

нет, получается $b^{\left(\frac{1}{b} \cdot b^{\frac{1}{b}}\right)} = b^{\left(b^{\frac{1}{b}-1}\right)}$

$(b^{\frac{1}{b}})^{b^{\frac{1}{b}}} = b^{\frac{1}{b} \cdot b \cdot \frac{1}{b}} = b^{\frac{1}{b}}$ - 1 раз делая так 2018 раз мы все равно получим $b^{\frac{1}{b}}$ => $a_k = \sqrt[2018]{2018}$

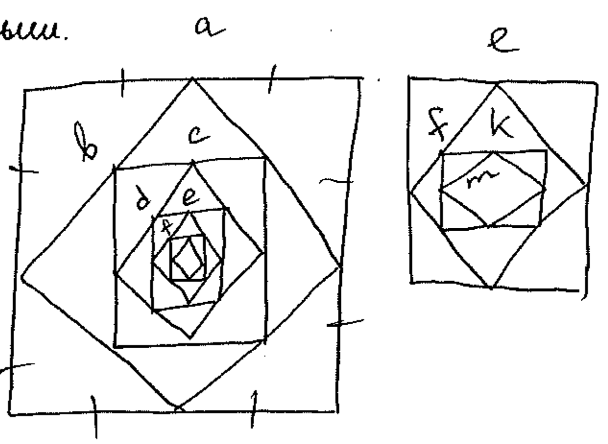
−

$2018 > \sqrt[2018]{2018}$

Ответ 2018 больше.

№5 l-?

$a = 3\sqrt{2}$

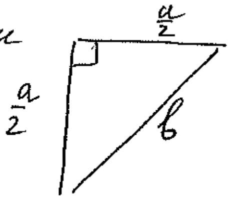


$l = 4b + 4c + 4d + 4e + 4f + 4k + 4m$

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

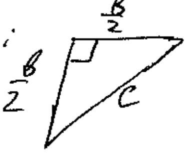
Чистовик: ЛИСТ-ВКЛАДЫШ Лист №3/5

Рассмотрим 1 треугольник



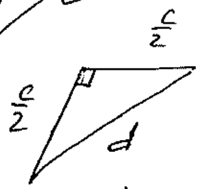
$в = \sqrt{2}\frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}} = 3$

2 треугольник:



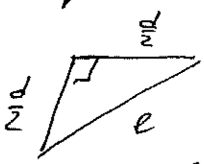
$c = \sqrt{2}\frac{в}{2} = \frac{3}{\sqrt{2}}$

3 треугольник:



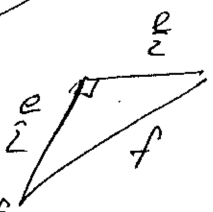
$d = \frac{c}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2}$

4 треугольник:



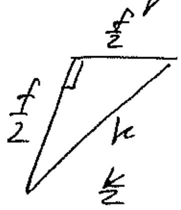
$e = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2}}$

5 треугольник:



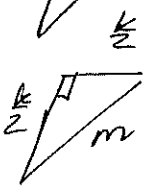
$f = \frac{e}{\sqrt{2}} = \frac{3}{4}$

6 треугольник:



$k = \frac{f}{\sqrt{2}} = \frac{3}{4\sqrt{2}}$

7 треугольник



$m = \frac{k}{\sqrt{2}} = \frac{3}{8}$

$$l = 4\left(3 + \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{3}{2} + \frac{3}{2\sqrt{2}} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4\sqrt{2}} + \frac{3}{8}\right) = 12 + 8\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{2} + 3 +$$

$$+ \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{3}{2} = \frac{42 + 18\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 3}{2} = \frac{45 + 21\sqrt{2}}{2}$$

(+)

Ответ $l = \frac{45 + 21\sqrt{2}}{2}$

№6

$P(x) = \ldots b + k_1x^n + k_2x^{n-1} \ldots k_n x^1$

$10 = b + k_1 11^n + k_2 11^{n-1} + \ldots + k_n 11$

$b = 10 - k_1 11^n + k_2 \cdot 11^{n-1} + \ldots + k_n \cdot 11$

$P_x = k_1(x^n - 11^n) + k_2(x^{n-1} - 11^n) \ldots + 10$

$P(2019) = k_1(2019^n - 11^n) + k_2(2019^{n-1} - 11^{n-1}) \ldots$

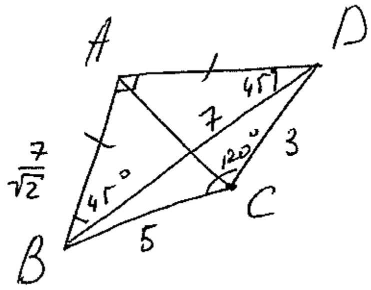
$\ldots + k_n(2019 - 11) + 10 =$

$2\left(k_1\left(\frac{2019^n - 11^n}{2}\right) + k_2\left(\frac{2019^{n-1} - 11^{n-1}}{2}\right) \ldots + k_n \cdot 1004 + 5\right)$; все множители кроме 5 будут четные => Σ нечетная => при разложении будут 1 двойка => нельзя извлечь корень квадрат => нет

(+)

Чистовик: ЛИСТ-ВКЛАДЫШ Лист №4/5

№7



Дано: ABCD - вып. четырёх.

$CD=3$; $BC=5$; $\angle BAD=90°$

$\angle BCD=120°$; $AB=AD$

Найти: AC

Решение:

$BD^2=BC^2+CD^2-2BC\cdot CD\cdot\cos(\angle BCD)$

$BD^2=25+9+2\cdot\frac{1}{2}\cdot3\cdot5$

$BD^2=49 \quad BD=7$

$2AB^2=BD^2 \Rightarrow AB=\frac{BD}{\sqrt2}=\frac{7}{\sqrt2}$

$AB=AD \Rightarrow \triangle ABD$ - р/б $\Rightarrow \angle ABD=\angle ADB=\frac{90}{2}=45°$

$DC^2=BD^2+BC^2-2BC\cdot BD\cdot\cos(\angle DBC)$

$9=25+49-70\cdot\cos(\angle DBC)$

$65=70\cos(\angle DBC)$

$\cos(\angle DBC)=\frac{13}{14}$ $\quad \sin(\angle DBC)=\sqrt{1-\left(\frac{13}{14}\right)^2}=\frac{3\sqrt3}{14}$

$\cos(\angle ABD+\angle DBC)=\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\angle ABD+\angle DBC)=\frac{\sqrt2}{2}\left(\frac{13}{14}-\frac{3\sqrt3}{14}\right)$

$AC^2=AB^2+BC^2-2\cdot\cos(\angle ABC)\cdot AB\cdot BC$

$AC^2=\frac{49}{2}+25-\frac{\cancel{2}\cdot\cancel{\sqrt2}}{\cancel{2}}\left(\frac{13-3\sqrt3}{\cancel{14}2}\right)\cdot\frac{\cancel{7}}{\cancel{\sqrt2}}\cdot5$

$AC^2=\frac{99-65+15\sqrt3}{2}$

$AC^2=\frac{34+15\sqrt3}{2}=17+\frac{15}{2}\sqrt3$

$AC=\sqrt{17+\frac{15}{2}\sqrt3}$

Ответ: $AC=\sqrt{17+\frac{15}{2}\sqrt3}$

+

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

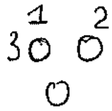
Чистовик

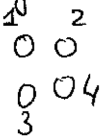
ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

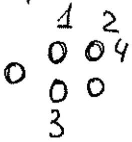
Лист №5/5

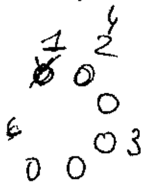
№8

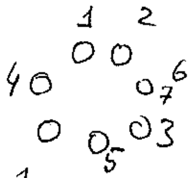
1) Возьмем 2 стула  - подходит - не круг

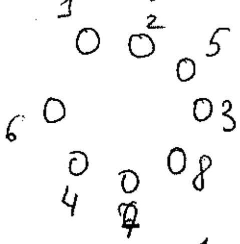
2) Возьмем 3 стула  - не подходит

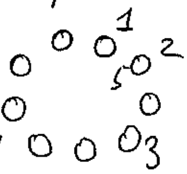
3) 4 стула  - подходит

4) 5 стульев  - не подходит

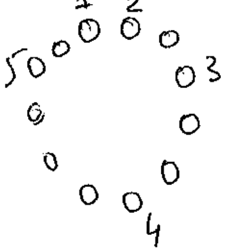
5) 6 стульев  - не подходит

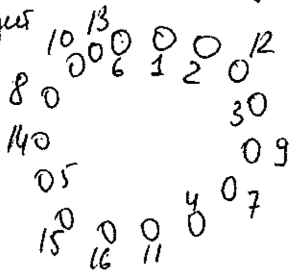
6) 7 стульев  - не подходит

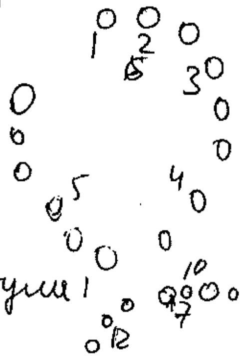
7) 8 стульев  - подходит

8) 9 стульев  - не подходит

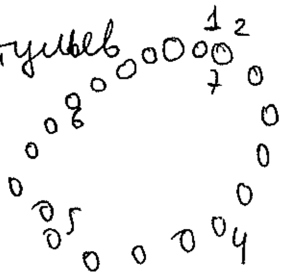
Заметим, что подходит только четные, ~~есть~~ причем те которые делятся на 4; же seмиочевидно 2

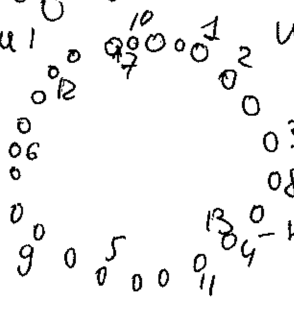
12 стульев:  - не подходит

16 - стульев:  подходит

14 стульев:  не подходит

} => больше 16 стульев быть не может иначе найдутся 2 человека которые будут сидеть на 1 стуле

20 стульев  не подходит

24 стула:  - не подходит

~~Кол~~ $n = 4; 8; 16$

Ответ 4; 8; 16

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик:

$2 \quad -12$

$p(x) = kx + b$ $\quad 1936 \quad 83 \quad \sqrt[a]{a}$

$83 \quad 170 \quad 3^{2^3} \quad 9^3 \quad 1, 4$

$\left(a^{\frac{1}{a}}\right)^{a^{\frac{1}{a}}} \quad a^{\frac{1}{a}\cdot a \cdot \frac{1}{a} \cdot a} \quad \left(a^{\frac{1}{a}}\right)^{a^{\frac{1}{a}}} = a^{\frac{1}{a}} \quad a_1 + \frac{d}{2}(n-1)$

$\left(9^{\frac{1}{2}}\right)^{9^{\frac{1}{2}}}$

1 2 3 4 5 6 7

$\frac{3}{2} \; 2 \; \frac{5}{2} \; 3 \; \frac{7}{2} \; 4 \; \frac{5}{2} \; 3 \; \frac{7}{2} \; 4 \; \frac{9}{2}$

$\frac{7}{2} \; 4 \; \frac{9}{2} \; 5 \mid \frac{11}{2} \; 6 \; \frac{13}{2}$

1 2 3 4 5 6 7

$\frac{3}{2} \; 2 \; \frac{5}{2} \; 3 \; \frac{7}{2} \; 4 \mid \frac{5}{2} \; 3 \; \frac{7}{2} \; 4 \; \frac{9}{2} \mid$

$\frac{7}{2} \; 4 \; \frac{9}{2} \; 5 \mid \frac{9}{2} \; 5 \; \frac{11}{2} \mid \frac{11}{2} \; 6 \mid \frac{13}{2}$

4035 $\quad$ 4

1 2 3 4

$\frac{3}{2} \mid 2 \mid \frac{5}{2} \mid \frac{5}{2} \mid 3 \mid \frac{7}{2}$

1 2 3 4 5

$\frac{3}{2} \; 2 \; \frac{5}{2} \; 3 \mid \frac{5}{2} \; 3 \; \frac{7}{2} \mid \frac{7}{2} \; 4$

$\frac{9}{2}$

4, 8, 16

2018 - один.

4035

$1,32046 \quad kx^n + 10 - k(11^n \ldots)$

$\cancel{k(x^n - 11^n + \ldots)}$

$p(x) = 11$

$kx^n + \ldots + b \quad k(x^n - 11^n) + b(x^n - 11^n) + 10$

$11k - y = 10$

k - нечетное

$y = 11k - 10$

$b = 10 - k11^n \cancel{+ b11^n}$

$p(x) = 10$

$5,476347 \quad k(11^n + 11^{n-1} + \ldots + 11) + k$

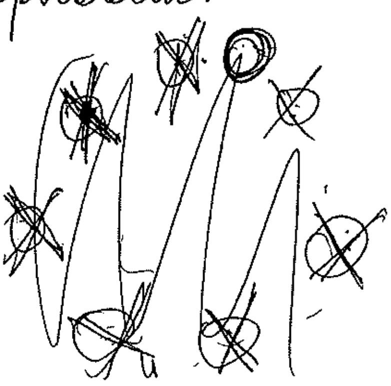
$2019^n \quad 2019^n$

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик!

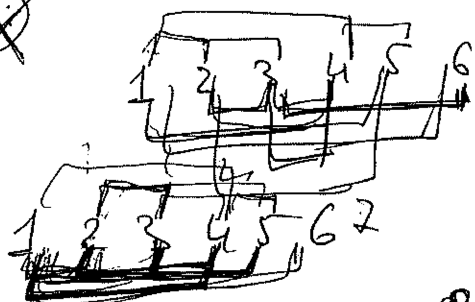
~~1~~ 2 3 4 5 6 7 8

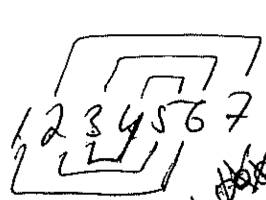


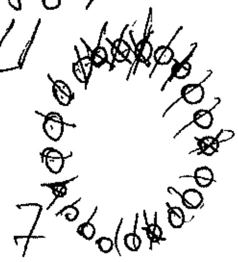
4+4п

1009 - попарных сумм

~~2018 - 2017~~ 2018! - ~~1009~~







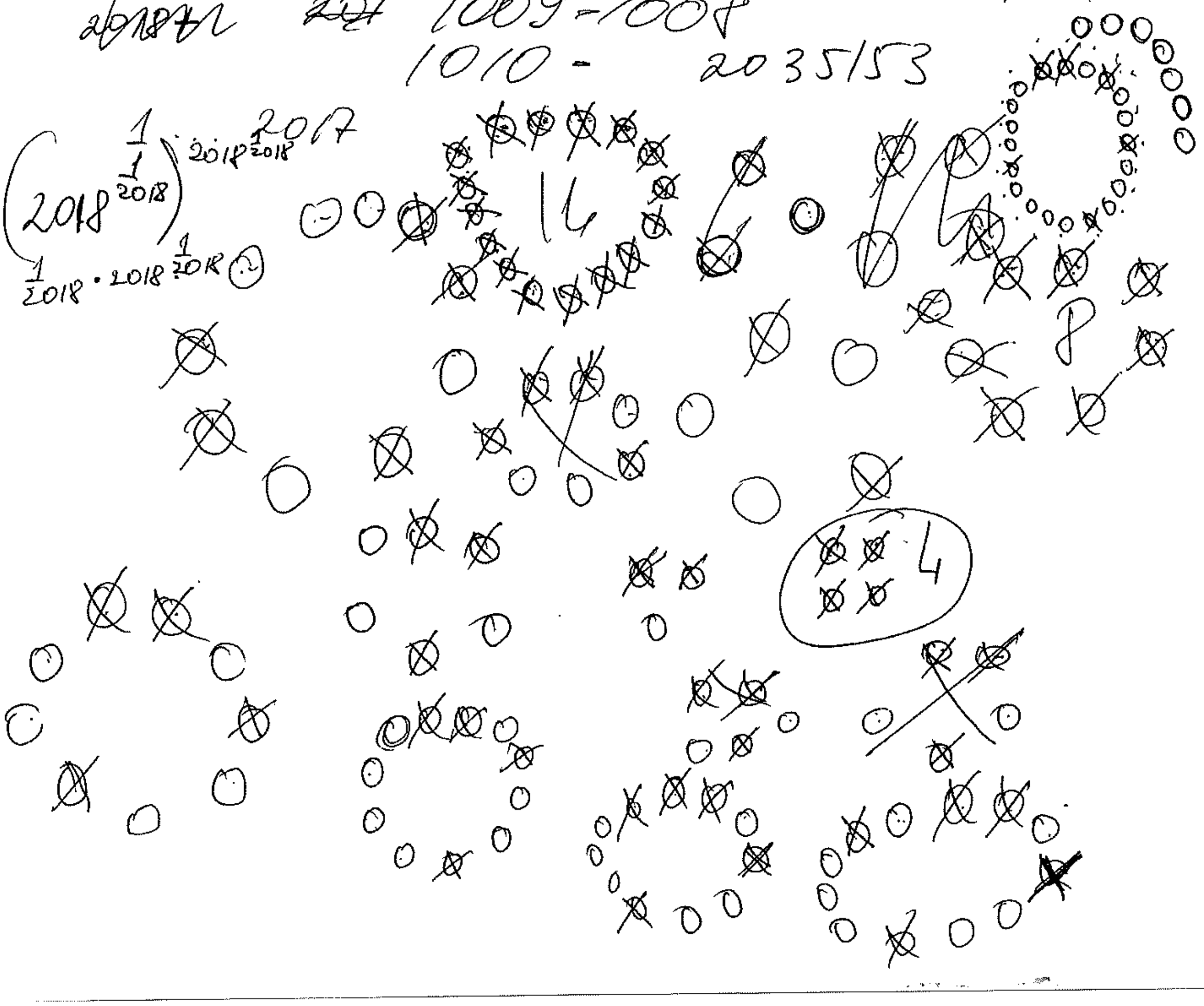
2018+2017.... 1 — 0 - 1 - 2 - 3 - ..... 1008 — 1008

2018+1 ~~201~~ 1009 - 1008

1010 - 2035153

$\left(2018^{\frac{1}{\frac{1}{2018}}}\right)^{2018^{\frac{1}{2018}}}$ 2017

$\frac{1}{2018} \cdot 2018^{\frac{1}{2018}}$



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик

$a_n + d(n-k) + a_1 + d(n-k)$

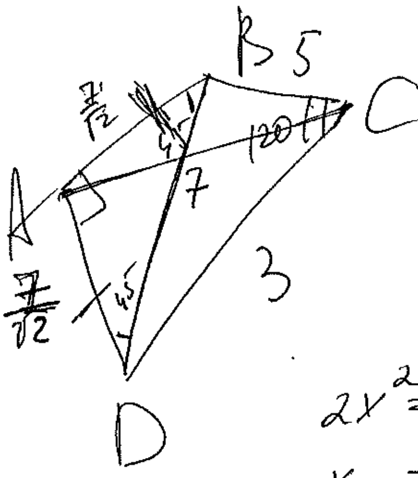
$a_1 + \frac{d}{2}(2n - k_1 - k)$

$a_1 + d(n - k_1 - k)$

$12 + 6\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{2} + 3 + \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{3}{2} =$

$= 21 + 9\sqrt{2} + \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{3}{2} = \frac{42 + 18\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 3}{2} = \frac{45 + 21\sqrt{2}}{2}$

$a_1 = d(n-c)$
где c – целое число



$BD^2 = 25 + 9 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3$

$BD^2 = 49$

$BD = 7$

$25 = 49 + 9 - 2 \cdot 21 \cdot \cos BDC$

$\frac{11}{14} - \cos BDC$

$\frac{196 - 121}{14} = \frac{\sqrt{75}}{14}$

$0{,}6185$

$2x^2 = 49$

$x = \frac{7}{\sqrt{2}}$

$9 = 49 + 25 - 70\cos\alpha$

$-40 - 25 = -70\cos\alpha$

$-65 = -70\cos\alpha$

$13 = 14\cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{13}{14}$

$\cos\alpha + \cos\beta =$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$\cos(90+30) = -\frac{1}{2}$

$\cos(45+\alpha) = \frac{11}{14} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{75}}{14} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{11 - 5\sqrt{3}}{14}\right) =$

$AC^2 = \frac{49}{2} + 9 + 2 \cdot \frac{7}{\sqrt{2}} \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{11 - 5\sqrt{3}}{14}\right) =$

$= \frac{49 + 18 + 33 - 15\sqrt{3}}{2} = \sqrt{50 - \frac{15}{2}\sqrt{3}}$

6,1
37,2
6,08

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

~~Ч~~ Черновик

$a_1;\ a_1 + d(n-1)$

ср. ар. $a_1 + \frac{d}{2}(n-1)$

$p(x) = kx - b$

$y = kx + b$

$10 = 11k + b$

$b = 10 - 11k$ k - четное

2 - 10
4 - 20
6 - 30

$\sqrt[3]{3}$ $y = kx + 10 - 11k$

$y = k(x-11) + 10$

2008

0 6 2 8 4

$2019k = \overbrace{2014n + 2010}$

4 8 2 6 0

201 $2008k + 10 =$

811638

$2(\underbrace{1004k+5}_{\text{четное}})_{\text{неч}}$ n^2 нечетн

$\left(\sqrt[2018]{2018}\right)$ 3 4

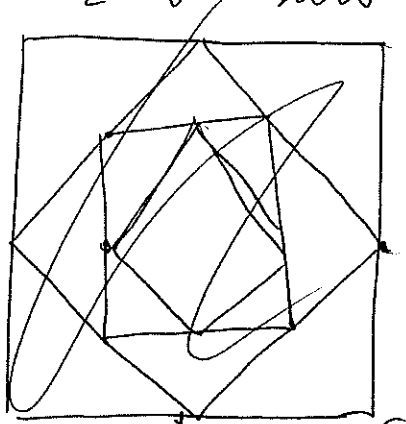
$\left(\sqrt[2018]{2018}\right)^{\sqrt[2018]{2018}}$

$\frac{8 \cdot 9}{64 \cdot 2}$

$\frac{3}{8}$ $\frac{3}{2}$

$\frac{3}{\cancel{2}} \cdot 4$ 2

$\frac{3\sqrt2}{2}$



$\cos 45 = \frac{x}{m}$

$2\left(\frac{3}{4}\right)^2 = t^2$

$\sqrt2 \frac{3}{4\sqrt2} = t$

$\frac{\sqrt2}{\sqrt2} = \frac{3}{4x}$

$x = \frac{3\sqrt2}{4}$

$2\sqrt2$

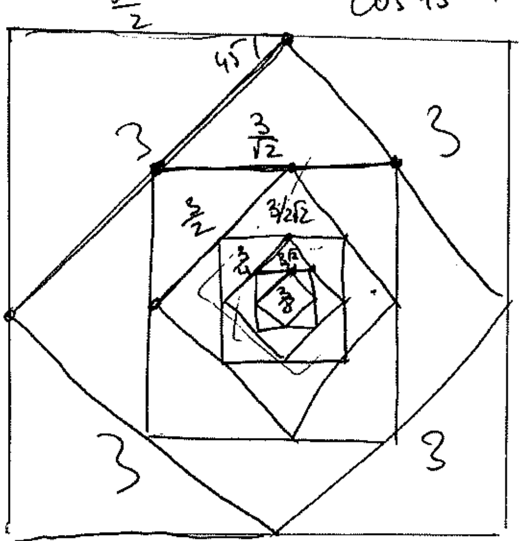
$\frac{\sqrt2}{2} = \frac{3\sqrt2}{8x}$

$y = 3$

$\frac{3\sqrt2}{2} + \frac{3\sqrt2}{2} = 2\left(\frac{9}{16 \cdot 2}\right)$

$\frac34$

$\frac{3\sqrt2}{2}$



37,34

$\frac{18}{4} + \frac{18}{4} = \frac{36}{4} =$

12 $6\sqrt2$ 6 $\frac{3}{\sqrt2} \cdot 4 = 6\sqrt2$ $2\sqrt2$

$2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = x^2$ $3\sqrt2$ 3 $\frac{3}{2} \cdot 4\sqrt2$ 6

$\frac{\sqrt2}{\sqrt2} = \sqrt2 x \Rightarrow x = \frac{3}{\sqrt2}$

$\frac{3}{4\sqrt2} \cdot 4$

$\frac{3}{8}$ $\frac{3}{\sqrt2}$

$2\left(\frac{3}{2\sqrt2}\right)^2 = y^2$

$\frac{9 \cdot 2}{24}$

$\frac{\sqrt2}{2} = \frac{3}{2\sqrt2} y$

$2 \cdot \frac{9}{64}$ 32

$\frac{2 \cdot 9}{4 \cdot 2} = y$ $y = \frac32$

$\frac{3}{2\sqrt2} \cdot 4 \sqrt2 = 3\sqrt2$ $y = \frac{3}{2}$

$\frac{3}{4\sqrt2}$

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ -ФИНАНСИСТ! МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!» ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

2294 - 12

Код участника

БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

Ответ на задание 1
б) 4035
Ответ на задание 2
811638
Ответ на задание 3
$\frac{1}{2}$
Ответ на задание 4
$2018 > \underbrace{a^{a^{\cdot^{\cdot^{a}}}}}_{2018}$
Ответ на задание 5
$\frac{78\sqrt{2}-105}{\sqrt{2}}$
Ответ на задание 6
Нет, не может.
Ответ на задание 7
$\sqrt{\frac{238+105\sqrt{3}}{14}} = AC$
Ответ на задание 8
$n=2$

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЁ ПРИЗВАНИЕ -ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

2294-12

Код участника

ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

Номер задания	Максимальная оценка	Оценки проверяющих		Итоговая оценка
		Первый проверяющий	Второй проверяющий	
1	10	8.		
2	10	10		
3	12	12		
4	12	0		
5	12	2		
6	14	0		
7	14	14		
8	16	0		
ИТОГО	100	46		

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик.

Задание 2.

$a \vdots 2019$

$a : 2014 = k$ (ост. 2010) каждое последующее число будет прибавлять к остатку 5

$2019 : 2014 = 1$ (ост. 5) $\Rightarrow 2010 : 5 = 402 \Rightarrow$

$\Rightarrow a = 2019 \cdot 402 = 811638$

(+)

Ответ: 811638

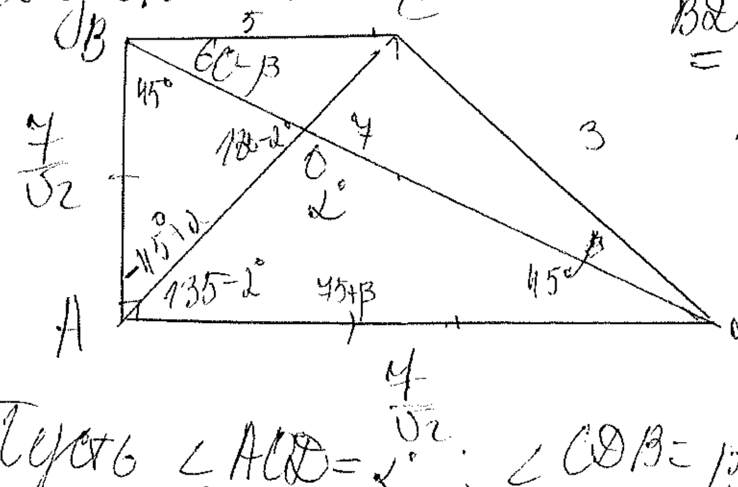
Задание 3.

Второй может бросить монету только на 1 раз больше $\Rightarrow$ за первые 2019 бросков у него такая же вероятность получить столько же сколько и первый. Т. к. за 1 бросок вероятность получить орла $= \frac{1}{2} \Rightarrow$ Вероятность получить больше орлов у второго чем у первого равна $\frac{1}{2}$

(+)

Ответ: $\frac{1}{2}$

Задание 7.



для $\triangle CBD$

$BD^2 = 25 + 9 - 30\cos 120° \Rightarrow BD = 7$

$AB = AD = x$

$x^2 + x^2 = BD^2$

$2x^2 = 49$

$x = \frac{7}{\sqrt{2}}$

$\sin\angle CBD = \frac{3\sqrt{3}}{14}$

(+)

Пусть $\angle ACD = \alpha°$, $\angle CDB = \beta$

для $\triangle CBD$ $9 = 25 + 49 - 70\cos \angle CBD \Rightarrow \cos\angle CBD = + \frac{13}{14}$

для $\triangle CBA$ $AC^2 = 25 + \frac{49}{2} - \frac{70}{\sqrt{2}}\cos(45 + \angle CBD)$

Лист 1

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик

задание 4 (продолжение) $AC^2=\frac{99}{2}-\frac{70}{\sqrt2}\left(\frac{\sqrt2}{2}\cdot\frac{13}{14}-\frac{\sqrt2}{2}\cdot\frac{3\sqrt3}{14}\right)\Rightarrow$

$\Rightarrow AC=\sqrt{\frac{238+105\sqrt3}{14}}$

Задание 4.

$2018>\underbrace{a^{a^{a\cdots a}}}_{2018}$; $a=\sqrt[2018]{2018}$.

$a=\sqrt[2018]{2018}=2018^{\frac{1}{2018}}$

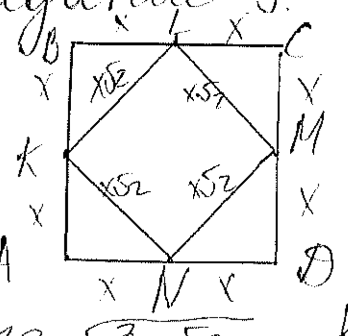
$a^a=\left(2018^{\frac{1}{2018}}\right)^{2018^{\frac{1}{2018}}}=2018^{\frac{1}{2018}}$

$2018>2018^{\frac{1}{2018}}$

−

Ответ: $2018>a^{a^{a\cdots a}}$

Задание 5.



$P_{ABCD}=12\sqrt2-12=12(\sqrt2-1)=8x$

$\cancel{KL^2=\left(\frac{3\sqrt2-3}{2}\right)^2\cdot2=\frac{18-18\sqrt2+9}{2}}=$

$\cancel{=\frac{27-18\sqrt2}{2}\Rightarrow P_{KLMN}=54-36\sqrt2}=$

$\cancel{=KL=3\sqrt{\frac{3-\sqrt2}{2}}\Rightarrow P_{KLMN}}=$

$\cancel{=12\sqrt{\frac{3-\sqrt2}{2}}}$ $KL=x\sqrt2\Rightarrow P_{KLMN}=4x\sqrt2=4(3\sqrt2-3)\sqrt2$

$\frac{P_{ABCD}}{P_{KLMN}}=\frac{2}{\sqrt2}=\sqrt2\Rightarrow$ каждый периметр уменьшается в $\sqrt2$ раз.

$S_7=\frac{b_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{b_1\left(1-\left(\frac{1}{\sqrt2}\right)^7\right)}{1-\frac{1}{\sqrt2}}=\frac{4(3\sqrt2-3)\sqrt2\left(1-\frac{1}{8\sqrt2}\right)}{1-\frac{1}{\sqrt2}}=$

$=\frac{78\sqrt2-105}{\sqrt2}$

Ответ: $\frac{78\sqrt2-105}{\sqrt2}$

+

не все члены суммы учтены!

Лист 2

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик.

Задание 1.

Пусть дано: $a_1, a_1+d, \dots, a_1+2018d$

Тогда Коля сможет написать: $\frac{2018}{2} \cdot 2019$

$= 2037171$ ср. арифметических пар чисел.

Однако не все они будут уникальными

с I числом все уникальны:

$a_1+0,5d; a_1+d; a_1+1,5d, \dots; a_1+1009d.$

с II числом уже нет.

$\underline{a_1+1,5d}, a_1+2d, a_1+2,5d, \dots; a_1+1009,5d.$

⋮ с 2018 числом:

$a_1+2017,5d.$

т.е. такие числа заполняли промежутки между числами исходной прогрессии, т.е. шаг прогрессии равен $\frac{d}{2}$. Зная, что $a_n = \frac{a_{n-k}+a_{n+k}}{2}$, понятно, что 2033136 ~~пар~~ средних арифметических пар лишние; поэтому Коля написал 4035 чисел.

Ответ: 4035 чисел.

а) +

б) +

№8

II человек не делает промежуток; III добавляет промежуток в 1 стул, IV в 2 стула ⇒ всего промежутков

$\frac{0+n-1}{2} \cdot (n-1) = \frac{(n-1)^2}{2}$. т.к. они все заняты то получится, что они прошли несколько полных кругов и ещё сколько-то.

$(n-1)^2 = 2 \cdot 2n + 2x$

Лист 3

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик.

Задание 13 (продолжение).

При решении в целых числах, только при $n=2$, можно решить данную задачу.

Ответ: $n=2$

Задание 6.

$p(11)=10 \Rightarrow p(11):11 = k$ (ост. 0 (ост. 10)

при $p(2019)$ ост. 10 не даст получить полный квадрат.

Ответ: Нет, не может.

Черновик

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

$a_1, a_1+d, a_1+2d \ldots a_1+2018d$.

$\frac{2a_1+d}{2}; a_1+d; \frac{2a_1+3d}{2}$.

$a_1+\frac{d}{2}; a_1+d; a_1+1{,}5d$.

$\frac{1+2018}{2} \cdot 2019 =$

1009.

$4035 : 2 = 2017{,}5$.

$a_1+\frac{d}{2}, \ldots \ldots a_1+2017{,}5d$.

4036.

$a_1+\frac{d}{2}(n-1)$

$105-\beta = 75+\beta$

$\frac{d}{2}(n-1) = 2017{,}5d$

$n = 4035$

2019 р.
2020 р.

4035.

$n^2-2n+1=2k$

$n^2-2n+1-2k=0$

$n-1$

2 пос. на 1 м. от. 1 пос.
3 пос. на 2 м. от. 2 пос

2018.
2017.

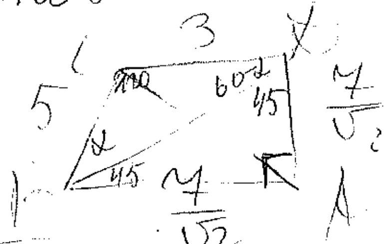
$25+\frac{119}{2}-\frac{70}{\sqrt2}(\cos(105-\beta)) = 9+\frac{49}{2}-\frac{14}{\sqrt2}\cos(45+\beta)$

$16\sqrt2 - 70\cos(105-\beta) = -14\cos(45+\beta)$

$16\sqrt2 - 70\cos105\cdot\cos\beta - 70\sin105\sin\beta = -7\sqrt2 + 7\sqrt2\sin\beta$

Черновик

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ



для $\triangle BCD$ и $\triangle BCA$

$\cos CBD$

$24+8k+k^2-4 \geq 0$

$k(k+8) \geq 0$

$-\frac{65}{70} = -\frac{13}{14}$

$10:11 = 0 (\text{ост. } 10)$

$p(11) = 10$

$p(0) = e = 10$

$p(11):11 = k (\text{ост. } 10)$

$ax^n + \ldots + bx + 10$

при $x = 11$, 0

$\cos(45 + \angle CBD) = \cos 45 \cos CBD - \sin 45 \sin CBD$

$1 - \frac{169}{196} = \sin\alpha$

$\frac{27}{196}$ $\quad \frac{3\sqrt{3}}{14}$

$AC = \frac{99 - 70\sqrt{2}\left(\sqrt{2}(13 - 3\sqrt{3})\right)}{28} = \frac{90 - 140 \cdot 13 + 140 \cdot 3\sqrt{3}}{28}$

$\frac{(n-1)^2}{2} = kn + x$

$n^2 - 2n + 1 = 2kn + 2x$

$n^2 - n(2+2k) + 1 - 2x = 0$

$n^2 - n(2+2k)$, $n_1 + n_2 =$

$\frac{45 - 70 \cdot 13 + 210\sqrt{3}}{14}$

$D = 16 - 4 = 12$

$n = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} = 2 + \sqrt{3}$

$\frac{99}{2} - \frac{70}{\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{2}(13 - 3\sqrt{3})}{2 \cdot 14}\right) =$

$= \frac{99 \cdot 7 - 35 \cdot 13 + 105\sqrt{3}}{2 \cdot 14}$

693

$\frac{0 + n - 1}{2}$ $\quad n - 1 = \frac{(n-1)^2}{2} = n$

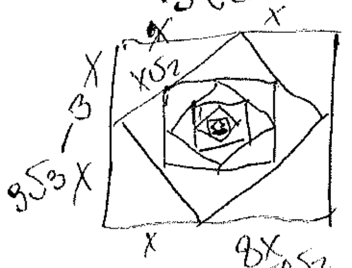
$n^2 - 2n + 1 = 2x$

$n^2 - 4n + 1$

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

черновик

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ



$P_1 = 12\sqrt2 - 12 = 12(\sqrt2 - 1)$

$P_2 = 4x\sqrt2 = \frac{4}{2}\cdot\frac{3\sqrt2-3}{8}\cdot\sqrt2 = 12 - 6\sqrt2 = 6(2-\sqrt2) = 6\sqrt2(\sqrt2-1)$

$8x$

$x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow x\sqrt2$

$n = 7$

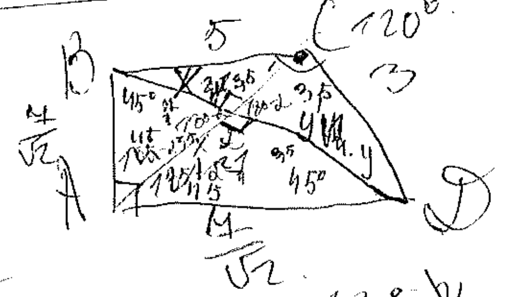
$= \frac{1}{3\sqrt2}$

$S_{геом.} = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{6(2-\sqrt2)\left(1-\left(\frac{1}{3\sqrt2}\right)^8\right)}{1-\frac{1}{3\sqrt2}}$

$4x\sqrt2$

$4(3\sqrt2-3)\sqrt2$

№5 = 11,25



$BD = 4$

$x + y = 60°$

$2x^2 = 49$

$x^2 = \frac{49}{2} \Rightarrow \frac{7}{\sqrt2}$

$\frac{1}{2\sqrt2}$

135

$\alpha = 90 \cdot 45 \quad 180 - 180 + \alpha - 45$

$-45 + \alpha$

$\alpha = 90.$

$\frac{\sqrt2-1}{\sqrt{\frac{3-\sqrt2}{2}}}$

$= \sqrt2$

$x^2 + x^2 = \frac{49}{2}$

$x = \frac{7}{4}$

$7 - \frac{7}{4} = \frac{28-7}{4} = \frac{21}{4}$

$\sqrt{25 - \left(\frac{21}{4}\right)^2} + \sqrt{\ }$

$x^2 + x^2 = \frac{49}{2}$

$x^2 = \frac{49}{4} \quad x = \frac{7}{2} = 3,5$

$\sqrt{25 - (3,5)^2} + 3,5$

$12,25$

$\sqrt{12,75} \quad \sqrt{12\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{51}}{2}$

$BD = \frac{7}{2} + \frac{\sqrt{51}}{2} = \frac{\sqrt{51}+7}{2}$

$x^2 + x^2 =$

$9\sqrt2 = 2x^2$

$\left(2018^{\frac{1}{2018}}\right)^{2018^{\frac{1}{2018}}} = 2018^{\frac{1}{2018}}$

54

$\frac{9(3-\sqrt2)}{2}$

$6(2-\sqrt2)\left(1-\frac{1}{3\sqrt2}\right)$

$b_1 = 4(3\sqrt2-3)\sqrt2.$

$1,5(\sqrt2 - 1,5)$

$2,25(2 - 2\sqrt2 \cdot 1)^2$

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

Черновик

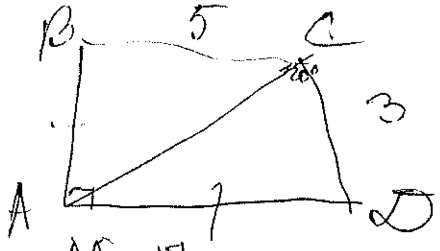
ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

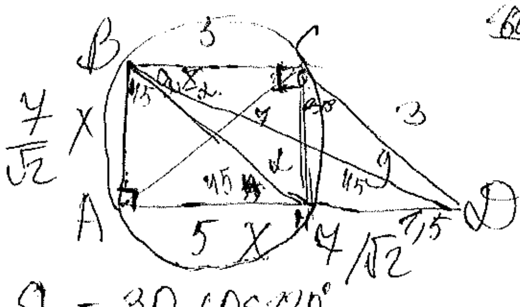
2019 раз.

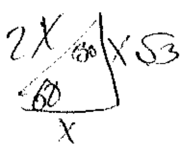
2020 раз.

$2018^{\frac{1}{2018}} \dots \frac{1}{20}$

$\left(2018^{\frac{1}{2018}}\right)$ $2018^{\frac{1}{2018}}$ $\left(2018^{\frac{1}{2018}}\right)^{\left(2018^{\frac{1}{2018}}\right)} = 2018^{\frac{1}{2018}}$







$\frac{7}{\sqrt{2}\sin} = \frac{2AC}{\sqrt{2}}$

$\frac{2AO}{\sqrt{2}} = \frac{7}{5\sin x}$

$BD^2 = 25 + 9 - 30\cos 120°$

$BD^2 = 25 + 9 + 15 = 49 \Rightarrow BD = 7.$

$AB = AD \Rightarrow x^2 + x^2 = 49$

$2x^2 = 49$

$x^2 = \frac{49}{2}$ $x = \frac{7}{\sqrt{2}}$

$12\sqrt{2}\cdot 9 - 9 - 6 + 6\sqrt{2} =$

$= \frac{78\sqrt{2} - 105}{\sqrt{2}}$

$360 - 210 = 150$, $150 - 90 = 60$

$120 + 90 = 210$

$\angle CBD + \angle CDB = 60°.$

$\frac{7}{\sin 120} = \frac{5}{\sin x}$

$\sin x =$

$\frac{14}{\sqrt{3}} = \frac{5}{\sin x} = \frac{3}{\sin y}.$

$\sin x = \frac{5\sqrt{3}}{14}.$

$25 + \frac{49}{2}$

$\frac{\cancel{4}(3\sqrt{2} - 3)\sqrt{2}(8\sqrt{2} - 1)}{\cancel{2}\ 8\sqrt{2}}$. $\frac{7}{\sqrt{2}} - \frac{3}{2} = \frac{4\sqrt{2} - 3}{2}$. $\frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$

$\frac{3(\sqrt{2} - 1)(8\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2}} = \frac{3(2 - 2\sqrt{2} + 1)(8\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2}} =$

$= \frac{(9 - 6\sqrt{2})(8\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2}}$

Черновик.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№2.

$9\cdot1=9$
$9\cdot2=18$
$9\cdot3=27$
$9\cdot4=36$
$9\cdot5=45$

$a:2019=k.$
$a:2014=z$ (ост. 2010)
$a=2014\cdot z+2010.$

$2019 : 3 = 673$

4024
4028.

$2(z+1)+1(z+1)+z4.$
$(z+1)3+z\cdot4$

$2014\cdot3=6042$
$6042+2010=8052$
4035d.

$8052 : 2019$ 3

$8052\cdot2=16104$

$16104 : 2019.$

3, 6, 9.

$20136 : 2019$

$2014\cdot402$ 8

$2014\cdot9=18126$
$18126+2010=20136$

20136.

$2019-2014=5.$
$2010 : 5 = 402$

402 2019 20

811638
402.
809628.

2019 раз. $\left(\frac{1}{2}\right)^{2019}$
2020 раз. $\left(\frac{1}{2}\right)^{2020}$

$\frac{1}{2}.$

$2019\cdot402$
4038
0000
8076
811628

$a_1+d.$

$a_1; a_1+d, a_1+2d, a_1+3d$ $a_1+d.$
$a_1+0,5d, a_1+d, a_1+1,5d.$
$a_1+1,5d$ $a_1+2d.$
$a_1+2,5d.$

$a_1+2,5d.$

2037171.

$a_1+d.$

3

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

7455-12

Код участника

БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

Ответ на задание 1
4035
Ответ на задание 2
811638
Ответ на задание 3
$\frac{1}{2}$
Ответ на задание 4
$2018 > \underbrace{a^{a^{a^{\cdot^{\cdot^{a}}}}}}_{2018}$
Ответ на задание 5
$\frac{6-\frac{3}{\sqrt{2}^{6}}}{\sqrt{2}^{7}-1} = \frac{5\frac{5}{8}}{\sqrt{2}^{7}-1} = \frac{45}{8\sqrt{2}^{7}-8}$
Ответ на задание 6
Да, может
Ответ на задание 7
$\sqrt{\frac{238+105\sqrt{3}}{14}}$
Ответ на задание 8
$n = 2^{x}$, где $x \in N$ и x – нечётное

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ -ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

7455-12

Код участника

ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

Номер задания	Максимальная оценка	Оценки проверяющих		Итоговая оценка
		Первый проверяющий	Второй проверяющий	
1	10	8		
2.	10	10		
3	12	6		
4	12	0		
5	12	2		
6	14	0		
7	14	14		
8	16	0		
ИТОГО	100	40		

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№1. (Чистовик)

1 (лист)

$a_1, a_2, a_3, a_4 \ldots, a_{2019}$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$$\frac{a_1+a_2}{2} = \frac{a_1+a_1+d}{2} = a_1+\frac{d}{2}$$

$$\frac{a_1+a_3}{2} = \frac{a_1+a_1+2d}{2} = a_1+d$$

$$\frac{a_1+a_4}{2} = \frac{a_1+a_1+3d}{2} = a_1+\frac{3}{2}d$$

$$\vdots$$

$$\frac{a_{2018}+a_{2019}}{2} = \frac{a_1+a_1+2017d+2018d}{2} = a_1+\frac{4035}{2}d$$

Мы можем заметить, что у нас получается арефметическая прогрессия, где

а) ⊕
б) ⊖

$b_1 = a_1+\frac{d}{2}$ b_1 - 1 член ар. прогрес.

k - разность ар. прогрес.

$K = \frac{d}{2}$ (Шаг будет выполняться всегда, т.к. ср. арефметич. между двумя соседн. увеличивается на $\frac{d}{2}$)

Причём всего членов в этой арефм. прогрессии 4035, т.к. max среднее арефм. это $\frac{a_{2018}+a_{2019}}{2} = a_1+\frac{4035}{2}d \Rightarrow$

Катя выписал 4035 чисел.

Ответ: 4035.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

2

№2.

$n \in N$, n_{min} - ?

$n \vdots 2019 \Rightarrow n \vdots 3$ (т.к. $2019 \vdots 3$)

$n : 2014 = m$ (ост. 2010)

$m \cdot 2014 + \underset{\vdots 3}{2010} = n$

Перебираем все m которые кратны 3, чтобы выполнялось условие $n \vdots 3$. Получаем $n_{min} = 811638$, при $m =$

+

Ответ: 811638.

№3.

I – 2019 раз

II – 2020 раз

Не нарушая общности решения: Рассмотрим случай, когда I бросил – 1 раз, а II – 2 раза. Тогда:

о – орёл
р – решка

	1	2	3					
I	о	р	р	р	о	р	о	о
II	оо	ро	ор	рр	ро	оо	рр	ор

$\frac{\pm}{2}$

Нам подходят 4 случая из 8 возмакмаж $\Rightarrow$
$p = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Увилмчивая кол-во бросков I и II до 2019 и 2020 раз соответственно, вероятность сохраница, так как

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№3 (Продолжение)

будут появляться симметричные варианты

Например: $\frac{\text{I} \quad р}{\text{II} \quad о \quad о}$ и $\frac{о}{р \; р}$, где нам подходит 1 из 2 (вариан.)

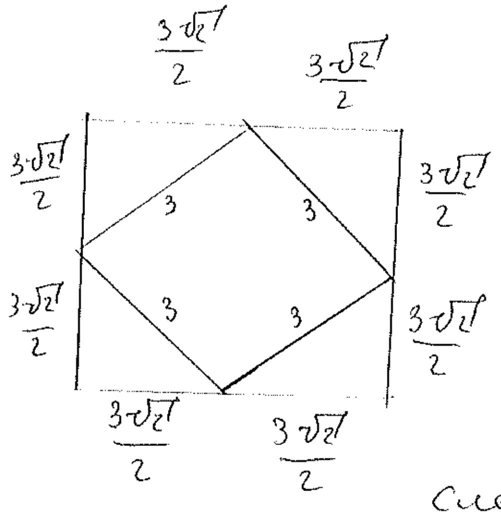
не доказан переход

Ответ: $\frac{1}{2}$.

№4.

$$2018 > \underbrace{a^{a^{a^{a^{\cdots^{a}}}}}}_{2018}, \quad a = \sqrt[2018]{2018} = 2018^{\frac{1}{2018}}$$

т.к. мы возводим в степень только 2018 раз



№5.

По теореме Пифагора, следующая сторона (квадрата) равна:

$$a_1 = \sqrt{\frac{9}{2} + \frac{9}{2}} = 3$$

Аналогично получим следующую сторону квадрата:

$$a_2 = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{9}{4}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

Получается геометрическая прогрессия; где

$b_1 = 3\sqrt{2}$

$q = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Тогда сумма линий изгибов (после 8 квадратов)

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

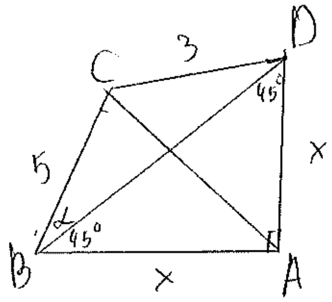
№5 (Продолжение) 4

будет равна:

$$S_8 = \frac{b_1(1-q^8)}{1-q} = \frac{3\sqrt{2}\left(1-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^8\right)}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{3(\sqrt{2})^2 - \frac{3}{8}}{\sqrt{2}-1} = \frac{45}{8\sqrt{2}-8}$$

Ответ: $S_8 = \frac{45}{8\sqrt{2}-8}$

№7.



Дано: ABCD - четыр.
$CD = 3$; $BC = 5$
$\angle BAD = 90°$
$\angle BCD = 120°$
$AB = AD$
Найти: AC

Решение:

~~...~~ По теореме косинусов ($\triangle BCD$):
$\angle CBD = \alpha$

$$BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2BC \cdot CD \cos \angle BCD$$

$$BD^2 = 25 + 9 + 2 \cdot 15 \cdot \frac{1}{2}$$

$$BD^2 = 34 + 15 = 49$$

$$BD = 7$$

$$CD^2 = BC^2 + BD^2 - 2BC \cdot BD \cos\alpha$$

$$9 = 49 + 25 - 2 \cdot 35 \cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{13}{14} \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{169}{196}} = \frac{3\sqrt{3}}{14}$$

$$\cos\angle CBA = \cos(\alpha + 45°) = \cos\alpha \cdot \cos 45° - \sin\alpha \cdot \sin 45° =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{13}{14} - \sin\alpha\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(\frac{13 - 3\sqrt{3}}{14}\right)$$

По теореме Пифагора:

$$AD^2 + AB^2 = BD^2$$

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ 5

№7 (Продолжение)

$AB^2+AB^2=49$ (т.к. $AB=AD$ ($\Rightarrow \triangle ABD$ - равнобед и $\angle DBA=45°$))

$2AB^2=49$

$AB=\frac{7}{\sqrt{2}}$

По теореме косинусов ($\triangle BCA$):

$$AC^2 = BC^2+AB^2-2BC\cdot AB\cos\angle CBA$$

$$AC^2=\frac{49}{2}+25-2\cdot\frac{35}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}(13-3\sqrt{3})}{28}$$

$$AC^2=\frac{99}{2}-\frac{(35\cdot13-35\cdot3\sqrt{3})}{14}$$

$$AC^2=\frac{693-455+105\sqrt{3}}{14}$$

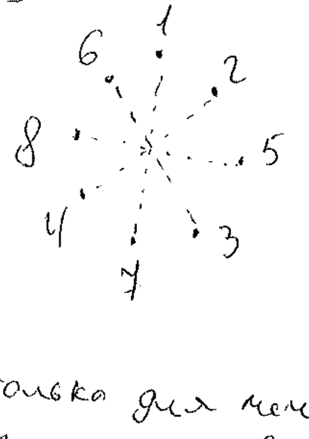
$$AC=\sqrt{\frac{238+105\sqrt{3}}{14}}$$

Ответ: $AC=\sqrt{\frac{238+105\sqrt{3}}{14}}$ +

№8.

$n=2^x$, где $x\in N$ и x - нечётное

Пример $n=3$



−

Это работает, только для нечётных x, т.к. в этом случае мы сможем расставить стулья симметрично как показано на рисунке.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№7

$$\frac{67-39+9\sqrt{3}}{2}=\sqrt{\frac{28+9\sqrt{3}}{2}}$$

$AC=$

~~№8~~

$$AC^2=\frac{49}{2}+25-2\cdot\frac{35}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}(13-3\sqrt{3})}{\cancel{28}\ 14}$$

$$AC^2=\frac{99}{2}-\frac{(35\cdot 13-35\cdot 3\sqrt{3})}{14}$$

$$AC^2=\frac{693-455+105\sqrt{3}}{14}$$

$$AC^2=\frac{238+105\sqrt{3}}{14}$$

$$AC=\sqrt{\frac{238+105\sqrt{3}}{14}}$$

$1\le k\le n-1$ №8.

$k+1\to k$

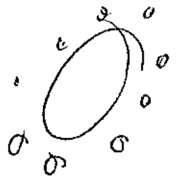
$a_1, a_2, a_3, a_4 \ a_5$ (d, $+2d$, $3d$, a_1+4d)

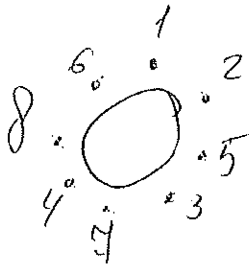
$a_1 + \frac{d}{2}$; a_1+d; $a_1 + \frac{3d}{2}$; a_1+2d; $a_1+2{,}5d$; a_1+3d; $a_1+3{,}5d$;

$$\frac{2018d + 2019d}{2} = 2018{,}5d$$

4037

$n = 2^x$





ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

N 1

$\underbrace{a_1, a_2, a_3 \ldots a_{2019}}_{2019}$

$k = \frac{d}{2}$

$b_1 = a_1 + \frac{d}{2}$

N2 $\boxed{811638}$

$\frac{a_1+a_2}{2} = \frac{a_1+a_1+d}{2} = a_1 + \frac{d}{2}$

$\frac{a_1+a_3}{2} = \frac{a_1+a_1+2d}{2} = a_1 + d$

$\frac{a_1+a_4}{2} = \frac{a_1+a_1+3d}{2} = a_1 + \frac{3}{2}d$

$\frac{a_2+a_3}{2} = \frac{a_1+a_1+d+2d}{2} = a_1 + \frac{3}{2}d$

$\frac{a_3+a_4}{2} = \frac{2a_1+2d+3d}{2} = a_1 + 2{,}5d$

$\boxed{2020}$

3^3, 3^{27}, $3^{\cancel{9}}$, 27^3, $(3^3)^3$

$658 - 15n = \cancel{682}$

$15n =$

a_1, a_2, a_3, a_4

$\cancel{C_4^2 = 2}$

$a_1, a_1+d; a_1+2d, a_1+3d.$

$\frac{a_1+a_1+d}{2}; \frac{a_1+d+a_1+2d}{2}; \frac{a_1+d+a_1+3d}{2}; a_1+$

$\frac{d}{2}; d; \frac{3}{2}d; 2{,}5d.$

5384

673

11441

$n \in N$ $\cancel{m}$ m-min

N2 15, 15, 15, 10, 643, 655, 668, 664 ост. :3

$n \vdots 2019 \Rightarrow n \vdots 3$ 613, 628, 598

$m \cdot 2014 + 2010 = n$

17498

$m \vdots 3$

23555

29612

$n : 2014 = m$ (ост. 2010)

$n \vdots 2$ и $n \vdots 1007$

№3.

I - 2019 р

II - $20\cancel{18}$ р.

$\frac{2020}{4040}$ в.

$\frac{1}{2}$ ... $\left(\frac{1}{2}\right)^{2019}$

I - 1 $\frac{1}{2}$

II 2 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ $\left(\frac{1}{2}\right)^{2020}$

монета
3 × 2 варианта

$\frac{1}{2}$

$\frac{2}{3}$

$\frac{1}{10}$ 0 00 1 0.1 1 11 0 10 1 00 0 11 0 01

$3!$

$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 00 01

C_2^1

2

3

10 в

00 $C_3^2 = \frac{3\cdot 2\cdot 1}{2\cdot 1} = 3$

$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$C_5^2 = \frac{5\cdot 4\cdot \cancel{3\cdot 2}}{\cancel{3\cdot 2}\cdot 2} = 5\cdot 2 = 10$

№11

2018

$\sqrt[2018]{2018^{2018}}$

$2018^{\frac{1}{2018}}$

$\left(2018^{\frac{1}{2018}}\right)^{2018} = 2018^{\frac{1}{2018}\cdot 2018^{\frac{1}{2018}}} = 2018^{\frac{2018^{\frac{1}{2018}}}{2018^1}} =$

$= 2018^{2018^{-\frac{2017}{2018}}}$

$\left(3^3\right)^3 = 3^{27}$

$\left(a^a\right)^a = a^{a^2}$

$a^{a^{2017}}$

2018 $\left(2018^{\frac{1}{2018}}\right)$

$a^a = \underbrace{a\cdot a}_{a\ раз}$

$\frac{1}{\sqrt[2018]{2018^{2017}}}$

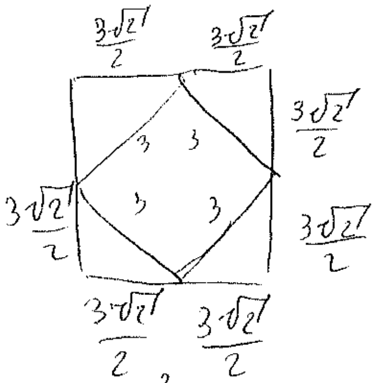
2018

$2^{2^{\frac{1}{2}}}$

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

N 5.



$\frac{9\cdot 2}{4} + \frac{9\cdot 2}{4}$

$\frac{36}{4} = 9$

$6 - \frac{3}{\sqrt{2}^6}$ $\quad \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}$ $\quad \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{3}{\sqrt{2}}$ $\quad 9$ $\quad \frac{3}{\sqrt{2}}$

$3\sqrt{2} - \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}^7}$ $\quad \frac{3}{2}$ $\quad \frac{9}{4} + \frac{9}{4} = \frac{2\cdot 9}{4} = 2\cdot\frac{9}{2} + \frac{9}{2} = 9$

$\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$ $\quad \frac{3}{2\sqrt{2}}$ $\quad \frac{9}{8} + \frac{9}{8} = \frac{18}{8} =$ $\quad \frac{3}{2}\sqrt{2}$

$b_1 = \frac{3\sqrt{2}}{1}$ $\quad 3\sqrt{2}$ $\quad 1 : \sqrt{2}$

$q = \sqrt{2}$ $\quad 3$ $\quad S_8 = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$

$b_8 = 3\sqrt{2}\, q^7$ $\quad \frac{3}{2}\sqrt{2} = \frac{3}{\sqrt{2}}$

$b_8 = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}^7} = \frac{3}{\sqrt{2}^6}$ $\quad \frac{3}{\sqrt{2}^6}$ $\quad \frac{3\sqrt{2}\left(1-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^8\right)}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}$

N 6.

$p(11) = 10$ $\quad p(x) = ax^2 + bx + c$ $\quad a, b, c$

$p(2019) = m^2$

$p(11) = a\cdot 121 + b\cdot 11 + c$

$ax^2 + bx +$ $\quad 121a + 11b + c = 10$

$a\cdot$ $\quad D^2$ $\quad a(x-1$ $\quad a = 1$

$2019^2\cdot a$ $\quad b = 1$

$ax^2 + bx + c = \cancel{2019}$ $\quad c = 8$

$121a + 11b + c = 10$

$c = 10$

$$p(11) = \begin{cases} a\cdot 121 + b\cdot 11 + c = 10 \\ 2019^2\cdot a + 2019b + c = m^2 \\ a, b, c \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$11b + c = 10$

$2019b + c = m^2$

$c = 10 - 11b$

$2019b + 10 - 11b = m^2$

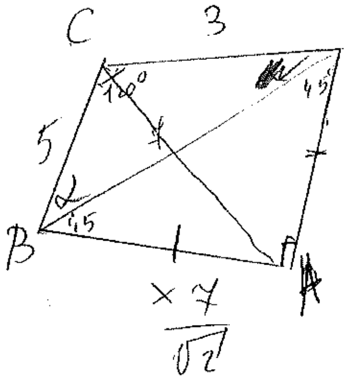
$2008b + 10 = m^2$

нет корней

$4076240a + 2008b + 10 = m^2$

4080400

№7



$AC - ?$

$BD^2 = 25 + 9 + 2\cdot 15\cdot\frac{1}{2}$

$BD^2 = 34 + 15 = 49$

$BD = 7$

$\angle CDB = \alpha$

$9 = 49 + 25 - 2\cdot 35\cos\alpha$

$x^2 + x^2 = 49$

$2x^2 = 49$

$x^2 = \frac{49}{2}$

$x = \frac{7}{\sqrt{2}}$

$70\cos\alpha = 65$

$\cos\alpha = \frac{13}{14}$

$\sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{169}{196}}$

$\sin\alpha = \frac{3\sqrt{3}}{14}$

$$\cos(\alpha + 45^\circ) = \cos\alpha\cos 45^\circ - \sin\alpha\sin 45^\circ =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{13}{14} - \sin\alpha\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{13 - 3\sqrt{3}}{14}\right) =$$

$$= \frac{\sqrt{2}(13 - 3\sqrt{3})}{28}$$

$$AC^2 = \frac{49}{2} + 9 - 2\cdot\frac{21}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}(13 - 3\sqrt{3})}{28}$$

$$AC^2 = 33,5 - \frac{42(13 - 3\sqrt{3})}{28} = 33,5 - \frac{(39 - 9\sqrt{3})}{2}$$

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

Код участника

БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

Ответ на задание 1
4035 чисел
Ответ на задание 2
811638
Ответ на задание 3
$p \approx 0{,}5$
Ответ на задание 4
2018 больше
Ответ на задание 5
$96-6\sqrt{2}$
Ответ на задание 6
Нет
Ответ на задание 7
$\frac{\sqrt{68-30\sqrt{3}}}{2}$
Ответ на задание 8
$n=2^x,\ x\in N$

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЁ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

ПГР-18-18

Код участника

ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

Номер задания	Максимальная оценка	Оценки проверяющих		Итоговая оценка
		Первый проверяющий	Второй проверяющий	
1	10	10		
2	10	10		
3	12	2		
4	12	12		
5	12	12		
6	14	14		
7	14	14		
8	16	4		
ИТОГО	100	78		

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ №1

№1. а) Пусть первый член исходной арифметической прогрессии равен a_1, а второй член этой прогрессии равен (a_1+d). Тогда исходная арифметическая прогрессия имеет вид:

$a_1; (a_1+d); (a_1+2d); (a_1+3d); \ldots; (a_1+2017d); (a_1+2018d)$.

Выберем из членов этой прогрессии два. Они имеют вид:

$(a_1+k\cdot d)$ и $(a_1+n\cdot d)$, где $k, n \in \mathbb{Z}$; $0 \le k, n \le 2018$; $k \ne n$.

Причём k и n могут принимать все целые значения из промежутка $[0; 2018]$, но $k \ne n$.

Среднее арифметическое этих членов:

$$\frac{a_1+k\cdot d+a_1+n\cdot d}{2} = \frac{2a_1+(k+n)\cdot d}{2} = a_1+\frac{k+n}{2}\cdot d.$$

Поскольку k и n - любые неравные друг другу целые числа из промежутка $[0; 2018]$, то в итоге Коля выписал числа:

$(a_1+0{,}5d); (a_1+d); (a_1+1{,}5d); (a_1+2d); \ldots; (a_1+2017d); (a_1+2017{,}5d)$, т.к. минимальное из них $a_1+\frac{0+1}{2}\cdot d = a_1+0{,}5d$, а максимальное $a_1+\frac{2017+2018}{2}\cdot d = a_1+2017{,}5d$.

Как видим, это арифметическая последовательность с шагом $0{,}5d$, ч.т.д.

б) Посчитаем, сколько членов последовательности выписано в п. а).

Пусть их всего n. Шаг последовательности равен $0{,}5d$, первый член равен $(a_1+0{,}5d)$. Найдём, какой по счёту последний член $(a_1+2017{,}5d)$.

$(a_1+2017{,}5d) = (a_1+0{,}5d)+(n-1)\cdot 0{,}5d$; $2017{,}5d-0{,}5d = (n-1)\cdot 0{,}5d$; $2017d = (n-1)\cdot 0{,}5d$.

Разделим на $d \ne 0$ (изначально было $d \ne 0$): $2017 = 0{,}5\cdot(n-1)$; $(n-1) = 4034$; $n = 4035$

Ответ: Коля выписал 4035 чисел.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ №2

№2 Пусть это число $n \in \mathbb{N}$, тогда по условию $n \vdots 2019$ и $n = 2014 \cdot k + 2010$, $k \in \mathbb{N}$ (*) (делится на 2014 с остатком 2010). Тогда $n = (2014k + 2010) \vdots 2019$
$(2019k - 5k + 2010) \vdots 2019$. Т.к. $2019k \vdots 2019$, то должно делиться на 2019 и.
$(2010 - 5k) \vdots 2019$ (1)

Заметим из (*), что чем меньше k, тем меньше n.
Необходимо найти наименьшее k, при котором $(2010 - 5k) \vdots 2019$.
Поскольку $k \in \mathbb{N}$, то $2010 - 5k < 2019$, а т.к. $(2010 - 5k)$ убывает по k, то чтобы k было меньше, необходимо, чтобы $(2010 - 5k)$ было больше. А т.к. $(2010 - 5k) < 2019$, то наибольшее $(2010 - 5k) \vdots 2019$ равно 0; $2010 - 5k = 0$; $5k = 2010$; $k = \overset{4}{\cancel{8}}02$.
$n = 2014k + 2010 = 2014 \cdot \overset{4}{\cancel{8}}02 + 2010 = 809628 + 2010 = 811638$.

Ответ: 811638.

№4 Обозначим $\vee$ какой-то знак $<$ или $>$. Тогда:

$2018 \vee \underbrace{a^{a^{\cdot^{\cdot^{a}}}}}_{2018}$, где $a = \sqrt[2018]{2018}$.

Если мы возведём обе части в степень 2018, знак неравенства не поменяется, т.к. с обеих сторон положительные числа:

$2018^{2018} \vee \Big(\underbrace{a^{a^{\cdot^{\cdot^{a}}}}}_{2018}\Big)^{2018}$; $2018^{2018} \vee (a^{2018})^{\underbrace{a^{\cdot^{\cdot^{a}}}}_{2017}}$;

$a^{2018} = \left(\sqrt[2018]{2018}\right)^{2018} = 2018$, значит: $2018^{2018} \vee 2018^{\underbrace{a^{\cdot^{\cdot^{a}}}}_{2017}}$.

Т.к. $2018 > 1$, то знак неравенства не поменяется при переходе к сравнению степеней: $2018 \vee \underbrace{a^{a^{\cdot^{\cdot^{a}}}}}_{2017}$.

Проделаем ~~эту же операцию~~ эти же шаги ещё 2016 раз и получим:

$2018 \vee a$; $2018 \vee \sqrt[2018]{2018}$. Возведём в степень 2018, знак неравенства не поменяется, т.к. обе части больше 0:

$2018^{2018} \vee 2018^{1}$. Т.к. $2018 > 1$, переходим к сравнению степеней, при этом знак неравенства не поменяется: $2018 \vee 1$. Но $2018 > 1$, значит $\vee$

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ №3

вместо знака V везде ~~не стоять~~ должен был стоять знак >, следовательно:

$2018 > \underbrace{a^{a^{a^{\cdot^{\cdot^{a}}}}}}_{2018}$, где $a = \sqrt[2018]{2018}$

Ответ: число 2018 больше числа $\underbrace{a^{a^{a^{\cdot^{\cdot^{a}}}}}}_{2018}$, где $a = \sqrt[2018]{2018}$.

№6. Дан многочлен $p(x)$, такой, что $p(11)=10$.

Докажем от противного. Пусть $p(2019)=x^2$, $x \in \mathbb{Z}$ (полный квадрат).

Докажем лемму: $(p(a)-p(b)) \vdots (a-b)$.

$p(a) = k_n \cdot a^n + k_{n-1} \cdot a^{n-1} + \ldots + k_1 \cdot a + k_0$

$p(b) = k_n \cdot b^n + k_{n-1} \cdot b^{n-1} + \ldots + k_1 \cdot b + k_0$

$p(a)-p(b) = k_n \cdot (a^n - b^n) + k_{n-1} \cdot (a^{n-1} - b^{n-1}) + \ldots + k_1 \cdot (a-b)$

Т.к. $a^m - b^m = (a-b) \cdot (a^m + a^{m-1} \cdot b + a^{m-2} \cdot b^2 + \ldots + a \cdot b^{m-1} + b^m) \vdots (a-b)$,

то $k_m \cdot (a^m - b^m) \vdots (a-b)$, также $k_1 (a-b) \vdots (a-b)$, значит:

$(p(a)-p(b)) \vdots (a-b)$.

Получается: $(p(2019)-p(11)) \vdots (2019-11)$; $(x^2-10) \vdots 2008$.

Т.к. $2008 = 2^2 \cdot 502$, то $(x^2-10) \vdots 2$ и $(x^2-10) \vdots 4$.

Т.к. $10 \vdots 2$ и $(x^2-10) \vdots 2$, то $x^2 \vdots 2$. Т.к. x^2 — это полный квадрат и $x^2 \vdots 2$, то $x^2 \vdots 4$.

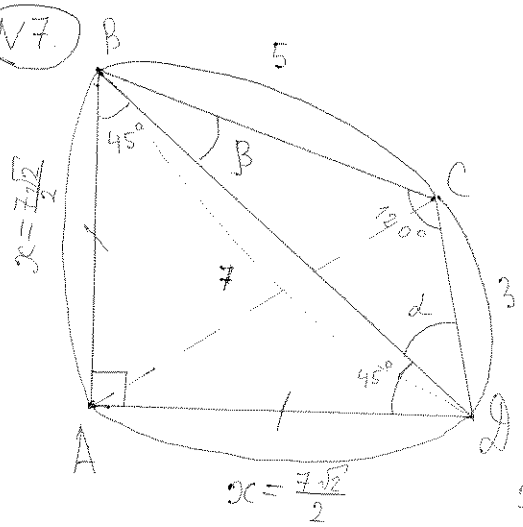
$x^2 \vdots 4$ и $(x^2-10) \vdots 4$, значит $10 \vdots 4$, но $10 \not\vdots 4$. Противоречие, значит $p(2019)$ не может быть полным квадратом.

Ответ: нет.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ № 4.

№7.



$CD=3$; $BC=5$; $\angle BAD=90^\circ$; $\angle BCD=120^\circ$; $AB=AD$.

1.) Из $\triangle BCD$ по т. косинусов:

$$BD=\sqrt{BC^2+CD^2-2BC\cdot CD\cdot\cos120^\circ}=$$
$$=\sqrt{25+9+15}=\sqrt{49}=7.$$

2.) Пусть $AB=x$, тогда из $\triangle ABD$ по теореме Пифагора: $AB^2+AD^2=BD^2$;

$x^2+x^2=49$; $2x^2=49$; $x^2=\frac{49}{2}$; $x=\frac{7}{\sqrt2}$; $x=\frac{7\sqrt2}{2}$ $(AB>0)$

3) Т.к. $\triangle ABD$ равнобедренный и прямоугольный, то $\angle ABD=\angle ADB=45^\circ$.

~~4.) Из $\triangle BCD$ по т. синусов: $\frac{BD}{\sin120^\circ}=\frac{BC}{\sin\alpha}$, где $\angle BDC=\alpha$;~~

$\frac{7}{\frac{\sqrt3}{2}}=\frac{5}{\sin\alpha}$; $7\sin\alpha=\frac{5\sqrt3}{2}$; $\sin\alpha=\frac{5\sqrt3}{14}$.

~~5.) Из $\triangle BCD$: т.к. $\angle BCD=120^\circ$, то $\alpha<180^\circ-120^\circ$; $\alpha<60^\circ$.~~

~~Основное тригонометрическое тождество:~~

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}$, т.к. $0<\alpha<60^\circ$

$\cos\alpha=\sqrt{1-\frac{25\cdot3}{14^2}}=\frac{\sqrt{196-75}}{14}=\frac{\sqrt{121}}{14}=\frac{11}{14}$

~~6.) $\angle ADC=45^\circ+\alpha<105^\circ$, т.к. $\alpha<60^\circ$.~~

4.) Из $\triangle BCD$ по т. синусов: $\frac{CD}{\sin\beta}=\frac{BD}{\sin120^\circ}$, где $\angle CBD=\beta$, $\angle CDB=\alpha$.

$\frac{7}{\frac{\sqrt3}{2}}=\frac{3}{\sin\beta}$; $7\sin\beta=\frac{3\sqrt3}{2}$; $\sin\beta=\frac{3\sqrt3}{14}$.

5.) Из $\triangle BCD$: β – наименьший угол (лежит против наименьшей стороны), значит $\alpha+\beta=180^\circ-120^\circ$; $\alpha+\beta=60^\circ$ и $\beta<\alpha$. $\alpha=60^\circ-\beta>\beta$; $2\beta<60^\circ$; $\beta<30^\circ$.

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$;

$\cos\beta=\sqrt{1-\sin^2\beta}$, т.к. $0<\beta<30^\circ$

$\cos\beta=\sqrt{1-\frac{9\cdot3}{14^2}}=\frac{\sqrt{196-27}}{14}=\frac{\sqrt{169}}{14}=\frac{13}{14}$

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ N5

6.) $\angle ABC = 45^\circ + \beta < 75^\circ$, т.к. $\beta < 30^\circ$.

~~7.)~~ $\cancel{\sin\angle ABC = \sin(\beta + 45^\circ) = \sin\beta \cdot \cos 45^\circ + \sin 45^\circ \cdot \cos\beta =}$

$\cancel{= \frac{3\sqrt{3}}{14} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{13}{14} = \frac{3\sqrt{3}+13}{14\sqrt{2}}}$.

$\cancel{\sin^2\angle ABC + \cos^2\angle ABC = 1}$ ~~(основн. тригонометр. тожд.)~~

$\cancel{\cos\angle ABC = \sqrt{1-\sin^2\angle ABC}}$, ~~т.к.~~ $\cancel{0 < \angle ABC < 75^\circ}$

$\cancel{\cos\angle ABC = \sqrt{1 - \frac{27+169+52\sqrt{3}}{14^2 \cdot 2}} = \frac{\sqrt{392-196-52\sqrt{3}}}{14\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{196-52\sqrt{3}}}{14\sqrt{2}} =}$

$\cancel{= \frac{\sqrt{4\cdot(49-13\sqrt{3})}}{14\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{49-13\sqrt{3}}}{14\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{49-13\sqrt{3}}}{7\sqrt{2}}}$

$\cancel{= \sqrt{1 - \frac{27+169+3\cdot 26\sqrt{3}}{14^2\cdot 2}} = \frac{\sqrt{392-196-2\cdot 39\sqrt{3}}}{14\sqrt{2}} = \sqrt{196-2\cdot 39\sqrt{3}}}$

8.) $\cos\angle ABC = \cos(\beta + 45^\circ) = \cos 45^\circ \cdot \cos\beta + \sin 45^\circ \cdot \sin\beta =$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{13}{14} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{14} = \frac{3\sqrt{3}+13}{14\sqrt{2}}$

9.) Из $\triangle ABC$ по т. косинусов:

$AC^2 = BC^2 + AB^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos\angle ABC$

$AC^2 = 25 + \frac{49}{2} - 2 \cdot \frac{7}{\sqrt{2}} \cdot 5 \cdot \frac{3\sqrt{3}+13}{14\sqrt{2}}$

$AC^2 = \frac{99}{2} - \frac{5}{2} \cdot (3\sqrt{3}+13)$; $AC^2 = \frac{34-15\sqrt{3}}{2}$; $AC > 0$, значит:

$AC = \frac{\sqrt{34-15\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{68-30\sqrt{3}}}{2}$

Ответ: $AC = \frac{\sqrt{68-30\sqrt{3}}}{2}$.

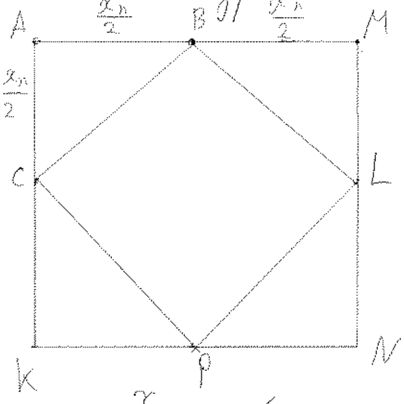
ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ №6.

№5. Нумеруем наши квадраты: 1; 2; ...; 8.

Первый квадрат со стороной $x_1 = 3\sqrt{2} - 3 = 3(\sqrt{2}-1)$

n-ый квадрат со стороной x_n (квадрат $AMNK$).



Из $\triangle ABC$ по т. Пифагора:

$$BC = \sqrt{\frac{x_n^2}{4} + \frac{x_n^2}{4}} = \frac{\sqrt{2}x_n}{2} \quad (x_n > 0).$$

Но $BC = x_{n+1} = \frac{x_n}{\sqrt{2}}$ (сторона нового квадрата).

Каждый раз сторона делится на $\sqrt{2}$, значит:

$$x_n = \frac{x_1}{(\sqrt{2})^{n-1}} \text{ (проделали } (n-1) \text{ операцию).}$$

~~Длина изгибов при сложении~~

Когда ~~мы получаем n-ый квадрат,~~ добавленная длина изгибов ($\cancel{AK+AM+MN+NK}$) ~~умножается на~~ равна $(AK+AM+\cancel{MN+NK}) \cdot 2^{n-2} = 4x_n \cdot 2^{n-2} = \frac{2x_1 \cdot 2^{n-1}}{(\sqrt{2})^{n-1}} = 2x_1 \cdot (\sqrt{2})^{n-1}$,

т.к., ~~когда мы получаем n-ый квадрат, у нас~~ бумага ~~сложена в $(n-2)$ слоя.~~ (при $n=2$ слоёв 0)

~~Каждый раз на n-ом квадрате добавляется~~ длина $2x_1 \cdot (\sqrt{2})^{n-1}$ линий изгибов.

Всего линий изгибов на 8-ом квадрате будет:

$\cancel{4x_1(\sqrt{2})^1 + 4x_1(\sqrt{2})^2 + 4x_1(\sqrt{2})^3 + \ldots + 4x_1(\sqrt{2})^7} =$

$= \cancel{4x_1 \cdot (\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^3 + \ldots + (\sqrt{2})^7) = 4x_1 \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot ((\sqrt{2})^7 - 1)}{\sqrt{2} - 1}} =$

$= \cancel{4 \cdot 3 \cdot (\sqrt{2}-1) \cdot (8\sqrt{2}-1} \; 2x_1$

$$2x_1 (\sqrt{2})^1 + 2x_1 (\sqrt{2})^2 + 2x_1 (\sqrt{2})^3 + \ldots + 2x_1 (\sqrt{2})^7 =$$

$$= 2x_1 (\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^3 + \ldots + (\sqrt{2})^7) = 2x_1 \cdot \frac{\sqrt{2}((\sqrt{2})^7 - 1)}{\sqrt{2} - 1} =$$

$$= \frac{2 \cdot 3(\sqrt{2}-1) \cdot (8\sqrt{2}-1) \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = 6\sqrt{2}(8\sqrt{2}-1)$$

$\cancel{4x_1 \cdot (\sqrt{2})^7 + 4x_1}$

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ № 7

$\cancel{2x_1\cdot(\sqrt{2})^1+2x_1\cdot(\sqrt{2})^2+2x_1\cdot(\sqrt{2})^3+\ldots+2x_1}$

Когда мы получаем n-ый квадрат, добавляется длина изгибов, равная $\cancel{7}\ 4x_n\cdot 2^{n-2}=\frac{4x_1\cdot 2^{n-2}}{(\sqrt{2})^{n-1}}=2x_1\cdot(\sqrt{2})^{n-1}$, т.к. на ~~n-ом~~ (n+1)-ом квадрате бумага будет в 2^{n-1} слоёв, а на (n-1)-ом квадрате (предыдущем) в (n-2) слоя.

Каждый раз на n-ом квадрате добавляется длина $2x_1\cdot(\sqrt{2})^{n-1}$ изгибов.

Всего линий изгибов на 8-ом квадрате:

$$2x_1\cdot(\sqrt{2})^1+2x_1\cdot(\sqrt{2})^2+2x_1\cdot(\sqrt{2})^3+\ldots+2x_1\cdot(\sqrt{2})^7=$$

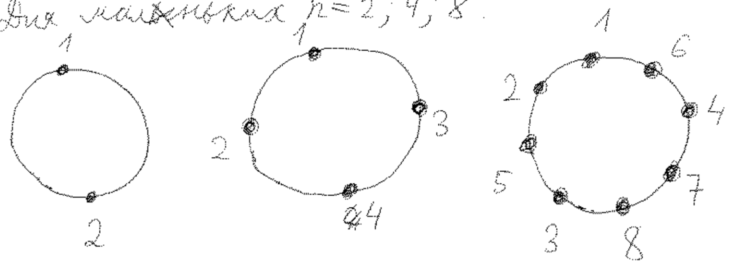
$$=2x_1\cdot\left(\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2+\ldots+(\sqrt{2})^7\right)=2x_1\cdot\frac{\sqrt{2}\left((\sqrt{2})^7-1\right)}{\sqrt{2}-1}=$$

$$=\frac{2\cdot3\cdot(\sqrt{2}-1)\cdot(8\sqrt{2}-1)\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}=6\cdot(16-\sqrt{2})=96-6\sqrt{2}.$$

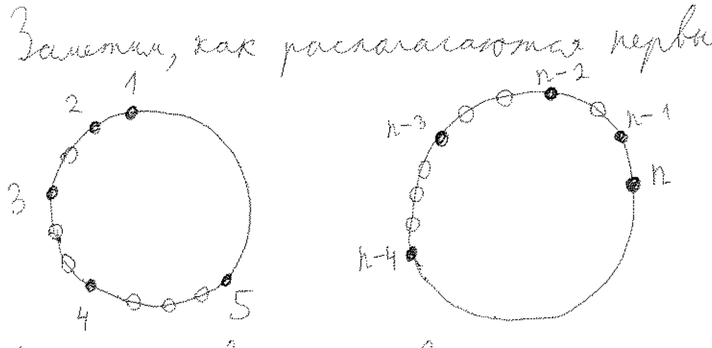
Ответ: $96-6\sqrt{2}$.

№8. Докажем, что все $n=2^x$, $x\in N$ подходят.

Для маленьких $n=2;4;8$:



Заметим, как располагаются первые и последние посетители:



Место первого — 0, второго — 1; третьего — 3; четвёртого — 6 и т.д. нумеруем места по окружности.

Место k-го посетителя равно остатку от деления $1+2+\ldots+(k-1)=\frac{(k-1)\cdot k}{2}$ на n.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ №8

№3. Первый бросил 2019 раз, а второй 2020 раз

Если первый бросит монету ещё раз, то, ~~он~~ получается, ~~что он~~ бросил её 2020 раз, как и второй, значит

~~Вероятность, что первый б перво~~

Вероятность, что у второго монета упала орлом вверх больше (чем у ~~второго~~ первого), такая же, как и вероятность, что у второго монета упала решкой вверх больше и равна p, т.к. монета симметричная. Но, если у ~~Монета может~~ второго монета упала решкой больше, чем у первого, то у первого монета упала орлом вверх больше, чем у ~~первого~~ второго, значит вероятность этого события тоже равна p.

Получается вероятность, что у первого монета упала орлом вверх большее число раз, чем у второго, равна вероятности, что у второго монета упала орлом вверх большее число раз, чем у первого, и равна p.

Монета может выпасть большее число раз у кого-то из них с вероятностью 2p. А вероятность того, что у них орёл выпадет равное число раз, равна(1−2p).

Всего вариантов исхода после всех бросаний:

① N1

$a_1 \quad a_1+d \quad a_1+2d \quad a_1+3d \quad a_1+4d \ \ldots \ a_1+2018d$

$$\frac{a_1+k\cdot d+a_1+n\cdot d}{2}=a_1+\frac{k+n}{2}\cdot d \qquad k,n\in\mathbb{Z},\ k,n>0$$

$0\le k,n\le 2018$

$$\begin{array}{r} \times\,2017 \\ 2 \\ \hline 4034 \end{array}$$

② $n\in\mathbb{N};\quad n \vdots 2019$

$n=2014k+2010 \vdots 2019, \quad k\to \min$

$n=2019\cdot k+2010-5k \vdots 2019$

$2010-5k \vdots 2019$

$$\begin{array}{r|l} 2010 & 5 \\ 20 & 402 \\ \hline 10 & \end{array}$$

$k=402$

$$\begin{array}{r} \times\,2014 \\ 402 \\ \hline 4028 \\ +\,8056 \\ \hline 809628 \\ +\,2010 \\ \hline 811638 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\,2014 \\ 402 \\ \hline 4028 \\ +\,8056 \\ \hline 809628 \\ +\,2010 \\ \hline 811638 \end{array}$$

③

1: 2019

2: 2020

$\frac{1}{2}$

$((x)^a)^b=x^{ab}$

④

$\sqrt[2018]{2018}$

$2018 \sqrt[a^{2017}]{\underbrace{a^{a^{a^{a}}}}_{2018}}$ $\qquad a=\sqrt[2018]{2018} \qquad a^{2018}=2018$

$(\ )^{2}$ $\qquad \sqrt[2018]{2018}\cdot\sqrt[2018]{2018^{2017}}=2018$

$\underbrace{a^{a^{a^{\cdots^{a^{a}}}}}}_{2018} = \cancel{a^{2017}} \neq$

$\left(a^{a^{a}}\right)^{a^{2018}}=\left(a^{a^{2018}a^{a^{a}}}\right)=\left(a^{a^{a}}\right)^{5}=a^{5a^{a}}$

Bl. 4. №2

$$\sqrt[2018]{\underbrace{a^{a^{a^{\cdots^{a}}}}}_{2018}}$$

$a=\sqrt[2018]{2018}$

$a^{a^{2018}} = \left(\sqrt[2018]{2018}\right)^{2018} = 2018$

$$\sqrt[2018^{2018}]{2018^{\overbrace{a^{a^{\cdots^{a}}}}^{2017}}}$$

$$\sqrt[2018]{\underbrace{a^{a^{\cdots^{a}}}}_{2017}}$$

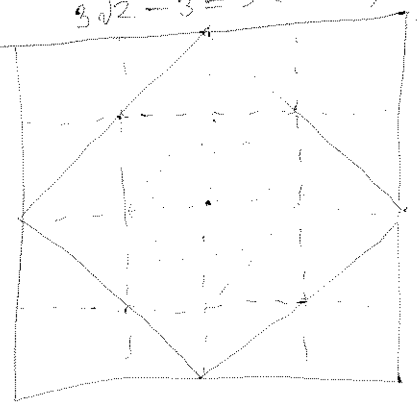
$$\sqrt[2018]{a^{a}}$$

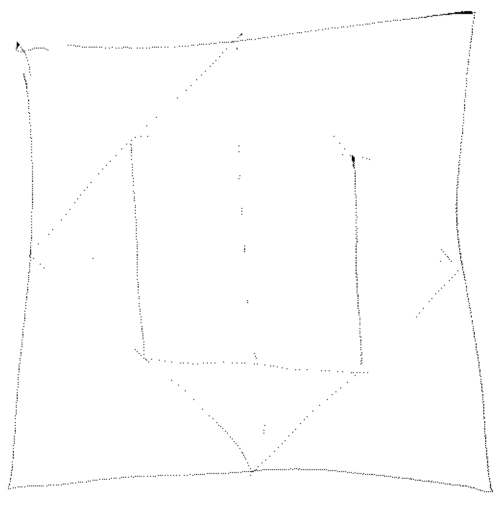
$$\sqrt[2018^{2018}]{\cancel{a}\,2018^{a}}$$

$$\sqrt[2018]{a} \to \sqrt[2018^{2018}]{2018}$$

5.

$3\sqrt{2}-3=3(\sqrt{2}-1)$





$\times\begin{array}{r}13\\5\\\hline 65\end{array}$

$2\cdot\frac{7}{\sqrt{2}}\cdot 5\cdot\frac{1}{14\sqrt{2}} = \frac{5}{2}$

$2\cdot\frac{a}{\sqrt{2}}\cdot\frac{b}{\sqrt{2}} = ab = 15$ $\quad 3\cdot 5$

$a^2+b^2=34$

$a^2+b^2=68$ $\quad 9+25$

$2ab=15$ $\quad b=\frac{15}{2a}=\frac{7{,}5}{a}$

$ab=30$ $\quad 15\cdot 2$ $\quad 30=2\cdot 3\cdot 5$

$a^2+b^2=68$ $\quad 36+25=61$

(6) $p_n(x)=a_n\cdot x^n+a_{n-1}\cdot x^{n-1}+\dots+a_1\cdot x+a_0$

N3

$p(11)=11^n\cdot a_n+11^{n-1}\cdot a_{n-1}+\dots+11\cdot a_1+a_0=10.$

$p(2019)=2019^n\cdot a_n+2019^{n-1}\cdot a_{n-1}+\dots+\quad a_0\underset{11}{\equiv}10.$

$+2019\cdot a_1+a_0=x^2$

$(p(a)-p(b)):(a-b)$ $\quad 2019=3\cdot 673$

$$\begin{array}{r|l} 2019 & 3 \\ \hline 18 & 673 \\ 21 & \\ 21 & \\ \hline 9 & \end{array}$$

673

$p(2019)-p(11)\ :2008$

$(x^2-10):2008=1004\cdot 2=502\cdot 4=$

$$\begin{array}{r|l} 2019 & 11 \\ \hline 11 & 183 \\ 91 & \\ 88 & \\ \hline 39 & \\ 33 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

$2008=8\cdot 251$

$x^2=2008k+10.$

$(x^2-10):2$

$10:2$

$$\begin{array}{r|l} 2008 & 16 \\ \hline 16 & 12 \\ 40 & \\ 32 & \\ \hline 88 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 502 & 2 \\ \hline 4 & 251 \\ 10 & \\ 10 & \end{array}$$

$x^2:2\Rightarrow x^2:4$

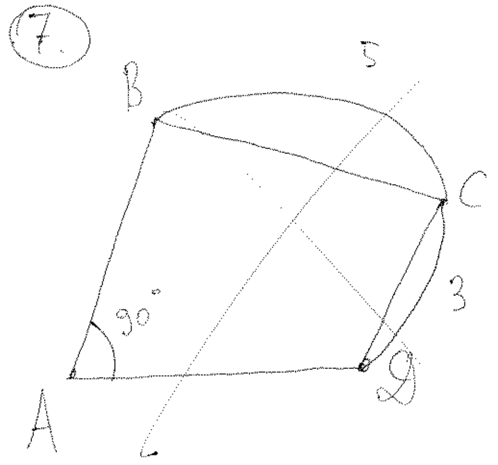
$x^2-8:4\quad ((x^2-8)-2):8.$

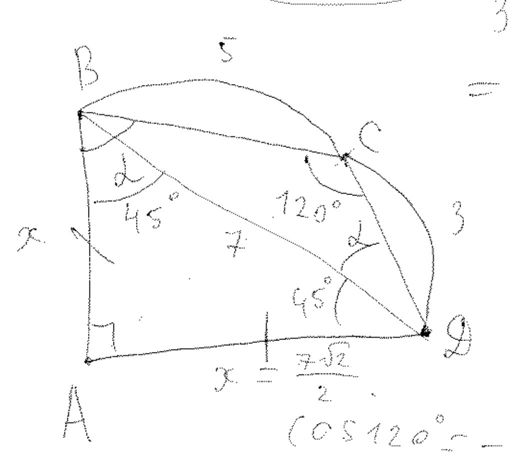
$$\begin{array}{r|l} 2008 & 4 \\ \hline 20 & 502 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 14 \\ \hline 56 \\ 14 \\ \hline 196 \end{array}$$

№4

7.





$360^\circ - 90^\circ - 120^\circ - \alpha =$
$= 270^\circ - 120^\circ - \alpha = 140^\circ - \alpha$

$AC = ?$

$\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$

$BD^2 = 5^2 + 3^2 + 2\cdot 5\cdot 3\cdot \frac{1}{2} = 25 + 9 + 15 = 49$

$\sin 120^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\boxed{BD = 7}$

$AB = x$

$\times\begin{array}{r}13\\3\\\hline 39\end{array}$

$2x^2 = 7^2; \quad x = \frac{7}{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$

$\frac{7}{\sin 120^\circ} = \frac{5}{\sin\alpha}$ $\qquad \sin\alpha = \frac{3\sqrt{3}}{14}$

$\frac{7}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{5}{\sin\alpha} \quad \frac{14}{\sqrt{3}} = \frac{5}{\sin\alpha} \quad \frac{14}{\sqrt{3}} = \frac{\cancel{5}\,3}{\sin\alpha}$

$\sin\alpha = \frac{5\sqrt{3}}{14};$ $\cancel{\cos\alpha = \sqrt{1}}$

$\cos(\alpha+\beta) =$
$= \cos\alpha$

$\sin(x+y) = \sin x\cdot\cos y + \cos x\cdot\sin y$

$\sin(\alpha + 45) = \frac{5\sqrt{3}}{14}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{11}{14}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} =$

$\cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{25\cdot 3}{14^2}} = \frac{\sqrt{121}}{14} = \frac{11}{14}$

$= \frac{5\sqrt{3} + 11}{14\cdot\sqrt{2}}$

$\cos =$

$\cos(\alpha+\beta) =$

$2\cdot 2\ 6\sqrt{3}$

$\cos 2\alpha =$

$\cos(\alpha+\beta) = \sin\alpha$

$+\begin{array}{r}169\\27\\\hline 196\end{array}$ $\quad \times\begin{array}{r}14\\14\\\hline 56\\14\\\hline 196\end{array}$ $\quad -\begin{array}{r}196\\75\\\hline 121\end{array}$

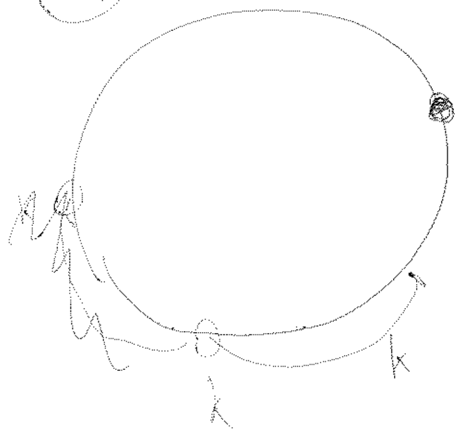
$-\begin{array}{r}392\\196\\\hline 196\end{array}$ $\quad \times\begin{array}{r}196\\2\\\hline 392\end{array}$ $\quad -\begin{array}{r}196\\27\\\hline 169\end{array}$

$-\begin{array}{r}196\\16\\\hline 36\end{array}\ \big|\ \begin{array}{l}4\\\hline 49\end{array}$ $\quad 98$

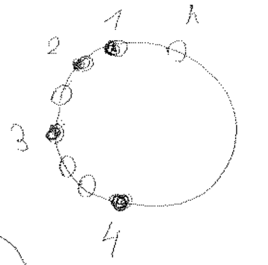
NS.

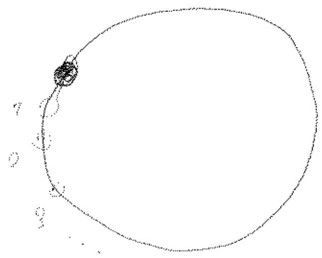
8.

n c. n n.



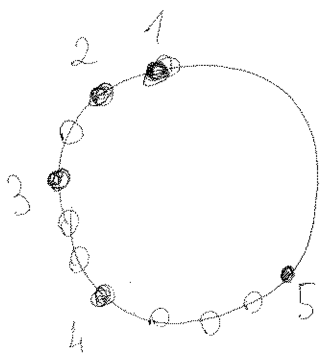
$(k+1)$



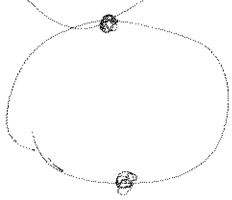


1 n
2 n
3 n
4 n

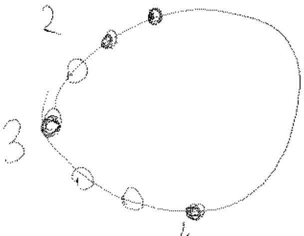
$n \neq 3$



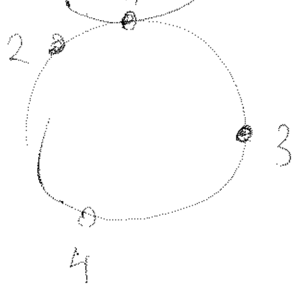
$n = 2$



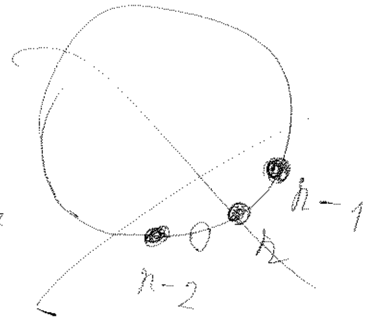
$n \neq 6$



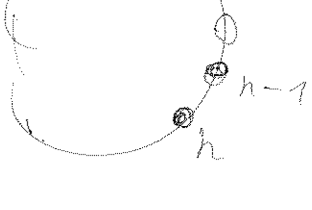
$n = 4$



$n = 5$



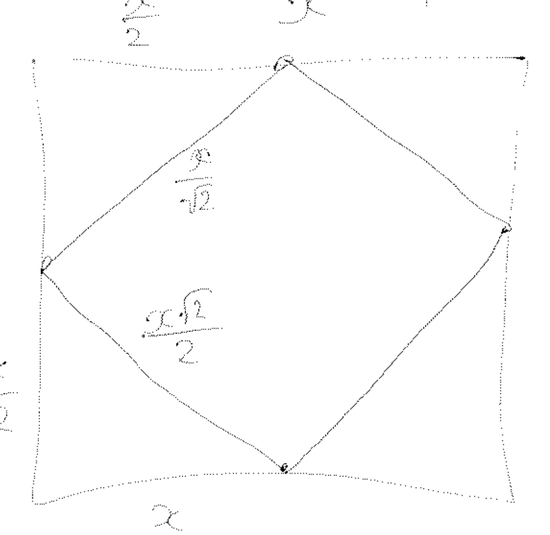
$1 \quad \sqrt{2} \quad (\sqrt{2})^2 \quad (\sqrt{2})^7$

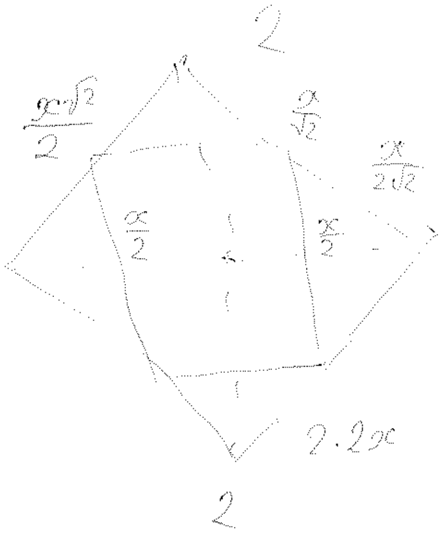


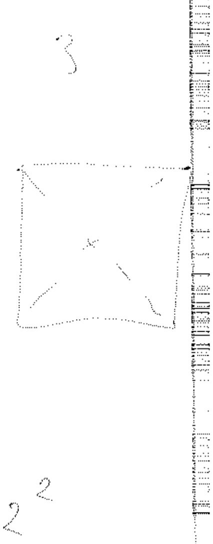
№6.

5

$4x\sqrt{2}$







$2\sqrt{2}x$

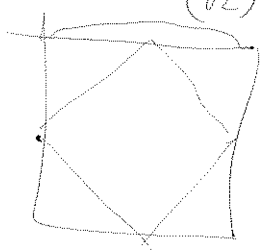
$4x$

$$\cancel{Y} = 4 \cdot \frac{x\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}x$$

$$\frac{x\sqrt{2}}{4} \cdot \sqrt{2} = \frac{x}{2} \qquad \frac{x}{2} \cdot 4 = 2x$$

$$2x \cdot 2 = 4x$$

$n \quad \frac{x}{(\sqrt{2})^{n-1}}$



2^{n-1}

$$\frac{x}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{x}{\sqrt{2}}$$

$$\cancel{\frac{x}{(\sqrt{2})^n}} \quad \frac{x \cdot \sqrt{2}}{(\sqrt{2})^{n-1} \cdot 2} \cdot 4 = \frac{4x}{(\sqrt{2})^n}$$

$$\frac{4x}{(\sqrt{2})^n} \cdot 2^{n-1} = \frac{4x \cdot (\sqrt{2})^n}{2} = x(\sqrt{2})^n$$

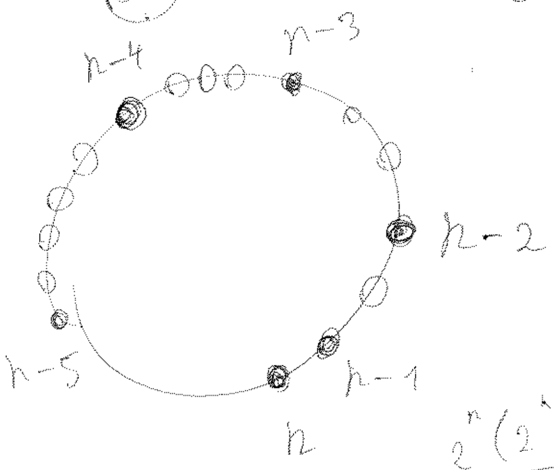
$$\frac{4x_1}{(\sqrt{2})^{n-1}} \cdot 2^{n-2}$$

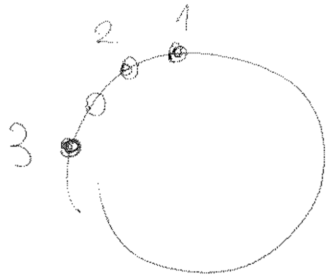
N 7.

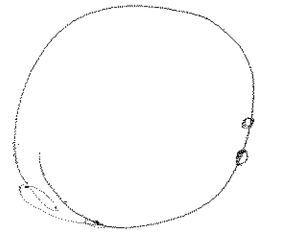
3.

8.

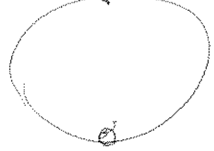
$\frac{1}{2}$





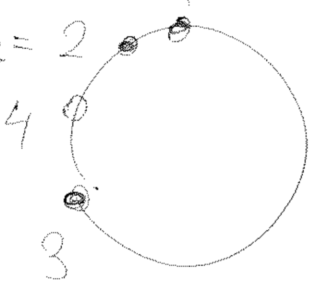


$n = 2$



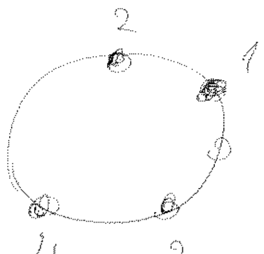
$\frac{2^n(2^k-1)}{2} = 2^{2n-1} - 2^{n-1}$

$n = 4$



$+1 \quad +2 \quad +3 + \ldots \quad +(n-1) \cancel{+n} = 2$

$= \frac{n-1+1}{2} \cdot (n-1) = \frac{n(n-1)}{2} \underset{n}{\equiv}$



$+1+2+3+\ldots+k-1 \qquad \frac{k\cdot(k-1)}{2}$

k-ый на $\frac{k\cdot(k-1)}{2}$ стуле $\frac{k^2}{2} - \frac{k}{2}$

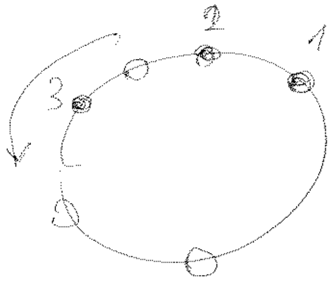
$\frac{k^2-k}{2} \underset{2^n}{\equiv} l$

$k \in [\cancel{0}\,1; n]$

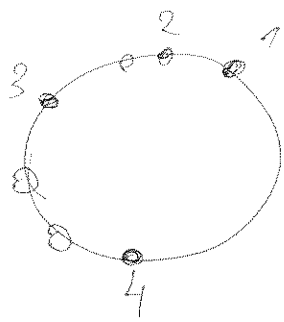
$0; 1; 3; 6; 10; 15; 21$

$\cancel{n = 2^k}$

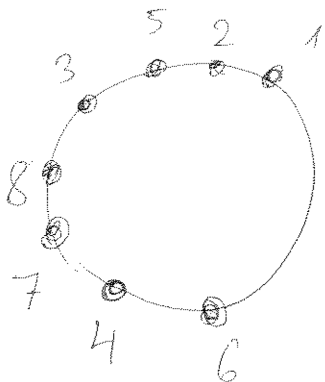
$n = 6$



$n = 7$



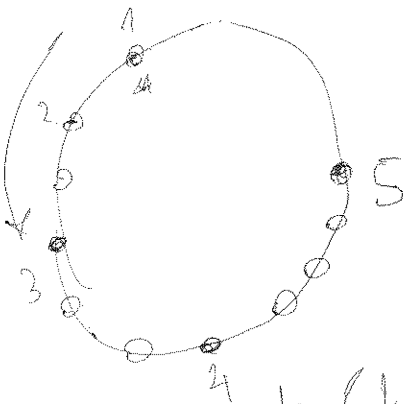
$n = 8$

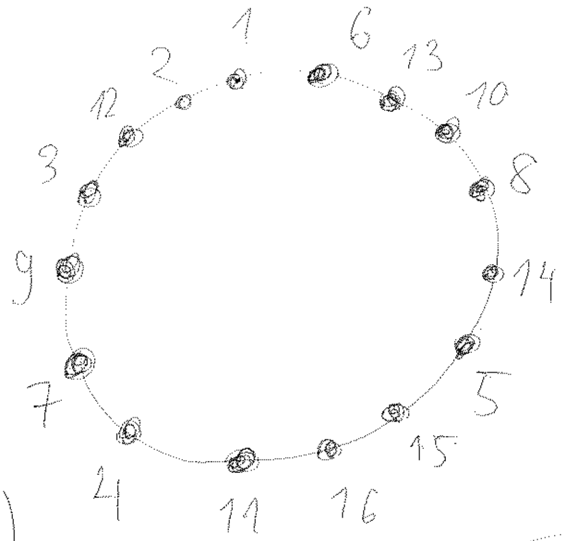


$n = 2^x$

$x \in \mathbb{N}$

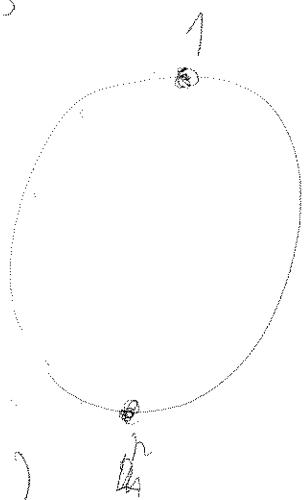
N8.





$$\frac{k\cdot(k-1)}{2} = x$$

$$\frac{k^2}{2} - \frac{k}{2} = 2^n \cdot x + \ell$$



$$\frac{k\cdot(k-1)}{2} = 2^n \qquad \frac{n\cdot(n-1)}{2} =$$

$$k^2 - k = 2^{n+1}$$

$$= \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2} = \frac{2^{2x}}{2} - \frac{2^x}{2} = 2^{2x-1} - 2^{x-1} =$$

$$= 2^x \cdot \left(2^{x-1} - \frac{1}{2}\right) \qquad x-1 \quad + \frac{1}{2} \text{ кр.}$$

$2 \cdot 7 \quad 2 \cdot 5 \qquad 3 \cdot 5 \cdot \sqrt{3}$

$ab = 15\sqrt{3} \quad 3\sqrt{3} \quad 5 \qquad 5\sqrt{3} \quad 3$

$75 \quad 9$

$a^2 + b^2 = 68$

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ -ФИНАНСИСТ! МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!» ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

5455-12

Код участника

БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

Ответ на задание 1
а) доказано б) 4036
Ответ на задание 2
811638
Ответ на задание 3
50%
Ответ на задание 4
$2018 > \sqrt[2018]{2018}$
Ответ на задание 5
90
Ответ на задание 6
не можем
Ответ на задание 7
$\sqrt{\frac{34+15\sqrt{3}}{2}}$
Ответ на задание 8

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ №1

Задание 2.

Из условия задачи можно вывести уравнение:

$(2014x+2010):2019=y$

$2014x+2010=2019y$

$2014x=2019y-2010$

$x=\frac{2019y-2010}{2014}$

при подстановке „y" нетрудно заметить:

$y=1$, $x=\frac{9}{2014}$; $y=2$, $x=\frac{2028}{2014}$; $y=3$, $x=\frac{4047}{2014}$; $y=4$, $x=\frac{6066}{2014}$ и т. д., что

при увеличении „y" на 1 единицу, у „x" остаток увеличивается на 5 единиц, исходя из этого, выполним арифметические действия:

1) $2019-9=2010$

2) $2010:5=402$

$$\begin{array}{r|l} 2010 & 5 \\ \underline{-20} & 402 \\ -10 & \\ \underline{10} & \\ 0 & \end{array}$$

3) 2019×402

$$\begin{array}{r} 2019 \\ \times\ 402 \\ \hline 4038 \\ 8076 \\ \hline 811638 \end{array}$$

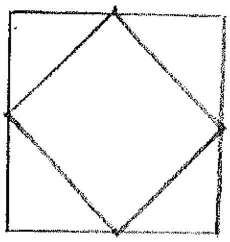
⊕

Ответ: Наименьшим натуральным числом является 811638

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ № 2.

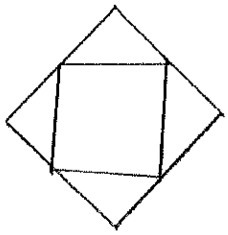
Задание 5

1)



$a=3(\sqrt{2}-1)$

2)



$4\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)$

3)

$\frac{(a\sqrt{2})\sqrt{2}}{2}$

Выявив стороны новых квадратов и построив их последовательность, нетрудно заметить, что она еще является геометрической прогрессией, у которой:

$q=\sqrt{2}$ $\quad a_1=\frac{a}{2}$

$$4\cdot S_8=4\cdot\frac{\frac{a}{2}(1-\sqrt{2}^8)}{1-\sqrt{2}}=\frac{\frac{4a}{2}(1-16)}{1-\sqrt{2}}=\frac{2a\cdot 15}{\sqrt{2}-1}$$

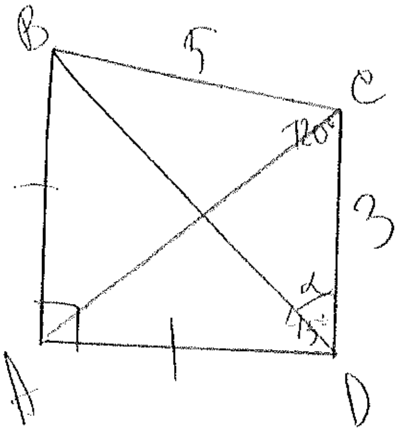
$$4\cdot S_8=\frac{2\cdot 15\cancel{(\sqrt{2}-1)}\cdot 3}{\cancel{\sqrt{2}-1}}=90$$

+

Ответ: Длина линий изгибов на развернутом квадрате равна 90.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ №3



Задание 7

Дано: ABCD — выпуклый четырехугольник; $CD=3$; $BC=5$; $\angle BAD=90°$; $\angle BCD=120°$; $AB=AD$

Найти: AC — ?

Решение:

1) $BD^2 = 9+25+2\cdot 3\cdot 5\cdot \frac{1}{2} = 49$

$BD=7$.

2) $AB^2+AD^2=BD^2$

$AB = \frac{BD}{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$

3) $\cos\angle BDC = \frac{BD^2+CD^2-BC^2}{2\cdot BD\cdot CD} = \frac{49+9-25}{2\cdot 7\cdot 3} = \frac{11}{14}$

$\sin\angle BDC = \frac{\sqrt{196-121}}{14} = \frac{5\sqrt{3}}{14}$

4) $\cos\angle ADC = \cos(45+BDC) = \cos 45\cdot\cos BDC - \sin 45\cdot \sin BDC = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{11}{14} - \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{5\sqrt{3}}{14} =$

$= \frac{\sqrt{2}(11-5\sqrt{3})}{28}$

5) $AC^2 = AD^2+DC^2-2\cdot AD\cdot DC\cdot \cos ADC = \frac{49}{2}+9-2\cdot\frac{7\sqrt{2}}{2}\cdot 3\cdot\frac{\sqrt{2}(11-5\sqrt{3})}{28} =$

$= \frac{49}{2}+9-\frac{3(11-5\sqrt{3})}{2} = \frac{49+18-33+15\sqrt{3}}{2} = \frac{34+15\sqrt{3}}{2}$.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ №4.

$AC = \sqrt{\frac{34+15\sqrt{3}}{2}}$

+

Ответ: $AC = \sqrt{\frac{34+15\sqrt{3}}{2}}$

Задание 4.

Число $a = \sqrt[2018]{2018}$, запишем его, как $2018^{\frac{1}{2018}}$, тогда второе число из условия задачи будет равно:

$$2018^{2018^{2018^{\frac{1}{2018}}}}$$

$$1 + \underbrace{4035}_{\text{(степени)}} = 4036 \,|\, 2018 \cdot 2)$$

По знакомым нам свойствам степеней, умножаем каждые два числа друг на друга; в конце остается степень $\frac{1}{2018}$, тогда
Сравним:

$2018 \wedge 2018^{\frac{1}{2018}}$

$1 > \frac{1}{2018}$

$\Downarrow$

$2018 > \sqrt[2018]{2018}$

−

$$\left(2018^{\frac{1}{2018}}\right)^{2018^{\frac{1}{2018}}} \neq 2018^{\frac{1}{2018}}$$

Ответ: $2018 > \sqrt[2018]{2018}$

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ №5.

Задание 1.

Арифметическая прогрессия №1.

$a_1; a_2 \ldots a_{2019}$

Коля выписывает

1) $\frac{a_1+a_2}{2}=a_1+0{,}5d$ 2) $\frac{a_2+a_3}{2}=a_1+1{,}5d$

$\frac{a_1+a_3}{2}=a_1+d$ $\frac{a_2+a_4}{2}=a_1+2d$

. . . .

$\frac{a_1+a_{2019}}{2}=a_1+1009d$ $\frac{a_2+a_{2019}}{2}=a_1+1009{,}5d$

3) $\frac{a_3+a_4}{2}=a_1+2{,}5d$ 4) $\frac{a_{2018}+a_{2019}}{2}=a_1+2017{,}5d$.

$\frac{a_3+a_5}{2}=a_1+3d$

. . . . . .

$\frac{a_3+a_{2019}}{2}=a_1+1010d$

а) ±

б) $\cancel{\pm}$ $\frac{+}{2}$.

Итого получилось:

$d=0{,}5d$.

a_1; $a_1+0{,}5d$; a_1+d ..., $a_1+2017{,}5d$. => Арифметическая прогрессия;

Кол-во её членов $=2018\cdot 2=4036$.

нельзя получить

нет строгого обос-я!

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ №6

Ответ: а) доказано б) 4036

Задание 3

Варианты исхода: у 1-го - 2020, у 2-го - 2021.
Если у 2-го 1 раз выпал орёл, то всего один случай (0 раз у 1-го)
Если у 2-го 2 раза выпал орёл, то 2 случая.

. . . . . .

Если у 2-го 2020 раз выпал орел, то 2020 случаев.
Нетрудно сложить все это по арифметической прогрессии и поделить на всевозможные случаи (2020 · 2021), получим 50%

$\oplus$

Ответ: 50%

Задание 6

$p(a) = k_n \cdot a^n + k_{n-1} \cdot a^{n-1} + \ldots + k_1 \cdot a + k_0$

$p(b) = k_n \cdot b^n + k_{n-1} \cdot b^{n-1} + \ldots + k_1 \cdot b + k_0$

$p(a) - p(b) = k_n \cdot (a^n - b^n) + k_{n-1}(a^{n-1} - b^{n-1}) + \ldots + k_1(a-b)$

Т.к. $a^n - b^n = (a-b)(a^n + a^{n-1} \cdot b + a^{n-2} \cdot b^2 + \ldots +$

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ №7.

$(p(a) - p(b)) \vdots (a - b)$

Получается $(p(2019) - p(11)) \vdots (2019 - 11)$

$2019 - 11 = 2008 = 2^2 \cdot 502$, то $(x^2 - 10) \vdots 2$ и $\vdots 4$

Т.к. $10 \vdots 2$ и $(x^2 - 10) \vdots 2$, то $x^2 \vdots 2$

полный квадрат $x^2 \vdots 2$, то $x^2 \vdots 4$

$x^2 \vdots 4$ и $(x^2 - 10) \vdots 4 \Rightarrow 10 \vdots 4$, чего быть не может $\Rightarrow$ $p(2019)$ не может быть полным квадратом.

(+)

~~(2014x+2010):2019=1~~ 1.

$\boxed{1257}$

4 ~~приклад~~ 1

2014x+2010=2019

2014x=9

$x=\frac{9}{2014}$

~~(2014x+2010):2019=1~~

y+1

y=2

y=3

y=4

y=5

y=6

(2014x+2010):2019=y

2014x+2010=2019y

2014x=4038-2010

2014x=2028.

$x=\frac{2028}{2014}$

$\frac{9}{2028}$

4047

$$\begin{array}{r} 8085 \\ -8056 \\ \hline 29 \end{array}$$

6066

6029

2014x=2019y-2010

$x=\frac{2019y-2010}{2014}$

2019y-2010=2014x,

y=1 +9

y=2 +14

y=3 +19

y=4 +24

y=5 +29

y=5

$$\begin{array}{r} 2019 \\ -14 \\ \hline 2005 \end{array}$$

2005 | 5

20 | 401

05

$$\begin{array}{r} 4047 \\ -4028 \\ \hline 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 811638 \\ -2010 \\ \hline 809628 \end{array}$$

809628 | 2014

8056 | 402.

4028

401·2019

$$\begin{array}{r} 6066 \\ -6042 \\ \hline 24 \end{array}$$

при y=402

$$\begin{array}{r} 2019 \\ \times 400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2019 \\ \times 400 \\ \hline 807600 \\ +2019 \\ \hline 809619 \\ +2019 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 809619 & 2014 \\ \hline 8056 & 401 \\ \hline 4019 & \\ -2014 & \\ \hline 2005 & \end{array}$$

Черновик 2

$\sqrt[2018]{2018}$

$\sqrt[2018]{2018}$

2018 | 2017 кол-во $\sqrt[2018]{2018}$, с каждым + число. $\Rightarrow$ $2017 \cdot 2 = 4034$.
чисел.

+

$\frac{1}{2018}$

+

2018

$\Downarrow$

~~4036~~ чисел.

$\sqrt[2018]{2018}$

$2018^{\frac{1}{2018}}$

$2018^{\frac{1}{2018^{\frac{1}{2018}}}}$

1 — $\frac{1}{2018}$

2 — 2018.

2017 — $\frac{1}{2018}$

2018 — 2018.

$2018^{\frac{1}{2018}\cdots}$

4036 число

4035 степени

1 — $\frac{1}{2018}$

2 — 2018.

⋮

4033 — $\frac{1}{2018}$

4034 — 2018

4035 — $\frac{1}{2018}$.

$2^{2^2} = 4^2 = 16$

$2^{2^2} = 2^4 = 16$.

$3^{3^3} = 3^9 =$

$2018 > \sqrt[2018]{2018}$

$2018^1 > 2018^{\frac{1}{2018}}$

$1 > \frac{1}{2018}$

Черновик 3

5) 2г. 3св.

6) 4г. 2св.

7) 3г. 4св.

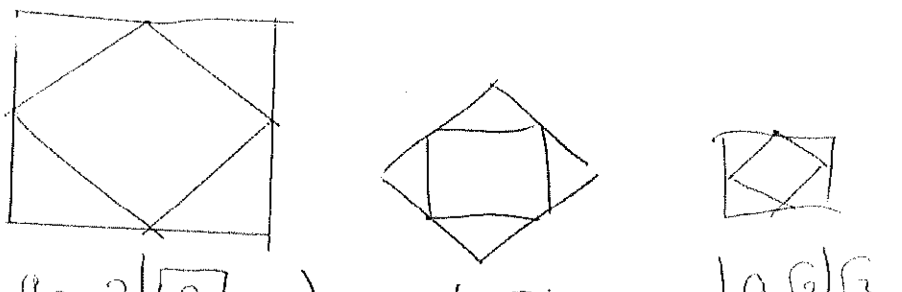
8) 7г. 1св.

9) 3г. 6св.

10) 5г. 5св.

11) 5г. 6св.

12) 4г. 8св.



$a = 3(\sqrt{2}-1)$ $\quad 4\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)$ $\quad \frac{(a\sqrt{2})\sqrt{2}}{2}$

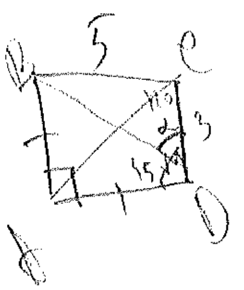
Геометр. прогрессия

$q = \sqrt{2} \qquad a_1 = \frac{a}{2}$

$$4 \cdot S_8 = 4 \cdot \frac{\frac{a}{2}(1-\sqrt{2}^8)}{1-\sqrt{2}} = \frac{\frac{4a}{2}(1-16)}{1-\sqrt{2}} = \frac{2a \cdot 15}{\sqrt{2}-1}$$

$$4 \cdot S_8 = \frac{2 \cdot 15(\cancel{\sqrt{2}-1}) \cdot 3}{\cancel{\sqrt{2}-1}} = 90.$$

Вариант 4



$AC - ?$

$BD^2 = 9+25+2\cdot 3\cdot 5\cdot \frac{1}{2} = 49$

$BD = 7.$

$AB^2 + AD^2 = BD^2$

$AB = \frac{BD}{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$

$\cos BDC = \frac{BD^2 + CD^2 - BC^2}{2\cdot BD\cdot CD} = \frac{49+9-25}{2\cdot 7\cdot 3} = \frac{11}{14}$

$\sin BD = \frac{\sqrt{196-121}}{14} = \frac{\sqrt{75}}{14} = \frac{5\sqrt{3}}{14}$

$\cos ADC = \cos(45 + BDC) = \cos 45\cdot \cos BDC - \sin 45\cdot \sin BDC =$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{11}{14} - \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{5\sqrt{3}}{14} = \frac{\sqrt{2}(11-5\sqrt{3})}{28}$

$AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2\cdot AD\cdot DC\cdot \cos ADC = \frac{49}{2} + 9 - 2\cdot\frac{7\sqrt{2}}{2}\cdot 3\cdot\frac{\sqrt{2}(11-5\sqrt{3})}{28} =$

$= \frac{49}{2} + 9 - \frac{3(11-5\sqrt{3})}{2} = \frac{49+18-33+15\sqrt{3}}{2} = \frac{34+15\sqrt{3}}{2}$

$AC = \sqrt{\frac{34+15\sqrt{3}}{2}}$

$\frac{a_j + a_i}{2}$ ~~Ч.1-радикальная~~ Черновик 5.

~~4 8 12 16 20 24 28 32 36 40 44~~

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{a_3}{a_4}$

$\frac{4}{8} \neq \frac{12}{16}$

$\frac{1}{2} \neq \frac{3}{4}$

$a_n - a_{n-1} = a_{n+1} - a_n$

$2a_n = a_{n+1} + a_{n-1}$

$a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$.

" — " первые + крайние 2018

" — " ~~Четвёртые~~

~~8 + 40 12 +~~

$4 + 40 = 8 + 36$. 2016

Х

каждые две соседние цифры

2019 - 1 = 2018.

<u>Ариф прогрессия.</u>

$a_1; a_2 \dots a_{2019}$

$\frac{a_1 + a_2}{2} = a_1 + 0,5d$

$\frac{a_1 + a_3}{2} = a_1 + d$

$\frac{a_1 + a_4}{2} = a_1 + 1,5d$

....

$\frac{a_1 + a_{2019}}{2} = a_1 + 1009d$

$\frac{a_2 + a_3}{2} = a_1 + 1,5d$

$\frac{a_2 + a_4}{2} = a_1 + 2d$

...

$\frac{a_2 + a_{2019}}{2} = a_1 + 1009,5d$

$\frac{a_3+a_4}{2}=a_1+2,5d$ Черновик 6.

$\frac{a_3+a_{2019}}{2}=a_1+1010d$ $\frac{a_{2018}+a_{2019}}{2}=a_1+2017,5d$

Итого получается:

$a_1; a_1+0,5d; a_1+d \dots a_1+2017,5d$

Арифм. прогрессия.

$d=0,5d$

б) $2\cdot 2018=4036$.

Варианты исхода: у1 — 2020 ; у2 - 2021

если у 2-го 1 раз выпал орел, то всего один случай подходит (0-раз у 1-го)

если 2 раза, то 2 случая.

и т. д.

если 2020 раз, то 2020 случаев.

Складываем по арифм. прогрессии и делим на все возможные случаи (2020 · 2021)

= 50%

Черновик?

$p(a) = k_n \cdot a^n + k_{n-1} \cdot a^{n-1} + \ldots + k_1 \cdot a + k_0$

$p(b) = k_n \cdot b^n + k_{n-1} \cdot b^{n-1} + \ldots + k_1 \cdot b + k_0$

$\cancel{p(c) = k_n \cdot c^n + k_{n-1} \cdot c^{n-1}}$

$p(a) - p(b) = k_n (a^n - b^n) + k_{n-1}(a^{n-1} - b^{n-1}) + \ldots + k_1(a+b) + k_0$

Т.к $a^n - b^n = (a-b)(a^n + a^{n-1} \cdot b + a^{n-2} \cdot b^2 + \ldots)$

$(p(a) - p(b)) \vdots (a-b)$

Получается $(p(2019) - p(11)) \vdots (2019 - 11)$.

$2008 = 2^2 \cdot 502$, то $(x^2 - 10) \vdots 2$ и $(x^2-10) \vdots 4$

Т.к. $10 \vdots 2$ и $(x^2-10) \vdots 2$, то $x^2 \vdots 2$

полный квадрат $x^2 \vdots 2$, то $x^2 \vdots 4$

$x^2 \vdots 4$ и $(x^2-10) \vdots 4$, значит $10 \vdots 4$, чего не может быть $\Rightarrow$ не может быть полным квадратом!

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ -ФИНАНСИСТ!
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

4033-12

Код участника

БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

Ответ на задание 1
2024 или 1
Ответ на задание 2
~~421365B~~ 58/462
Ответ на задание 3
0.5
Ответ на задание 4
Больше 2019
Ответ на задание 5
$70\sqrt{2}$
Ответ на задание 6
Нет, не может
Ответ на задание 7
$\sqrt{26+12\sqrt{3}}$
Ответ на задание 8

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

4033-12

Код участника

ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

Номер задания	Максимальная оценка	Оценки проверяющих		Итоговая оценка
		Первый проверяющий	Второй проверяющий	
1	10	~~0~~ 2		
2	10	10		
3	12	12		
4	12	12		
5	12	12		
6	14	14		
7	14	14		
8	16	0		
ИТОГО	100	76		

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ -ФИНАНСИСТ!
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

4033 - 12

Код участника

ОЧНЫЙ ЭТАП

10 класс ***Вариант 1***

Задание 1 (10 баллов)

Даны первые 2025 членов арифметической прогрессии. Коля посчитал среднее арифметическое для всех пар членов последовательности. Затем он выписал получившиеся результаты, упорядочив их по возрастанию и исключив повторы. Например, из набора чисел 4, 2, 9, 9, 9, 5, 4 Коля бы выписал числа 2, 4, 5, 9.

а) Докажите, что полученная последовательность также является арифметической прогрессией.

б) Сколько чисел выписал Коля?

Задание 2 (10 баллов)

Найдите наименьшее натуральное число, которое делится на 2026, а при делении на 2019 дает остаток 2009.

Задание 3 (12 баллов)

Двое бросают монету. Первый бросил ее 2018 раз, а второй 2019 раз. Предполагается, что монета симметричная, т.е. выпадение орла и решки при бросании равновероятно. Какова вероятность, что у второго монета упала орлом вверх большее число раз, чем у первого?

Задание 4 (12 баллов)

Какое из чисел больше число 2019 или число $\underbrace{a^{a^{a^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{a}}}}}}}_{2019}$, где $a=\sqrt[2019]{2019}$.

Задание 5 (12 баллов)

Квадратный лист бумаги со стороной $5\sqrt{2}-5$ сложили, как показано на рисунке 1, получив новый квадрат. Полученный квадрат снова таким же образом сложили (рис. 2) и получили третий квадрат.

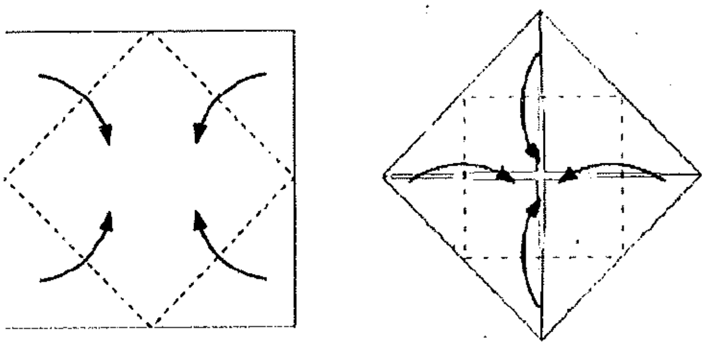


Рис. 1 Рис. 2

Подобную операцию проделали еще четыре раза. Полученный седьмой квадрат полностью развернули до первоначального квадрата. Чему равна длина линий изгибов на развернутом квадрате?

Задание 6. (14 баллов)

Пусть $p(x)$ – такой многочлен с целыми коэффициентами, что $p(7) = 6$. Может ли число $p(2019)$ быть полным квадратом?

Задание 7 (14 баллов)

Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$, в котором $CD = 6, BC = 4$, $\angle BAD = 90°$, $\angle BCD = 60°, AB = AD$. Найдите длину диагонали AC.

Задача 8 (16 баллов)

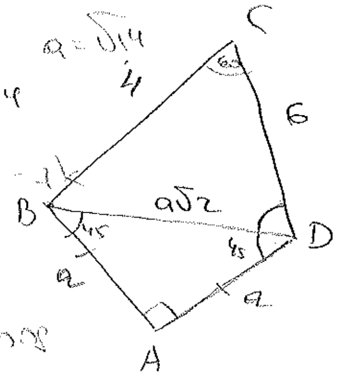
В фойе банка по кругу расставлены *n* стульев. На эти стулья хотят сесть *n* посетителей. Первый посетитель выбирает свой стул произвольно. Затем (*k*+1)-й посетитель садится на *k*-ое место справа от *k*-го посетителя (для $1 \le k \le n-1$). Никакой стул не может быть занят более, чем одним посетителем. Чему может быть равно *n*, если известно, что на каждом стуле в итоге оказался ровно один человек? Найдите все варианты.

0 1 3 6 10 15 21 28 36

$1^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cos 60^\circ$

$36 - 24$

$28 \Rightarrow a^2 = 14$, $a = \sqrt{14}$



$m = \dfrac{2018k + 2008}{2026}$

$(-7)k + 2008 \underset{2026}{\equiv} 2008 - 7k$

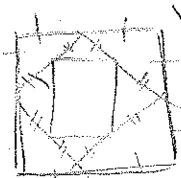
$2008 - 7k \underset{2026}{\equiv} 0$

$$\sqrt{\left(\frac{5\sqrt2 - 5}{2}\right)^2 \cdot 2}$$

$25 \cdot 2 + 25 - 50\sqrt2$

$\sqrt{75 - 50\sqrt2}$

$5\sqrt{3 - 2\sqrt2}$



$2018 \cdot 287 = 579166$, $+4038$

4213653

$\frac{1}{2019}$

$1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 5 \to 6 \to 7$

$1 \quad 2 \quad 4 \quad 8 \quad 16 \quad 32$

$p(2018) - p(7) \,\vdots\, 2012$

$k^2 - 6 \,\vdots\, 2012$

$p(7) = 6$

$p(2018) = k^2$

$2018^{2018} \cdot 2019^{k}$

$k - 1 < 0$, $k - 1 > -1$

Задание 2

Пусть искомое число n, тогда:

$n = 2026m$, $m \in \mathbb{N}$

$n = 2018k + 2008$, $k \in \mathbb{N}$

$2026m = 2018k + 2008$

$2018k + 2008 \underset{2026}{\equiv} 0$

$(-7)k + 2008 \underset{2026}{\equiv} 0$

$2008 \underset{2026}{\equiv} 7k$

т.к. $(7, 2026) = 1$

$287 \underset{2026}{\equiv} k$, т.к. $k \in \mathbb{N}$, то $\min k = 287$

$n = 287 \cdot 2018 + 2008 = \cancel{4213653}$ 581462

Ответ: ~~4213653~~ 581462

+

Задание 6

Нет, не может.

$p(2018) - p(7) \,\vdots\, (2018 - 7) = 2012$ (по теореме Безу)

Пусть $p(2018) = k^2$, $k \in \mathbb{N}$

$k^2 - 6 \,\vdots\, 2012 \Rightarrow$, $k \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow k^2 - 6 = 2012m$, $k, m \in \mathbb{N}$

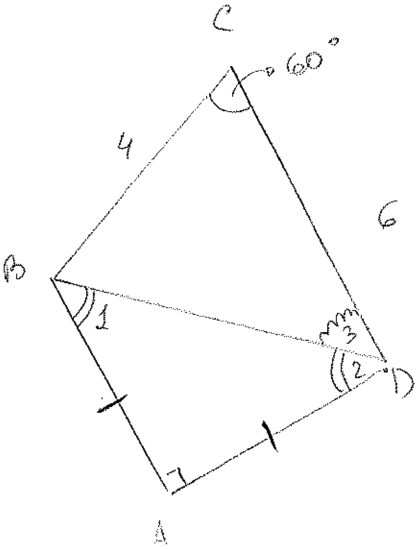
$k^2 = 2(\underbrace{1006m + 3}_{\not\vdots\, 2})$, $k, m \in \mathbb{N}$

$k^2 \,\vdots\, 2$, $k^2 \not\vdots\, 4$, но такого не бывает. Противоречие.

Ответ: Нет, не может

+

Задание 7



Дано: ABCD - четырехугольник; $CD = 6$; $BC = 4$; $\angle BAD = 90^\circ$; $\angle BCD = 60^\circ$; $AB = AD$

Найти: AC

Решение

1) $\triangle BCD$
$\angle BCD = 60^\circ$
$BC = 4$
$CD = 6$ (по усл.)

$\Rightarrow BC^2 + CD^2 - 2BC \cdot CD \cdot \cos\angle BCD = BD^2$ (по теореме косинусов)

$BD^2 = 16 + 36 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ$

$BD^2 = 28 \Rightarrow BD = 2\sqrt{7}$, т.к. $BD > 0$

2) $\triangle ABD$ - прямоуг.
$AB = AD$ (по усл.)
$BD^2 = 28$ (по док.)

$\Rightarrow \triangle ABD$ - равнобедр (по опр.) $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2 = 45^\circ$ (по св-ву равноб. треуг., по св-ву прямоуг. треуг.)

$\Rightarrow AB^2 + AD^2 = BD^2$ (по теореме Пифагора) $\Rightarrow 2AB^2 = 28$

$AB^2 = 14 \Rightarrow AB = AD = \sqrt{14}$, т.к. $AB, AD > 0$

3) $S_{ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot AD$ (по св-ву прямоуг. треуг.)
$AB = AD$ (по усл.)
$AB^2 = 14$ (по док.)

$\Rightarrow S_{ABD} = \frac{1}{2} AB^2 \Rightarrow S_{ABD} = 7$

+

4) $\triangle BCD$
$BD = 2\sqrt{7}$ (по док.)
$BC = 4$
$CD = 6$ (по усл.)
$\angle BCD = 60^\circ$

$\Rightarrow \frac{BD}{\sin\angle BCD} = \frac{BC}{\sin\angle 3}$ (по теор. синусов)

$\frac{2\sqrt{7}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4}{\sin\angle 3} \Rightarrow \sin\angle 3 = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{3}{7}}$, т.к.

$4 = BC < CD = 6$, то $\angle 3 < 90^\circ \Rightarrow \cos^2\angle 3 + \sin^2\angle 3 = 1$

$\cos^2\angle 3 = \frac{4}{7}$

$\cos\angle 3 = \frac{2}{\sqrt{7}}$

5) $\cos\angle 3 = \frac{2}{\sqrt{7}}$
$\sin\angle 3 = \sqrt{\frac{3}{7}}$ (по док.)
$\angle 2 = 45^\circ$

$\Rightarrow \cos(\angle 2 + \angle 3) = \cos\angle 2 \cdot \cos\angle 3 - \sin\angle 2 \cdot \sin\angle 3 =$

$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{7}} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{\frac{3}{7}} = \sqrt{\frac{2}{7}} - \sqrt{\frac{2}{7}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\sqrt{\frac{2}{7}}$

Задание 7. Продолжение

$\triangle ADC$

б) $\cos(\angle 2+\angle 3)=\sqrt{\frac{2}{7}}\left(1-\frac{\sqrt3}{2}\right)$ (по док.)

$CD=6$ (по усл.)

$AD=\sqrt{14}$ (по док.)

$\Rightarrow AC^2=CD^2+AD^2-2\cdot CD\cdot AD\cos(\angle 2+\angle 3)$ (по теор. косинусов)

$\Downarrow$

$AC^2=36+14-2\cdot6\cdot\sqrt{14}\cdot\sqrt{\frac{2}{7}}\cdot\left(1-\frac{\sqrt3}{2}\right)$

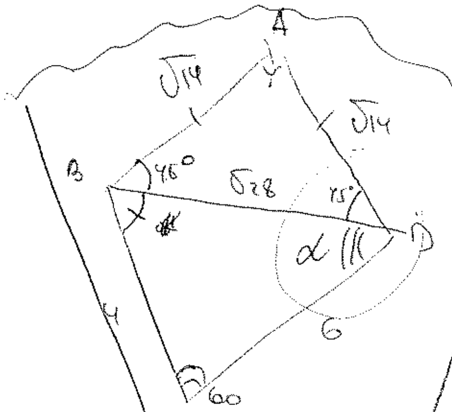
$AC^2=50-2\cdot6\cdot2\cdot\left(1-\frac{\sqrt3}{2}\right)=$

$=50-24\left(1-\frac{\sqrt3}{2}\right)=$

$=50-24+\frac{24\sqrt3}{2}=26+12\sqrt3$

$\boxed{AC=\sqrt{26+12\sqrt3}}$

Ответ: $\sqrt{26+12\sqrt3}$



$6^2+4^2-2\cdot4\cdot6\cdot\frac{1}{2}=36+16-24=28$

$\frac{4}{\sin\alpha}=\frac{\sqrt{28}}{\sin 60°}$

$\sin\alpha=\frac{4\sin 60°}{\sqrt{28}}$

$\sin\alpha=\frac{4\frac{\sqrt3}{2}}{2\sqrt7}=\sqrt{\frac{3}{7}}$

$\cos\alpha=\sqrt{1-\frac{3}{7}}=\sqrt{\frac{4}{7}}=\frac{2}{\sqrt7}$

$\cos(\alpha+45°)=\cos\alpha\cdot\cos45°-\sin\alpha\cdot\sin45°$

$\cos(\alpha+45°)=\frac{2}{\sqrt7}\cdot\frac{\sqrt2}{2}-\sqrt{\frac{3}{7}}\cdot\frac{\sqrt2}{2}=\sqrt{\frac{2}{7}}\left(1-\frac{\sqrt3}{2}\right)$

$AC^2=6^2+(\sqrt{14})^2-2\cdot6\cdot\sqrt{14}\cdot\sqrt{\frac{2}{7}}\left(1-\frac{\sqrt3}{2}\right)$

$AC^2=36+14-2\cdot6\cdot2\left(1-\frac{\sqrt3}{2}\right)=36+14-4\cdot6+12\sqrt3=26+12\sqrt3$

$AC=\sqrt{26+12\sqrt3}$

$a_1 \quad a_1+d \quad a_1+2d \quad \overbrace{a_1+3d}^{k} \quad \overbrace{a_1+4d}^{k+1} \quad a_1+kd \quad a_1+kd+d$

$a_1+\frac{d}{2} \quad a_1+\frac{3d}{2} \quad a_1+\frac{5d}{2} \quad \underbrace{a_1+\frac{7d}{2}}_{k} \quad a_1+kd+\frac{d}{2}$

$d_0=d$

$a_0=a_1+\frac{d}{2}$

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ -ФИНАНСИСТ!
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

496 - 12

Код участника

БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

Ответ на задание 1
4047
Ответ на задание 2
581462
Ответ на задание 3
0,5
Ответ на задание 4
$\underbrace{a^{a^{a^{\cdots}}}}_{2019} > 2019$
Ответ на задание 5
Ответ на задание 6
Ответ на задание 7
7
Ответ на задание 8
$2^m, m \in Z$.

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЁ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

496-12

Код участника

ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

Номер задания	Максимальная оценка	Оценки проверяющих		Итоговая оценка
		Первый проверяющий	Второй проверяющий	
1	10	4		
2	10	10		
3	12	12		
4	12	0		
5	12	0		
6	14	0		
7	14	10		
8	16	4		
ИТОГО	100	40		

№4.

Возрастает,

$2019 > a^{a^{a^{\dots}}}$ 2019 раз.

$\sqrt[2019a]{2019} > a$

$2019 \cdot a > 2019$.

Т.к. $a > 1$, то $2019 \cdot a > 2019$.

Ответ: $\underbrace{a^{a^{a^{a}}}}_{2019} > 2019$, при $a = \sqrt[2019]{2019}$

№6.

$p(x) = ax^2 + bx + c$, $a; b; c \in \mathbb{Z}$.

$p(7) = 6 \Rightarrow a \cdot 7^2 + b \cdot 7 + c = 6$.

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ – по т. Виетта.

~~$x_1 + x_2 = -\frac{1}{7}$~~ ?

$\begin{cases} a \cdot 7^2 + b \cdot 7 + c = 6 \\ \cancel{a \cdot x^2 + b \cdot x + c = k^2}, k \in \mathbb{Z} \quad a \cdot 2019^2 + b \cdot 2019 + c = k^2, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$

$a \cdot 2019^2 - 7^2 \cdot a + b \cdot 2019 - b \cdot 7 + c - c = k^2 - 6$.

$2012(2026a + b) = k^2 - 6$

$2012(45^2 a - \frac{1}{7}) = k^2 - 6$

~~$k^2 = 2012(45^2 a - \frac{1}{7}) + 6$~~

$45^2 a - \frac{1}{7}$ – не целое, значит k^2 – нецелое

Получаем противоречие $k \in \mathbb{Z}$; $k^2 \notin \mathbb{Z}$.

Значит $p(2019)$ не может быть полным квадратом.

Ответ: нет, не может.

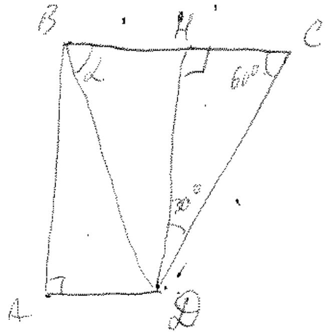
№8.

Посетители занимали места: 1; 2; 4; 7; 11; 16; … (начиная нумерацию с места, на которое сел 1-й посетитель ~~против~~ по часовой стрелке). По условию посетителей и мест одинаковое кол-во, зн. на каждого человека есть только 1 конкретное место посадки. Эти условия могут выполняться только если ~~гостей и мест~~ количество посетителей является степенью двойки.

$n = 2^m, m \in \mathbb{N}$.

Ответ: $2^m, m \in \mathbb{N}$

№7.



1. Проведём $DH \perp BC$.

$HC = CD \cdot \cos 60^0 = 3$

$BH = BC - HC = 1.$

$HD = DC \cdot \sin 60^0 = 3\sqrt{3}$

$BD = \sqrt{1 + 9 \cdot 3} = 2\sqrt{7}$

$AB^2 + AD^2 = BD^2$

$AB = \sqrt{14}$

2. $BA = AD$, $\angle A = 90^0$ $\Big| \Rightarrow \angle ABD = \angle BDA = 45^0$

$BH^2 + BD^2 - 2 \cdot BH \cdot BD \cdot \cos \angle HBD = HD^2$.

$\cos\alpha = \frac{1}{2\sqrt{7}}$

$\left[\begin{array}{l} \alpha = 79^0 \\ \alpha = -79^0 \text{ – не удовл. усл.} \end{array}\right.$

3. Рассм. $\triangle ACD$

$AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2 \cdot \sqrt{14} \cdot 6 \cdot \cos \cancel{86^0}(45^0 + 11^0 + 30^0) = 50$

$\left[\begin{array}{l} AC \approx 7 \\ AC \approx -7 \text{ не удовл. усл.} \end{array}\right.$

Ответ: 7.

$n;\ n+1;\ n+2;\ \dots;\ n+2023;\ n+2024.$

$n+0{,}5;\ n+1;\ n+1{,}5;\ n+2;\ \dots;\ n+\frac{2024+2025}{2} =$

$n+\frac{4047}{2} = n+2023{,}5$

$n;\ n+k;\ n+2k;\ \dots;\ n+2023k;\ n+2024k$

Сначала посчитаем среднее арифметическое каждого члена арифметической прогрессии с первым членом этой прогрессии.

$20235 : 5 = 4047$

$\boxed{4047}$

$n+0{,}5k;\ n+k;\ n+1{,}5k;\ \dots;\ n+1011{,}5k;\ n+1012k.$

Получим ~~ариф~~ ~~вторую~~ арифметическую прогрессию, с шагом, в 2 раза меньшим, чем у исходной.

Если мы будем искать среднее арифметическое всех чисел попарно, то также получим ~~геометрическую~~ арифметическую прогр., но с большим кол-вом членов:

$n+0{,}5k;\ n+k;\ n+1{,}5k;\ \dots;\ n+2023{,}5k.$

Количество членов в этой арифметической прогрессии будет ровно

$\frac{2023{,}5k}{0{,}5k} = 4047.$

Значит в полученной нами арифметической прогрессии 4047 чисел

Ответ: 4047 чисел.

№2.

$a \vdots 2026,\ a \in N$ $\quad (a \bmod 2019) = 2009$ $\quad a = 2019\cdot n + 2009$

$2026 = 2\cdot 1013$

$2019\cdot n + 2009 = 2026\cdot k$, n – наим, k – наим, $n\in N;\ k\in N.$

~~2019n – 202~~

$2026\cdot k - 2019n = 2009$*

$2026 - 2019 = 7$

$2009 : 7 = 287$

~~2026k – 2019 = 2009~~

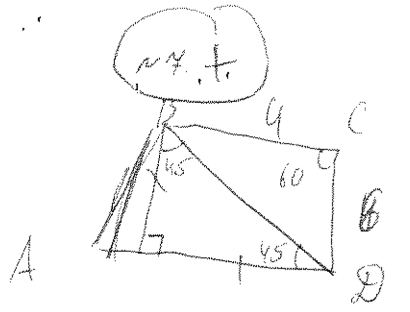
$\boxed{k = n = 287.}$ – подходит, $\boxed{a=581462.}$

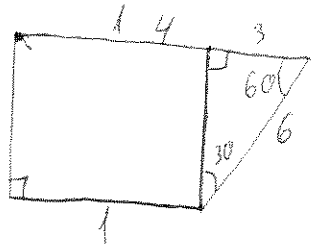
$581462 - 579453 =$

Так как $2009<2026$ и $2009<2019$, то $k=n$, т.к. если $k\neq n$, то $2026k - 2019n > 2026$, а если $n>k$, то равенство будет выполнятся при больших n и k, чем нежели при $n=k$.

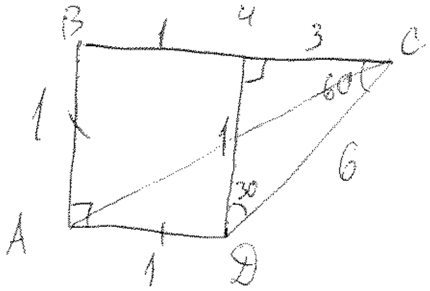
Ответ: 581462.

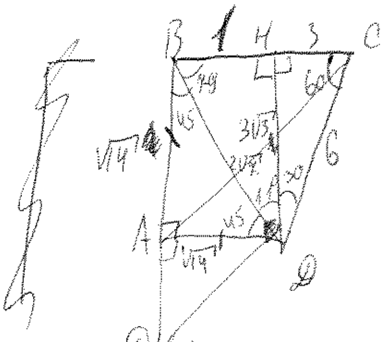
№7.1.





$\cos(\alpha+\beta) = \cancel{2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}$
$= \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$





$\cancel{a^2+b^2-2\cdot ab\cos(ab)=c^2}$

$\cancel{1+28-2\cdot\sqrt{28}\cos\alpha=27}$

$\cancel{29-27=2\cos\alpha\cdot\sqrt{28}}$

$\cancel{\cos\alpha=\frac{1}{2\sqrt{7}}\approx 79^0}$

1. $DH \perp BC$

$HC = CD\cdot\cos 60^0 = 3$

$BH = BC - HC = 1$

$HD = DC\cdot\sin 60^0 = 6\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

$BD = \sqrt{1+9\cdot 3} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

$AB^2 + AD^2 = BD^2$

$2AB^2 = 28$

$AB = \sqrt{14}$

$\cancel{(2\sqrt{7})^2 + (3\sqrt{3})^2 - 2\cdot 2\sqrt{7}\cdot 3\sqrt{3}\cdot\cos\angle BDH = 1}$

$\cancel{28+27-12\sqrt{21}\cdot\cos\angle BDH = 1}$

$\cancel{54 = 12\sqrt{21}\cos\angle BDH}$

$\cancel{\cos\angle BDH = \frac{9}{2}\sqrt{21}}$

$\cancel{\cos(\angle BDH + 45^0) = \cos\angle BDH}$

$\triangle ACD$

$AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2\cdot\sqrt{14}\cdot 6\cdot\cos 86^0 =$

$= 14 + 36 - 12\sqrt{14}\cdot\cos 86^0 =$

$= 50 - 12\sqrt{14}\cdot 0{,}07 \approx 50$

$\left[\begin{array}{l} AC \approx 7 \\ AC \approx -7 \text{ — не удовл. усл. } AC > 0 \end{array}\right.$

Ответ: 7

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!» ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

9389 - 12

Код участника

БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

Ответ на задание 1
б) 4047
Ответ на задание 2
5 81462
Ответ на задание 3
Ответ на задание 4
Ответ на задание 5
$17,5\sqrt{2}+15$
Ответ на задание 6
Ответ на задание 7
$\sqrt{26+4\sqrt{27}}$
Ответ на задание 8

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЁ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

9389–12

Код участника

ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

Номер задания	Максимальная оценка	Оценки проверяющих		Итоговая оценка
		Первый проверяющий	Второй проверяющий	
1	10	10		
2	10	10		
3	12	0		
4	12	0		
5	12	6		
6	14	14		
7	14	14		
8	16	0		
ИТОГО	100	54		

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

9389-12

Код участника

ОЧНЫЙ ЭТАП

10 класс *Вариант 1*

Задание 1 (10 баллов)

Даны первые 2025 членов арифметической прогрессии. Коля посчитал среднее арифметическое для всех пар членов последовательности. Затем он выписал получившиеся результаты, упорядочив их по возрастанию и исключив повторы. Например, из набора чисел 4, 2, 9, 9, 9, 5, 4 Коля бы выписал числа 2, 4, 5, 9.

а) Докажите, что полученная последовательность также является арифметической прогрессией.

б) Сколько чисел выписал Коля?

Задание 2 (10 баллов)

Найдите наименьшее натуральное число, которое делится на 2026, а при делении на 2019 дает остаток 2009.

Задание 3 (12 баллов)

Двое бросают монету. Первый бросил ее 2018 раз, а второй 2019 раз. Предполагается, что монета симметричная, т.е. выпадение орла и решки при бросании равновероятно. Какова вероятность, что у второго монета упала орлом вверх большее число раз, чем у первого?

Задание 4 (12 баллов)

Какое из чисел больше число 2019 или число $\underbrace{a^{a^{a^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{a}}}}}}}_{2019}$, где $a=\sqrt[2019]{2019}$.

$(\cancel{5\sqrt{2}})^2$ $(5\sqrt{2}-5)^2 = 50 - 50\sqrt{2} + 25$

Задание 5 (12 баллов)

Квадратный лист бумаги со стороной $5\sqrt{2} - 5$ сложили, как показано на рисунке 1, получив новый квадрат. Полученный квадрат снова таким же образом сложили (рис. 2) и получили третий квадрат.

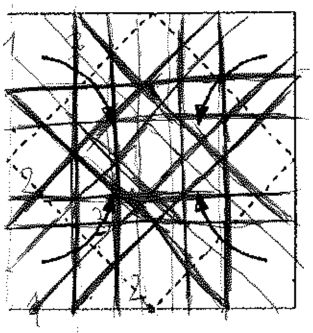


Рис. 1

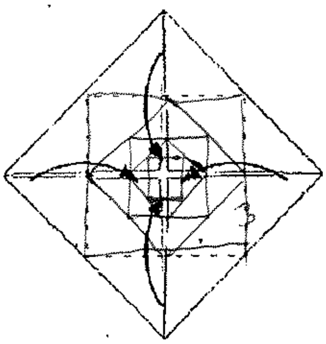


Рис. 2

Подобную операцию проделали еще четыре раза. Полученный седьмой квадрат полностью развернули до первоначального квадрата. Чему равна длина линий изгибов на развернутом квадрате?

Задание 6. (14 баллов)

Пусть $p(x)$ – такой многочлен с целыми коэффициентами, что $p(7) = 6$. Может ли число $p(2019)$ быть полным квадратом?

Задание 7 (14 баллов)

Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$, в котором $CD = 6, BC = 4$, $\angle BAD = 90°$, $\angle BCD = 60°, AB = AD$. Найдите длину диагонали AC.

Задача 8 (16 баллов)

В фойе банка по кругу расставлены *n* стульев. На эти стулья хотят сесть *n* посетителей. Первый посетитель выбирает свой стул произвольно. Затем (*k*+1)-й посетитель садится на *k*-ое место справа от *k*-го посетителя (для $1 \leq k \leq n - 1$). Никакой стул не может быть занят более, чем одним посетителем. Чему может быть равно *n*, если известно, что на каждом стуле в итоге оказался ровно один человек? Найдите все варианты.

№2. $N \vdots 2026$; $N \equiv 2009 \pmod{2019}$

$f(a)-f(b) \equiv 0 \pmod{a-b}$

$N = 2026x$ $f(2)-f(1) = 0 \bmod 3$ $x; y \in \mathbb{Z}$

$N = 2019y + 2009$ $f(2)=2$

$x^2 - 3x + 2 = 0$ $x = 1; 2$

1	1	1
2	4	4
3	9	3
4	16	4
5	25	1
6	36	0

$p(7) = 6$

$2026x = 2019y + 2009$

$7^2 - 7 \cdot 6 - 1$

$x = \frac{2019y + 2009}{2026}$

$p = x^2 - 6x - 1$

$y = 287$

$\boxed{581462}$

№3

$\left(\sqrt[2019]{2019}\right)^{\sqrt[2019]{2019}} = \sqrt[2019]{\frac{2019}{2019}} = \sqrt[2019]{2019^{2018}} = 2019$

$= 2019^{\frac{1}{\sqrt[2019]{2019^{2018}}}}$

$\sqrt[2]{2} = 2^{\frac{1}{2}}$

$p(7) = 6$

$p(10) = 39$ 3

$p(14) = 111$

1	7	1	1	1	1
4	7	4	2	4	0
9	7	2	3	9	1
16	7	2	4	16	0
25	7	4	5	25	1
36	7	1	6	36	0
49	7	0	7	49	
64	7	1	8	64	
			9	81	

2025

2012 нерухомих зн. 2013

2012

2012

2011

2011

$a \ldots$ $a + 2024b$

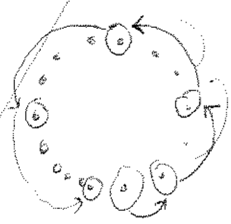
$0, b, 2b, 3b, \ldots, 2024b$

$2012b \Rightarrow 2012b$

$2011 \Rightarrow 2011{,}5b$ $2011 \to 2012{,}5b$

4046

№9



$1 \to 0{,}5b$ $1 \to 2023{,}5b$

$p(1) = 54$

$y = n^2 + 4n + 6$

$p(x) - p(y) \equiv x - y \bmod$

оп1 = 11 $p(7) = 6$

оп2 = 18

оп3 = 27

$2012k + 6$

$p(7) = 6$

$p(2019) - p(7) = 6(2012)$

1, 2, 3, 4, 5,

помилка $p(2019)$ обчислено

1, 3, 5, 7, 9,

$44^2 = 1936$

$p(x) \equiv p(x+y) \bmod y$

-83

$1 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \ldots$ $n^2 - 6 = p(2012)$

$x^2 + 4x - 5$

$p(a) - p(b) \equiv a - b \pmod a$

$4 \Rightarrow 17$

$f(2019) - f(7) = 0 \pmod{2012}$

$2019 = 7 \times 288 + 3$

$3 \Rightarrow 16$

$f(2019) - 6 = 0 \pmod{2012}$

$x^3 + 4x^2 - 17x + 5 =$

$f(3) - f(2) \vdots f(3-2)$

$1 \Rightarrow$

$p7 = 6 = 0 \bmod 7$

$2k$

$p8 = 15 = 1 \bmod 7$

$f(2019) = 2012 \cdot k + 6$

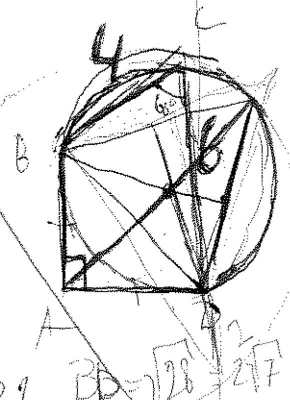
$p9 = 26 = 5 \bmod 7$

$p10 = 39 = 3 \bmod 7$

$p11 = 54 = 5 \bmod 7$

$2024 + 2023 + \ldots + 1 >$

$\frac{2024 \cdot 225}{2} = 2049300$



$2012k = n^2 - 6$

$13; 8$

$x^{y^2} =$

$f(13) = 2657$ $f(8) = 637$

$\frac{2\sqrt{7}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4\sqrt{\frac{7}{3}} = \frac{6}{\sin CBD}$

$BD^2 = 16 + 36 - 2\cos 60^\circ \cdot 4 \cdot 6 =$

$p(8) - p(7) = 9 = (8-7) \bmod 8$

$p(9) - p(7) = 20 = (9-7) \bmod 9$

$= 52 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 24 = 28$ $BD = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

$p(10) - p(7) = 33 = (10-7) \bmod 10$

$p(9) - p(8) = 11 = 1 \bmod 9$

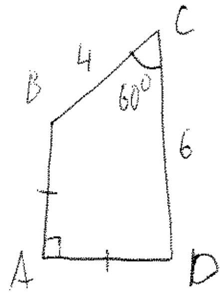
BD^2 $AC^2 = AB^2 CD^2 + BC^2 AD^2 - 2 AB \cdot BC \cdot CD \cdot AD \cos 150^\circ =$ $2x^2 = 28$

$x = \sqrt{14}$

$p11 - p10 = 54 - 39 = 15 = 3 \bmod 12$

$28 \cdot (26 + 4\sqrt{21}) = 36 \cdot 14 + 14 \cdot 16 + 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 14 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$ $728 +$ $728 +$ $672 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

№7



$CD = 6;\ BC = 4\quad \angle BAD = 90^\circ,\ \angle BCD = 60^\circ$

$AB = AD\quad AC - ?$

по т. косинусов $BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2\cos 60^\circ \cdot BC \cdot CD$

$BD = \sqrt{16+36-2\cdot\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 6} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

$\triangle ABD$ – р/б и п/у $\Rightarrow \angle ABD = \angle ADB = 45^\circ$

$AB = AD = \frac{BD}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = \sqrt{14}$

по т. синусов $\frac{BD}{\sin 60^\circ} = \frac{CD}{\sin\angle CBD} \Rightarrow \sin\angle CBD = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 6}{\sqrt{28}} = 3\sqrt{\frac{3}{28}} = \sqrt{\frac{27}{28}}$; $\cos\angle CBD = \frac{1}{\sqrt{28}}$

$\cos\angle ABC = \cos(\angle ABD + \angle CBD) = \cos 45^\circ \frac{1}{\sqrt{28}} - \sin 45^\circ \sqrt{\frac{27}{28}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{1-\sqrt{27}}{\sqrt{28}}\right) =$

$AC = \sqrt{AB^2 + CB^2 - 2\cos ABC \cdot AB \cdot CB} =$

$= \sqrt{14 + 16 - 2\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{1-\sqrt{27}}{\sqrt{28}}\right)\sqrt{14}\cdot 4} = \sqrt{30 - 4 + 4\sqrt{27}} = \sqrt{26 + 4\sqrt{27}}$

(+)

Ответ: $AC = \sqrt{26+4\sqrt{27}}$

№6 $p(7) = 6$ Может ли $p(2019)$ быть полным квадратом?

по т. Безу: $p(2019) - p(7) = 0 \pmod{2012}$ $\quad p(7) = 6 \Rightarrow$

(+)

$\Rightarrow p(2019) = 2012k + 6$, где k – целое число.

$2012k+6$ дает остаток 2 при делении на 4 ($2012 \equiv 0 \pmod 4$; $6 \equiv 2 \pmod 4$)

При этом ~~квадраты~~ полные квадраты при делении на 4 могут давать только остатки 0 и 1. Соответственно $p(2019)$ не может быть полным квадратом. Ответ: не может

№1 а) Представим последовательность в следующем виде:

$a_1;\ a_2 = a_1 + k;\ a_3 = a_1 + 2k;\ a_4 = a_1 + 3k;\ a_5 = a_1 + 4k;\ \ldots;\ a_{2025} = a_1 + 2024k.$

$a_n = a_1 + (n-1)k \Rightarrow$ среднее пары чисел a_n и $a_m = \frac{2a_1 + (n-1)k + (m-1)k}{2} =$

(+)

$= \cancel{a_1 + \frac{m+n}{2}k} = a_1 + \frac{m+n}{2}k - k = (a_1 - k) + \frac{m+n}{2}\cdot k$ и зависит только от суммы порядковых номеров чисел этой пары. Таким образом, исключаются все, кроме одного, средние арифметические пар чисел с номерами, дающими одинаковую сумму (например a_1 и a_{2025}; a_2 и a_{2024}; a_3 и a_{2023} и т.д.). Если $m < n$, то m принимает целые значения от 1 до 2024, а n – от 2 до 2025 (и то и другое – включительно) соответственно $\frac{m+n}{2}\cdot k$ примет все возможные значения от $1{,}5k$ до $2024{,}5k$;

диагональ этого квадрата $= \sqrt{2}(5\sqrt{2}-5) = 10-5\sqrt{2}$

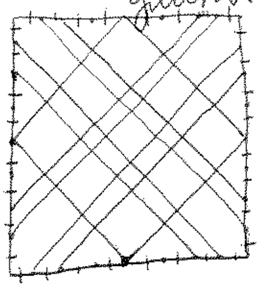
№5

Всего провели 6 подобных складываний квадрата. из них 3 раза — перпендикулярно его начальным сторонам и 3 раза — под углом 45° к ним.
Отдельно рассмотрим такие складывания:

1) Изгибы после перп. сгибаний равны между собой и ~~равны~~ сторонам квадрата. их суммарная длина

$S = 3 \cdot 4a = 12 \cdot (5\sqrt{2}-5) = 60\sqrt{2}-60$

длины растут в геом. прогр., не равны.

2) 

Всего 12 изгибов, которые можно разделить на 4 группы по 3 изгиба в каждом

длиной $\frac{1}{2}$ диагонали $= 5 - 2{,}5\sqrt{2}$

$\frac{3}{4}$ диагонали $= 7{,}5 - 3{,}75\sqrt{2}$

$\frac{7}{8}$ диагонали $= 8{,}75 - 4{,}375\sqrt{2}$

$$(5-2{,}5\sqrt{2}+7{,}5-3{,}75\sqrt{2}+8{,}75-4{,}375\sqrt{2}) \cdot 4 =$$

$$= \cancel{109{,}375}\ (21{,}25 - 10{,}625\sqrt{2}) \cdot 4 = 85 - 42{,}5\sqrt{2}$$

Итого, длина всех изгибов равна $60\sqrt{2}-60+85-42{,}5\sqrt{2} =$

$= 17{,}5\sqrt{2}+15$

№4

$$a = \sqrt[2019]{2019} = 2019^{\frac{1}{2019}}$$

$$2019^{2019^{\frac{1}{2019}}} = 2019^{\cancel{2019}\ \frac{1}{2018}}$$ и т.д.

Следовательно, числа равны.