



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ - ФИНАНСИСТ!»

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ОЧНЫЙ) ЭТАП
2014-2015 УЧЕБНЫЙ ГОД

МАТЕМАТИКА

8 и 9 классы

ЗАДАНИЕ 1. (10 БАЛЛОВ)

По результатам математической олимпиады сумма баллов Бори и Димы оказалась равна сумме баллов Ани и Кати. Если бы баллы Кати и Бори поменять местами, то сумма баллов девочек превысила бы сумму мальчиков. При этом Димины баллы превышают, и баллы Бори, и баллы Кати. Упорядочите участников по убыванию набранных ими баллов.

ЗАДАНИЕ 2. (10 БАЛЛОВ)

Сеть магазинов бытовой техники в декабре реализовала 77 одинаковых стиральных машин, выручив при этом 2 015 000 руб. Часть этих машин было реализовано во время предновогодней распродажи за полцены. Определите, сколько машин было продано во время распродажи, если полная цена стиральной машины кратна 1000 рублей.

ЗАДАНИЕ 3. (10 БАЛЛОВ)

При каком наименьшем значении параметра a многочлен $x^2 - ax + 2015$ будет иметь два различных положительных целочисленных корня?

ЗАДАНИЕ 4. (10 БАЛЛОВ)

На олимпиаду по математике приехал 31 школьник из 9 регионов. Докажите, что найдется регион, представленный не менее чем 5 участниками, если есть регионы, которые представлены 1, 2 и 3 участниками.

ЗАДАНИЕ 5. (15 БАЛЛОВ)

Четыре рудника расположены в вершинах прямоугольника $ABCD$. Внутри этого прямоугольника находится металлургический комбинат. Расстояния от комбината до рудников, расположенных в точках A , B и C равно соответственно 5 км, 10 км и 14 км. Найдите расстояние от комбината до рудника, расположенного в вершине D .

ЗАДАНИЕ 6. (15 БАЛЛОВ)

Петр, Алексей, Михаил и Сергей работали в головных офисах четырех различных банках, а Иван, Андрей, Николай и Максим – в региональных отделениях этих же банков. В субботу все восемь перечисленных сотрудника оформили 44 депозитных договора. Иван оформил 2 договора, Андрей – 3, Николай – 4, а Максим – 5. Петр оформил столько же договоров, сколько и его коллега по банку. Все же остальные сотрудники головных офисов оформили договоров больше, чем их коллеги по банку: Алексей – в два раза, Михаил – в три раза, а Сергей – в четыре раза. Петр работал в банке «Доходный», Алексей – в банке «Надежный», Михаил – в банке «Первый», а Сергей – в банке «Городской». Определите, в каких банках работают Иван, Андрей, Николай и Максим.

ЗАДАНИЕ 7. (15 БАЛЛОВ)

Социологи разбили всех граждан страны на 12 различных групп. Для более детального анализа было решено часть этих групп разделить. При этом каждая из выбранных групп граждан была разбита на 6 отдельных групп. Через некоторое время снова ряд групп решили разделить на 6 частей. Подобные деления групп продолжалось несколько раз. После подсчетов Сергей сообщил, что теперь все граждане страны разделены на 2015 групп. Мог ли Сергей сказать правду?

ЗАДАНИЕ 8. (15 БАЛЛОВ)

Пульт управления елочной гирляндой состоит из 12 кнопок. Каждой кнопке соответствует свой переключатель. Каждое нажатие на кнопку переводит её переключатель из состояния «включен» в состояние «выключен» или наоборот. Исходное положение выключателей неизвестно. Елочная гирлянда светится в одном из режимов только в том случае, если не менее 8 выключателей находятся в состоянии «включен». Докажите, что достаточно 25 нажатий на кнопки для того, чтобы зажечь гирлянду.



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ - ФИНАНСИСТ!»

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ОЧНЫЙ) ЭТАП
2014-2015 УЧЕБНЫЙ ГОД

МАТЕМАТИКА

10 класс

ЗАДАНИЕ 1. (10 БАЛЛОВ)

Два автомобиля двигаются с постоянными скоростями по дорогам, пересекающимся под прямым углом. Когда первый автомобиль проезжал перекресток второй автомобиль был на расстоянии 200 км от него. Через час оба автомобиля находились на одинаковом расстоянии от перекрестка. Еще через три часа они вновь оказались на одинаковом расстоянии от перекрестка. Найдите скорость каждого из автомобилей.

ЗАДАНИЕ 2. (10 БАЛЛОВ)

Инвестиционная компания вложила равное количество денег в несколько проектов. При этом для каждого проекта в случае успеха вложенный капитал увеличился на 25 %, а в случае неудачи фирме возвращалось только четверть вложенных в проект средств. За год фирма увеличила свой капитал на 20 %. Определите, во скольких случаях фирме сопутствовал успех, если средства были вложены не более чем в 25 проектов.

ЗАДАНИЕ 3. (10 БАЛЛОВ)

Делится ли число $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 2014^3$ на 2015?

ЗАДАНИЕ 4. (10 БАЛЛОВ)

Петр двигается по прямой длинной дороге на скутере с постоянной скоростью 5 м/с. Мусорные контейнеры расположены через каждые 200 метров вдоль его пути. Петр, проезжая мимо одного из контейнеров, заметил мусоровоз, который отъезжал от следующего контейнера. Мусоровоз едет со скоростью 10 м/с в том же направлении, что и Петр, и останавливается для сбора мусора около каждого контейнера ровно на 30 секунд.

- Через сколько секунд Петр впервые догонит мусоровоз?
- Сколько раз Петр и мусоровоз встретятся?

ЗАДАНИЕ 5. (15 БАЛЛОВ)

Три рудника соединены друг с другом прямыми дорогами и расположены в вершинах равностороннего треугольника. Внутри этого треугольника находится металлургический комбинат, расстояние от которого до двух из указанных дорог равно 4 км и 9 км. Найдите расстояние от комбината до третьей дороги, если эта дорога находится на расстоянии 20 км от одного из рудников.

ЗАДАНИЕ 6. (15 БАЛЛОВ)

Крупная транснациональная корпорация имеет отделения в 179 странах мира. Известно, что суммарная прибыль любых девяти отделений положительная. Докажите, что прибыль всех 179 отделений корпорации тоже положительна.

ЗАДАНИЕ 7. (15 БАЛЛОВ)

Сколько решений имеет уравнение $4x^2 - 40[x] + 51 = 0$? Здесь $[x]$ – целая часть числа x , т.е. наибольшее целое число, которое меньше x .

ЗАДАНИЕ 8. (15 БАЛЛОВ)

Экстравагантный миллиардер Единицын решил тратить на поддержку образования каждый год одну и ту же сумму денег равную N рублей. При этом все цифры числа N равны 1.

- В первый год к нему обратилось 3 университета, и он смог разделить эту сумму между ними поровну. Во второй год к нему обратилось уже 9 университетов, и Единицын также смог разделить деньги между ними поровну. Какую сумму тратил миллиардер на поддержку образования каждый год?
- Если предположить, что денег у Единицына неограниченно, то смог бы он выделить такую сумму N , чтобы ее можно было разделить поровну между 43 университетами, при этом число N по-прежнему должно состоять только из единиц?



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ - ФИНАНСИСТ!»

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ОЧНЫЙ) ЭТАП
2014-2015 УЧЕБНЫЙ ГОД

МАТЕМАТИКА

11 класс

ЗАДАНИЕ 1. (10 БАЛЛОВ)

В организации работает 200 сотрудников. Для изменения административно-правового статуса организации необходимо, чтобы за это проголосовали не менее $\frac{2}{3}$ ее сотрудников. При первом голосовании было принято решение не менять административно-правовой статус. Через год статус организации решили поменять, поскольку число сторонников этого изменения выросло в $\frac{12}{11}$ раза. Сколько сторонников изменения правового статуса было изначально, если общее число сотрудников не менялось?

ЗАДАНИЕ 2. (10 БАЛЛОВ)

После своего увольнения Неумехин возмущался: «Руководство фирмы обманывает своих сотрудников! Чего только стоит тот факт, что средняя зарплата 10% самых высокооплачиваемых работников превышает среднюю зарплату всех сотрудников фирмы в 12 раз!» Может ли такое быть?

ЗАДАНИЕ 3. (10 БАЛЛОВ)

Для функции $f(x) = 4x - x^2$ и некоторого числа x_0 определяется бесконечная последовательность чисел по следующему правилу: $x_1 = f(x_0); \dots; x_n = f(x_{n-1}); \dots$

- При каких значениях x_0 все члены последовательности равны между собой?
- При каких значениях x_0 множество значений данной последовательности состоит из двух различных чисел?

ЗАДАНИЕ 4. (10 БАЛЛОВ)

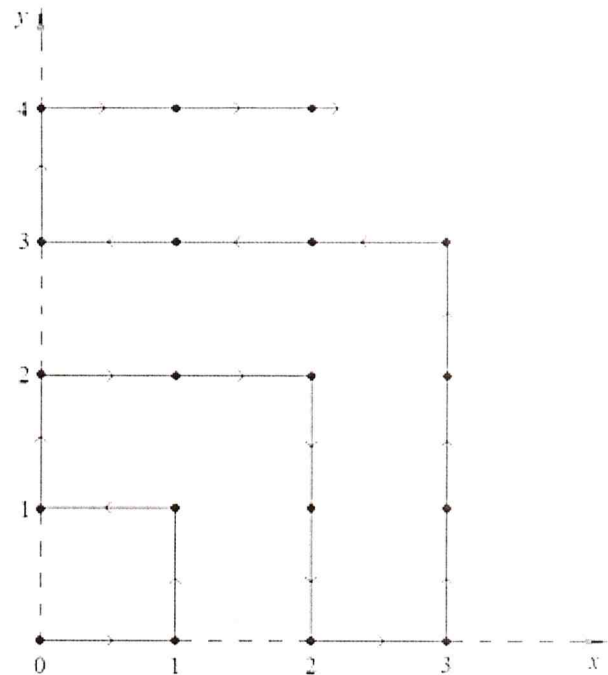
Три рудника соединены друг с другом прямыми дорогами и являются вершинами равностороннего треугольника. Внутри этого треугольника находится металлур-

гический комбинат, расстояние от которого до двух из указанных дорог равно 4 км и 9 км. Найдите расстояние от комбината до третьей дороги, если эта дорога находится на расстоянии 20 км от одного из рудников.

ЗАДАНИЕ 5. (15 БАЛЛОВ)

Робот движется без остановок с постоянной скоростью по траектории, представленной на рисунке. За первую минуту робот переместился из начала координат в точку с координатами (1;0).

- а) Через сколько минут робот окажется в точке с координатами (11;0)?
- б) Найдите координаты точки, в которой робот будет через 2015 минут.



ЗАДАНИЕ 6. (15 БАЛЛОВ)

При каком наименьшем значении параметра a многочлен $\frac{x^3}{2} - ax^2 + bx - 2015$ может иметь три различных положительных целочисленных корня? Чему равно при этом значение параметра b ?

ЗАДАНИЕ 7. (15 БАЛЛОВ)

Каждый из 3072 сотрудников университета в 2014 году написал хотя бы одну статью. Пусть a_n – количество сотрудников, которые в 2014 году написали не менее n статей. 3 сотрудника – являются авторами наибольшего числа работ. Они написали по 11 статей. Оказалось, что последовательность a_1, a_2, \dots является геометрической прогрессией. Сколько статей написали все сотрудники университета, если у каждой статьи ровно один автор?

ЗАДАНИЕ 8. (15 БАЛЛОВ)

Вдоль прямой линии выложили 2014 монет: все монеты, кроме крайней справа – монеты в 1 копейку, а крайняя правая – 1 рубль. Саша и Маша по очереди берут монеты слева направо 1 или 2 штуки за ход. Начинает Саша.

- а) Кому при правильной игре может гарантированно достаться рубль?
- б) Кто может получить больше денег не зависимо от того, как играет соперник?