ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2019-2020 уч. года

Код участника

ОЧНЫЙ ЭТАП

10 класс

Задание 1 (10 баллов)

В цеху работало несколько станков фирмы «Левша». После того как 5 станков были заменены на 5 станков фирмы «Инноватика» общая производительность всех станков цеха выросла на 25%. Если бы изначально 40% станков фирмы «Левша» заменили на такое же количество станков фирмы «Инноватика», то общая производительность выросла бы в 1,5 раза. Найдите количество станков в цеху, если станки одной и той же фирмы имеют одинаковую производительность.

Задание 2 (10 баллов)

Докажите, что для всех натуральных n число $n^6 - n^2$ делится на 10.

Задание 3 (12 баллов)

Последовательность действительных чисел a_n такова, что $a_{n+1} = a_n(a_n + 4) + 2$ для всех натуральных n. Найдите минимальное возможное значение числа a_{2020}.

Задание 4 (12 баллов)

Функция f такова, что для любого действительного числа x выполнено равенство $9f\left(f(x)\right) = 3f(x) + 8x$. Решите уравнение $f(x) = 0$.

Задание 5 (12 баллов)

Окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B. Прямая, проходящая через A, параллельна их линии центров и пересекает ω_1 и ω_2 вторично в точках C и D соответственно. Окружность ω_3 построена на CD как на диаметре и пересекает ω_1 и ω_2 в точках P и Q соответственно. Докажите, что прямые CP, DQ и AB пересекаются в одной точке.

Задание 6. (14 баллов)

Найти все значения a, при которых корни x_1, x_2, x_3 многочлена

$x^3 + 4x^2 + ax + a$ удовлетворяют равенству $(x_1 + 2)^3 + (x_2 + 2)^3 + (x_3 + 2)^3 = 0$.

Задание 7 (14 баллов)

Даны два подобных треугольника, стороны первого из которых соответственно в два раза больше высот второго. Найдите наибольшее возможное значение коэффициента подобия первого треугольника ко второму.

Задача 8 (16 баллов)

В классе 25 учащихся. Для них были куплены билеты на один ряд в кинотеатре, состоящий из 25 мест, пронумерованных от 1 до 25. Несмотря на то, что каждый школьник получил индивидуальный билет, они сели на места своего ряда случайным образом. Какова вероятность того, что у каждого школьника для номера места N, на которое он сел, и номера места M, указанного в билете, выполнено неравенство $M \geq N - 3$?