Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 611136

Номер задания		1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	Первый проверяющий	10	7	12	12	0	3	14	0
	Второй проверяющий	10	7	12	12	0	14	7	0
	Итого	10	7	12	12	0	14	11	0
Сумма баллов (оценка)		~~58~~ 66							

Члены жюри:

Подпись — Фомин В.Г.
Фамилия И.О.

Подпись — Хисамбеев И.Ш.
Фамилия И.О.

Подпись
Фамилия И.О.

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание -финансист!»

ПО МАТЕМАТИКЕ 8-9 классы

Заключительный (очный) этап 2017/2018 учебный год

611136

Код участника

Вариант II

Задание 1. (10 баллов)

Длины сторон *AB, BC, CD* и *DA* выпуклого четырехугольника *ABCD* равны соответственно 7, 21, 6 и 10. Найдите длину диагонали *DB*, если известно, что она является целым числом.

Задание 2. (10 баллов)

Найдите знаменатель дроби $\dfrac{300!}{44^{32}}$ после ее сокращения до несократимой.

(Выражение 100! равно произведению первых 100 натуральных чисел: $100! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot ...\cdot 100$.)

Задание 3. (12 баллов)

Последовательность $a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ...$ такова, что $a_{2n} = \dfrac{1}{a_{2n-1}}$, а $a_{2n+1} = 1 - a_{2n}$.

Найдите a_1, если $a_{2025} = 2$.

Задание 4. (12 баллов)

Турнир по стрельбе предполагает несколько серий по 10 выстрелов каждая. В одной из серий Петр выбил 85 очков, в результате чего среднее количество очков, выбиваемых им за серию, увеличилось с 69 до 71 очков. Сколько очков должен выбить Петр в следующей серии выстрелов, чтобы среднее количество очков, выбитых за серию, стало равно 72?

611136

Задание 5. (12 баллов)

Уравнение $x^2+ax+b+1=0$ имеет два различных ненулевых целочисленных корня. Докажите, что число a^2+b^2 не является простым, если числа a и b целые?

Задание 6. (14 баллов)

По регламенту шахматного турнира каждый участник должен сыграть с каждым один раз. После того как была сыграна ровно 61 партия, оказалось, что множество участников турнира можно разбить на две неравные по численности группы так, что соперники, относящиеся к одной и той же группе, уже сыграли партии между собой. При этом партии между соперниками, которые относятся к разным группам, если и были сыграны, то не более двух. Каково наибольшее возможное число участников этого шахматного турнира?

Задание 7. (14 баллов)

В компании работает 182 человека. Среди любых четырех человек можно выбрать хотя бы одного, знакомого с остальными тремя. Каково минимальное возможное количество людей, которые знакомы со всеми?

Задача 8. (16 баллов)

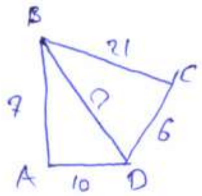
Сережа нашел старый, возможно неполный, набор от игры в домино. На всех найденных костяшках от домино стерлись все точки, так что они стали не отличимыми. Каждая костяшка представляет собой прямоугольник 2×1. Сережа решил каждый день по-новому раскладывать костяшки в виде дорожки шириной 2 так, чтобы рисунок раскладки никогда не повторялся. В итоге Сережа смог раскладывать костяшки 144 дня, после чего все возможные раскладки были исчерпаны. Сколько костяшек от домино нашел Сережа, если в день он делал одну раскладку?

Чистовик 611136 чистовик

№1.

Дано:
ABCD – выпукл. четырёхугол.
$AB=7$, $BC=21$, $CD=6$, $DA=10$

DB – ? $DB\in\mathbb{Z}$



Решение:
Рассмотрим $\triangle ABD$:
~~BD>?~~ $BD<AB+AD \Rightarrow BD<17$ (неравенство $\triangle$)
Рассмотрим $\triangle BCD$:
$BC<CD+BD \Rightarrow 21<6+BD \Rightarrow BD>15$ (неравенство $\triangle$)
$15<BD<17$, $BD\in\mathbb{Z}$

+

$\Rightarrow BD=16$
Ответ: 16.

№2.

$$\frac{300!}{44^{32}}=\frac{300!}{4^{32}\cdot 11^{32}}=\frac{300!}{2^{64}\cdot 11^{32}}$$

От одного до 300 чисел, делящихся на $2 = \frac{300}{2}=150$
$150>64 \Rightarrow$ двойка полностью сокращается
Чисел, делящихся на 11, од 1 до 300 – $\left[\frac{300}{11}\right]=27$

$242=2\cdot 11^2$!

±

Обратим внимание на то, что $121=11^2 \Rightarrow$ степень 11 в числителе $=28$

$\frac{11^{28}}{11^{32}}=\frac{1}{11^4} \Rightarrow$ число в знаменателе $=11^4=14641$

Ответ: 14641.

№3.

$a_{2n}=\frac{1}{a_{2n-1}}$ $\quad a_{2n+1}=1-a_{2n}$

$a_{2n+1}=1-a_{2n}=1-\frac{1}{a_{2n-1}}$

$\frac{1}{a_{2n-1}}=-(a_{2n+1}-1)$

$\Rightarrow a_{2n-1}=\frac{1}{1-a_{2n+1}}$

I 1) $a_{2023}=\frac{1}{1-2}=-1$

II 2) $a_{2021}=\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2}$

III 3) $a_{2019}=\frac{1}{1-\frac{1}{2}}=2$

I 4) $a_{2017}=-1$

II 5) $a_{2015}=\frac{1}{2}$

III 6) $a_{2013}=2$

...

Это трёхшаговый цикл. В нём чередуются числа $2; -1; \frac{1}{2}$. С каждым шагом n в числе a_n уменьшается на 2.

$\Rightarrow$ 1) Числа $a_{2025-6x}=2$

2) Числа $a_{2023-6x}=-1$

3) Числа $a_{2011-6x}=\frac{1}{2}$

Остаток от $\frac{2023}{6}$ = остаток от $\frac{1}{6}=1$

$\Rightarrow a_1=-1$

Ответ: -1.

№4.

$\frac{\text{КОЛ-ВО ОЧКОВ В СУММЕ}}{\text{КОЛ-ВО СЕРИЙ}}$ = СРЕДНЕЕ ЗА 1 СЕРИЮ

Пусть x - кол-во серий при среднем кол-ве очков = 69

Пусть a - кол-во очков, которых необходимо выбить.

a - ?

$\frac{69x}{x}=69$ $\frac{69x+85+a}{x+2}=72$

Составим и решим уравнение:

$\frac{69x+85}{x+1}=71$

$\frac{69x+85}{x+1}=\frac{71x+71}{x+1}$

$69x+85=71x+71$

$2x=14$

$x=7$

$\frac{69x+85+a}{x+2}=72$

$\frac{69\cdot 7+85+a}{7+2}=72$

$483+85+a=72\cdot 9$

$568+a=648$

$a=648-568$

$a=80$

Ответ: 80 очков.

№6.

$N=\frac{n(n-1)}{2}$ N - кол-во партий n - кол-во участников

$N_1=\frac{n_1(n_1-1)}{2}$ $N_2=\frac{n_2(n_2-1)}{2}$ n_1, n_2 - номера группы.

$N_1+N_2=61$ или 60 или 59

Распишем кол-во партий, которое может сыграть 1 группа.

611136

n	N
2	1
3	3
4	6
5	10
6	15
7	21
8	28
9	36
10	45
11	55
~~12~~	~~66~~

12 человек в группе не может быть, т.к. $66>61$

$\Rightarrow$ всего не больше $10+11$ ч $=21$ человек

$N_1+N_2=59$ или 60 или 61

Всего 2 варианта

1) $N_1+N_2=\cancel{6+10=16}\ 55+6=61$ $\quad n_1=11$ $\quad n_2=\cancel{6}4$ $\quad n_1+n_2=15$

2) $N_1+N_2=45+15=60$ $\quad n_1=10$ $\quad n_2=6$ $\quad n_1+n_2=16$ / не все условия учтены

16 человек - максимум.

Почему не может быть больше?

Участников не может быть больше 21, т.к. если участников ≥ 22, то в одной из групп будет 12 человек (минимум) ~~N(66)~~ $N(12)=66>61$

~~Рассмотрим 17, 18, 19, и 20 участников.~~

17 → 9 и 8, 10 и 7

$36+28>61$

Рассмотрим 17 участников:

17 → 9, 8

$36+28=64>61$

Каждое следующее N увеличивается на 1 больше: $1+\underline{2}=3$ $\quad 3+\underline{3}=6$ $\quad 6+\underline{4}=1$

$\Rightarrow N(9)+N(8)<N(10)+N(7)<N(11)+N(6)$

61

С числами 18, 19, 20 - то же самое.

$N(10)+N(8)=45+28>61$ $\quad N(10)+N(9)=45+36>61$ $\quad N(11)+N(9)=55+36>61$

У каждого следующего кол-ва людей одно N больше предыдущего на 1, а дру-

гое равно предыдущему.
=> чем больше участников, тем больше партий

Ответ: 16.

№~~7~~5.

$x^2+ax+b+1=0$

$a'=1 \quad b'=a \quad c'=b+1$

$D=a^2-4(b+1)$

$x_1=\frac{-a+\sqrt{a^2-4(b+1)}}{2}$

$x_2=\frac{-a-\sqrt{a^2-4(b+1)}}{2}$

$x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{a^2-4(b+1)} \in \mathbb{Q}$

$\Rightarrow \sqrt{(a^2-4(b+1))}=\sqrt{}$

$\Rightarrow (a^2-4(b+1))=(a-2b+1)(a+2b+1)=k^2$

$(a-2b+2)(a+2b+2)=k^2 \qquad -\frac{b}{a}\in\mathbb{Z}$

$\Rightarrow a, b \,\vdots\, 2 \Rightarrow$ b и a имеют общий делитель

$x^2+ax+b+1=0$

$a'=1 \quad b'=a \quad c'=b+1$

$x_1+x_2=-a$

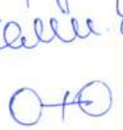
$x_1\cdot x_2=b+1$

$x_1\cdot x_2=\frac{-a+\sqrt{a^2-4(b+1)}}{2}$

№7.

Ответ: 179.

В группе из 4 человек должен быть по крайней мере 1, знакомый со всеми. Если такого нет, то: ? переход не доказан



Можно подобрать 2 пары людей не знакомых попарно, тогда четвёрка не удовлетворяет условию.

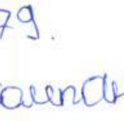
=> В каждой четвёрке должен быть человек, который знаком со всеми

Чтобы так получилось, людей должно быть:

Нет примера с 179

$182-4+1=179$.

В компании не может быть людей не знакомых с тремя людьми, т.к.



Каждый из трёх оставшихся не может быть знаком со всеми

Почему не может быть меньше?

- Если будут меньше 179 людей знакомых со всеми, то будут найдены 4 человека не знакомых со всеми рассмотрим четвёрку.

Предположим, что какой-то человек знаком со всеми в этой четвёрке, но он знаком и со всеми остальными ~~Но он~~ Получается, он знаком со всеми. Н он не может быть знаком со всеми.

Противоречие.

$\Rightarrow$ минимум людей, знакомых со всеми — 179.

Ответ: 179.

№5.

$$x^2+ax+b+1=0$$
$$x_1 \cdot x_2 = b+1$$
$$x_1+x_2=-a$$
$$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=a^2-2b-2$$
$$x_1^2+x_2^2=a^2-2b-2$$

x_1^2 и x_2^2 имеют одинаковую чётность, т.к.

$$x_1 \pm x_2 = 2n$$
$$\Rightarrow x_1^2+x_2^2 \vdots 2$$
$$x_1^2+x_2^2=a^2-2b$$

$\Rightarrow a^2-2b$ - делится на 2

$\Rightarrow a^2$ - делится на 2

$\Rightarrow a$ - делится на 2

$\Rightarrow a^2$ делится на 4

$\Rightarrow b$ - делится на 2

$\Rightarrow b^2$ - делится на 4

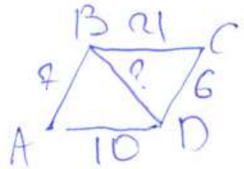
$\Rightarrow a^2+b^2=4(k_1+k_2)$

$\Rightarrow a^2+b^2$ — не простое число

ч.т.д.

~~$x^2+ax+b+1=0$~~
~~$x_1 \cdot x_2 = b+1$~~
~~$x_1+x_2=-a$~~
~~$(x_1+x_2)^2=x_1^2+2x_1x_2+x_2^2=a^2$~~
~~$x_1^2+x_2^2+2(b+1)=a^2$~~
~~$x_1^2+x_2^2=a^2-2(b+1)$~~
~~$x_1^2+x_2^2 \in \mathbb{Z}$~~
~~$x_1^2+x_2^2-(x_1x_2)^2=a^2-2(b+1)$~~
~~$x_1^2+x_2^2=a^2+b^2+1$~~
~~$x_1^2+x_2^2-1=a^2+b^2$~~
~~$\Rightarrow x_1^2+x_2^2$ и a^2+b^2 - взаимно простые~~

Черновик 611136 Черновик



$$\frac{300!}{44^{37}} = \frac{300!}{4^{32}\cdot 11^{32}} = \frac{300!}{2^{64}\cdot 11^{32}}$$

2 1
4 2
8 3
16 4
32 5
64 6
128 7
256 8
→ 36

От 1 до 300 – 150 чётных чисел.
150 > 64 => 2 полностью сокращается

11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110, 121 2, 132, 143, 154, 165, 176, 187, 198, 209, 220, 231, 242, 253, 264, 275, 286, 297

$\left[\frac{300}{11}\right] = 27$

300 | 11
-22 | 27
80
-77
3

11^{84} – 2.

$$\frac{69x+85}{x+10} = 71$$

$$\frac{69x+85}{x+10} = \frac{71x+710}{x+10}$$

$69x+85 = 71x+710$

$$Очки = \frac{\text{СУММА ОЧКОВ}}{\text{КОЛ-ВО ВЫСТРЕЛОВ}}$$

x – кол-во выстрелов

$$\frac{69x}{x} = 69$$

1) $\frac{69x+85}{x+10} = 71$ 2(а) $\frac{69x+85+y_1}{x+20} = 72$

2(б) $\frac{710+y_2}{a} = 72$

$a(a)-1 = 69x$

$x^2+ax+b+1=0$

$x_1 \neq 0$ $x_1 \in \mathbb{Z}$

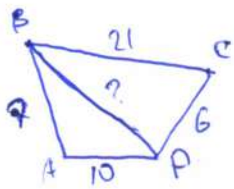
$x_2 \neq 0$ $x_2 \in \mathbb{Z}$

$D>0 \Rightarrow a\,\cancel{(ax)^2-4(b+1)>0}$ $\cancel{ax^2-4b-4>0}$ $\cancel{ax^2-4b>4}$

$(ax)^2 - 4x$ $ax^2-4b-4>0$

$ax^2-4b>4$

121 × 11 = 121 + 121 = 1331; 1331 × 11 = 1331 + 1331 = 14641



Рассмотрим △BCD
BD < 27 (неравенство △)
Рассмотрим △BAD
~~BD>27~~ BD<17 (нерав. △)
Рассмотрим △BCD
21 < CD+BD = 6+17 BD => BD>15

15 < BD < 17, BD ∈ $\mathbb{Z}$

=> BD = 16 — N1.

$a_{2n} = \frac{1}{a_{n-1}}$

$a_{2n+1} = 1 - a_{2n}$

$a_{2025} = 2$

a_1 – ?

1) $a_{2n} = -a_{2n+1}+1$

2) $a_{2n-1} = \frac{1}{a_{2n}}$

$\cancel{a_{2025} \in a_{2n}+1 \Rightarrow a_{2024} = 2+1 = 3}$

$a_{2024} \in a_{2n} \Rightarrow a_{2023} =$

$a_{2n} = \frac{1}{a_{2n-1}} = a_{1n}\frac{1}{a_{n-2+1}}$

№ 59

61 партия – 12 команды

$N = \frac{n(n-1)}{2}$

~~2 – 1~~
~~3 – 3~~
1 4 = 6
~~5 – 10~~
~~6 – 15~~
~~7 – 21~~
~~8 – 28~~
~~9 – 36~~
~~10 – 45~~
1 11 – 55
~~12 – 66~~

4 + 11 = 15 – ?

61 = человек в группе ~~команде~~ не больше 11

⇒ всего не больше 21 человека

15 – случай, когда участники играли в своей группе.

сумма может быть = 59, 60, 61

$6 + 10 = 16$ → №6.

Почему больше 16 быть не может?

Представим, что участников – 17. Варианты распределения группами:

9 и 8 — 36+28 = 61; 10 и 7 — 61; 11 и 8 — 61

При дальнейшем увеличении число ~~команд~~ участников, в одной из команд будет минимум $\frac{18}{2}$ 18/2+1 – 10 участников

Рассмотри примеры 18, 19, 20 – будет понятно

x – кол-во серий

$\frac{69 0x}{10x} = 69$

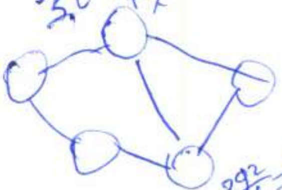
кол-во очков

$\frac{690(x+1)}{10(x+1)}$ $\quad \frac{690x + a}{10(x+1)} = \frac{710(x+1)}{10(x+1)}$

69 × 7 = 483; 483 + 85 = 568

182 человека.

292 : 4 = 73



$\frac{69 \cdot 3 + 85}{3+1} = \frac{207+85}{4} = \frac{292}{4} = 73$

$\frac{69 \cdot 7 + 85}{7+1} = 71$

$\frac{69x + 85 + a}{x + 2} = 72$ $\quad a - ?$

$\frac{\text{кол-во очков}}{\text{кол-во серий}}$ = среднее

$\frac{69x}{x} = 69$

$\frac{69x + 85}{x+1} = ~~69~~ 71$

$\frac{69x + 85}{x+1} = \frac{71x + 71}{x+1}$

$69x + 85 = 71x + 71$

~~$2x = 6$~~ $2x = 85 - 71 = 14$

~~$x = 3$~~ $x = 7$

$\frac{69 \cdot 3 + 85 + a}{5} = 72$

~~$207 + 85 + a = 360$~~

~~$a = 360 - 292$~~

~~$a = 68$~~

69 × 3 = 207; 207 + 85 = 292

$\frac{69 \cdot 7 + 85 + a}{7 + 2} = 72$

$\frac{483 + 85 + a}{9} = 72$

72 × 9 = 648

$568 + a = 648$

$a = 648 - 568 = 80$

Ответ: 80

№4.

011186

3. ~~$a_{2n} = \frac{1}{a_{2n-1}}$~~ $a_{2n+1} = 1 - a_{2n}$

~~$a_{2n+1} = 1 - \frac{1}{a_{2n-1}}$~~

~~$\Rightarrow \frac{1}{a_{2n-1}} = a_{2n+1} - 1$~~

~~$a_{2n-1} = \frac{1}{a_{2n+1} - 1}$~~

~~$a_{2023} = \frac{1}{a_{2025} - 1} = \frac{1}{2-1} = 1$~~

~~$a_{2021} = \frac{1}{a_{2023} - 1} = \frac{1}{1-1} = \frac{1}{0}$ - что за бред?~~

$a_{2025} = 1 - a_{2024}$

$2 = 1 - (-1)$

$a_{2024} = -1$

~~a_{2023}~~ $a_{2024} = \frac{1}{a_{2023}}$

~~a_{2024}~~ $= -1 = \frac{1}{a_{2023}} \Rightarrow a_{2023} = -1$

$a_{2023} = -1$

$-1 = 1 - a_{2022}$

$a_{2022} = 2$

$2025 \,|\, 6$, 337

$2021 \,|\, 6$, 336

$2023 \,|\, 6$, 337

$a_{2n} = \frac{1}{a_{2n-1}}$ $a_{2n+1} = 1 - a_{2n}$

$a_{2n+1} = 1 - a_{2n}$

$a_{2n+1} = 1 - \frac{1}{a_{2n-1}}$

$\frac{1}{a_{2n-1}} = (a_{2n+1} - 1)$

$$\boxed{a_{2n-1} = \frac{1}{1 - a_{2n+1}}}$$

I 1) $a_{2023} = \frac{1}{1-2} = -1$

II 2) $a_{2021} = \frac{1}{1 - a_{2023}} = \frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2}$ ~~что за бред?~~

III 3) $a_{2019} = \frac{1}{1 - a_{2021}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$

I 4) $a_{2017} = \frac{1}{1-2} = -1$

II 5) $a_{2015} = \frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2}$

III 6) $a_{2013} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$

Это трёхчисловий цикл. Он повторяется.

Итак. 1) Числа $a_{2025-6n} = 2$.

2) Числа $a_{2023-6n} = -1$

3) Числа $a_{2021-6n} = \frac{1}{2}$

Число $a_1 = -1$, т.к. остаток от $\frac{2023}{6}$ = остаток от $\frac{1}{6} = 1$

$\Rightarrow a_1 = -1$ - №3.

$x^2+ax+b+1=0$

$a'=1 \quad b'=a \quad c'=b+1$

$x_1=\frac{-a+\sqrt{a^2-4(b+1)}}{2}$

$x_2=\frac{-a-\sqrt{a^2-4(b+1)}}{2}$

$x_1, x_2 \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow \sqrt{a^2-4(b+1)} \in \cancel{\mathbb{Z}}\, \mathbb{Q},$

$-a\pm\sqrt{a^2-4(b+1)} \in \mathbb{Z}, \vdots 2$

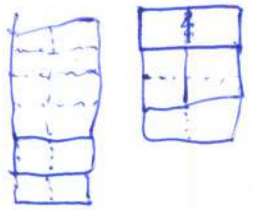
$D=(a-2\sqrt{b+1})(a+2\sqrt{b+1})$

$x_1+x_2=\frac{-b+\sqrt{D}-b-\sqrt{D}}{2a}=-\frac{b}{a}$

$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$

144	2
72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$\cancel{4}^{7}$



У нас несколько вариантов:

1) кладём ~~доми~~ костяшку горизонтально

2) кладём 2 костяшки вертикально

Заметим, что длина цепочки одна и та же каждый день

144 раскладки

$144=2^4\cdot3^2=12^2 \qquad 144=2^{\cancel{8}7}+16$

$2^2\cdot3$

2 - 2

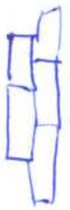
3 - 3

4 - 5

5 -

6

Как узнать кол-во костяшек?



- так нельзя

$1+1+$

верт. гориз.

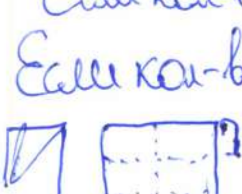
$(a+b)$

$x_1^2x_2+x_1x_2^2=-ab+1$

$\cancel{2\cdot2}\ C_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$

Если кол-во костяшек - чётно, то вертикальных пар ~~должно~~ может быть любым

Если кол-во костяшек - нечётно, то пар. верт. ~~может~~ должно быть $=2$



$2^{n:2+1}$, где n - кол-во рядов

$+$

кол-во возможностей вставить вертикальные

$\times$ кол-во вариантов, куда расписать

N 5.

$\frac{c}{a}=\ b+1$

$\cancel{x^4+a^2x^2+b^2+1=0}$

$\cancel{x(x^2+a)}\ -a$

$(x_1x_2)^2=b^2+2b+1 \qquad (x_1+x_2)^2=a^2$

$x_1^2+x_2^2-b=b^2-2b-1+2+2b+a^2$

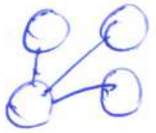
$x_1^2+x_2^2=a^2+b^2+1$

$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=$

$=a^2-2b-2$

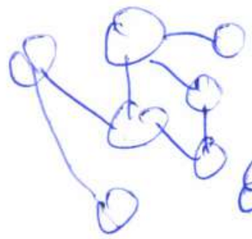
611136

182 человека



$\left[\frac{182}{4+1}\right] = 45 = 46$

$182 \mid 4$, $16 \mid 45$, 22



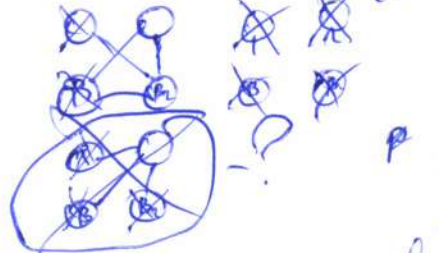
1 — должен, но каждый не может, то поможет другой

↑ что за бред?

Почему должен быть человек, который знаком со всеми?

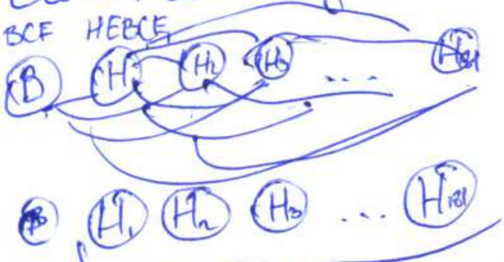
Если человек не знаком ~~со всеми~~ хотя бы с одним, то он не мо

1 ≠ 2   3 ≠ 4



=> В группе из 4 человек должен быть 1, знакомый со всеми.

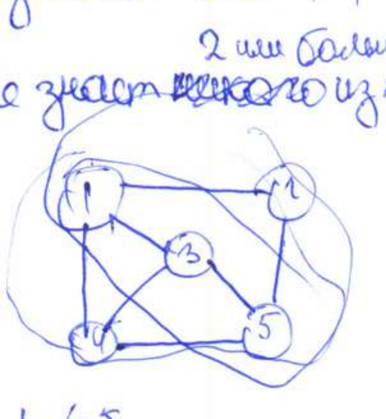
Если 1 человек знаком со всеми



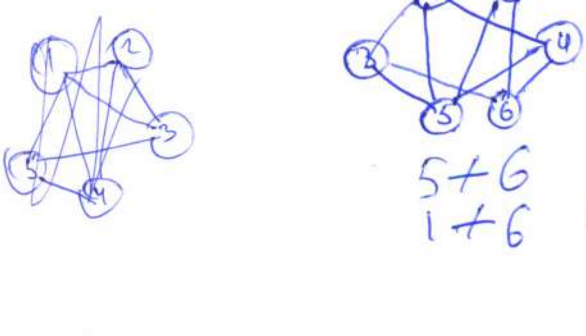
~~Предположим, что остальные люди знают всех, кроме 1,~~ ~~но число остальных людей = 181, что нечётно~~ => Человек, зна

Предположим, что остальные 181 человек знают всех, кроме H_1. H_1 знаком только с B и H_2

Если в группе из 4 человек один человек не знает 2 или более из компании, то условие не удовлетворяется. Т.к.



Ответ: 179



1 ≠ 5

1 => всё хорошо

5 => всё хорошо

5 ≠ 6

1 ≠ 6

2436 => всё хорошо

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 58010009

Номер задания		1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	Первый проверяющий	10	2.	12.	12	12	7	0	0
	Второй проверяющий	10	2	12	12	12	7	0	0
	Итого	10	2	12	12	12	7	0	0
Сумма баллов (оценка)		55							

Члены жюри:

Подпись — Александрова И.А.
Фамилия И.О.

Подпись — Волкова Е.С
Фамилия И.О.

Подпись — Фелин В.Г.
Фамилия И.О.

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание -финансист!»

ПО МАТЕМАТИКЕ 8-9 классы

Заключительный (очный) этап 2017/2018 учебный год

5801 0009

Код участника

Вариант I

Задание 1 (10 баллов)

Длины сторон AB, BC, CD и DA выпуклого четырехугольника $ABCD$ равны соответственно 5, 17, 5 и 9. Найдите длину диагонали DB, если известно, что она является целым числом.

Задание 2 (10 баллов)

Найдите знаменатель дроби $\frac{100!}{28^{20}}$ после ее сокращения до несократимой.

(Выражение 100! равно произведению первых 100 натуральных чисел: $100! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 100$.)

Задание 3 (12 баллов)

Последовательность $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$ такова, что $a_{2n} = \frac{1}{a_{2n-1}}$, а $a_{2n+1} = 1 - a_{2n}$. Найдите a_1, если $a_{2018} = 2$.

Задание 4 (12 баллов)

Турнир по стрельбе предполагает несколько серий по 10 выстрелов каждая. В одной из серий Иван выбил 82 очка, в результате чего среднее количество очков, выбиваемых им за серию, увеличилось с 75 до 76 очков. Сколько очков должен выбить Иван в следующей серии выстрелов, чтобы среднее количество очков, выбитых за серию, стало равно 77?

58010009

Задание 5. (12 баллов)

Уравнение $x^2 + ax + b + 1 = 0$ имеет два различных ненулевых целочисленных корня. Докажите, что число $a^2 + b^2$ не является простым, если числа a и b целые?

Задание 6 (14 баллов)

По регламенту шахматного турнира каждый участник должен сыграть с каждым один раз. После того как было сыграно ровно 99 партий, оказалось, что множество участников турнира можно разбить на две неравные по численности группы так, что все соперники, относящиеся к одной и той же группе, уже сыграли партии между собой. При этом были сыграны, но не более четырех, партии между соперниками, которые относятся к разным группам. Каково наибольшее возможное число участников этого шахматного турнира?

Задание 7 (14 баллов)

В компании работает 168 человек. Среди любых четырех человек можно выбрать хотя бы одного, знакомого с остальными тремя. Каково минимальное возможное количество людей, которые знакомы со всеми?

Задача 8 (16 баллов)

Вова играл старыми костяшками от домино, на которых стерлись все точки, так что они стали не отличимыми. Каждая костяшка представляет собой прямоугольник 2×1, а их число равно 24. Вова решил каждый день по-новому раскладывать костяшки в виде дорожки 2×12, так чтобы рисунок раскладки никогда не повторялся. Сколько дней Вова сможет так раскладывать костяшки, пока все возможные раскладки не будут исчерпаны, если в день он делает одну раскладку?

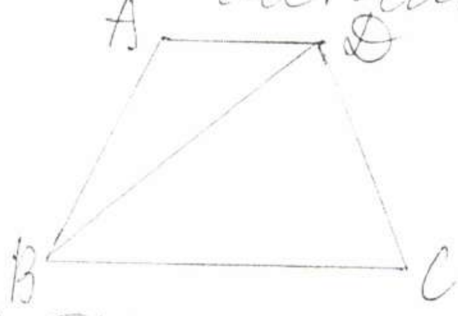
58010009

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик

№1.
Дано: ABCD
AB=CD=5
BC=17, DA=9
найти: DB



Из правила треугольника очевидно, что BD < 14 (AD + AB = 14) и BD > 12 (~~CD~~ BC − CD = 12). Т.к. известно, что DB выражается целым числом ⇒ DB = 13

(+)

Ответ: 13

№2

$\frac{100!}{28^{20}}$

$28^{20} = (4\cdot 7)^{20} = 2^{40}\cdot 7^{20}$

Все двойки сократятся, т.к в числе 100! половина чисел четные, а это как минимум 50 двоек, что больше 2^{40}, семерки сократятся не все, т.к. чисел содержащих 7 всего 13. В знаменателе останется 7^7.

Ответ: 7^7

$49 = 7^2$
$98 = 2\cdot 7^2$!

(∓)

Лист №1.

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

58010009

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№3

$a_{2n} = \frac{1}{2n-1}$

$a_{2n+1} = 1 - a_{2n}$

$a_{2018} = 2$

Найти: a_1

$a_{2017} = \frac{1}{2}$; $a_{2016} = \frac{1}{2}$; $a_{2015} = 2$; $a_{2014} = -1$;

$a_{2013} = -1$; $a_{2012} = 2$ ...

Есть последовательность из 6 чисел, повторяющаяся во всей последовательности.

$2018 : 6 = 336$ (ост. 2) $\Rightarrow a_1 = \frac{1}{2}$. (+)

Ответ: $a_1 = \frac{1}{2}$

№4

$\text{среднее кол-во} = \frac{\text{I сер} + \text{II сер} + \ldots + n\text{ сер}}{n}$

$75 = \frac{\text{I сер} + \text{II сер} + \ldots + n\text{ сер}}{n\text{ сер}}$

$76 = \frac{\text{I сер} + \text{II сер} + \ldots + n\text{ сер} + 82}{(n+1)\text{ сер}}$

Пусть x - кол-во очков, которое надо набрать Ивану, чтобы увеличить средний показатель до 77. Тогда:

$77 = \frac{\text{I сер} + \text{II сер} + \ldots + n\text{ сер} + 82 + x}{(n+2)\text{ сер}}$ (+)

$76 = \frac{75n + 82}{n+1} \Rightarrow n = 6$

$77 = \frac{75 \cdot 6 + 82 + x}{8} \Rightarrow x = 84$

Ответ: Ивану нужно выбить 84 очка.

Лист №2

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

5801/0009

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№5.
$x^2+ax+b+1=0$
$x_1+x_2=-a$
$x_1 \cdot x_2=b+1$
$a^2+b^2=(x_1+x_2)^2+(x_1 \cdot x_2)^2-2x_1x_2+1=$
$=x_1^2+\cancel{2x_1x_2}+x_2^2+x_1^2 \cdot x_2^2-\cancel{2x_1x_2}+1=$
$=(x_2^2+1)(x_1^2+1) \Rightarrow a^2+b^2$ – составное число.

+

№3
Дорожку вида 2×12, можно представить в виде шести квадратов. Квадраты можно выложить двумя способами.
I)  II) 
Поэтому число вариантов выкладывания дорожки равно $2^6=64 \Rightarrow$ Вова может перекладывать 64 дня без повторений.
Ответ: 64 дня.

–

№6.
Кол-во партий можно посчитать так: $1+2+3+4 \ldots +(n-1)$. n – число участников.

Лист №3.

58010009

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Складывая таким образом числа, нетрудно заметить, что наиболее близким кол-вом партий к 99, могут похвастаться 14 участников, у них 91 партия. Формируя вторую группу, легко понять, что во второй группе может быть максимум 4 человека (6 партий), т. к. 5 человек ~~да~~ дадут 10 партий, а $91+10>99$. Таким образом максимум участников это 18 человек

Ответ: 18 человек.

+
2

Лист № 4.

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

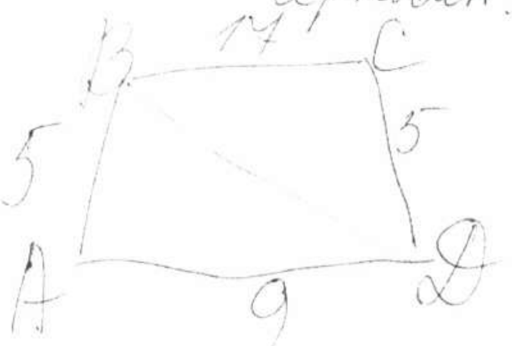
58010009

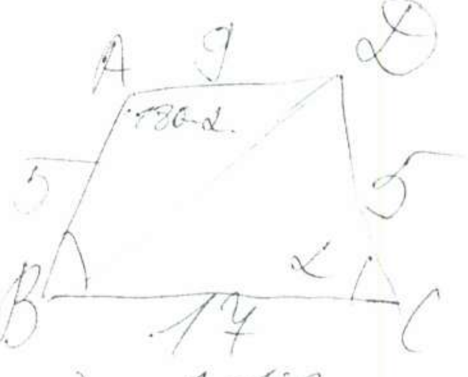
ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик.

AB = 5
BC = 17
CD = 5
DA = 9





$BD^2 = 81 + 25 - 2 \cdot 45 \cos(180 - \alpha)$

$BD^2 = 289 + 25 - 2 \cdot 85 \cos\alpha$

$106 - 90\cos\alpha = 318 - 170\cos\alpha$

$80\cos\alpha = 64$

$\cos\alpha = 0{,}8$

$106 - 90 \cdot 0{,}8 = 106 - 72 = 34$

$318 - 170 \cdot 0{,}8 = 318 - 136 = 182$

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6 = 32$ варианта.

168 человек

42 парни чел.

$x^2 + ax + b + 1 = 0$

$a^2 - 4b - 4 > 0$

$x_1 + x_2 = -a$

$x_1 x_2 = b + 1$

$a^2 - 2b - 2 = x_1^2 + x_2^2$

$168 : 4 = 42$ чел.

$a^2 - 4b > 4$

$(a^2 - 2\sqrt{b})(a + 2\sqrt{b}) > 4$

$a^2 > 4(b+1)$

$81 + 90\cos\alpha = 289 - 170\cos\alpha$

$260\cos\alpha = 208$

$\cos\alpha = 0{,}8$

$106 + 72 = 178$

Лист № 1.

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

5 801 0009

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик

a^2-4b $(a-2)(a+2)$ b^2+2b+1

$x^2+ax+b+1=0$

$D=a^2-4b-4>0$

$x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-a$ $\quad \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}+\frac{b+\sqrt{D}}{2a}$

$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}=b+1$ $\quad a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

$(x_1+x_2)^2+x_1^2x_2^2-2b-1=$

$x_1=\frac{-a-\sqrt{a^2-4b-4}}{2}$ $\quad a=-x_1-x_2$

$b=x_1\cdot x_2-1$

$x_2=\frac{-a+\sqrt{a^2-4b-4}}{2}$ $\quad ((x_1+x_2)+x_1x_2-1)^2+2(x_1+x_2)(x_1x_2\ldots$

$a^2+b^2-4b+2>b^2+6$

$a^2+(b-2)^2>b^2+6$

$2^{20}\cdot 2^{20}\cdot 7^{20}$

$2^{40}\cdot 7^{20}$ $\quad \overline{\quad 7^7}$

7 14 28 35 42 49 56 63 70 77 84 91 98.

7 Ответ: 7^7

$a_{2n}=\frac{1}{a_{2n}}-1$; $a_{2n+1}=1-a_{2n}$ $\quad \frac{1}{2},(1),\frac{1}{2},2,1,-1,2$

$2=\frac{1}{a_{2017}}$ $\quad \frac{1}{2}=1-a_{2016}$

$a_{2017}=\frac{1}{2}$ $\quad a_{2019}=-1$ $\quad a_1=\frac{1}{2}$ $\quad a_{2016}=\frac{1}{2}$

$cp=\frac{I\,cp+II\,cp+\ldots+n\,cp}{n}$ $\quad 77=\frac{I+II+\ldots+n+82+x}{n+2}$

82

$75=\frac{I+II+\ldots+n}{n}$ $\quad 77=\frac{75n+82+x}{n+2}$ $\quad 77=\frac{450+82+x}{8}$

$76=\frac{I+II+\ldots+n+82}{n+1}$ $\quad 76=\frac{75n+82}{n+1}$ $\quad 532+x=616$

$x=84$

$n=6$

Ответ: 84. Лист №2

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

58010009

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик

$((x_1+x_2)+x_1x_2-1)((x_1+x_2)+x_1x_2-1)+2(x_1+x_2)(x_2x_1-1)$

$=(x_1+x_2)^2-\cancel{x_1x_2(x_1+x_2)}-x_1-x_2+\cancel{x_1x_2(x_1+x_2)}-x_1x_2$

$-x_1-x_2-x_1x_2+1+2(x_1+x_2)(x_1x_2-1)=$

$=x_1^2+2x_1x_2+x_2^2-2x_1-2x_2-2x_1x_2+1$

$+2(x_1^2x_2-x_1+x_2^2x_1-x_2)=$

$=x_1^2+\cancel{2x_1x_2}+x_2^2-2x_1-2x_2-\cancel{2x_1x_2}+1+2x_1^2x_2-$

$-2x_1+2x_2^2x_1-2x_2=x_1^2+1+x_2^2-4x_1-4x_2+$

$+2x_1^2x_2+2x_2^2x_1+1=$

$(a+b+c)(a+b+c)=a^2+ab+ac+ab+b^2+bc+ac+cb+c^2=$

$=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$

-1

I
II

$a_{2n}=\frac{1}{a_{2n-1}}$ 2

$a_{2n+1}=1-a_{2n}$

чет 2015

2015 2016 2017 2018 2019 2020

$a_{2018}=2 \cdot a_{2n}$ $a_{2017}=\frac{1}{2}$ $2\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ 2\ -1\ -1$

$a_{2019}=-1$

$a_{2016}=\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}\ -1\ -1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ 2$

$a_{2020}=-1$

$a_{2021}=2$ $a_{2015}=2$ Ответ: $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

$x^2+ax+b+1=0$

$a=1$ $x(x+a)+b+1=0$

$b=a$ $a^2-4b-4>0$ $(a-2)(a+2)-4b>0$

$c=b+1$ $(a-2)(a+2)>4b$

-1

$-1\ \ 2\ \ \frac{1}{2}\ \ \frac{1}{2}\ \ 2\ \ -1\ \ -1$

Лист №3

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

58010009

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик

99 партий

$3+2+1$

$1+2+\dots+n = 99$

14 участников

14 - 91

16 уч - участников

101

21 встр

15 уч - 120 встреч. Ответ: 15.

16 уч - 135 встр

$25+289 - 170\cos\alpha$

$25+81+90\cos\alpha$

$208 = 260\cos\alpha$

$\cos\alpha = 0{,}8$

$x < 14$

$x > 12$

$106 + 72 = 178$

$x < 14$

$169 = 25 + 289 - 170\cos\alpha$

$106 - 90\cos\beta = 314 - 170\cos\alpha$

$x = 13$

$-90\cos\beta$

$45\cos\beta = 104$

$a^2+b^2 = 1+2+3$

$x^2 + ax + b + 1 = 0$. $\sqrt{a^2-4b-4}$

$D = a^2 - 4b - 4 > 0$

$x_{1,2} = \dfrac{-a \pm \sqrt{a^2-4b-4}}{2}$

$a^2 - 4a - 4 = (a-2)^2$

$x_1 + x_2 = -a$

$x_1 x_2 = b+1$

$\underbrace{(x_1+x_2)^2}_{a^2} + \underbrace{x_1^2x_2^2 - 2x_1x_2 + 3}_{b^2}$

$D = a - 2$

$\dfrac{-a-a-2}{2}$

$x_2 = -1$

$(x_1+x_2)^2 + (x_1x_2)^2$

$a^2 + b^2 + 2b + 1$

$2b + 2 = 2x_1x_2$

$x_1^2 + x_2^2 + x_1^2x_2^2 + 1$

$x_2^2(1 + x_1^2) + x_1^2 + 1 = (x_2^2+1)(1+x_1^2)$

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

Лист №4.

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 58010001

Номер задания		1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	Первый проверяющий	10	10	12	12	0	3	0	3
	Второй проверяющий	10	10	12	12	0	3	0	3
	Итого	10	10	12	12	0	3	0	3
Сумма баллов (оценка)		50							

Члены жюри:

Подпись	Фамилия И.О.
[подпись]	Александрова И.А.
[подпись]	Волкова Е.С.
[подпись]	Фесенко В.Г.

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание -финансист!»

ПО МАТЕМАТИКЕ 8-9 классы

Заключительный (очный) этап 2017/2018 учебный год

5801 0001

Код участника

Вариант I

Задание 1 (10 баллов)

Длины сторон *AB*, *BC*, *CD* и *DA* выпуклого четырехугольника *ABCD* равны соответственно 5, 17, 5 и 9. Найдите длину диагонали *DB*, если известно, что она является целым числом.

Задание 2 (10 баллов)

Найдите знаменатель дроби $\dfrac{100!}{28^{20}}$ после ее сокращения до несократимой.

(Выражение 100! равно произведению первых 100 натуральных чисел: $100! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot\ldots\cdot 100$.)

Задание 3 (12 баллов)

Последовательность $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$ такова, что $a_{2n} = \dfrac{1}{a_{2n-1}}$, а $a_{2n+1} = 1 - a_{2n}$.

Найдите a_1, если $a_{2018} = 2$.

Задание 4 (12 баллов)

Турнир по стрельбе предполагает несколько серий по 10 выстрелов каждая. В одной из серий Иван выбил 82 очка, в результате чего среднее количество очков, выбиваемых им за серию, увеличилось с 75 до 76 очков. Сколько очков должен выбить Иван в следующей серии выстрелов, чтобы среднее количество очков, выбитых за серию, стало равно 77?

Задание 5. (12 баллов)

Уравнение $x^2+ax+b+1=0$ имеет два различных ненулевых целочисленных корня. Докажите, что число a^2+b^2 не является простым, если числа a и b целые?

Задание 6 (14 баллов)

По регламенту шахматного турнира каждый участник должен сыграть с каждым один раз. После того как было сыграно ровно 99 партий, оказалось, что множество участников турнира можно разбить на две неравные по численности группы так, что все соперники, относящиеся к одной и той же группе, уже сыграли партии между собой. При этом были сыграны, но не более четырех, партии между соперниками, которые относятся к разным группам. Каково наибольшее возможное число участников этого шахматного турнира?

Задание 7 (14 баллов)

В компании работает 168 человек. Среди любых четырех человек можно выбрать хотя бы одного, знакомого с остальными тремя. Каково минимальное возможное количество людей, которые знакомы со всеми?

Задача 8 (16 баллов)

Вова играл старыми костяшками от домино, на которых стерлись все точки, так что они стали не отличимыми. Каждая костяшка представляет собой прямоугольник 2×1, а их число равно 24. Вова решил каждый день по-новому раскладывать костяшки в виде дорожки 2×12, так чтобы рисунок раскладки никогда не повторялся. Сколько дней Вова сможет так раскладывать костяшки, пока все возможные раскладки не будут исчерпаны, если в день он делает одну раскладку?

5801 0001

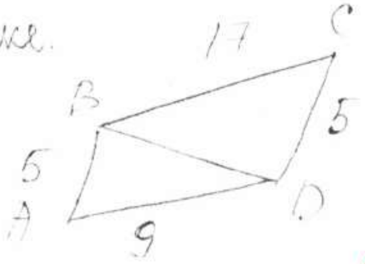
ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЁ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик

Задание 1.

По неравенству о треугольнике.



Рассмотрим $\triangle BCD$ и $\triangle ABD$

Пусть $BD - x \Rightarrow$

$5 + x \geq 9 \Rightarrow x \geq 4$.

$5 + x > 17 \Rightarrow x > 12$.

$x < 5 + 9 \Rightarrow x < 14 \Big\} \Rightarrow 14 > x > 12 \Rightarrow$ Ответ: $x = 13$.

+

Задание 2

Рассмотрим $28^{20} = (2^2 \cdot 7)^{20} = 2^{40} \cdot 7^{20}$

Теперь рассмотрим ряд чисел от 1 до 100.

В ~~нем~~ числе 100! множителей 2 явно больше 40. Рассмотрим 7. таких множителей там 16 штук, они находятся в числах 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98. Их всего 16 $\Rightarrow 20 - 16 = 4$ штуки ост.

Ответ: это число $7^4 = 49^2 = 2401$.

$$\begin{array}{r} \times 49 \\ 49 \\ \hline 441 \\ 196\ \ \\ \hline 2401 \end{array}$$

+

Лист 1

58010001

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик.

Задание 3.

$a_{2018} = 2$ $\quad a_{2n-1} = \frac{1}{a_{2n}}$, $a_{2n} = 1-(a_{2n+1})$

$a_{2017} = \frac{1}{a_{2018}} = \frac{1}{2}$; $a_{2016} = 1 - a_{2017} = \frac{1}{2}$;

$a_{2015} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$; $a_{2014} = 1 - a_{2015} = -1$;

$a_{2013} = \frac{1}{(-1)} = -1$; $a_{2012} = 1 - (a_{2013}) = 2$;

$a_{2011} = \frac{1}{2}$; $a_{2010} = \frac{1}{2}$; $a_{2009} = 2$; $a_{2008} = -1$; $a_{2007} = -1$;

$a_{2006} = 2$, Каждое 7 число повторяется. $2018 : 6 = 336$, $\frac{-198}{38}$, $\frac{-36}{2}$ ост.

$\Rightarrow a_2$ будет равно $a_{2018} = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow a_1 = \frac{1}{a_2} = \frac{1}{2}$ Ответ: $a_1 = \frac{1}{2}$.

+

Задание 4.

$$\left.\begin{aligned} \frac{a_1+a_2+\ldots+a_n}{n} &= 75 \\ \frac{a_1+a_2+\ldots+\cancel{a_n}\,82}{n+1} &= 76 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} a_1+a_2+\ldots+a_n &= 75n \;(1) \\ a_1+a_2+\ldots+a_n &= 76n-6 \;(2) \end{aligned}$$

Из $(2)-(1) \Rightarrow n-6=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{n=6}$

+

Нам нужно, чтобы

$\frac{a_1+a_2+\ldots+82+k}{n+2} = 77$, k - нужное кол-во баллов.

$a_1+a_2+\ldots+82+k = 77n+154$. (3)

Из $(3)-(2) \Rightarrow k = n+78$, подставляем $n=6 \Rightarrow$

$\Rightarrow k = 6+78 = 84$ Ответ: 84 очка.

Лист 2.

58010001

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик.

Задание 5.

По ~~теореме Виета~~

$x^2+ax+b+1$

$x_1+x_2=-a$ $\Rightarrow (x_1+x_2)^2=a^2-b-1$

$x_1\cdot x_2=\frac{b+1}{2}$

Рассмотрим корни $\frac{-a\pm\sqrt{a^2-4b-4}}{2}$ – ~~целые~~ $\Rightarrow$

$\Rightarrow -a\pm\sqrt{a^2-4b-4}$ – целое четное число

a^2-4b-4 – точный квадрат.

$a^2-4b-4=n$

$D=16+16+4n=32+4n=4(8+n)$, где n – точный квадрат и $4(8+n)$ – тоже точный квадрат.

неверно! $\Rightarrow |a|=|b| \Rightarrow |a|^2+|b|^2=2a^2$ или $2b^2$ (неважно) $\Rightarrow$

$\Rightarrow 2b^2:1$; $2b^2:2$; $2b^2:b$; $2b^2:b^2$; $2b^2:2b^2$

$\Rightarrow$ Оно не простое $\ominus$

Задание 3.

- можно положить все доминошки по горизонтали $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ 1 вариант.
- Назовем фигуру $\boxed{\text{||}}$ – типом С 2 доминошки по вертикали $\Rightarrow$ Если 1 такая фигура, то можно расставить её 11 способами.
- Если 2 фигуры типа С, то можно расставить их 36 способами. Смотреть на листе 4.

Лист 3.

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

58010001

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

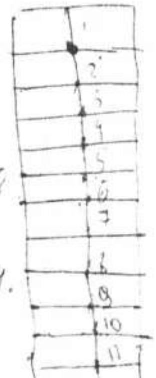
Черновик.

Задание 8.

· Если их 4, то можно их расставить в $\frac{5\cdot 6}{2}+\frac{4\cdot 5}{2}+\frac{3\cdot 4}{2}+\frac{2\cdot 3}{2}+\frac{1\cdot 2}{2}=$

$=15+10+6+3+1=35$ вариантов.

· Если их 5, то их можно расстав. $\frac{3\cdot 4}{2}+4\left(\frac{2\cdot 3}{2}+\frac{2\cdot 1}{2}\right)=$ 22 => 22 вариан.



· Если их 6 то их можно расставить 1 способом.

+

$35+22+1+1+11+36=36+36+34=106$. Ответ: 106. дней.

Задание 6.

Пусть кол-во человек в 1 группе n, а во второй k.

$\Rightarrow \frac{n(n+1)}{2}+\frac{k(k+1)}{2}+z=99$, $z\in[0;4]$. Тогда => нет решения

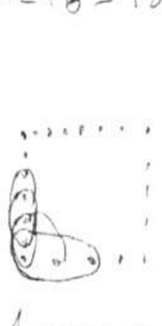
+

=> макс. значение $n+k=12+6=18$. Ответ: 18.

Задание 7.

Рассмотрим набор из 21 человека. В таком наборе должны быть $21-7+1$ человек $=15 \Rightarrow \frac{168}{21}\cdot 15=120$.

Ответ: 120.



—

Лист 4.

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

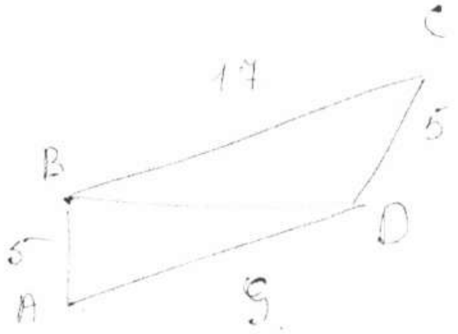
5801 0001

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

ЧЕРНОВИК

Задача 1



AB = 5
BC = 17
CD = 5
AD = 9.

$BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2\,BC\,CD\,\cos\alpha$.

$BD^2 = AD^2 + AB^2 - 2\,AB\,CD\,\cos\beta$.

~~DB~~ $5 + x \geq 9$ $x > 4$.

$5 + x > 17 \Rightarrow x > 12$

$14 > x \Rightarrow$

~~1·2·3·...·27~~

$x < 14$
$x > 12$. $\Rightarrow \boxed{x = 13}$

Задача 2.

x

1 · 2 · 3 · 4 · ..... 98 · 99 · 100.

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2^2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2^3 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 2^2 \cdot 3$

58010001

Задача 3.

$a_{2018} = 2$

$a_{2018} = 1 - a_{2n+1}$

$\cancel{a_{2n}} =$

$a_{2n-1} = \frac{1}{a_{2n}} \Rightarrow a_{2017} = \frac{1}{2}$

$a_{2016} = 1 - a_{2017} = \frac{1}{2}$

$a_{2015} = 2$

$\Rightarrow a_{2014} = 1 - a_{2n+1} = -1$

$a_{2013} = -1$

$a_{2012} = 2.$

$a_{2011} = \frac{1}{2}$

$a_{2010} = \cancel{2}\ \frac{1}{2}$

$a_{2009} = 2.$

$a_{2008} = -1.$

$a_{2007} = -1$

$a_{2006} = 2.$

$a_2 = 2 \Rightarrow$

$a_1 = \frac{1}{a_2} = \frac{1}{2}$

$2018 - 6k$

$336 \cdot 6 = 1800 + 180 + 36 = 2016$

$2018 - 18 = 38$, $38 - 36$ | 6, $\boxed{336}$

$\Rightarrow$

Можно увидеть, что каждое 7 число повторяется. Ответ: $a_1 = \frac{1}{2}$

Задача 4.

$\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n} = 75$

$\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n + 82}{n+1} = 76$

$a_1 + a_2 + \ldots + a_n = 75n$

$a_1 + a_2 + \ldots + a_n + 82 = 76n + 76$

$\begin{cases} a_1 + a_2 + \ldots + a_n = 75n \\ a_1 + a_2 + \ldots + a_n = 76n - 6 \end{cases}$

$6 - n = 0 \Rightarrow n = 6.$

58010001

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик

Задача 5.

$x^2+ax+b+1=0.$

$D=a^2-4b-4>0$

$82=n+76$

$\Rightarrow n=6.$

$\frac{a_1+a_2+\ldots+a_n}{n}=75.$

$a_1+a_2+\ldots+a_n=75n.$

$\frac{a_1+a_2+\ldots+a_n+82}{n+1}=76.$

$a_1+a_2+\ldots+a_n+82=76n+76.$

$\frac{a_1+a_2+\ldots+a_n+82+k}{n+2}=77.$

$a_1+a_2+\ldots+a_n+82+k=77n+154.$

$k=n+88=94.$

(1) $n+158=k \Rightarrow k=164.$

$82-75=7\Rightarrow$

$\frac{7}{n+1}=1\Rightarrow 7=n+1\Rightarrow n=6$

$\Rightarrow$ надо чтобы он набрал ср. арифм $+ 8=$

94.

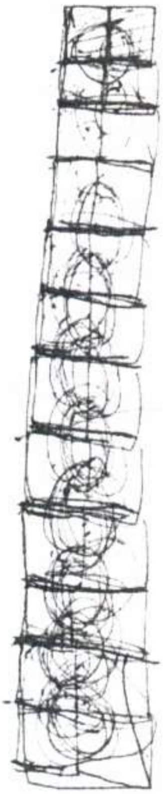
Лист 2

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

58010001

$N = 24$

2×12



12.

- 1ый варианти горизонтально дашинайки лтам
- 2ой варианти среди — 1 варианти один блок из деминошкаси ~~…~~ = блок С
- 3ий варианти — 11 в сумон — 2 блока С.

С 9 до 1 = 45 вариантов.

~~=~~ 45-17

4ый варианти. С от 7 до 8 = 28

$$\frac{10!}{9!\,2!} = \frac{10\cdot 11}{2} = \cancel{55}$$

$\boxed{10!}$

$C\ \frac{\cancel{11!}}{10!\,1!}$

11.

$$C_{10}^{2} = \frac{10!}{8!\,2!} = \frac{9\cdot 10}{2} = 45.$$

$$C_{10}^{3} = \frac{10!}{7!\,3!} = \frac{\overset{4}{\cancel{8}}\cdot\overset{3}{\cancel{9}}\cdot 10}{\cancel{2}\cdot 3} = 120.$$

$$C_{11}^{1} = \frac{11!}{10!\cdot 1!} = 11.$$

$$C_6^2 = \frac{6!}{4!\,2!} = \frac{5\cdot 6}{2} = 15$$

$C_6^1 = 6.$

$$C_{11}^{2} = \frac{11!}{9!\cdot 2!} = \frac{10\cdot 11}{2} = 55.$$

6

$$C_{11}^{3} = \frac{11!}{8!\,3!} = \frac{\overset{3}{\cancel{9}}\cdot\overset{5}{\cancel{10}}\cdot 11}{\cancel{2}\cdot\cancel{3}} = 15\cdot 11 = 165$$

$$C_{11}^{4} = \frac{11!}{}$$

$$C\ \frac{11!}{5!\,6!} = \frac{6\cdot 7\cdot \overset{2}{\cancel{8}}\cdot \overset{3}{\cancel{9}}\cdot \overset{4}{\cancel{10}}\cdot 11}{\cancel{6}\cdot\cancel{7}\cdot\cancel{8}\cdot 1\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{5}}$$

6801 0001

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик.

1 пар. 2 пар.

$C_{42}^{2} = \frac{42 \cdot 41}{2} = 21 \cdot 41$

$x^2 + ax + b + 1 \Rightarrow a^2 - 4b - 4 > 0$. 861

$a^2 + b^2 = 168$ $\frac{861}{4}$ $a > 2\sqrt{b-1} \Rightarrow b \geq 1$

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$D = 1$ $x = \frac{5 \pm 1}{2} = 2$ и 3.

$n(n+1) + k(k+1) = 198$

$a > 0$

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ $a \neq b$. $n(n+1) + k(k+1) = 156$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{2a}$ C_{168} 760

$k = n - 1$. $n(n+1) + (n+1)n = 198$. $n(2n) = 156$

$\frac{b^2}{a^2} - \frac{c}{a} \Rightarrow \boxed{\frac{b^2 - ac}{a^2}} = p$

$(b - a\sqrt{p})(b + a\sqrt{p})$

55

12 $\frac{12 \cdot 13}{6} = 78$ 15

$b^2 - ac = a^2 p$. 81

$a^2 - 4b - 4$ – полный квадрат.

$(a^2+1)^2 - 4b - 8 > 0$

$n(n+1) + (n-2)(n-1)$

$2n^2 - 2n - 99 = 0$

$a^2 + 2a + 1 - 4b - 12$

$D = 4 + 8$

$2a + 3$ 1 -5.

Лист 3

5801 0001

1 · ~~2~~ · 3 · ~~4~~ · 5 · 6 · ~~7~~ ~~8~~ · 9 · 10 · 11 · 12 · 13 · ~~14~~ · 15 · 16 · 17 · 18 · 19 · 20 · ~~21~~ · 22 · 23 · 24 · 25 · 26 · 27 · ~~28~~ · 29 · 30 · 31 · 32 · 33 · 34 · 35 · 36 · 37 · 38 · 39 · 40 · 41 · 42 · 43 · 44 · 45 · 46 · 47 · 48 · 49 · 50 · 51 · 52 · 53 · 54 · 55 · ~~56~~ · 57 · 58 · 59 · 60 · 61 · 62 · 63 · 64 · 65 · 66 · 67 · 68 · 69 · 70 · 71 · 72 · 73 · 74 · 76 · 75 · 77 · 78 · 79 · 80 · 81 · 82 · 83 · ~~84~~ · 85 · 86 · 87 · 88 · 89 · 90 · 91 · 92 · 93 · 94 · 95 · 96 · 97 · 98 · 99 · 100

$28 \cdot 4 =$ $28 = 7 \cdot 4$

$56 = 7 \cdot 8$

$20 - 1 - 1 - 1 - 1 = 16 - 1 - 1$

$= 14$

$84 = 7 \cdot 12$

$84 = 42 \cdot 2$

$2828 = 56 \cdot 14$

7^4 48 × 49

2^4

441

$\boxed{2401}$

$140 = 7 \cdot 2^2 \cdot 5$,

$a + b = 56$

$a - b = 14$

$a = 35$

$a = b + 14$

$2b = 42 \Rightarrow$

$b = 21$

$(2^2 \cdot 7)$

$(3^2 \cdot 2)^3 =$

35

32 64

128

Все 2 сокр.

$(2^2)^3 = 8^3 = 64 \cdot 8 = 512$

$2^{28} \cdot 7^{14}$

4 8 16 32 64

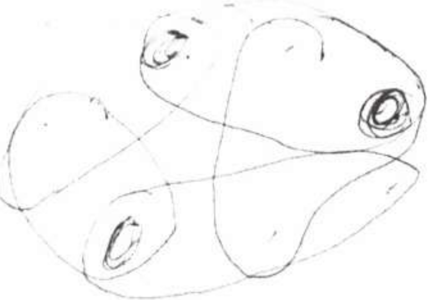
$4^3 = 64$

Ответ: 7^6

5801000.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ Черновик.

Задание 7.



$168 \,|\, 4 = 42$ $\quad 21 \times 27 = 189$

42 - пары по 4 человека

$\boxed{729}$

Не должно быть 4 человек не имеющих сигнальных 3 => их 3 => $168 - 3 = \boxed{165}$

Задание 6. $\frac{n(n+1)}{2} = 99 \Rightarrow n(n+1) = 198$

$11 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2.$

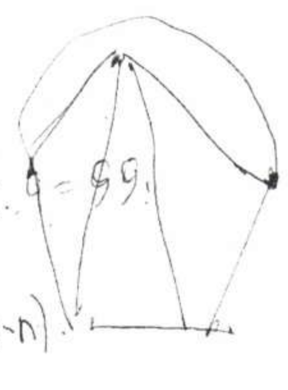
$n^2 + n - 198 = 0$ $n = p^2$

$D = 1 + 792 = 793$

$n = \frac{-1 \pm \sqrt{793}}{2}$

$p = 99 - [0 \ldots 4]$

$99 \geq p \geq 95$



$\frac{n^2+n+z^2+z}{2} + 0, \ldots 4 = 99$

$n^2 + n = 2 \cdot p$ $\quad p \in (99, 95-n)$

$n^2 = 95$ до 99.

$n \neq p.$

$4n^2 = 188$ до 190

$n^2 + n = 2p$

$n^2 + n + z^2 + z + (0 \ldots 8) = 198$ до 190.

$n^2 + n + n^2 - 2nk + k^2 + n - k = 198$ до 190

$2n^2 + 2n(1-k) + k^2 - k = 198$ до 190 $\quad n^2 + n + n^2 - 2n + 1 + n - 3 = 198$ до 190.

Лист 4.

$2n^2 + (1-k)(2n-k) = 188$ до 180.

6891000

$x_1 + x_2 = -a$
$x_1 x_2 = b+1$

$a^2 - 2b - 2$

$\boxed{a^2 - 2(b+1)}$ — ~~не~~ пр. если a — чет.

~~$a^2 - 2$~~

$a^2 - 4b - 4 > 0$

$a^2 - 2(b+1)$

$a^2 - 4bc > 0$

$a^2 > 4c$

$x^2 - 5x$

$4b - 4$

1 до 9

$4{,}5 \cdot 8 = 36$

$4b - 4 - 2b - 2$

$2(b - 3)$

$a,\ a^2 - 4b - 4$ — четн.
либо $a,\ a^2 - 4b - 4$ — неч.

$$\frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4b - 4}}{2} \Rightarrow -a \pm \sqrt{a^2 - 4b - 4}$$ — четное целое число

$a^2 - 4b - 8 = 0$

$D = 16 + 32 \quad 4 + 16 + 4k \quad 99 - 1$

$a^2 - 4b - 4 - 2a\sqrt{a^2 - 4b - 4} + a^2 \quad 98$

Это целое число

$$\frac{n(n+1)}{2} < 98.$$

$\Rightarrow n^2 + n - 8k = 0$

$D = 1 + \boxed{32k}$

$728 - 64 = 88$

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 58010012

Номер задания		1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	Первый проверяющий	10	10	12	12	0	3	0	0
	Второй проверяющий	10	10	12	12	0	3	0	0
	Итого	10	10	12	12	0	3	0	0
Сумма баллов (оценка)		47							

Члены жюри:

Подпись	Фамилия И.О.
[подпись]	Александрова И. А.
[подпись]	Волкова Е. С.
[подпись]	Федин В. Г.

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание -финансист!»

ПО МАТЕМАТИКЕ 8-9 классы

Заключительный (очный) этап 2017/2018 учебный год

58 01 0012

Код участника

Вариант I

Задание 1 (10 баллов)

Длины сторон *AB*, *BC*, *CD* и *DA* выпуклого четырехугольника *ABCD* равны соответственно 5, 17, 5 и 9. Найдите длину диагонали *DB*, если известно, что она является целым числом.

Задание 2 (10 баллов)

Найдите знаменатель дроби $\frac{100!}{28^{20}}$ после ее сокращения до несократимой.

(Выражение 100! равно произведению первых 100 натуральных чисел: $100! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot \ldots \cdot 100$.)

Задание 3 (12 баллов)

Последовательность $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$ такова, что $a_{2n} = \frac{1}{a_{2n-1}}$, а $a_{2n+1} = 1 - a_{2n}$.

Найдите a_1, если $a_{2018} = 2$.

Задание 4 (12 баллов)

Турнир по стрельбе предполагает несколько серий по 10 выстрелов каждая. В одной из серий Иван выбил 82 очка, в результате чего среднее количество очков, выбиваемых им за серию, увеличилось с 75 до 76 очков. Сколько очков должен выбить Иван в следующей серии выстрелов, чтобы среднее количество очков, выбитых за серию, стало равно 77?

58010012

Задание 5. (12 баллов)

Уравнение $x^2 + ax + b + 1 = 0$ имеет два различных ненулевых целочисленных корня. Докажите, что число $a^2 + b^2$ не является простым, если числа a и b целые?

Задание 6 (14 баллов)

По регламенту шахматного турнира каждый участник должен сыграть с каждым один раз. После того как было сыграно ровно 99 партий, оказалось, что множество участников турнира можно разбить на две неравные по численности группы так, что все соперники, относящиеся к одной и той же группе, уже сыграли партии между собой. При этом были сыграны, но не более четырех, партии между соперниками, которые относятся к разным группам. Каково наибольшее возможное число участников этого шахматного турнира?

Задание 7 (14 баллов)

В компании работает 168 человек. Среди любых четырех человек можно выбрать хотя бы одного, знакомого с остальными тремя. Каково минимальное возможное количество людей, которые знакомы со всеми?

Задача 8 (16 баллов)

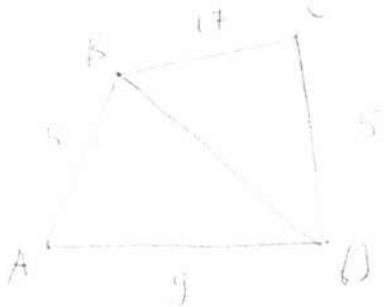
Вова играл старыми костяшками от домино, на которых стерлись все точки, так что они стали не отличимыми. Каждая костяшка представляет собой прямоугольник 2×1, а их число равно 24. Вова решил каждый день по-новому раскладывать костяшки в виде дорожки 2×12, так чтобы рисунок раскладки никогда не повторялся. Сколько дней Вова сможет так раскладывать костяшки, пока все возможные раскладки не будут исчерпаны, если в день он делает одну раскладку?

58010012

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик



№ 1

Дано: ABCD — вып. четыр., AB=5; BC=17; CD=5; AD=9, DB — целое

Найти: DB

Решение:

$DB^2 = AD^2 + AB^2 - 2\cdot AD\cdot AB\cdot \cos\angle BAD =$

$= 81 + 25 - 2\cdot 5\cdot 9\cdot \cos\angle BAD = 106 - 90\cdot \cos\angle BAD$

$DB^2 = BC^2 + CD^2 - 2\cdot BC\cdot CD\cdot \cos\angle BCD = 289 + 25 - 2\cdot 17\cdot 5\cdot \cos\angle BCD =$
$= 314 - 170\cos\angle BCD$

$\cos\angle \in [-1; 1]$

$BD^2 \in [16, 196]$

$BD^2 \in [144, 484]$

+

Пересекая отрезки, получим [144; 196], наш же отрезок может принимать значения: 144, 169, 196. 144 — не может быть т.к. для этого $\cos\angle BCD$ должен быть равен 1, а угол $BCD = 0°$, а это невозможно. 196 — не может быть, т.к. $\cos\angle BAD$ должен быть равен −1, значит $\angle BAD = 180°$ а это невозможно. Значит единственное целое значение отрезка BD это $\sqrt{169} = 13$

Ответ: BD = 13

№ 2

$\frac{100!}{28^{[illegible]}} = \frac{100!}{(2^2\cdot 7)^{[illegible]}} = \frac{100!}{2^{[illegible]}\cdot 7^{[illegible]}}$

2 в произведении 100! встречается в каждом четном числе, всего как минимум 50 раз. Значит в числителе как минимум будет 2^{50}, значит $28^{[illegible]}$ в знаменателе (при сокращении
лист 2)

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

58010012

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЁ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик

№2 (продолжение)

последние цифры.

7 встречается при умножении до ! всех в числах: $7^1 \cdot 1, 7^1 \cdot 2, 7^1 \cdot 3, 7^1 \cdot 4, 7^1 \cdot 5, 7^1 \cdot 6, 7^2, 7^1 \cdot 8, 7^1 \cdot 9, 7^1 \cdot 10, 7^1 \cdot 11, 7^1 \cdot 12, 7^1 \cdot 13,$ $7^2 \cdot 2$. Значит при умножении в степени будет 7^{16}. При вычислении остаток $7^4 = 2401$

Ответ: 2401.

№3

$a_n = \frac{1}{a_{n+1}}$, $a_{n+1} = 1 - a_n$

$a_{2018} = 2 = \frac{1}{a_{2017}} \Rightarrow a_{2017} = 0,5$

$a_{2017} = 1 - a_{2016} \Rightarrow a_{2016} = 0,5$

$a_{2016} = \frac{1}{a_{2015}} = 0,5 \Rightarrow a_{2015} = 2$

Мы можем заметить, что каждый будет член последовательности ... равен 2, значит $a(2018-66\cdot3-2)=2$

$a_2 = \frac{1}{a_1} = 2 \Rightarrow a_1 = 0,5$

Ответ: $a_1 = 0,5$

№4.

В каждой из серий 8 очков при этом $\frac{\text{общее количество очков}}{\text{количество партий}}$ = среднее число очков находится с 7,5 до 10

Пусть общее кол-во очков до этой серии X

Пусть общее кол-во серий y.

Тогда:

лист 2

580100 12

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик

№1 (финальная)

$$\begin{cases}\frac{x}{y}=75\end{cases}\quad\begin{cases}\frac{x+82}{y+1}=76\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=75y\\75y+82=76y+76\end{cases}\qquad x=450\quad y=6$$

$450+82=532$ — [illegible] нынешний сумм

$6+1=7$ — [illegible]

[illegible]

$$\frac{532+a}{7+1}=77$$

$532+a=616$

$a=84$ очк

Ответ: 84 очк.

№5

$x^2+ax+b+1=0$, $x_1\neq x_2$, $x_1, x_2\neq 0$, $x_1, x_2\in Z$, $a, b\in Z$

[illegible]

a^2-4b-4 [illegible] a^2-4b+4

$$\frac{-a\pm\sqrt{a^2-4b-4}}{2}$$

[illegible]

$b>1$

Лист 3

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

58010012

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

[illegible]

Рассмотрен частный случай.

−

[illegible]

Не все условия учтены! Ответ неверный.

∓

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

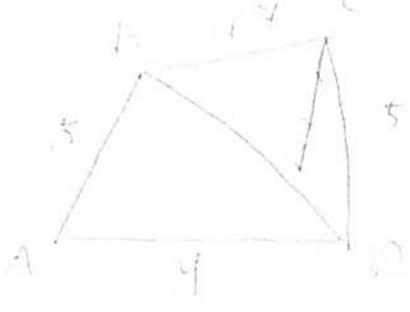
58010012

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЁ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик

№1.



Найдём BD

1) $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2\cdot AB\cdot AD\cdot\cos\angle BAD =$

2) $BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2\cdot BC\cdot CD\cdot\cos\angle BCD =$

1) $= 25 + 81 - 2\cdot 5\cdot 9\cdot\cos\angle BAD = 106 - 90\cdot\cos\angle BAD$

$= 289 + 25 - 2\cdot 17\cdot 5\cdot\cos\angle BCD =$

$= 314 - 170\cos\angle BCD$

$\cos\angle \in [-1;1]$

$BD^2 = \cancel{106-90} =$

$106 - 90\cdot\cos\angle BAD = 314 - 170\cos\angle BCD$

[illegible]

т.е. $BD^2 \in [16; 196]$

$BD^2 \in [144; 484[$

144 — не может быть т.к. для этого $\cos\angle BCD$ должен быть равен 1, а [illegible] не может быть, т.к. $\cos\angle BAD$ должен быть равен −1, значит 2 равных [illegible], а это невозможно, [illegible] значения, [illegible] при [illegible] значение BD равно $\sqrt{169} = 13$

Ответ: 13

№2

Лист 1

580100012

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик
-2

$\frac{100!}{28^x}$

$28^x = (2^2 \cdot 7)^x = 2^{2x} \cdot 7^x$

~~1-2~~ В $100!$ есть [illegible] числа со степенью 2

$2^1, 2^2, 2^1 \cdot 3, 2^3, 2^1 \cdot 5,$

$2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6$

2^1 (4 + 2^1 [illegible] в каждом [illegible] числе, значит

[illegible] минимум 56 [illegible] => [illegible] минимум

[illegible] значит для [illegible] со [illegible].

Выписываем числа [illegible] в $100!$ связ. с 7

$7^1, 7^1 \cdot 2, 7^1 \cdot 3, 7^1 \cdot 4, 7^1 \cdot 5, 7^1 \cdot 6, 7^2, 7^1 \cdot 8, 7^1 \cdot 9, 7^1 \cdot 10, 7^1 \cdot 11,$
$7^1 \cdot 12, 7^1 \cdot 13, 7^2 \cdot 2$ Значит [illegible] 7^{16} [illegible]

[illegible] с [illegible] 7^4, [illegible]

Ответ: 24(1)

№ 3

$a_1, a_2, a_3, \ldots a_n, a_n, \quad a_{2n} = \frac{1}{a_{2n-1}}; \; a_{2n+1} = 1 - a_{2n}$

$a_{2018} = 2 = a_{2017} = \frac{1}{a_{2017}} \Rightarrow a_{2017} = 0{,}5 \quad 2;\; 0{,}5;\; 0{,}5;\; 2$

$a_{2017} = 1 - a_{2016} \Rightarrow a_{2016} = 0{,}5$

$a_{2016} = \frac{1}{a_{2015}} = 0{,}5 \Rightarrow a_{2015} = 2 \qquad a_{2014} = 2;\; a_{16} = 2$

$a_3 = 2$

$a_2 = 2$

$a_1 = 0{,}5$

Ответ: $a_1 = 0{,}5$

[illegible] 2

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

58 01 0012

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик

№4

[illegible]

В одном из серий очков при этом [illegible] кол-во очков [illegible]

увеличилось с 75 до 76

Пусть общее кол-во очков до этой выпуска x

Пусть общее кол-во серий y

$\frac{x}{y}=75 \qquad \frac{x+82}{y+1}=76$

$x=75y \qquad 75y+82=76y+76$

$x=450 \qquad y=6$ а [illegible] кол-во [illegible]

$450+82=532$ – очков после последней серии

Пусть a – кол-во очков [illegible] в следующей серии.

$\frac{532+a}{7+1}=77$

$532+a=616$

$a=84$

Ответ: 84 очка.

№5

$x^2+ax+b+1=0$

$D=a^2-4b-4>0 \Rightarrow a^2>4b+4$

$x=\frac{-a\pm\sqrt{a^2-4b-4}}{2}$

$\frac{-a+\sqrt{a^2-4b-4}}{2} \qquad \frac{-a-\sqrt{a^2-4b-4}}{2}$

$-a+\sqrt{a^2-4b-4}$ $a^2-4b-4=a^2$ $-4b=4$ $b\neq-1$

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

5801 0012

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик
(продолжение).

[illegible] a^2+b^2 — [illegible]
a, b — целые
$x_1+x_2=\frac{-a}{2}$ $x_1\cdot x_2=b+1$

$b\neq -1$

$x=\frac{-a\pm\sqrt{a^2-4b-4}}{2}\in\mathbb{Z}$

$4(x_1+x_2)^2+(x_1\cdot x_2-1)^2$
$4(x_1^2+2x_1x_2+x_2^2)+(x_1^2x_2^2-2x_1x_2+1)$

Допустим $a=b=2$ — [illegible]

[illegible] является [illegible]

[illegible] a^2+b^2 [illegible]

[illegible]

[illegible]), a — [illegible], b — [illegible]

$x_1=\frac{-a}{2}$ [illegible] $y_0=\frac{1}{4}a^2-\frac{1}{2}a^2+b+1=-0{,}25a^2+b+1$

Допустим $a=-6$ $b=7$ $x_1=\frac{-6+2}{2}=-2$, $x_2=\frac{6-2}{2}=4$

$a^2+b^2=36+49=85=5\cdot 17$ — не простое

[illegible] a^2+b^2 [illegible]

$4(x_1+x_2)^2+(x_1x_2-1)^2=$

[illegible]

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

58010012

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

$\frac{1+n-1}{2} \cdot n = \frac{n^2}{2}$

$n \neq k$

$\frac{n^2-n}{2}$

$\frac{k^2-k}{2}$

$\frac{n^2-n}{2} + \frac{k^2-k}{2} = 47$

2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

58010012

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 21010002

Номер задания		1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	Первый проверяющий	0	5	6	0	0	11	14	8
	Второй проверяющий	0	5	6	0	0	11	14	8
	Итого	0	5	6	0	0	11	14	8
Сумма баллов (оценка)		44							

Члены жюри:

Подпись	Фамилия И.О.
	Хисамбеев И.Ш.
	Волкова Е.С.

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание -финансист!»

ПО МАТЕМАТИКЕ 8-9 классы

Заключительный (очный) этап 2017/2018 учебный год

21 01 0002

Код участника

Вариант I

Задание 1 (10 баллов)

Длины сторон AB, BC, CD и DA выпуклого четырехугольника $ABCD$ равны соответственно 5, 17, 5 и 9. Найдите длину диагонали DB, если известно, что она является целым числом.

Задание 2 (10 баллов)

Найдите знаменатель дроби $\frac{100!}{28^{20}}$ после ее сокращения до несократимой.

(Выражение 100! равно произведению первых 100 натуральных чисел: $100! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot \ldots \cdot 100$.)

Задание 3 (12 баллов)

Последовательность $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$ такова, что $a_{2n} = \frac{1}{a_{2n-1}}$, а $a_{2n+1} = 1 - a_{2n}$. Найдите a_1, если $a_{2018} = 2$.

Задание 4 (12 баллов)

Турнир по стрельбе предполагает несколько серий по 10 выстрелов каждая. В одной из серий Иван выбил 82 очка, в результате чего среднее количество очков, выбиваемых им за серию, увеличилось с 75 до 76 очков. Сколько очков должен выбить Иван в следующей серии выстрелов, чтобы среднее количество очков, выбитых за серию, стало равно 77?

21010002

Задание 5. (12 баллов)

Уравнение $x^2 + ax + b + 1 = 0$ имеет два различных ненулевых целочисленных корня. Докажите, что число $a^2 + b^2$ не является простым, если числа a и b целые?

Задание 6 (14 баллов)

По регламенту шахматного турнира каждый участник должен сыграть с каждым один раз. После того как было сыграно ровно 99 партий, оказалось, что множество участников турнира можно разбить на две неравные по численности группы так, что все соперники, относящиеся к одной и той же группе, уже сыграли партии между собой. При этом были сыграны, но не более четырех, партии между соперниками, которые относятся к разным группам. Каково наибольшее возможное число участников этого шахматного турнира?

Задание 7 (14 баллов)

В компании работает 168 человек. Среди любых четырех человек можно выбрать хотя бы одного, знакомого с остальными тремя. Каково минимальное возможное количество людей, которые знакомы со всеми?

Задача 8 (16 баллов)

Вова играл старыми костяшками от домино, на которых стерлись все точки, так что они стали не отличимыми. Каждая костяшка представляет собой прямоугольник 2×1, а их число равно 24. Вова решил каждый день по-новому раскладывать костяшки в виде дорожки 2×12, так чтобы рисунок раскладки никогда не повторялся. Сколько дней Вова сможет так раскладывать костяшки, пока все возможные раскладки не будут исчерпаны, если в день он делает одну раскладку?

21010002

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№ 7 +/2

[illegible]

14 [illegible]

7·7 2·7·7

[illegible]

№ 8 +/2

[illegible]

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

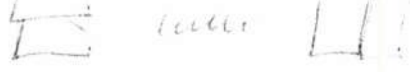
ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Теперь у нас могут быть лишь такие варианты разбиения [illegible]

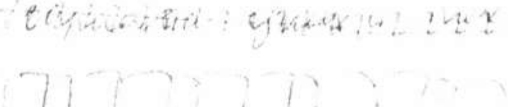
Назовём их первичными.
Как начали разбивать на части нашу доску?
Заметим, что каждую часть мы разрезаем 2-мя способами. Значит [illegible] частей с [illegible] вариантов 2^5. Но при [illegible] мы не учитываем вариантов, [illegible] меняя границу между ними.
Разобьём первоначальную доску

Есть много других вариантов разбить доску

Если [illegible] через стенки этих квадратиков, а такие варианты мы уже подсчитали с прошлыми [illegible]. Теперь заметим, что доминошки могут лежать лишь 2-мя способами



Таких квадратиков [illegible], а значит вариантов разбиения [illegible] 2^5. При этом заметим, что мы [illegible] [illegible] вариант



Все оставшиеся варианты будут отличаться не лишь прошлыми, что при таких разбиениях [illegible] в 2^6 [illegible] вариантов.

[illegible] в 2^5 [illegible] вариантов, не считая с 1 [illegible] через первично таких разбиений.
Следовательно вариантов $2^6+2^5-1 = 64+32-1 = 95$ [illegible]
Ответ 95 [illegible].

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

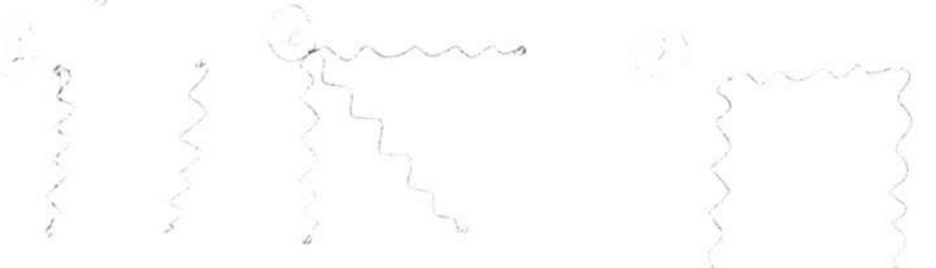
ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Пример на 165 человек:
Поставим за вершины людей,
а [illegible] ребра знакомство,
а [illegible] — незнакомство.

165 [illegible]

Заметим, что [illegible]
вершины не знакомые, а все остальные
люди знакомы (знакомы [illegible])

[illegible] пример на 164
Если 164 человека, то значит каждые по 4 человека не знакомых [illegible] из 164 групп. Рассмотрим этих четырех. Могут быть лишь такие варианты:



Где есть 1 человек не знакомый [illegible] он не знаком [illegible] с 3 [illegible]

Они [illegible] из трех четырех вариантов не подходят, по той причине, что мы можем взять каждого из этих вариантов и рассмотреть каждого этих четырех человек. При этом ни один из них не сможет быть знаком [illegible] группы. Следовательно [illegible]
[illegible]

Ответ 165.

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

204 0002

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№ 6

±

В первой группе 7 человек и $\frac{7\cdot 6}{2} = 21$ игр.

Во второй группе 13 человек и $\frac{13\cdot 12}{2} = 78$ игр.

Всего игр $= 21 + 78 = 99$ игр.

По условию было сыграно >0 игр между группами

[illegible] > 21 человек

[illegible]

[illegible] 14 и меньше

[illegible]

Рассмотрим всевозможные варианты

1) 14 и 7 → $91 + 21 = 112$
[illegible]

2) 13 и 8 → $78 + 28 = 106$
[illegible]

3) 12 и 9 → $66 + 36 = 102$
[illegible]

4) 11 и 10 → $55 + 45 = 100$
[illegible]

[illegible]

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№3 +/2

Давайте будем рассматривать члены последовательности по порядку.
Пусть 1-ый член последовательности = a

1) a
2) $\frac{1}{a}$
3) $1-\frac{1}{a} = \frac{a-1}{a}$
4) [illegible] $= \frac{a}{a-1}$
5) $1-\frac{a}{a-1} = \frac{a-1-a}{a-1} = \frac{-1}{a-1}$
6) $1 : \frac{-1}{a-1} = \frac{a-1}{-1} = -a+1 = 1-a$
7) [illegible] $(1-a) = a$

Значит, что период всей последовательности равен семи членам. Члены 1, 7, [illegible] будут равны [illegible] 8, 15 и т.п.

Все номера [illegible] 2018 : 7 = 288 (ост. 2)

Проверим 2018, как 2 + 288 (7) = 2018

Значит 2-ой член последовательности будет равен 2018-му соответственно $a_2 = a_{2018} = 2$. По формуле $a_2 = \frac{1}{a_1} = a$

Значит $a = \frac{1}{2} = 0,5$

Ответ: 0,5.

Период 6

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

2101 0002

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

—

$1^2 + 1^2 = 2$

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

$D = b^2 - 4ac = a^2 - 4(b+1)\cdot 1$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4(b+1)}}{2}$$

Значит выражение $-a \pm \sqrt{a^2 - 4(b+1)}$ будет четным, т.к. оно кратно [illegible]

при a-ч и b-н, q-ч.

Значит, т.к. корни (оба) четные, то выражение будет $\vdots\, 4$.

$-a \pm \sqrt{a^2 - 4(b+1)} \;\vdots\; 4$

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 93010009

Номер задания		1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	Первый проверяющий	10	10	10	0	12	0	0	0
	Второй проверяющий	10	10	12	0	12	0	0	0
	Итого	10	10	12	0	12	0	0	0
Сумма баллов (оценка)		44							

Члены жюри:

Подпись — Кочерова А.С. — Фамилия И.О.

Подпись — Хисамбеев И.Ш. — Фамилия И.О.

Подпись — Фамилия И.О.

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание -финансист!»

ПО МАТЕМАТИКЕ 8-9 классы

Заключительный (очный) этап 2017/2018 учебный год

9301 0009 8082

Код участника

Вариант I

Задание 1 (10 баллов)

Длины сторон AB, BC, CD и DA выпуклого четырехугольника $ABCD$ равны соответственно 5, 17, 5 и 9. Найдите длину диагонали DB, если известно, что она является целым числом.

Задание 2 (10 баллов)

Найдите знаменатель дроби $\frac{100!}{28^{20}}$ после ее сокращения до несократимой.

(Выражение 100! равно произведению первых 100 натуральных чисел: $100! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot \ldots \cdot 100$.)

Задание 3 (12 баллов)

Последовательность $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$ такова, что $a_{2n} = \frac{1}{a_{2n-1}}$, а $a_{2n+1} = 1 - a_{2n}$. Найдите a_1, если $a_{2018} = 2$.

Задание 4 (12 баллов)

Турнир по стрельбе предполагает несколько серий по 10 выстрелов каждая. В одной из серий Иван выбил 82 очка, в результате чего среднее количество очков, выбиваемых им за серию, увеличилось с 75 до 76 очков. Сколько очков должен выбить Иван в следующей серии выстрелов, чтобы среднее количество очков, выбитых за серию, стало равно 77?

9301 0009

Задание 5. (12 баллов)

Уравнение $x^2 + ax + b + 1 = 0$ имеет два различных ненулевых целочисленных корня. Докажите, что число $a^2 + b^2$ не является простым, если числа a и b целые?

Задание 6 (14 баллов)

По регламенту шахматного турнира каждый участник должен сыграть с каждым один раз. После того как было сыграно ровно 99 партий, оказалось, что множество участников турнира можно разбить на две неравные по численности группы так, что все соперники, относящиеся к одной и той же группе, уже сыграли партии между собой. При этом были сыграны, но не более четырех, партии между соперниками, которые относятся к разным группам. Каково наибольшее возможное число участников этого шахматного турнира?

Задание 7 (14 баллов)

В компании работает 168 человек. Среди любых четырех человек можно выбрать хотя бы одного, знакомого с остальными тремя. Каково минимальное возможное количество людей, которые знакомы со всеми?

Задача 8 (16 баллов)

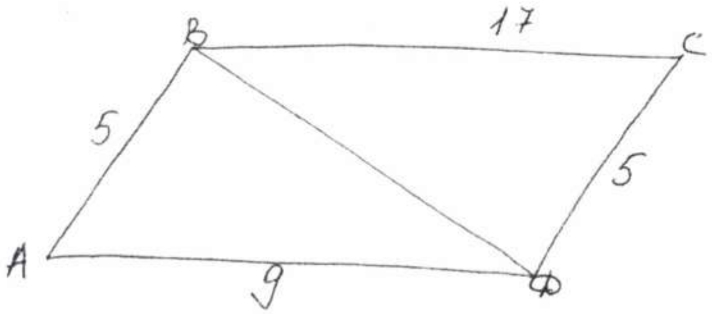
Вова играл старыми костяшками от домино, на которых стерлись все точки, так что они стали не отличимыми. Каждая костяшка представляет собой прямоугольник 2×1, а их число равно 24. Вова решил каждый день по-новому раскладывать костяшки в виде дорожки 2×12, так чтобы рисунок раскладки никогда не повторялся. Сколько дней Вова сможет так раскладывать костяшки, пока все возможные раскладки не будут исчерпаны, если в день он делает одну раскладку?

9301 0009
Чистовик
задание 1

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Задание 1



+

$$\begin{cases} BD + 5 > 17 \\ BD < 5 + 9 \end{cases} \quad \begin{cases} BD > 12 \\ BD < 14 \end{cases} \Rightarrow$$

Т. к. BD - целое число, то $BD = 13$

Ответ: $DB = 13$

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

9301 0009
Чистовик

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Задание 2

$\frac{100!}{28^{20}} \Rightarrow$

среди натуральных чисел меньших 100 будет 50 нечётных и 50 чётных

1) $a_1 = 2$, $d = 2$, $a_n = 100$

$100 = 2 + d(n-1)$, $100 = 2 + 2(n-1) \Rightarrow$

$n = 50$, т.е. в числителе будет множитель 2^{50}

2) Чисел, которые делятся на 7 будет 14, т.к.

$a_1 = 7$, $d = 7$, $a_n = 98$

$98 = 7 + 7(n-1)$, $n = 14 \Rightarrow$

(+)

в числителе также будет множитель 7^{14} и

тк $49 = 7 \cdot 7$, то и $98 = 7 \cdot 7 \cdot 2$, то 7^{16}, больше 7 нет $\Rightarrow$

$\frac{1 \cdot 2^{50} \dots 7^{16} \dots 99}{4^{20} \cdot 7^{20}\ 7^{4}}$, т.е. знаменатель дроби будет равен 7^4

Ответ: 2401

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

Чистовик 9301 0009

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Задание 3

$a_{2n}=\frac{1}{a_{2n-1}}$, $a_{2n+1}=1-a_{2n}$, $a_{2018}=2$, a_1 – ?

Решение:

$a_{2019}=1-2=-1$

$a_{2020}=-\frac{1}{1}=-1$

$a_{2021}=1-(-1)=2$

$a_{2022}=\frac{1}{2}$

$a_{2023}=\frac{1}{2}$

$a_{2024}=2$ и т.д., т.е.

(+)

$a_1 \ldots, \underset{2012}{2}, \underset{2013}{\underbrace{-1; -1; 2; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}, 2}_{a_{2018}}}, \ldots$, повторяющийся

период 6 чисел. $2018:2=336$ (2 ост.) Следовательно

$a_2=2$, $a_1=\frac{1}{2}$

Ответ: $a_1=\frac{1}{2}$

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

Чистовик 83010009

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Задание 5

Пусть x_1, x_2 корни уравнения $x^2+ax+b+1=0$

тогда по теореме Виета

$x_1 x_2 = b+1$; $(x_1+x_2)=-a$

$b = x_1 x_2 - 1$; $a = -(x_1+x_2)$

$b^2 = x_1^2 x_2^2 - 2x_1x_2 + 1$; $a^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$

$b^2+a^2 = x_1^2 x_2^2 - \cancel{2x_1x_2} + 1 + x_1^2 + \cancel{2x_1x_2} + x_2^2 =$

$= x_1^2 + x_1^2 x_2^2 + x_2^2 + 1 = x_1^2(x_2^2+1) + x_2^2 + 1 =$

$= x_1^2(x_2^2+1) + x_2^2 + 1 = (x_1^2+1)(x_2^2+1)$

Т.К. по условию уравнения x_1 и x_2 являются целые

то $a^2+b^2 = (x_1^2+1)(x_2^2+1)$ произведение целых чисел $\Rightarrow a^2+b^2$ не является простым числом, что и требовалось доказать.

(+)

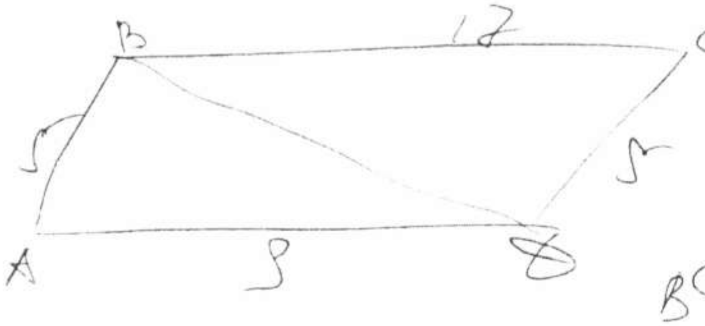
Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

930/0009

Черновик задание 1

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ



$BD + 5 > 17$

$BD < 5+8$

$BD > 12$ $\quad$ $BD < 14$

$DB = 13$

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

8301 0009
Черновик

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Задание 2

$$\frac{100!}{28^{20}}$$

среди натуральных чисел меньших 100 будет 50 нечётных и 50 чётных

1) $a_1 = 2$, $d = 2$, $a_n = 100$

$100 = 2 + d(n-1)$, $10 = 2 + 2(n-1) \Rightarrow$

$n = 50$, т.е в числителе будет множитель 2^{50}

2) Чисел делящихся на 7 будет 14, т.к.

$a_1 = 7$, $d = 7$, $a_n = 98$

$98 = 7 + 7(n-1)$, $n = 14 \Rightarrow$

в числителе также будет множитель 7^{14} и т.к. $49 = 7 \cdot 7$, то 7^{16}, больше 7 нет $\Rightarrow$

$$\frac{1 \cdot 2^{\cancel{50}\,45} \ldots \cancel{7^{16}} \ldots 99}{\cancel{4^{20}} \cdot \cancel{7^{20}}\,7^4}$$, т.е знаменатель дроби будет 7^4

ответ: 2401.

93010009
Черновик

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Задание 3

$a_{2n} = \frac{1}{a_{2n-1}}$, $a_{2n+1} = 1 - a_{2n}$

$a_{2018} = 2$

Решение

$a_{2019} = 1-2 = -1$

$a_{2020} = \frac{1}{1} = -1$

$a_{2021} = 1-(-1) = 2$

$a_{2022} = \frac{1}{2}$

$a_{2023} = \frac{1}{2}$

$a_{2024} = 2$ и т.д., т.е $a_1 \ldots \underset{a_{2012}}{2}; \underbrace{-1; -1; 2; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 2}_{2013 \ldots a_{2018}}, \ldots$,

повторяющийся период 6 чисел ~~...~~

~~...~~ $2018:2 = 336$ (2 ост.) следовательно

$a_{2n} = 2$, $a_1 = \frac{1}{2}$

Ответ: $\frac{1}{2}$

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

93010009

Черновик

Задание 5

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Пусть x_1, x_2 корни уравнения

Тогда по теореме Виета $x_1 x_2 = b+1$, $(x_1 + x_2) = -a$

$b = x_1 x_2 - 1$, $a = -(x_1 + x_2)$, $b^2 \neq a^2 =$

$b^2 = x_1^2 x_2^2 - \cancel{2x_1 x_2} + 1$, $a^2 = x_1^2 + \cancel{2x_1 x_2} + x_2^2 = x_1^2 + x_1^2$

~~сократ~~ сокр