

# Студенческий научно-практический семинар

## «Некоторые прикладные экономико-математические методы и модели»

Студенческий научно-практический семинар «Некоторые прикладные экономико-математические методы и модели» работает в Орловском филиале Финансового университета с января 2015 г. **Участники семинара** – студенты 2 курса, направления «Экономика»:

1. Добрикова Ирина
2. Шмелева Татьяна
3. Кычакова Анастасия.

**Руководитель семинара:** зав. кафедрой «Математика и информатика», к.ф.-м.н. Филонова Елена Сергеевна.

Работа семинара включала три направления:

- 1. Методы экспертных оценок*
- 2. Методы и модели массового обслуживания*
- 3. Методы имитационного моделирования,*

в соответствии с которыми подготовлены и представлены на кафедру «Математика и информатика» три творческие работы.

**1 июня 2015 г.** в Орловском филиале Финуниверситета состоялось **открытое заседание** семинара, в котором приняли участие студенты 2 курса направлений «Экономика» и «Менеджмент».



В рамках открытого заседания были рассмотрены теоретические и практические аспекты **следующих разделов** экономико-математического моделирования:

- 1. Методы экспертных оценок*
- 2. Методы и модели массового обслуживания*

Семинар проводился с применением компьютерной и мультимедиа техники.



Для просмотра слайдов нажмите клавишу Ctrl и щелкните соответствующую картинку

Основными докладчиками по соответствующим разделам семинара выступили его участники.

**Добрикова Ирина** отметила, что методы экспертных оценок относятся к интуитивным методам прогнозирования, основанным на опыте и знаниях специалистов (экспертов) в соответствующей области, представила аудитории несколько методов обработки мнений экспертов, опрашиваемых по различным проблемам, и обозначила перспективы применения методов экспертных оценок при принятии решений.



**Шмелева Татьяна** определила области применения теории массового обслуживания, познакомила слушателей с ее теоретическими основами и продемонстрировала возможности практического применения данной теории.





Работа семинара будет продолжена в 2015-2016 учебном году. К участию приглашаются студенты 2 и 3 курсов всех направлений подготовки, реализуемых в Орловском филиале Финансового университета.

# **ТЕОРИЯ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ**

Подготовила: Шмелева Т.В.

Научный руководитель: Филонова Е.С,

А.К. Эрланг (1878 - 1929гг.)



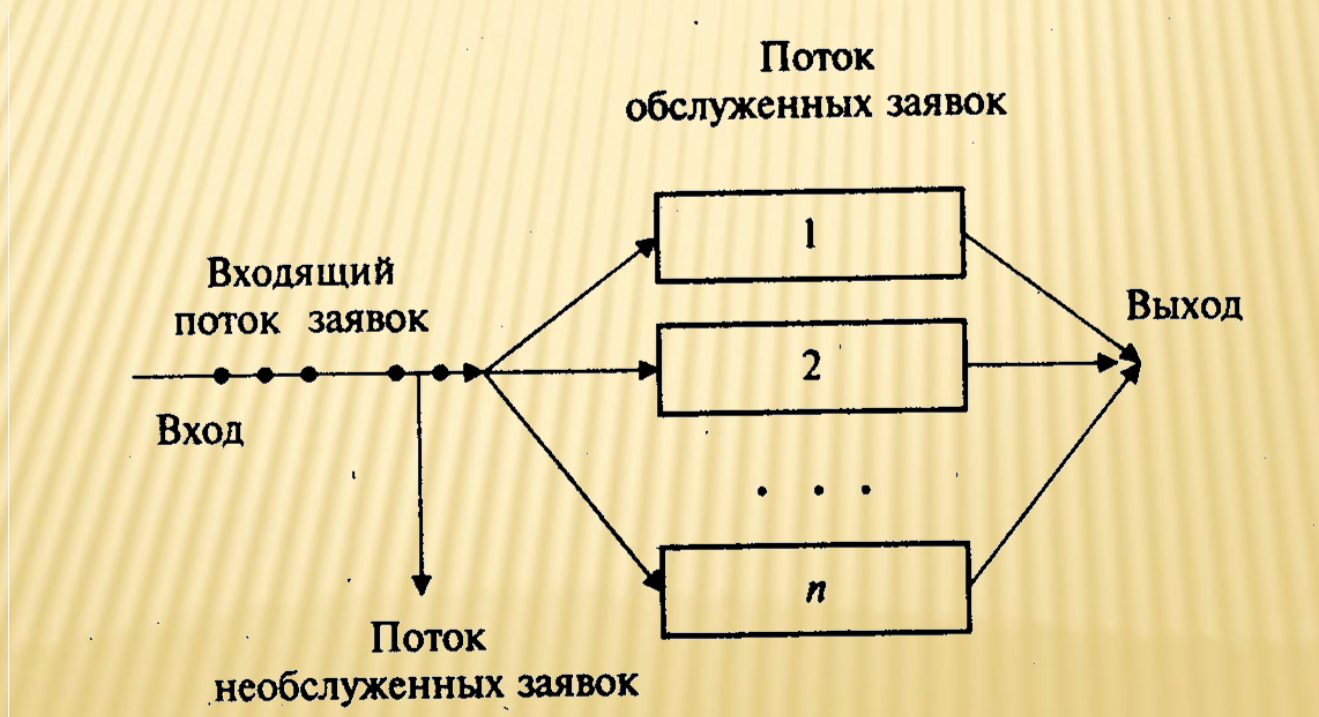
Работа телефонной сети



# Основные понятия о системах массового обслуживания

**Системой массового обслуживания (СМО)** называется любая система, предназначенная для обслуживания какого-либо потока заявок

Рис.1 Структура СМО



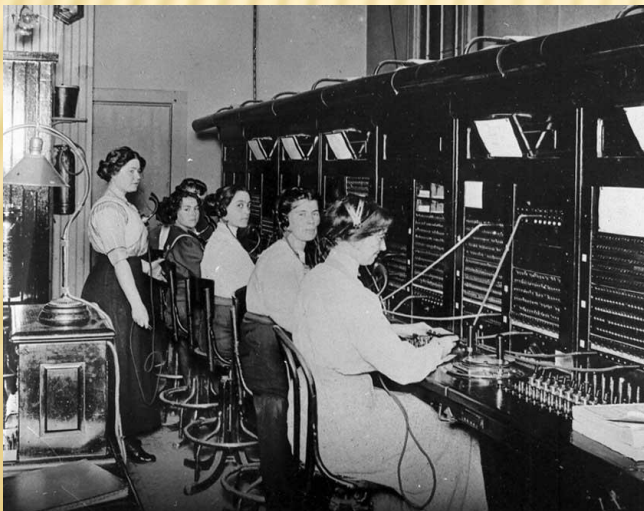


# Классификация СМО.

1. По числу каналов обслуживания СМО делятся на одноканальные и многоканальные.



2. СМО с потерями (отказами) и СМО с ожиданием



3. Системы с приоритетом в обслуживании и на системы без приоритета в обслуживании.



4. СМО могут быть однофазными и многофазными.



5. Разомкнутые (когда источник требования находится вне системы) и замкнутые (когда источник находится в самой системе).

Замкнутые СМО



Разомкнутые СМО



# Примеры практического применения теории массового обслуживания

## Пример многоканальной СМО с отказами

Стол заказов магазина «Продукты» принимает заказы по двум телефонам. Среднее число поступающих заказов в течение часа – 80, среднее время оформления заказа – 3 минуты. Оцените качество работы данной системы.

Решение:

1. Интенсивность потока обслуживания:

$$\mu = 60 / 3 = 20$$

2. Интенсивность нагрузки.

$$\rho = \lambda \cdot t_{\text{обс}} = 80 \cdot 3/60 = 4$$

3. Вероятность, что канал свободен (доля времени простоя каналов).

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\rho^k}{k!}} = \frac{1}{\frac{4^0}{0!} + \frac{4^1}{1!} + \frac{4^2}{2!}} = 0,0769$$

Следовательно, 7.69% в течение часа канал будет не занят, время простоя равно  $t_{\text{пр}} = 4.6$  мин.

4. Вероятность отказа (Доля заявок, получивших отказ).

$$P_{\text{отк}} = \frac{p^n}{n!} \quad P_0 = \frac{4^2}{2!} * 0,0769 = 0,615$$

Значит, 62% из числа поступивших заявок не принимаются к обслуживанию.

5. Среднее число каналов, занятых обслуживанием (Среднее число занятых каналов).

$$n_3 = \rho \cdot p_{\text{обс}} = 4 \cdot 0,385 = 1,538 \text{ канала.}$$

Среднее число простаивающих каналов.

$$n_{\text{пр}} = n - n_3 = 2 - 1,538 = 0,5 \text{ канала.}$$

Значит, все каналы заняты обслуживанием.

6. Коэффициент занятости каналов обслуживанием.

$$K_3 = \frac{n_3}{n} = \frac{1,538}{2} = 0,8$$

Следовательно, система на 80% занята обслуживанием.

Попробуем увеличить количество каналов обслуживания до 3.

1. Интенсивность потока обслуживания:

$$\mu = 60 / 3 = 20$$

2. Интенсивность нагрузки.

$$\rho = \lambda \cdot t_{\text{обс}} = 80 \cdot 3/60 = 4$$

3. Вероятность, что канал свободен (доля времени простоя каналов).

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!}} = \frac{1}{\frac{4^0}{0!} + \frac{4^1}{1!} + \frac{4^2}{2!} + \frac{4^3}{3!}} = 0,0423$$

Следовательно, 4.23% в течение часа канал будет не занят, время простоя равно  $t_{\text{пр}} = 2.5$  мин.

4. Вероятность отказа (Доля заявок, получивших отказ).

$$P_{\text{отк}} = \frac{\rho^n}{n!} P_0 = \frac{4^3}{3!} 0,0423 = 0,451$$

Значит, 45% из числа поступивших заявок не принимаются к обслуживанию.

5. Среднее число каналов, занятых обслуживанием (Среднее число занятых каналов).

$$n_3 = \rho \cdot P_0 = 4 \cdot 0,0423 = 2,197 \text{ канала.}$$

Среднее число простаивающих каналов.

$$n_{\text{пр}} = n - n_3 = 3 - 2,197 = 0,8 \text{ канала.}$$

Значит 1 канал простаивает, а 2 канала заняты обслуживанием, поэтому мы можем сделать вывод, что двух телефонов будет достаточно.

## Одноканальная СМО с отказами

Пусть одноканальная СМО с отказами представляет собой один пост ежедневного обслуживания для мойки автомобилей. Заявка — автомобиль, прибывший в момент, когда пост занят, — получает отказ в обслуживании. Интенсивность потока автомобилей  $\lambda = 1,0$  (автомобиль в час). Средняя продолжительность обслуживания —  $t_{об} = 1,8$  часа.

Требуется определить в установившемся режиме предельные значения:

- относительной пропускной способности  $q$ ;
- абсолютной пропускной способности  $A$ ;
- вероятности отказа  $P_{отк}$ ;

1. Интенсивность потока обслуживания:

$$\mu = \frac{1}{t_{обс}} = \frac{1}{1,8} = 0,555$$

2. Вероятность, что канал свободен (доля времени простоя канала).

$$q = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{0,555}{1 + 0,555} = 0,356$$

Абсолютную пропускную способность определим по формуле:

$$A = \lambda * q = 1 * 0,356 = 0,356.$$

Следовательно, 36% в течение часа канал будет не занят

### 3. Вероятность отказа:

$$P_{отк} = 1 - q = 1 - 0,356 = 0,644.$$

Это означает, что около 65% прибывших автомобилей на пост получают отказ в обслуживании.

### 4. Номинальная производительность СМО

$$A_{ном} = 1/t_{об} = 1/1,8 = 0,556 \text{ заявок в час.}$$

Таким образом, можно сделать вывод, что СМО может обслуживать только 35% всех поступивших заявок.

Увеличим каналы обслуживания до 2, т.е. получаем многоканальную СМО с отказами.

#### 1. Вероятность, что канал свободен (доля времени простоя каналов).

$$P_0 = \frac{1}{\sum \frac{p^k}{k!}} = \frac{1}{\frac{1,8^0}{0!} + \frac{1,8^1}{1!} + \frac{1,8^2}{2!}} = 0,226$$

Следовательно, 22.6% в течение часа канал будет не занят, время простоя равно  $t_{пр} = 13.6$  мин.

#### 2. Вероятность отказа (Доля заявок, получивших отказ).

$$P_{отк} = \frac{p^n}{n!} P_0 = \frac{1,8^2}{2!} 0,226 = 0,367$$

3. Среднее число каналов, занятых обслуживанием

$$n_3 = \rho \cdot p_{\text{обс}} = 1.8 \cdot 0.633 = 1.14 \text{ канала.}$$

Среднее число простаивающих каналов.

$$n_{\text{пр}} = n - n_3 = 2 - 1.14 = 0.9 \text{ канала.}$$

Значит, 37% из числа поступивших заявок не принимаются к обслуживанию.

а 63% из числа поступивших заявок будут обслужены. Но при этом 1 канал простаивает, что экономически невыгодно. Значит необходимо уменьшить время обслуживания канала, например, приобрести новую технику для мойки машин.

Уменьшим время обслуживания до 30 минут.

1. Интенсивность потока обслуживания:

$$\mu = \frac{1}{t_{\text{обс}}} = 60/30 = 2$$

2. Вероятность, что канал свободен (доля времени простоя канала).

$$q = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{2}{1 + 2} = 0,667$$

Следовательно, 67% в течение часа канал будет не занят, время простоя равно  $t_{\text{пр}} = 40$  мин

3. Вероятность отказа:

$$p_{\text{отк}} = 1 - p_0 = 1 - 0.667 = 0.33$$

Значит, 33% из числа поступивших заявок не принимаются к обслуживанию, а 67% обслуживается.

Таким образом, работу мойки автомобилей можно считать удовлетворительной, если будет 1 канал обслуживания, но при этом уменьшится время обслуживания, например до 30 мин.

Таким образом, обслуживается 67% заявок.



### 3. Перспективы развития теории массового обслуживания

Системы массового обслуживания всегда будут востребованы людьми, т.к. они помогают минимизировать издержки в разных сферах жизни общества.



В разных областях человеческой деятельности



Презентация по дисциплине  
«Методы оптимальных решений»

на тему:

«Методы экспертных оценок»



Подготовила:  
Добрикова И. С.,  
студентка 2 курса  
группы ЗС «Экономика».  
Научный руководитель:  
к.ф.-м.н., Филонова Е.С.

# Методы экспертных оценок

относятся к интуитивным методам прогнозирования, основанным на опыте и знаниях специалистов (экспертов) в соответствующей области.

Рис.1. Классификация методов экспертных оценок



## *Метод «Дельфи»*

### *Особенности:*

- а) анонимность экспертов;
- б) использование результатов предыдущего тура опроса (обратная связь);
- в) статистическая характеристика группового ответа.

**Метод «Дельфи»** реализуется следующим образом:

1. Ставится задача или формулируются вопросы, на которые нужно ответить.
2. Отбирается экспертная группа – группа людей (обычно 10 или больше), которые являются специалистами в данной области.
3. Проводится первый тур голосования. При этом эксперты: выставляют оценку себе (самооценку), дают численную оценку по вопросу голосования и оставляют комментарий.
4. Аналитическая группа проводит анализ данных. Вычисляются медиана и доверительный интервал.
5. Далее всем экспертам рассылаются результаты. Они изучают их, после чего проводится второй тур, в котором эксперт может, как остаться при своём мнении, так и поменять его.
6. По новым данным вновь вычисляются все характеристики из пункта 4. Пункты 4 – 6 повторяются до тех пор, пока эксперты не придут к общему мнению.

# Применение метода Дельфи при оценке уровня обслуживания посетителей кафе

- ✓ Индивидуальная самооценка в баллах (от 0 до 10)
- ✓ Уровень обслуживания в процентах (от 0 до 100)
- ✓ Критерий оценки – ширина интервала не более 20%.



## Результаты работы экспертов после первого тура имеют вид:

№ эксперта	Коэффициент самооценки	Уровень обслуживания	Комментарий
1	9	88	Всё хорошо, но суп холодный.
2	7,5	95	Замечательно, но на столе не было соли и перца.
3	8	67	Очень медленно обслуживали.
4	8,6	50	Не работают краны с водой.
5	9,6	55	Хамское поведение уборщицы.
6	10	53	Дорого, медленно обслуживали.
7	7	98	Всё устраивает.
8	6,1	72	Слишком навязчивый официант-мешал спокойно кушать.
9	10	78	Не очень вкусно приготовлено.
10	8,4	92	Всё вкусно, почти как дома.
11	6	80	Посуда плохо помыта.
12	5,8	54	Муха в морсе.

- **Медиана** (число экспертов четное) рассчитывается как среднее арифметическое значение между середиными оценками:

Упорядоченные оценки: 98-95-92-88-80-78-72-67-55-54-53-50

Серединные оценки: 78 и 72

---

- **Область доверительности:**

Минимальная оценка – 50; максимальная – 98.

Квартиль - ———=12

Нижняя граница доверительной области –  $50+12=62\%$ ,  
верхняя –  $98-12=86\%$ .



## *Доверительный интервал:*

*от 62% до 86%, то есть равен 24% и, значит, первый тур не соответствует поставленному критерию. Необходимо проведение второго тура.*



## Результаты после второго тура имеют вид:

№ эксперта	Коэффициент самооценки	Уровень обслуживания	Комментарий
1	9	[88] 80	<i>[Всё хорошо, но суп холодный]</i> Претензии персоналу не были учтены.
2	7,5	[95] 80	<i>[Замечательно, но на столе не было соли и перца]</i> Стоит уважительней относиться к посетителям.
3	8	67	Очень медленно обслуживали.
4	8,6	[50] 65	<i>[Не работают краны с водой]</i> В районе в это время не было воды.
5	9,6	[55] 60	<i>[Хамское поведение уборщицы]</i> Всё заведение не оценивается с точки только из-за уборщицы.
6	10	53	Дорого, медленно обслуживали.
7	7	85	Всё устраивает. Не уверен, что оценил все аспекты данного заведения.
8	6,1	72	Слишком навязчивый официант-мешал спокойно кушать.
9	10	78	Не очень вкусно приготовлено.
10	8,4	92	Всё вкусно, почти как дома.
11	6	80	Посуда плохо помыта.
12	5,8	54	Муха в морсе.

■ *Медиана*

Упорядоченные оценки: 92-85-80-80-80-78-72-67-65-60-54-53

Серединные оценки: 78 и 72

---

■ *Область доверительности:*

*Минимальная оценка – 53; максимальная – 92.*

*Квартиль - ———=9,75.*

*Нижняя граница доверительной области –  $53+9,75=62,75\%$ ,  
верхняя –  $92-9,75=82,25\%$ .*

*Соответственно доверительный интервал: от 62,75% до 82,25%, т.е. равен 19,5% и, значит, второй тур дал результаты, соответствующие поставленному критерию*

# Метод статистической обработки результатов экспертных оценок

При статистической обработке результатов экспертных оценок  $B_i$  (значение прогнозируемой величины, данное  $i$ -м экспертом,  $i=1, 2, \dots, n$ ) в качестве точечной оценки принимают среднее значение прогнозируемой величины:

$$\bar{B} = \sum_{i=1}^n B_i / n.$$

Далее определяются дисперсия  $D$  и оценка  $j$  для доверительного интервала:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n (B_i - \bar{B})^2}{n - 1}, \quad j = t \sqrt{\frac{D}{n}},$$

где  $t$  – коэффициент Стьюдента для заданного уровня доверительной вероятности  $p$  и числа степеней свободы  $n-2$ .

Доверительные границы для значения прогнозируемой величины (верхняя и нижняя границы) вычисляются по формуле  $\bar{B} \pm j$

# Сравнение метода статистической обработки результатов экспертных оценок и метода Дельфи при оценке качества услуг тур-фирмы

- Индивидуальная самооценка в баллах (от 0 до 10)
  - Уровень обслуживания в баллах (от 0 до 10)
  - Уровень доверительной вероятности  $p=90\%$



**Результаты экспертного опроса**  
**и промежуточные расчеты:**

Эксперт	$B_i$	$B_i - \bar{B}$	$(B_i - \bar{B})^2$
1	9	2,5	6,25
2	3	-3,5	12,25
3	6	-0,5	0,25
4	8	1,5	2,25
5	7	0,5	0,25
6	7	0,5	0,25
7	5	-1,5	2,25
8	7	0,5	0,25
Сумма	52		24

*В ходе расчетов получаем следующие результаты :*

- Точечная оценка
- Верхняя граница доверительного интервала
- Нижняя граница доверительного интервала

*Доверительный интервал равен 2,522 единицам.*

*С помощью **метода Дельфи** получаем:*

- Медиана: **7**
- Верхняя граница доверительного интервала
- Нижняя граница доверительного интервала

*Доверительный интервал равен 3 единицам.*

***Вывод:** метод статистической обработки результатов экспертных оценок является более точным, чем **метод Дельфи**.*

# Перспективы развития

