Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 430255

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	10	10	10	10	0	7	0	3
Сумма баллов (оценка)	50							

Члены жюри:

Подпись	Фамилия И.О.
	Банин В.Г.
	Кочерова А.С.
	Маевский Е.В.

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание-финансист!»

ПО МАТЕМАТИКЕ 11 класс

Заключительный (очный) этап
2016/2017 учебный год

430255

Код участника

Вариант II

Задание 1. (10 баллов)

Сколько существует натуральных чисел n таких, что уравнение $nx + 18 = 5n$ имеет целочисленное решение. 6.

Задание 2. (10 баллов)

Ниже нарисован магический квадрат, в котором некоторые числа отсутствуют.

20	5	26
23	17	11
8	29	14

Восстановите данный магический квадрат.

(В магическом квадрате суммы чисел, стоящих в каждой строке, в каждом столбце и на диагоналях, равны).

Задание 3. (12 баллов)

Среднее арифметическое десяти различных натуральных чисел равно 21, а среднее арифметическое любых девяти из этих чисел не меньше 15. Найдите максимально возможное значение наибольшего из этих чисел.

75

Задание 4. (12 баллов)

430255

Числовая последовательность такова, что $x_n = \dfrac{n}{(n-2)x_{n-1}}$ для всех $n \geq 3$. Найдите произведение $x_1 x_2 x_3 \ldots x_{2016} x_{2017}$, если $x_1 = 1$, а $x_2 = 2$.

2017

Задание 5. (12 баллов)

Когда Сергей пошел в кафе поужинать, в его кошельке были только банкноты в 1000 рублей. Он решил оставить официанту чаевые строго в размере от 7% до 15% от размера чека. Когда он получил чек, то понял, что не может осуществить задуманное. Найдите сумму наибольшего чека, который Сергей не может оплатить с учетом чаевых, используя только банкноты в 1000 рублей.

9999

Задание 6. (14 баллов)

Функция $f(x)$ такова, что $f(f(x)) = x$ и $f(f(x+2)+2) = x$ для любого x.
Найдите $f(2017)$, если $f(0) = 1$.

-2016.

Задание 7. (14 баллов)

Дан правильный треугольник ABC со стороной 2. Точка K лежит на продолжении стороны AC за точку A, точка N лежит на прямой, параллельной прямой AC и проходящей через точку B, причем $|AK| = 2$, $|BN| = 1$. Рассматриваются такие ломаные $KLMN$, что точка L лежит на стороне AB, точка M лежит на стороне BC, а отрезок LM параллелен стороне AC. Найдите наименьшее возможное значение суммы $|KL| + |MN|$, если $|AN| > |CN|$.

Задание 8. (16 баллов)

Два игрока по очереди выкладывают монеты в ряд. За один ход можно положить две или три монеты. Выигрывает тот, кто выложит 16 монету.

a) Определите, какой игрок (первый или второй) обладает стратегией, которая позволит ему выиграть вне зависимости от ходов другого игрока. Опишите эту стратегию.

b) Какой первый ход должен сделать первый игрок, играя с автоматом, чтобы выиграть с наибольшей вероятностью, если известно, что автомат ходит случайно и выкладывает две монеты или три монеты с равной вероятностью? Чему равна вероятность выиграть для первого игрока при этом ходе?

а) Первый игрок.

б) вероятность выигрыша, при соблюдении ~~тактики~~ стратегии = 100%.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№1

430255

$nx+18=5n$ $\qquad n\in N$

$nx-5n=-18$

$n(x-5)=-18$ $\qquad$ если $n\in N$, то $x-5<0 \Rightarrow x<5$

если $n\in N$, то $x-5 \geq -18$

$x\geq -13$

$5 > x \geq -13 \Rightarrow$ целочисленных x здесь от -13 до $4 \Rightarrow$

$-13, -12, -11, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1; 0, 1, 2, 3, 4.$

1) при $x=-13$, $n=1$. $\qquad 1\cdot(-13-5)=-18$

$-18=-18$

2) при $x=-4$, $n=2$ $\qquad 2)\ 2(-4-5)=-18$

$2\cdot(-9)=-18$

$-18=-18$

3) при $x=-1$, $n=3$. $\qquad 3)\ 3\cdot(-6)=-18$

$-18=-18$

4) при $x=2$, $n=6$ $\qquad 4)\ 6\cdot(-3)=-18$

$-18=-18$

5) при $x=3$, $n=9$ $\qquad 5)\ 9\cdot(-2)=-18$

6) при $x=4$, $n=18$ $\qquad 6)\ 18\cdot(-1)=18.$

+

Ответ: ~~в 2 случаях~~ сущ-ет 6 n.

N 2.

20	x_2	x_1
x_1	17	x_4
8	x_6	x_5

$$\begin{cases} 20+x_2+x_3=28+x_1 \\ 17+x_1+x_4=25+x_3 \\ 8+x_6+x_5=37+x_5 \end{cases}$$

$17+x_2+x_6=x_3+x_4+x_5$

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

430255

№2.

$$\begin{cases} x_1+28 = 37+x_5 \\ 25+x_3 = 20+x_2+x_3 \end{cases}$$

$x_1-x_5=9$

$x_2+x_3-x_3=5$

$x_2=5$

$\cancel{28+x_3=}$

$37+x_5=22+x_6$

$x_6=15+x_5$

20	5	x_3
x_1	17	x_4
8	$\cancel{x_6}$	$\cancel{x_5}$

$\cancel{28+}x_5$

$15+x_5$

$37\cancel{+x_5}=8+15\cancel{+x_5}+\cancel{x_5}$

$x_5=37-23=14$

$x_6=15+14=29$

20	5	x_3
x_1	17	x_4
8	29	14

$5+17+29=20+17+14=8+29+14$

$22+29=20+31=29+22$

$51=51=51$

$25+x_3=51$

$x_3=26$

$26+14+x_4=51$

$x_4=11$

$x_1=51-17-11$

$x_1=23$

20	5	26
23	17	11
8	29	14

+

№3.

$a_1 \dots a_{10} \in N$

допустим, что $a_1 > a_2, a_3 \dots a_{10} \Rightarrow$

$$\frac{a_1+a_2+a_3 \dots +a_{10}}{10}=21$$

$$\frac{a_2+a_3+\dots a_{10}}{9} = 15$$

?

$a_2+a_3+\dots a_{10}=n$ $n\in N$

±

$$\begin{cases} \frac{a_1+n}{10}=21 \\ \frac{n}{9}=15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n=135 \\ \frac{a_1+135}{10}=21 \end{cases}$$

$a_1+135=210$

$a_1=210-135$

$a_1=75$

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

Ответ: 75

№4

$x_n = \frac{n}{(n-2)x_{n-1}}$ $n \geq 3$. Найти произв. $x_1 x_2 x_3 \ldots x_{2017}$, если $x_1 = 1$, а $x_2 = 2$.

~~$x_1 = \frac{1}{(1-2)x_0}$~~

~~$1 = \frac{1}{-x_0}$~~

~~$x_0 = -1$~~

$x_3 = \frac{3}{x_2}$

$x_3 = \frac{3}{2}$

$x_3 = 1{,}5$

$\frac{3}{2}; \frac{4}{3}; \frac{5}{4}$.

$x_4 = \frac{4}{3}$

$x_5 = \frac{5}{\cancel{3} \cdot \frac{4}{\cancel{3}}} = \frac{5}{4}$ => каждые последующие числа будут равны $\frac{n}{n-1}$, где n - их порядковый номер

нет д-ва

=> нам нужно найти $1 \cdot 2 \cdot \frac{n}{n-1} \cdots \frac{2017}{2017-1}$, так как эти дроби можно сократить получается, что $2 \cdot \frac{\cancel{3}}{2} \cdot \frac{\cancel{4}}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{5}}{\cancel{4}} \cdots \frac{\cancel{2016}}{\cancel{2015}} \cdot \frac{2017}{\cancel{2016}}$ => +

$\cancel{2} \cdot \frac{2017}{\cancel{2}} = 2017.$

№5

7%-15% X - цена

$0{,}07x \,\vdots\, 1000$ X max.

$0{,}08x \,\vdots\, 1000$ $x \in N$.

...

$0{,}015x \,\vdots\, 1000$

=> $\frac{15x}{1000} \,\vdots\, 1000$, ~~найдем~~ max

=> ~~$15x \vdots 1000$~~ ~~$\frac{3x}{200}$~~ $\frac{3x}{200} + x \,\vdots\, 1000$ =>

$\frac{3x}{200} + x$ ~~делим~~ деление это числа на 1000 ~~[illegible]~~ зависит от $\frac{3x}{200}$, так как именно это число ~~[illegible]~~ отделяет единицы, десятки и сотни в цене, однако ~~[illegible]~~

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

430255

№ 4.

$X_n = \frac{n}{(n-2)\,x_{n-1}}$; $n \geq 3$. Найти $x_1 x_2 x_3 \ldots x_{2017}$
если $x_1 = 1$, а $x_2 = 2$.

$x_3 = \frac{3}{2}$

$x_4 = \frac{4}{2 \cdot \frac{3}{2}} = \frac{4}{3}$

$x_5 = \frac{5}{3 \cdot \frac{4}{3}} = \frac{5}{4} \Rightarrow$ каждое последующее числа будут равны $\frac{n}{n-1}$, где n – их порядковый номер.

$\Rightarrow x_1 x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \ldots x_{2017} = 2 \cdot \frac{\cancel{3}}{2} \cdot \frac{\cancel{4}}{\cancel{3}} \cdot \frac{8}{\cancel{4}} \cdots \frac{2016}{2015} \cdot \frac{2017}{\cancel{2016}} = \cancel{2} \cdot \frac{2017}{\cancel{2}} =$

$= 2017$.

№ 5.

от $0{,}07 - 0{,}15$.

$x + 0{,}07x$ ~~%~~ $\vdots\, 1000$, $x + 0{,}08x \,\vdots\, 1000$, $x + 0{,}09x \,\vdots\, 1000$, $x + 0{,}1x \,\vdots\, 1000$

$x + 0{,}11x \,\vdots\, 1000$, $x + 0{,}12x \,\vdots\, 1000$, $x + 0{,}13x \,\vdots\, 1000$, $x + 0{,}14x \,\vdots\, 1000$

$x + 0{,}15x \,\vdots\, 1000$

Могут быть не целые проценты

$1{,}07x$; $1{,}08x$; $1{,}09x$ ~~%~~ $\vdots\, 1000$

$1{,}10x$; $1{,}11x$; $1{,}12x$; $1{,}13x$ ~~1000~~, $1{,}14x$; $1{,}15x \,\vdots\, 1000$ $\Big\} \Rightarrow$

$1{,}10x \,\vdots\, 1000 \Rightarrow 110x \,\vdots\, 100000 \Rightarrow x < 10\,000$,

$x \in N \Rightarrow \max x = 9999$ р. , а вместе с частью – 10999 р.

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

N6

430255

$f(f(x))=x$; $f(f(x+2)+2)=x$; $f(0)=1$.

$f(2017)$ - ?

$f(f(0))=0$, т.к. $f(0)=1 \Rightarrow f(1)=0$.

$f(f(0)+2)=-2$, т.к. $f(0)=1 \Rightarrow f(3)=-2$

$f(f(1)+2)=-1$, т.к. $f(1)=0 \Rightarrow f(2)=-1$.

$f(f(2))=2$; т.к. $f(2)=-1 \Rightarrow f(-1)=2$.

$f(-1)=2$; $f(0)=1$; $f(1)=0$; $f(2)=-1$; $f(3)=-2$.

$$\left.\begin{array}{l} f(-1)+d = f(0) = f(1)-d \\ f(1)+d = f(2) = f(3)-d \end{array}\right\}$$ признак арифметической прогрессии ; $d=-1$. => для первых 4х членов

$\Rightarrow f(2017) = f(0)+2017d = 1-2017 = -2016$

+/2

Ответ: -2016.

N 8

а) стратегией обладает первый игрок.

Стратегия заключается в том, что игрок не выкладывал выкладывает в ряд по 3 монеты за первые 2 хода, а их лишь ~~за~~ 3 или 4 ход, в зависимости от действий соперника.

не ясен алгоритм

Например:

номер игрока	1	2	1	2	1	2	1
кол-во монет	2	3	2	3	2	3	3 либо 2.

1	2	1	2	1	2	1
2	2	2	2	3	3	2

1	2	1	2	1	2	1
2	3	2	2	3	2	2

1	2	1	2	1	2	1
2	2	2	2	3	2	3

и т.д.

+

б) первый игрок должен сделать ход, выложив 2 монеты, тем самым вероятность выигрыша у него будет 100%

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 440571

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	10	10	10	10	0	7	0	14?
Сумма баллов (оценка)	61							

Члены жюри:

Подпись	Башин В.Т. Фамилия И.О.
Подпись	Кочерова А.С. Фамилия И.О.
Подпись	Фомин В.Г. Фамилия И.О.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440571

[illegible]

440571

75

±

не д-но

±

не наибольшее

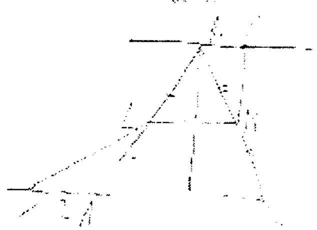
II

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440571

[illegible]



[illegible]

[illegible]

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 430252

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	10	10	10	10	0	10	0	16
Сумма баллов (оценка)	66							

Члены жюри:

Подпись	Банин В.Г. Фамилия И.О.
Подпись	Кочерова А.С. Фамилия И.О.
Подпись	Фелин В.Л. Фамилия И.О.

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание-финансист!»

ПО МАТЕМАТИКЕ 11 класс

Заключительный (очный) этап 2016/2017 учебный год

430252

Код участника

Вариант II

Задание 1. (10 баллов)

Сколько существует натуральных чисел n таких, что уравнение $nx+18=5n$ имеет целочисленное решение. 6

Задание 2. (10 баллов)

Ниже нарисован магический квадрат, в котором некоторые числа отсутствуют.

20	5	26
23	17	11
8	29	14

Восстановите данный магический квадрат.

(В магическом квадрате суммы чисел, стоящих в каждой строке, в каждом столбце и на диагоналях, равны).

Задание 3. (12 баллов)

Среднее арифметическое десяти различных натуральных чисел равно 21, а среднее арифметическое любых девяти из этих чисел не меньше 15. Найдите максимально возможное значение наибольшего из этих чисел. 75

439252

Задание 4. (12 баллов)

Числовая последовательность такова, что $x_n = \dfrac{n}{(n-2)x_{n-1}}$ для всех $n \geq 3$. Найдите произведение $x_1 x_2 x_3 \ldots x_{2016} x_{2017}$, если $x_1 = 1$, а $x_2 = 2$. 2017

Задание 5. (12 баллов)

Когда Сергей пошел в кафе поужинать, в его кошельке были только банкноты в 1000 рублей. Он решил оставить официанту чаевые строго в размере от 7% до 15% от размера чека. Когда он получил чек, то понял, что не может осуществить задуманное. Найдите сумму наибольшего чека, который Сергей не может оплатить с учетом чаевых, используя только банкноты в 1000 рублей. 6086,95

Задание 6. (14 баллов)

Функция $f(x)$ такова, что $f\big(f(x)\big) = x$ и $f\big(f(x+2)+2\big) = x$ для любого x. Найдите $f(2017)$, если $f(0) = 1$. $f(2017) = -2016$

Задание 7. (14 баллов)

Дан правильный треугольник ABC со стороной 2. Точка K лежит на продолжении стороны AC за точку A, точка N лежит на прямой, параллельной прямой AC и проходящей через точку B, причем $|AK| = 2$, $|BN| = 1$. Рассматриваются такие ломаные $KLMN$, что точка L лежит на стороне AB, точка M лежит на стороне BC, а отрезок LM параллелен стороне AC. Найдите наименьшее возможное значение суммы $|KL| + |MN|$, если $|AN| > |CN|$. 5

Задание 8. (16 баллов)

Два игрока по очереди выкладывают монеты в ряд. За один ход можно положить две или три монеты. Выигрывает тот, кто выложит 16 монету.

a) Определите, какой игрок (первый или второй) обладает стратегией, которая позволит ему выиграть вне зависимости от ходов другого игрока. Опишите эту стратегию. первый. ① 1 ② 4, 5 ① 7 ② 9, 10 ① 12 ② 14, 15 ① победа 1

b) Какой первый ход должен сделать первый игрок, играя с автоматом, чтобы выиграть с наибольшей вероятностью, если известно, что автомат ходит случайно и выкладывает две монеты или три монеты с равной вероятностью? Чему равна вероятность выиграть для первого игрока при этом ходе? положить 2 монеты, т.к. у него есть выигрышная стратегия для этой ситуации (описана в пункте а))
Вероятность выигрыша при этом ходе = 100%

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

430252

1. $n(x-5)=18$

n - натуральное, x - целое

$\Downarrow$

$(x-5)$ - целое

$18=18\cdot1=9\cdot2=6\cdot3=3\cdot6=1\cdot18=2\cdot9$

т.к n - натуральное $-18=18\cdot(-1)=9\cdot(-2)=6\cdot(-3)=3\cdot(-6)=1\cdot(-18)=2\cdot(-9)$

$n=1;2;3;6;9;18$ +

Ответ: 6

2.

20	x	y
m	17	n
8	a	z

$20+x+y=8+17+y$

$x=5$

$8+a+z=20+17+z$

$a=29$

$x+17+a=5+17+29=51$

$y=51-20-5=26$

$z=51-8-29=14$

$n=51-26-14=11$

$m=51-17-11=23$

Ответ:

20	5	26
23	17	11
8	29	14

+

3. $x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{10}=210$, $\exists x_{10}$ - наиб. число

$x_1+x_2+x_3+\ldots+x_9\geq135$, т.к. без наибольшего среднее арифметическое ≥15, то и без любого другого оно будет ≥15

$\Downarrow$

$x_{10}\leq75$ ±

Ответ 75

4. $x_1=1$, $x_2=2$, $x_3=\frac{3}{2}$, $x_4=\frac{4}{3}$, $x_5=\frac{5}{4}$

$x_n=\frac{n}{n-1}$ не д-но

$x_1\cdot x_2\cdot x_3\cdot x_4\cdot\ldots x_{2017}=1\cdot2\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\ldots\cdot\frac{2017}{2016}=$

$=1\cdot2017=2017$ (т.к. все остальное сократится)

Ответ: 2017 ±

8. a) первый игрок обладает выигрышной стратегией

1 ход 1-ого — 2 спичечн(?)
1 ход 2-ого — 5 или 4
2 ход 1-ого — 7
2 ход 2-ого — 9 или 10
3 ход 1-ого — 12
3 ход 2-ого — 14 или 15

победа 1-ого 4-ым ходом

b) он должен положить 2 мин. т.к. для этого хода есть выигрышная стратегия, описанная в пункте а)
По этой стратегии он выигра с вероятностью 100% независ от ходов автомата ✓

(+)

6. $f(0)=1$

$f(f(0))=0$

$f(1)=0$

$f(f(1+2)+2)=1$

$\Downarrow$

$f(3)=-2$

$f(f(3))=3$

$f(-2)=3$

$f(f(2)+2)=0$

$f(2)=-1$

т.к $f(-2)=3$

$f(0)=1$

$f(1)=0$

$f(2)=-1$

$f(3)=-2$

можно заметить, что с увеличением x на 1, $f(x)$ уменьшается на единицу

$\Downarrow$

$f(2017)=f(0+2017)=f(0)-2017=1-2017=-2016$

Ответ: -2016

где формула? $f(x)=1-x$

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

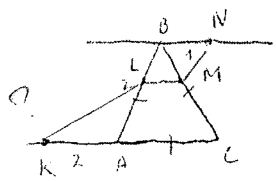
или индукция!

($\frac{1}{2}$)

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

7



430252

$|KL| = KA + AL$
$|MN| = MB + BN$

$\frac{KA}{2} + \frac{AL + MN}{2} + \frac{BN}{1} = |KL| + |MN|$

Ответ: 8

$\sqrt{13}$

(–)

5. ~~Надо нужно число, 15% от которого меньше 1000, но максимально приближено к 1000~~

∃ x - искомое число, тогда должно выполняться условие

$1{,}07x < y < 1{,}15x$

(y ⋮ (не делится) на 1000)

при этом x должен быть максимальным

Возьмем $x = 8000$

$0{,}15x = 1200$ => | от 1,07x до 1,15x найдется число ⋮ 1000

Возьмем $x = 7000$

$0{,}15x = 1050$ =>

Возьмем 6000

$0{,}15x = 900$ => искомое число лежит в промежутке (6000; 7000)

$1{,}15x < 7000$

$x < 6086{,}957$

в чеке может быть сумма, имеющая не более 2-ух знаков после запятой

⇓

$x = 6086{,}95$ Это не наибольшая сумма

Ответ: 6086,95 рублей

—

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 440574

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	10	10	10	10	0	7	0	16
Сумма баллов (оценка)	63							

Члены жюри:

Подпись	Банин В.Т. Фамилия И.О.
Подпись	Кочерова А.С. Фамилия И.О.
Подпись	Маевский Е.В. Фамилия И.О.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

440574

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Задание 1

[illegible]

$n(5-x)=12$

$5-x=\frac{12}{n}$

$x=5-\frac{12}{n}$

При $n=1$, $n=2$, $n=3$, $n=6$, … [illegible]

[illegible]

Ответ: [illegible]

+

Задание 2

20	5	26
23	17	11
8	29	14

1) $20+17+e=S$, $8+f+e=S$ [illegible]

[illegible]

$e=5$

[illegible]

[illegible] 51 [illegible]

+

Ответ: [illegible]

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

440574

$$\frac{a+b+c+d+e+f+g+h+i}{9} > 15$$

$a+b+c+d+e+f+g+h+i \geq 135$

$a+b+c+d+e+f+g+h+i+y = 210$

$135 + y = 210$

$y = 75$

Ответ 75

$x_n = \frac{n}{(n-1)x_{n-1}}$

$x_1 = 1$

$x_2 = 2$

$x_3 = \frac{3}{1 \cdot 2} = \frac{3}{2}$

$x_5 = \frac{5}{4 \cdot \frac{4}{3}} = \frac{5}{4}$

$x_7 = \frac{7}{6 \cdot \frac{6}{5}} = \frac{7}{6}$

Нет д-ва

Ответ 2019

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

[illegible]

[illegible]

[illegible] ? неверно

$$n(x+1) = k \cdot 1000$$

[illegible]

$$1{,}07n \le 1000$$

$$1{,}07n - 1000 \le 0$$

[illegible]

[illegible]

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

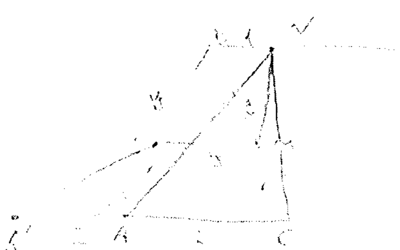
440574

нет обоснов.

+/2

~~не все случаи рассмотрены~~

+



∓

440574

100% !

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 440119

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	2	10	10	12	0	3	~~7~~ (7)	16
Сумма баллов (оценка)	60							

Члены жюри:

_________ Подпись — Гребенщиков Ю.Б. Фамилия И.О.

_________ Подпись — Балин В.Т. Фамилия И.О.

_________ Подпись — Кочерова А.С. Фамилия И.О.

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание-финансист!»

ПО МАТЕМАТИКЕ 11 класс

Заключительный (очный) этап
2016/2017 учебный год

440119

Код участника

Вариант I

Задание 1. (10 баллов)

Сколько существует натуральных чисел n таких, что уравнение $nx-12=3n$ имеет целочисленное решение.

Задание 2. (10 баллов)

Ниже нарисован магический квадрат, в котором некоторые числа отсутствуют.

20		
	17	
16		

=33+x

$\begin{array}{r}+20\\17\\\hline 37\end{array}$ $\begin{array}{r}+16\\17\\\hline 33\end{array}$ $\begin{array}{r}-37\\18\\\hline 9\end{array}$

] общая сумма 37

= 36+4 = 37+x

Восстановите данный магический квадрат.

(В магическом квадрате суммы чисел, стоящих в каждой строке, в каждом столбце и на диагоналях, равны).

Задание 3. (12 баллов)

Среднее арифметическое десяти различных натуральных чисел равно 20, а среднее арифметическое любых девяти из этих чисел не меньше 17. Найдите максимально возможное значение наибольшего из этих чисел.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик

440119

Задание 1

$nx - 12 = 3n$

$nx = 3(4-n)$

$x = \frac{3(4-n)}{n}$

I вариант:

$3 \vdots n \Rightarrow n = \{1; 3\}$

II вариант:

$(4-n) \vdots n$

$4 - n = n \Rightarrow 2n = 4 \Rightarrow n = 2$

$n = 4 \Rightarrow x = 0$

$\mp$

Ответ: 4.

Задание 4.

$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \ldots x_{2016} \cdot x_{2017} = x_1 \cdot x_2 \cdot \frac{(3+2)}{3 x_2} \cdot \frac{(4+2)}{4 \cdot x_3} \ldots$

остаются нечётные

$\cdot\, x_{2016} \cdot \frac{(2017+2)}{2017 \cdot x_{2016}} = x_1 \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{9}{3} \ldots \frac{2017}{2015} \cdot \frac{2019}{2017} =$

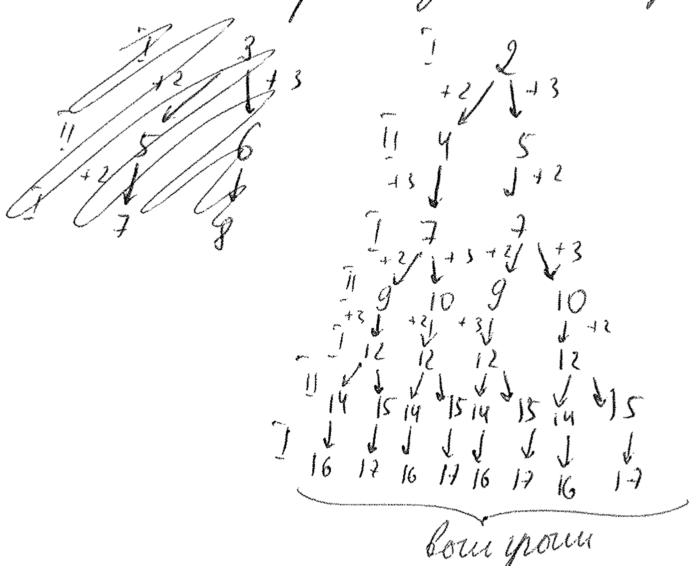
$= \frac{2019}{3} = 673$

$-+$

Ответ: 673.

Задание 8.

а) Выигрышную стратегию имеет 1-ый игрок.



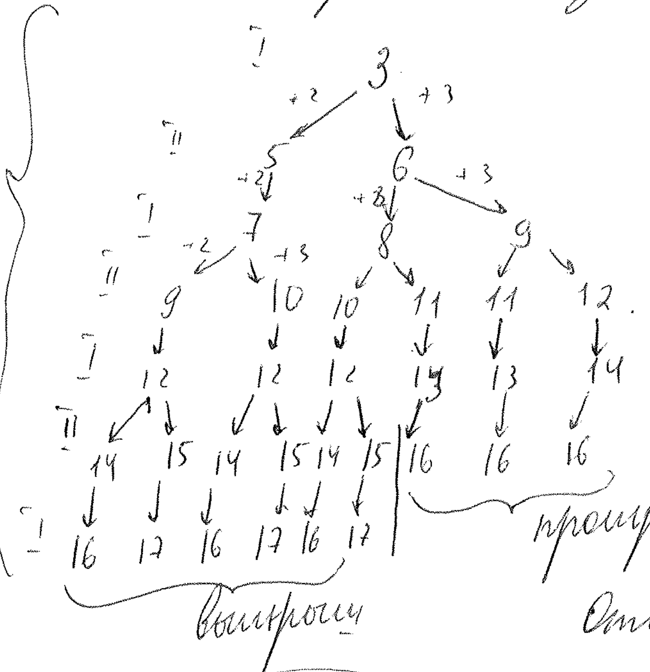
ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

440119

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

б) Для того, чтобы выиграть у автомата, первому игроку необходимо первым ходом положить 2 монеты. В этом случае, при любом ходе автомата I игрок выигрывает.

Рассмотрим случай, если I игрок положит 3 монеты



(+)

⇒ вероятность выигрыша 0,75.

⇒ нужно сначала класть 2 монеты (схема в пункте а)

Ответ: а) первой
б) 2; вероятность = 1.

Задание 2

	20	13	z 18	= y+4
y+1 =	x 15	17	19 t	
	16	21	y	

$$20 + x + 16 = 20 + 17 + y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x - y = 1 \Rightarrow x = y + 1$$

$$33 + z = 37 + y \Rightarrow z - y = 4 \Rightarrow z = y + 4$$

$$y + 4 + t + y = y + 1 + 17 + t$$

$$y = 14 \Rightarrow x = 15 \Rightarrow z = 18$$

$$t = (20 + 15 + 16) - 15 - 17 = 19$$

$$52 - 20 - 18 = 13$$

$$52 - 16 - 14 = 21$$

$$13 + 17 + 21 = 52.$$

20	13	18
15	17	19
16	21	14

+

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440119

Задание 3

$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7+a_8+a_9=b$

$\begin{cases} \frac{b+a_{10}}{10}=20 \\ \frac{b}{9}\geq 17 \end{cases}$ $\begin{cases} b+a_{10}=200 \\ b\geq 153 \end{cases}$ $\Leftrightarrow a_{10}\leq 47$

Ответ: 47.

нет док-ва, что $a_{10}=47$ существует

±

Задание 6

$f(f(x))=x$ $f(f(x+2)+2)=x$, $f(0)=1$

$f(2017)$-?

$f(0)=1 \Rightarrow$ $f(f(x))=x \Rightarrow$ $x=0$

$f(x)=1$.

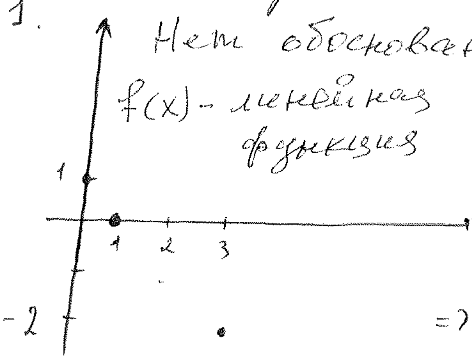
построим график зависимости

Нет обоснования, что $f(x)$ - линейная функция

$f(f(3)+2)=1$.

$f(3)+2=0$.

$f(3)=-2$.



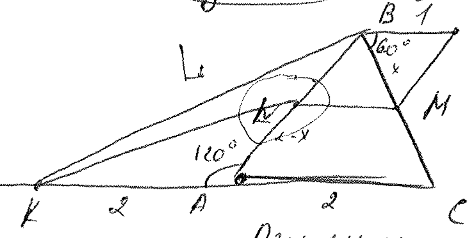
$\Rightarrow f(2)=-1$

$\Rightarrow f(2017)=-2016$.

Ответ: -2016.

−

Задание 7



Дано:
ABC - прав.
$AB=2$
$AK=2$
$BN=1$

$|KL|+|MN|$ - наим.-?

Решение: AL

1 $BN=x \Rightarrow AN=2-x$ (т.к. $NM\parallel AC$)?

$\triangle KAN$: по т. косинусов

$KL=\sqrt{4+(2-x)^2-4(2-x)\cdot(-\frac{1}{2})}$

$KL=\sqrt{4+4-4x+x^2+4-2x}=\sqrt{x^2-6x+12}$

$\triangle BNM$: по т. косинусов

$MN=\sqrt{1+x^2-2x\cdot\frac{1}{2}}=\sqrt{x^2-x+1}$

$\boxed{KL+MN=\sqrt{x^2-6x+12}+\sqrt{x^2-x+1}\geq \sqrt{x^2-6x+12+x^2-x+1}=\sqrt{2x^2-7x+13}}$

$f'(x)=4x-7=0$

$x=\frac{7}{4}$

это оценка сверху, а не точное равенство.

$f(\frac{7}{4})=\sqrt{2\cdot\frac{49}{16}-7\cdot\frac{7}{4}+13}=\sqrt{\frac{98-196+208}{16}}=\frac{\sqrt{110}}{4}$

Ответ: $\frac{\sqrt{110}}{4}$.

т.о. ответ $\sqrt{13}<\frac{\sqrt{110}}{4}$!

$\pm/2$

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 440177

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	10	10	2	12	~~7~~ 2	3	7 ~~10~~	16
Сумма баллов (оценка)	~~65~~ 62							

Члены жюри:

Подпись	Кочерова А.С. Фамилия И.О.
Подпись	В.Б. Гисин Фамилия И.О.
Подпись	Маевский Е.В. Фамилия И.О.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440177

№1.

$nx - 12 = 3n$, кол-во n, $n \in \mathbb{N}$

$nx = 12 + 3n$

$x = \frac{12}{n} + 3$ => 12 должно нацело делиться на n,

Таким образом, n может быть равно: 1; 2; 3; 4; 6; 12, и таких чисел 6.

Ответ: 6.

+

№2.

20	b	c
a	17	d
16	e	f

Пусть остальные числа "магического квадрата" будут равны a, b, c, d, e и f (как показано на рисунке)

Составим равенство (следует из условия):

$36 + a = b + e + 17 = c + d + f = 20 + b + c = 17 + a + d = 16 + e + f =$
$= 33 + c = 37 + f$

1). $36 + a = 33 + c$
$c = a + 3$

2). $36 + a = 37 + f$
$f = a - 1$

3). $36 + a = c + d + f$
$36 + a = a + 3 + a - 1 + d$
$d = 34 - a$

4). $36 + a = 20 + b + c$
$36 + a = 20 + a + 3 + b$
$b = 13$

5). $36 + a = 17 + a + 34 - a$
$a = 15$

6). $16 + e + f = 36 + a$
$16 + e + a - 1 = 36 + a$
$e = 21$.

Тогда получим:

$a = 15$
$b = 13$
$c = 18$
$d = 19$
$e = 21$
$f = 14$.

Таким образом, заполненный магический квадрат примет вид:

20	13	18
15	17	19
16	21	14

+

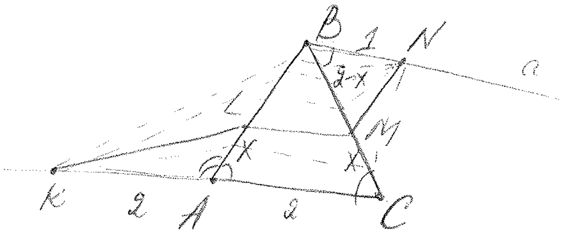
Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№7.

440177



Дано:
$\triangle ABC$ - прав, $AB=2$
(.) $K \in AC$; $|AK|=2$;
(.) $N \in a$, $a \parallel AC$
$|BN|=1$, (.) $L \in AB$, (.) $M \in BC$
$LM \parallel AC$
$|AN| > |CN|$
Найти: наим. $|KL|+|MN|$

+

Решение:

1). Т.к. по усл. $|AN|>|CN|$, то (.) N будет лежать справа от (.) B (как показано на рисунке)

2). $\angle BAC = \angle BCA = 60°$ (т.к. по усл. $\triangle ABC$ - прав.);
$\angle NBC = \angle BCA = 60°$ (накрест-лежащие углы при $a \parallel AC$, BC - сек.)
$\angle KAL = 120°$ (смеж. с $\angle BAC$)

3). ~~По теор.~~ Пусть $AL = x$, тогда $MC = x$ (по т. Фалеса), $BM = 2-x$, $LB = 2-x$, $x > 0$

По теор. косинусов:

в $\triangle KLA$: $KL^2 = AK^2 + AL^2 - 2AK \cdot AL \cdot \cos 120°$
$KL^2 = 4 + x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot x = x^2 + 2x + 4$

в $\triangle BNM$: $MN^2 = MB^2 + NB^2 - 2 \cdot BM \cdot NB \cdot \cos 60°$
$MN^2 = 4 - 4x + x^2 + 1 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (2-x) \cdot 1 = x^2 - 4x + 5 - 2 + x = x^2 - 3x + 3$

Тогда подставим:

$$KL + MN = \sqrt{x^2+2x+4} + \sqrt{x^2-3x+3} = \sqrt{(x+1)^2+3} + \sqrt{x^2 - 2 \cdot 1{,}5x + 2{,}25 + 0{,}75} =$$

$$= \sqrt{(x+1)^2+3} + \sqrt{(x-1{,}5)^2 + \frac{3}{4}}$$

наим. значение достигается, если

$\left[\begin{array}{l} x = 1{,}5 \\ x = -1, \end{array}\right.$ из п.3 $x>0 \Rightarrow x=-1$ не подх. $\Rightarrow$ при $x = 1{,}5$!

$$|KL|+|MN| = \sqrt{\frac{37}{4}} + \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{37}}{2}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{37}}{2}$

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440177

~~№5.~~

~~чаевые: от 5% до 15%~~
~~Чтобы Сергей не смог осуществить задуманное, нужно чтобы 15% от чека (т.е. максимальные чаевые) составляли меньше 1000 рублей, т.е.:~~
~~$0{,}15x \leq 999$, где x – сумма чека~~

№8.

а). ~~Второй~~ Первый игрок обладает такой стратегией.

Изобразим графически:

	№2	№1
1		12 (2 монеты)
2	34 или 345	5,6,7 (3 монеты) 6,7 (2 монеты)
3	~~7,8,9~~ 8,9 или 8,9,10	10, 11, 12 (3 монеты) 11, 12 (2 монеты)
4	13, 14 или 13,14,15	15, 16 (2 монеты) 16, (17) (2 монеты)

+

Стратегия заключается в том, что первый игрок знает, какую ~~последнюю~~ по счету монету он положит последней в данном ходе: во время первого хода он точно выложит последней вторую монету, во втором – седьмую, в третьем – 12-тую и в четвертом – у него в любом случае останется монета №16.

Ответ: первый игрок обладает данной стратегией.

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

№8 в). Из пункта а). следует, что первый игрок должен в первом ходе положить 1 и 2 монеты, тогда вероятность того, что он выиграет станет максимальной и будет равна 100%

Ответ: положить первую и вторую монеты, вероятность выигрыша = 100%

№5.

чаевые: от 5% до 15% от суммы чека

Чтобы Сергей не смог осуществить задуманное, нужно, чтобы 15% от чека (то есть максимальный размер чаевых) составлял менее 1000 рублей:

$0{,}15x \leq 999$, где x - размер чека без чаевых

$x \leq \frac{\cancel{9990} \cdot 10^2}{\cancel{15}}$

$x \leq 6660$ => получаем, что 6600 рублей - максимальный размер чека, при котором Сергей не может дать чаевых одной купюрой.

2

С учетом чаевых получим:

$6600 + 999 = 7599$ (рублей)

Ответ: 7599 рублей.

Всю сумму надо оплатить банкнотами в 1000, а не только чаевые.

$\mp$

№3.

$$\frac{n_1+n_2+n_3+n_4+n_5+n_6+n_7+n_8+n_9+n_{10}}{10}=20$$

$$\frac{n_1+n_2+n_3+n_4+n_5+n_6+n_7+n_8+n_9}{9} \geq 17$$

Получим:

$$\left.\begin{array}{l} n_1+n_2+\ldots n_{10}=200 \\ n_1+n_2+\ldots n_9 \geq 153 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} n_{10} \leq 200-153 \\ n_{10} \leq 47 \end{array}$$

$\mp$

Максимально возможное значение наибольшего из чисел будет достигнуто, ~~при~~ если сумма 9-ти остальных

Получим, что сумма каждых 9-ти чисел ≥ 153

Сложив эти суммы, получим:

$9n_1+9n_2+9n_3+9n_4+\ldots+9n_{10} \geq 153 \cdot 10$, то есть

$n_1+n_2+\ldots+n_{10} \geq 170 \Rightarrow n_{max}=200-170=30$

Ответ: 30.

№4.

$x_n = \frac{n+2}{n \cdot x_{n-1}}$, $n \geq 2$, $x_1 = 1$

Найти: $x_1 x_2 x_3 \ldots x_{2016} x_{2017}$ — ?

Решение:

1). $x_{2017} = \frac{2019}{2017 \cdot x_{2016}}$ $x_5 = \frac{7}{5 \cdot x_4}$

$x_{2016} = \frac{2018}{2016 \cdot x_{2015}}$ $x_4 = \frac{6}{4 \cdot x_3}$

$x_{2015} = \frac{2017}{2015 \cdot x_{2014}}$ $x_3 = \frac{5}{3 \cdot x_2}$

$x_{2014} = \frac{2016}{2014 \cdot x_{2013}}$ $x_2 = \frac{4}{2 \cdot x_1}$

Таким образом, подставив полученные значения в произведение, получим: (с конца):

$$\frac{2019 \cdot \cancel{x_{2016}} \cdot \cancel{2017} \cdot \cancel{x_{2014}} \cdot \ldots \cdot 7 \cdot x_4 \cdot 5 \cdot x_2 \cdot 1}{\cancel{2017} \cdot \cancel{x_{2016}} \cdot 2015 \cdot \cancel{x_{2014}} \cdot \ldots \cdot \cancel{5} \cdot x_4 \cdot 3 \cdot x_2} = \frac{2019}{3} = 673.$$

+

Ответ: 673

№6.

$f(f(x)) = x$; $f(f(x+2)+2) = x$, $x \in \mathbb{R}$

$f(0) = 1$, найти $f(2017)$ — ?

Решение:

1) Подставим ~~f(0)~~ в условие ~~f(2017)~~ $f(0)=1$:

$f(0) = 1 \Rightarrow$ при $x=0$: $f(1) = 0$

$f(2) = -2$, тогда $f(f(2)) = 2$

$f(-2) = 2$

$f(3) = -2$

$\left.\begin{array}{l} f(f(2017)) = 2017 \\ f(f(2019)+2) = 2017 \end{array}\right\} \overset{?}{\Rightarrow} f(2019)+2 = f(2017)$ нет обоснов.

$\left.\begin{array}{l} f(f(0)) = 1 \\ f(f(2)+2) = 1 \end{array}\right| \overset{?}{\Rightarrow} f(0) = f(2)+2$

$1 = f(2)+2 \Rightarrow f(2) = -1.$

$\left.\begin{array}{l} f(f(2)) = -1; \\ f(f(4)+2) = -1 \end{array}\right| \overset{?}{\Rightarrow} f(4)+2 = f(2)$

$f(4) = -3$

$\Rightarrow f(2017) = -2016$

∓

Ответ: -2016

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 440118

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	10	10	10	12	0	0	0	12
Сумма баллов (оценка)	54							

Члены жюри:

[signature] — Подпись; Гребенщиков Ю.Б. — Фамилия И.О.

[signature] — Подпись; Банин В.Т. — Фамилия И.О.

[signature] — Подпись; Кочерова А.С. — Фамилия И.О.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440118

Задание 1

$nx - 12 = 3n$ x - целое => $x = \frac{3n+12}{n}$ $x = 3 + \frac{12}{n}$ => $3 + \frac{12}{n}$ - целое, n - натуральное, целое

тогда $\frac{12}{n}$ - целое. Делители 12 - 1; 2; 3; 4; 6; 12. всего таких чисел 6.

+

Ответ: 6

Задание 2

1) Заполним пустые клетки буквами. Пусть сумма чисел, стоящих в строке, столбце и по диагонали равна x, тогда:

20	(13) a	(18) b
c (15)	17	d (19)
16	(21) e	f

$$\begin{cases} 20+a+b=x \\ c+d+17=x \\ e+f+16=x \\ 20+17+f=x \\ 20+c+16=x \\ a+e+17=x \\ b+d+f=x \\ 16+17+b=x \end{cases}$$

1) $20+c+16=x$ => $c = x-36$;
2) $c+d+17=x$ => $x-36+d+17=x$ => $d=36-17$ => $d=19$.
3) $f = x-37$. $e = x-37+16=x$ $e=37-16$ $e=21$
4) $a = x-17-21$ $a = x-38$.
5) $b = x-16-17$ $b = x-33$ => $x-38+x-33+20=x$ $2x-71+20=x$ $x=71-20$ $x=51$
6) $20+c+16=51$ $c=51-16-20$ $c=15$.
7) $a=51-38$ $a=13$
8) $b=51-33$ $b=18$
9) $f=51-37$ $f=14$.

Ответ:

20	13	18
15	17	19
16	21	14

+

Задание 6

а) Первый игрок обладает стратегией, которая позволит ему выиграть вне зависимости от ходов другого игрока.

Пусть первый игрок - П, а второй игрок - В; +2 - добавить 2 монеты, а +3 - добавить 3 монеты. Изначально кол-во монет в ряду равняется 0. Тогда выигрышная стратегия будет такова:

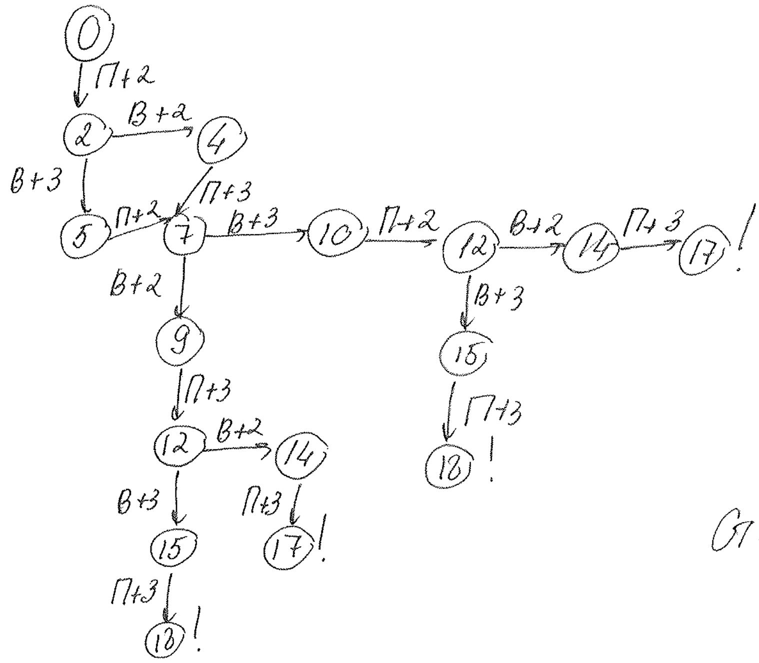
Знаком „!" будет обозначен конец игры, т.е. на столе окажется 16 монета.

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

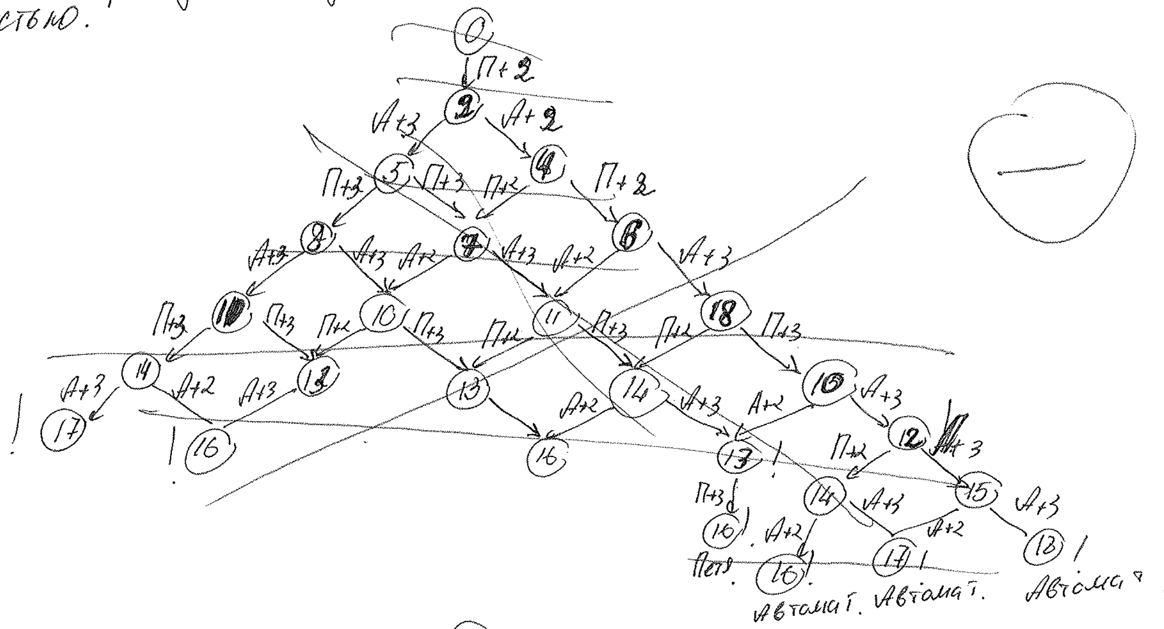
ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

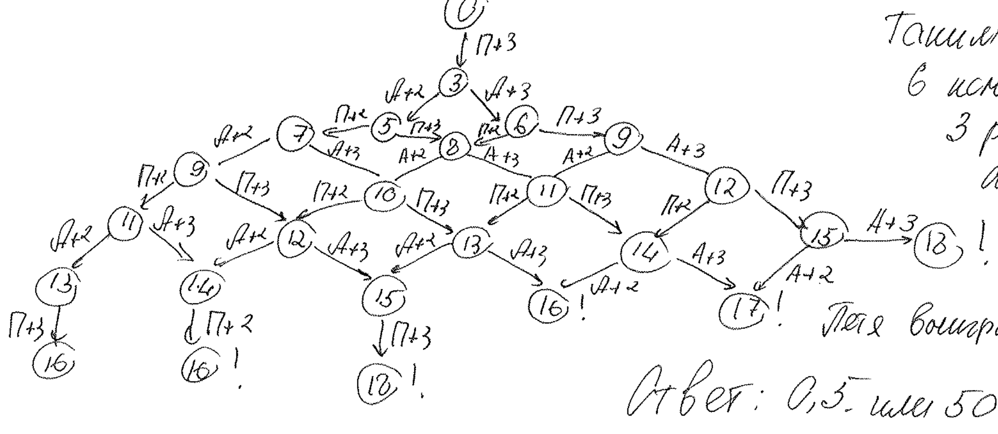
440118



Ответ: первый.

б) Первый игрок должен добавить в ряд 3 монеты, чтобы выиграть с наибольшей вероятностью.





Таким образом есть 6 конечных точек 3 раза выигрывает автомат; 3 раза выигрывает Петя, то есть Петя выигрывает с вероятностью 50%

Ответ: 0,5 или 50%.

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Задание 3

440118

$\pm$

$$\frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9+x_{10}}{10}=20 \qquad \frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9}{9}\geq 17.$$

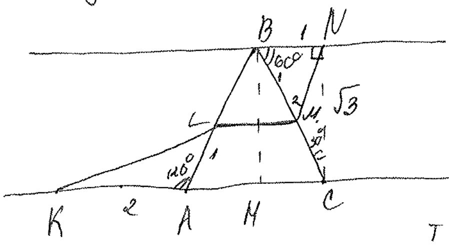
Пусть $(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9)=t$ и эти числа наименьшее, то есть x_{10} – самое большое из всех 10 чисел, тогда.

$\begin{cases} t\geq 17\cdot 9 \\ t+x_{10}=200 \end{cases}$ $\begin{cases} t\geq 153 \\ t+x_{10}=200 \end{cases}$ Чтобы x_{10} было максимальным нужно чтобы t было минимальным =>
$t=153$, тогда $x_{10}=200-153$; $x_{10}=47$.

Ответ: 47

Задание 7

$-$



$\triangle ABC$-равностор
$AB=2$
$AK=2$
$BN=1$.

1) $NC=BH$ | высота в прав. треуг. =>
$BH=\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

2) $LM \parallel AC$
3) Наименьшее значение $(KL+MN)$? будет, когда LM – средняя линия

4) $\angle LAK=120°$ (смежн.), тогда по т. косинусов

5) В $\triangle BNC$-прямоуг. $\angle NBC=60°$, как накрест леж. с $\angle ACB$; тогда $\angle BCN=30°$ по сумме углов в $\triangle$.

$KL^2=AK^2+AL^2-2KA\cdot AL\cdot\cos 120°$
$KL^2=4+1+2\cdot 2\cdot 1\cdot\frac{1}{2}$
$KL^2=4+1+2$
$KL^2=7 \quad KL=\sqrt{7}$.

6) Рассмотрим $\triangle BMN$. $BN=1$; $BM=1$; $\angle B=60°$, тогда по т. косинусов
$NM^2=BN^2+BM^2-2\cdot BN\cdot BM\cdot\cos 60°$
$NM^2=1+1-2\cdot 1\cdot 1\cdot\frac{1}{2}$ $\quad NM^2=2-1 \quad NM^2=1 \quad NM=1$

7) $|KL|+|NM|=\sqrt{7}+1$

Ответ: $\sqrt{7}+1$.

Задание 6.

$f(0)=1 \qquad f(f(0))=0 \Rightarrow f(1)=0. \qquad f(f(2)+2)=0$

$f(x)$ – парабола, т.к. $f(f(x))=f(f(x+2)+2)$.

$f(x)=ax^2+bx+1$, т.к. $f(0)=1$. $f(1)=0 \Rightarrow a+b+1=0 \Rightarrow a+b=-1 \Rightarrow a=-b-1$.

$f(x)=-(b+1)x^2+bx+1$.

нет обоснования

$-$

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

Чистовик.

440118

$f(2017) = -(b+1)2017^2 + b\cdot 2017 + 1$

$f(2019) = -(b+1)2019^2 + b\cdot 2019 + 1$

$f(2019) + 2 = -(b+1)2019^2 + b\cdot 2019 + 3$

$f(f(2017)) = -(b+1)\cdot(-(b+1)2017^2 + b\cdot 2017 + 1) + b\cdot(-(b+1)2017^2 + b\cdot 2017 + 1) + 1$

$f(f(2019)+2) = -(b+1)(-(b+1)2019^2 + b\cdot 2019 + 3) + b(-(b+1)2019^2 + b\cdot 2019 + 3) + 1$

$f(f(2017)) = f(f(2017+2)+2)$

$(b+1)(-(b+1)2019^2 + b\cdot 2019 + 3 + (b+1)2017^2 - b\cdot 2017 - 1) + b(-(b+1)2019^2 + b\cdot 2019 + 3 +$

$+ (b+1)2017^2 - b\cdot 2017 - 1) = 2017$

$(b+1)((b+1)2017^2 - 2019^2 + b(2019-2017)+2) + b((b+1)(2017^2 - 2019^2) + b(2019-2017)+2) =$

$= 2017$

$(b+1)(-(b+1)\cdot 8072 + 2b + 2) + b(-(b+1)8072) + b\cdot 2 + 2) = 2017$

$2b(2b - (b+1)8072 + 2) - (b+1)8072 + 2b + 2 = 2017$

$4b - (2b^2 + 2b)8072 + 4b - (b+1)\cdot 8072 + 2b + 2 = 2017$

$4b - 16144b^2 - 16144b + 4b - 8072b - 8072 + 2b + 2 = 2017$

$-16144b^2 - 24206b - 10087 = 0$ $\quad 16144b^2 + 24206b + 10087 = 0$

Задание 5.

Сергей сможет оплатить сумму с учетом чаевых, когда ~~[illegible]~~ сумма будет ≥ 100000, т.к. 100000 делится на 1000 и на 100 одновременно без остатка,

Пусть вся сума $- x$, тогда ~~$0,05x \geq 100000$~~ ~~$0,15x \geq 100000$~~

тогда наибольшие чаевые будут при $x = 99999$

Ответ: 99999.

это может выплатить (напр. чаевые 1000)

Задание 4.

Существует закономерность. При умножении числитель предыдущего и знаменатель последующего сокращаются. начиная с x_3

$x_3 = \frac{5}{6} \ldots \frac{5}{6}\cdot\frac{9}{5}\cdot \ldots$ и так до 2017. Тогда произведение будет

$x_4 = \frac{9}{5}$ $\quad x_{2017} = \frac{2019}{2017 \cdot \text{пред.}}$

равно $\frac{1\cdot 2}{6} \cdot 2019 = 673$

Ответ: 673

+

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 440594

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	10	2	10	0	0	7	7	16
Сумма баллов (оценка)	52							

Члены жюри:

Подпись	Банин В.Т. — Фамилия И.О.
Подпись	Кочерова А.С. — Фамилия И.О.
Подпись	Федин В.Г. — Фамилия И.О.

Чистовик

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440594

Задание 1

$nx + 18 = 5n$

$nx - 5n = 18$

$n(x-5) = 18$

$n = \frac{-18}{x-5}$

Уравнение имеет целочисленное решение если $18 \vdots (5-x)$

18 кратно: $\pm 18, \pm 9, \pm 6, \pm 3, \pm 2, \pm 1$ => т.к. $n \in N$, то x примет значения: $x = -13, \cancel{14}, \cancel{11}, \cancel{8}, -4, -1, 2, 3, 4$ => существует 6 натуральных n, удовлетворяющих данному уравнению.

Ответ: 6

+

Задание 2

20		
	17	
8		

$$\begin{cases} 8+17+a = 25+a = y \\ 20+17+b = 37+b = y \\ 28+c = y \end{cases}$$

∓

Задание 3.

Пусть n – числа загадываемые

$$\begin{cases} \frac{n_1+n_2+\ldots+n_{10}}{10} = 21 \\ \frac{n_1+\ldots+n_9}{9} \geq 15 \end{cases} \quad \begin{cases} n_1+\ldots+n_{10} = 210 \;(1) \\ n_1+\ldots+n_9 \geq 135 \;(2) \end{cases}$$

из (1) − (2):

$n_{10} = 75$ – один эл-т второй пр-ехо.

±

Ответ: ~~n_{max}~~ 150

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

Чистовик

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

4

440594

$$x_n = \frac{n}{(n-2)(x_{n-1})}, \; n \geq 3$$

$$x_1 \cdot x_{20} = \frac{3 \cdot 1 \cdot 7 \cdot 305 \cdot 27 \cdot 14 \cdot 18 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 27 \cdot 130 \cdot 100 \cdot 693 \cdot 66}{2 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 27 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 297 \cdot 231 \cdot 260 \cdot 25}$$

$$\frac{\cdot 85 \cdot 891 \cdot 380 \cdot 99 \cdot 130 \cdot 9}{198 \cdot 340 \cdot 891 \cdot 38 \cdot 11} = 45$$

$x_1 \cdot x_{20} = 22{,}5$

Можно предположить, что при $x_1 \cdot x_2 \cdot y_{30} = 90$ и т.д. увеличив в 2 раза.

неверно

—

$x_1 \cdot x_{2017} = 2^{2010} \cdot 22{,}5$

$x_1 \cdot x_{2017} = 2^{2010} \cdot 22{,}5 \cdot 7$

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

Чистовик

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ **440594**

Задание 6.

$f(f(x)) = x$ $\quad f(0) = 1 \Rightarrow f(1) = 0$. $\quad f(f(1)+2) = 1 \quad f(2) = -1$.

$f(f(x+2)+2) = x$

не обосновано

$f(f(-2+2)+2) = f(1+2) = -2 \Rightarrow f(3) = -2$

$f(f(1+2)+2) = f(-2+2) = 1 \quad f(-2) = 3$.

$f(f(2017+2)+2) =$

$f(f(2017)) = 2017$

$f(f(-1+2)+2) = f(f(1)+2) = f(2) = -1$.

$f(\underbrace{f(0+2)}_{-1}+2) = 0 \Rightarrow$ все функции убывают на -1 сумел x

+/2

Ответ: $f(2017) = -2016$.

Задание 5.

1000 - 1,07
x - 7,5
...
...

неверно!

1) Наибольший чек будет тогда, когда 7 ! .
2) при сложении $x + 0,07x > 1000$.

$1,17x > 1000$

$x > 854,7$ руб.

заказ — $x > 855$ руб. (при условии, что должен быть. У Сергея 1000 рублей)

при последующем увеличении (1000, 2000, 3000...)
сумма в 855 руб * в соответствии с коэф. ~~(главн~~

наибольший 999 руб.

—

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

Чистовик

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440594

Задание 4.

$\triangle ABC$ - правильный

$AB = BC = AC = 2$

т. $K \in AC$, $AK = 2$

т. $N \in CB$, $BN = 1$

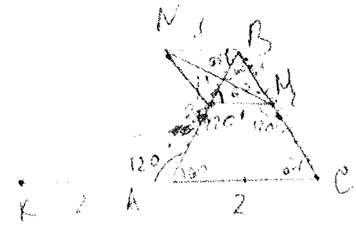
т. $L \in AB$, $AN > CN$

т. $M \in BC$.

$LM \parallel AC$,

$B \in AC$

$|KL| + |MN| - ?$ найти



1) $NB \parallel KC$, $LM \parallel AC$ $\Rightarrow LM \parallel NB$

2) т.к. $LM \parallel NB \parallel AC \Rightarrow$

$\angle NBL = \angle BLM = 60^\circ$ (н.л.)

$\angle MBM = 60 + 60 = 120$

$\angle KAL = 180 - 60 = 120^\circ$ (смеж.)

3) по т. косинусов:

$NM = \sqrt{NB^2 + BM^2 - 2NB \cdot BM \cdot \cos 120} = \sqrt{1 + BM^2 + \frac{2\sqrt{3}}{2} BM}$

$KL = \sqrt{KA^2 + AL^2 - 2AL \cdot KA \cdot \cos 120} = \sqrt{4 + AL^2 + 2\sqrt{3}AL}$

4) $BM = BL$ т.к. $\triangle BLM \sim \triangle BAC \Rightarrow \triangle BLM$ - прав. $\Rightarrow$ все стор $= \Rightarrow BM = LM = BL$

5) $\begin{cases} NM = \sqrt{1 + BL^2 + \sqrt{3}BL} \\ BL + LA = 2 \\ KL = \sqrt{4 + AL^2 + 2\sqrt{3}AL} \end{cases}$ $\begin{cases} NM = \sqrt{1 + (4 - 4LA + LA^2 + \sqrt{3}LA} \\ BL = 2 - LA \\ KL = \sqrt{4 + AL^2 + 2\sqrt{3}AL} \end{cases}$

$\begin{cases} NM = \sqrt{5 + (\sqrt{3} - 4)LA + LA^2} \\ KL = \sqrt{4 + AL(2\sqrt{3}) + AL^2} \end{cases}$ найти знач при $LA = LB = 1$?

$\begin{cases} NM^2 = 5 + (\sqrt{3} - 4)LA + LA^2 \\ KL^2 = 4 + AL \cdot 2\sqrt{3} + AL^2 \end{cases}$ иследов.

$NM + KL = \sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{5 + 2\sqrt{3}} = 4{,}84$

$\pm$

чистовик

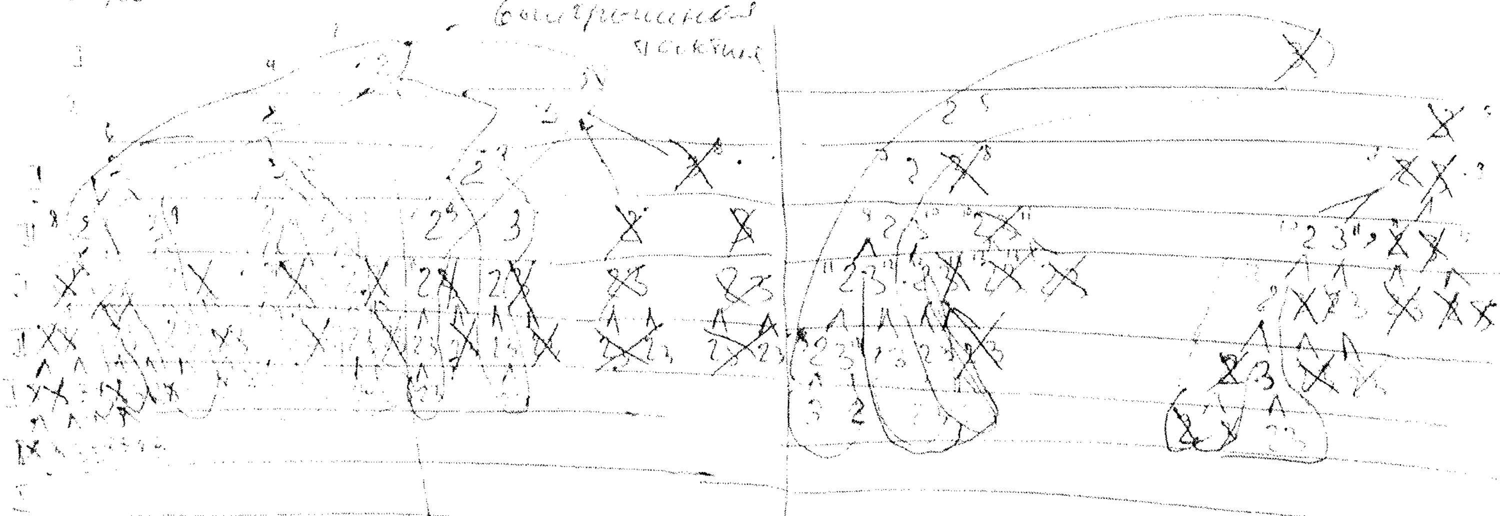
ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

Задание 8.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

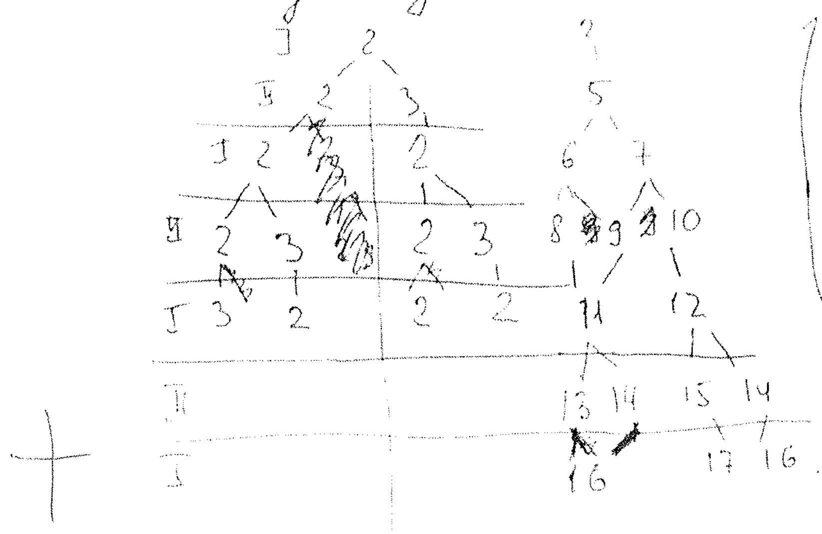
440594

а) Нарисуем дерево, как се представится возможные ходы игроков.



1) при достижении числа 11 (12) монет I игроком при любом ходе II игрока выиграет I игрок

2) I ход игрока I должен быть сделан двумя монетами. Исходя из выше нарисованного дерева.



повтор дерева (выигрышной тактики)

Если I игрок сходит 2мя монетами I ход, то при любом ходе II игрока I игрок одержит победу.

г) Первый игрок должен сделать ход 2мя монетами вероятность выигрыша 100%.

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 440196

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	10	10	10	12	0	7	0	16
Сумма баллов (оценка)	65							

Члены жюри:

Подпись	Орел О.Е.
Подпись	Фамилия И.О.
	Гребенщиков Ю.Б.
Подпись	Фамилия И.О.
	Башин В.Г.
Подпись	Фамилия И.О.

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание-финансист!»

ПО МАТЕМАТИКЕ 11 класс

Заключительный (очный) этап
2016/2017 учебный год

440196

Код участника

Вариант I

Задание 1. (10 баллов)

Сколько существует натуральных чисел n таких, что уравнение $nx-12=3n$ имеет целочисленное решение.

Задание 2. (10 баллов)

Ниже нарисован магический квадрат, в котором некоторые числа отсутствуют.

20		
	17	
16		

Восстановите данный магический квадрат.

(В магическом квадрате суммы чисел, стоящих в каждой строке, в каждом столбце и на диагоналях, равны).

Задание 3. (12 баллов)

Среднее арифметическое десяти различных натуральных чисел равно 20, а среднее арифметическое любых девяти из этих чисел не меньше 17. Найдите максимально возможное значение наибольшего из этих чисел.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Задание 1.

$nx - 12 = 3n \iff (x-3)n = 12 \iff x - 3 = \frac{12}{n}$

Если x – целое число, то x – 3 тоже целое число, как и 12/n.

n – любой натуральный делитель 12:

1; 2; 3; 4; 6; 12

+

440196

Ответ: 6 чисел.

Задание 2.

20	a	x
b	17	z
16	c	y

Обозначим недостающие числа буквами.
Составим уравнения:

$16 + 17 + x = 20 + a + x$

$33 = 20 + a$

$a = 13$

$20 + 17 + y = 16 + c + y$

$37 = 16 + c$

$c = 21$

Значит сумма строки, столбца или диагонали $= a + 17 + c = 13 + 17 + 21 = 51$

$b = 51 - 20 - 16 = 15$

$z = 51 - 15 - 17 = 19$

$x = 51 - 20 - 13 = 18$

$y = 51 - 16 - 21 = 14$

Ответ:

20	13	18
15	17	19
16	21	14

+

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Так как в 1 рубле 100 копеек, мы можем округлить до сотых с недостатком (искомое число < частного).

440196

Ответ: ~~6086~~ руб 45 коп

Задание 6.

По формулам из условия задачи

$f(0)=1;\ f(1)=0$

$\Rightarrow f(3)=-2;\ f(-2)=3$

$f(5)=-4;\ f(-4)=5$

$f(7)=-6;\ f(-6)=7$

$f(f(-2+2)+2)=-2 \Rightarrow$

по аналогии

+/2

$f(x)=-(x-1)$, что ~~не противоречит~~ согласуется с формулами из условия.

$f(2017)=-2016$

Задание 8.

а) ~~Пусть I игрок положил 2 монеты~~

Первый игрок может выиграть вне зависимости от противника:

Первым ходом необходимо положить 2 монеты. После хода противника нужно ходить так, чтобы последняя положенная монета была 7 в ряду. То есть, если соперник положил 2 монеты, то положить ~~2~~ 3, и наоборот. После следующего хода противника следует поступить также, последняя монета должна быть 12 ~~ко~~ в ~~ко~~ ряду. Затем в зависимости от хода второго игрока в ряду будет 14 или 15 монет, соответственно первый игрок в любом случае может

+

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

положить 16 монету.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Задание 4. (12 баллов)

Числовая последовательность такова, что $x_n = \dfrac{n+2}{n x_{n-1}}$ для всех $n \geq 2$. Найдите произведение $x_1 x_2 x_3 \ldots x_{2016} x_{2017}$, если $x_1 = 1$.

Задание 5. (12 баллов)

Когда Сергей пошел в кафе поужинать, в его кошельке были только банкноты в 1000 рублей. Он решил оставить официанту чаевые строго в размере от 5% до 15% от размера чека. Когда он получил чек, то понял, что не может осуществить задуманное. Найдите сумму наибольшего чека, который Сергей не может оплатить с учетом чаевых, используя только банкноты в 1000 рублей.

Задание 6. (14 баллов)

Функция $f(x)$ такова, что $f(f(x)) = x$ и $f(f(x+2)+2) = x$ для любого x.
Найдите $f(2017)$, если $f(0) = 1$.

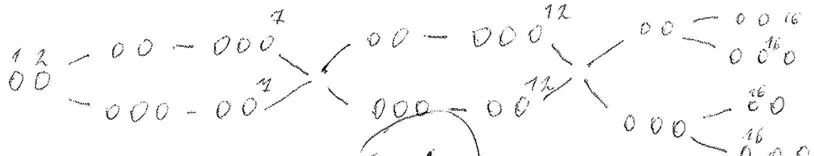
Задание 7. (14 баллов)

Дан правильный треугольник ABC со стороной 2. Точка K лежит на продолжении стороны AC за точку A, точка N лежит на прямой, параллельной прямой AC и проходящей через точку B, причем $|AK| = 2$, $|BN| = 1$. Рассматриваются такие ломаные $KLMN$, что точка L лежит на стороне AB, точка M лежит на стороне BC, а отрезок LM параллелен стороне AC. Найдите наименьшее возможное значение суммы $|KL| + |MN|$, если $|AN| > |CN|$.

Задание 8. (16 баллов)

Два игрока по очереди выкладывают монеты в ряд. За один ход можно положить две или три монеты. Выигрывает тот, кто выложит 16 монету.

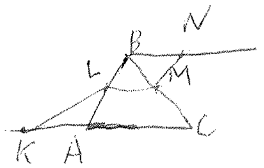
a) Определите, какой игрок (первый или второй) обладает стратегией, которая позволит ему выиграть вне зависимости от ходов другого игрока. Опишите эту стратегию.
b) Какой первый ход должен сделать первый игрок, играя с автоматом, чтобы выиграть с наибольшей вероятностью, если известно, что автомат ходит случайно и выкладывает две монеты или три монеты с равной вероятностью? Чему равна вероятность выиграть для первого игрока при этом ходе?



б) игрок должен положить 2 монеты, при следовании стратегии, вероятность победы $= 1 = 100\%$.

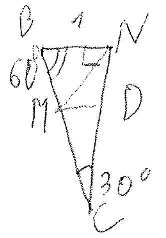
Задание 4.

Если $|AN| > |CN|$, то



h_{Δ} (высота ΔABC) $= \sqrt{3}$

Рассмотрим ΔBCN



$NC = h = \sqrt{3}$

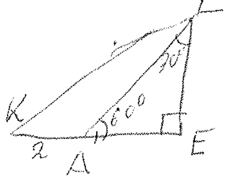
$MD \parallel BN$

$ND = x \Rightarrow MD = \frac{\sqrt{3}}{x}$, так как $BN = 1$

$$NM = \sqrt{x^2 + \frac{3}{x^2}} = \sqrt{\frac{x^4+3}{x^2}}$$

$LE \perp AC$

Рассмотрим ΔKLE



$LE + ND = \sqrt{3}$

$LE = \sqrt{3} - x$

$AE = \frac{\sqrt{3} - x}{\sqrt{3}}$

$$KL = \sqrt{(\sqrt{3}-x)^2 + \left(2 + \frac{\sqrt{3}-x}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$KL^2 + NM^2 = x^2 + \frac{3}{x^2} + 3 - 2\sqrt{3}x + x^2 + 4 + \frac{4(\sqrt{3}-x)}{\sqrt{3}} + \\ + \frac{(3 - 2\sqrt{3} + x)}{3}$$

?

Задание 3.

$$\frac{a_1+a_2+\ldots+a_{10}}{10}=20 \Leftrightarrow a_1+a_2+\ldots+a_{10}=200$$

Пусть a_{10} наибольшее. Чем больше a_{10}, тем меньше сумма $a_1+a_2+\ldots+a_9$. По условию

$$\frac{a_1+a_2+\ldots+a_9}{9}\geq 17 \Leftrightarrow a_1+a_2+\ldots+a_9\geq 153$$

Для $a_{10}=max$ получаем систему

$$\begin{cases} a_1+a_2+\ldots+a_{10}=200 \\ a_1+a_2+\ldots+a_9=153 \end{cases}$$

±

Вычитая из 1 уравнения 2 получим

$max\, a_{10}=47$

Ответ: 47

Задание 4.

$x_1=1 \Rightarrow$ в произведении x_1 можно не учитывать

$$x_n\cdot x_{n-1}=\frac{n+2}{n\cdot(x_{n-1})}\cdot x(n-1)=\frac{n+2}{n}$$

$$x_{n-2}\cdot x_{n-3}=\frac{n}{(n-2)\cdot(x_{n-3})}\cdot x(n-3)=\frac{n}{n-2}$$

Пусть $2017=n$

$$x_2x_3\ldots x_{2016}x_{2017}=\frac{n-2012}{n-2014}\cdot\frac{n-2010}{n-2012}\cdots\frac{n}{n-2}\cdot\frac{n+2}{n}=\frac{n+2}{n-2014}=$$

$$=\frac{2019}{3}=673$$

+

Ответ: 673

Задание 5

Пусть сумма чека x, тогда для оплаты необходимо, чтобы в интервал от $1{,}05x$ до $1{,}15x$ ~~...~~ входило число, делящееся на 1000 без остатка. Под это условие подходит 7000, но не подходит 6000. Найдем значение суммы максимального чека:

~~700000~~

700000 | 115
690 | 6086,95...
1000
920
800
690
1100
1035
650
...

Это не максимальная сумма

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 44 0209

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	10	10	10	12	0	12	0	0
Сумма баллов (оценка)	54							

Члены жюри:

Подпись — В.Б. Гисин
Фамилия И.О.

Подпись — Маевский Е.В.
Фамилия И.О.

Подпись — Орел О.Е.
Фамилия И.О.

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание-финансист!»

ПО МАТЕМАТИКЕ 11 класс

Заключительный (очный) этап
2016/2017 учебный год

440209
Код участника

Вариант I

Задание 1. (10 баллов)

Сколько существует натуральных чисел n таких, что уравнение $nx-12=3n$ имеет целочисленное решение.

Задание 2. (10 баллов)

Ниже нарисован магический квадрат, в котором некоторые числа отсутствуют.

20	13	k+3
k	17	19
16	21	k-1

Восстановите данный магический квадрат.

(В магическом квадрате суммы чисел, стоящих в каждой строке, в каждом столбце и на диагоналях, равны).

Задание 3. (12 баллов)

Среднее арифметическое десяти различных натуральных чисел равно 20, а среднее арифметическое любых девяти из этих чисел не меньше 17. Найдите максимально возможное значение наибольшего из этих чисел.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440269

1) $nx-12=3n$, где $n\in\mathbb{N}$, $x\in\mathbb{Z}$

$nx-3n-12=0$

$n(x-3)-12=0$, $n=\dfrac{12}{x-3}$

12 целиком делится (т.е. кратно) на 1, 2, 3, 4, 6, 12 и соответственно при этом получаются числа 12, 6, 4, 3, 2, 1. Тогда $n=12, 6, 4, 3, 2, 1$. При этом, можно подобрать нужные целые значения x: $1=\dfrac{12}{x-3}\to x=15$, $2=\dfrac{12}{x-3}\to x=9$, $3=\dfrac{12}{x-3}\to x=7$, $4=\dfrac{12}{x-3}\to x=6$, $6=\dfrac{12}{x-3}\to x=5$, $12=\dfrac{12}{x-3}\to x=4$

Других $n\in\mathbb{N}$ нет. Всего получаем 6 значений (+)

Ответ: 6

2)

20	(13) x_2	$(k+3)$ x_3
k	17	(19) x_1
16	(21) x_4	$(k-1)$ x_5

Пусть в таблице между 12 и 16 есть некоторое k => сумма, общая для всех столбиков, строк и диагоналей, равна $20+16+k=36+k$

Обозначим остальные неизвестные как $x_1,\dots,x_5$

1) x_1: $17+k+x_1=36+k$
$x_1=36-17=19$

2) x_3: $16+17+x_3=36+k$
$x_3=36-33+k=3+k$

3) x_5: $20+17+x_5=36+k$
$x_5=36-37+k=k-1$
$x_5=k-1$

4) $16+x_4+x_5=36+k$
$16+x_4+k-1=36+k$
$x_4=36-16+1=21$

5) $20+x_2+x_3=36+k$
$20+x_2+k+3=36+k$
$x_2=36-20-3=13$

6) $x_2+17+x_4=36+k$
$13+17+21=36+k$
$51=36+k$, $k=15$ =>

$x_5=k-1=14$

$x_3=k+3=18$

Получаем такой квадрат:

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

$= \frac{2019}{3} = 673$

+

440209

Ответ: 673

---

(6) $f(f(x)) = x$ и $f(f(x+2)+2) = x$, $f(0) = 1$, $f(2018)$ - ?

$$\left.\begin{array}{l} f(f(x)) = x \\ f(f(x+2)+2) = x \end{array}\right\} \Rightarrow f(f(x)) = f(f(x+2)+2)$$

$$f(x) = f(x+2)+2$$

Нет обоснования $f(x) = f(y) \underset{?}{\Rightarrow} x = y$

$$f(x+2) = f(x) - 2$$

$$f(2017) = f(2015) - 2,$$

$$f(2015) = f(2013) - 2,$$

$$\ldots$$

$$f(3) = f(1) - 2 \Longrightarrow$$

$f(2018) = f(1) - 2 \cdot 1008$ (т.к. между 2015 и 1 ровно 1008 нечётных чисел)

$f(1)$: $f(f(0)) = f(f(0+2)+2)$

$f(1) = f(f(2)+2) = 0$

$f(1) = 0$

±

$f(2018) = 0 - 2 \cdot 1008 = -2016$

Ответ: -2016

---

(8) Представим каждый из ходов в виде таблицы:

№	1	2	3	4
I				
II				

max кол-во ходов – 4 (если каждый кладёт по 2 монеты каждый раз:

$(2 \cdot 2) \cdot 4 = 4 \cdot 4 = 16$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440209

Во 2-ой ситуации $P(A_1) = 1 - P(\overline{A})$, где $P(\overline{A_1})$ – вероятность проигрыша, равная $0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}125$ – вероятности того, что автомат 3 раза подряд при ходах 1-ого 222.. выложит по 2 монеты для победы =>

$P(A_1) = 1 - 0{,}125 = 0{,}875$

$P(A_2)$ – достаточно рассчитать для 1-ой из ситуаций,

$P(A_2) = 1 - P(\overline{A_2})$, где $P(\overline{A_2}) = 0{,}125$ $\left(\frac{I}{\text{авт}} \middle| \frac{2}{3} \middle| \frac{2}{3} \middle| \frac{3}{3}\right.$
$\left.\frac{I}{\text{авт}} \middle| \frac{2}{3} \middle| \frac{3}{3} \middle| \frac{2}{3}\right)$

как в $P(A_1)$ – только в 1-ой ситуации выиграет автомат

$P(A_2) = 0{,}125$

$P(A_4)$ отличается, т.к. при $\frac{I}{\text{авт}} \middle| \frac{2}{3} \middle| \frac{3}{2\,(3)} \middle| \frac{3}{3\,(2)}$ возможны варианты => $P(A_4) = 1 - P(\overline{A_4}) = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$

~~$P(A) = S(P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + P(A_4)) = 0{,}75 + 3 \cdot 0{,}875 =$~~
~~$= 0{,}75 + 3 \cdot 0{,}875$~~ ~~$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0{,}25 - 3 \cdot 0{,}125 = 0{,}75 - 0{,}385 =$~~
~~$= 0{,}375$~~

$P(A) = 1 - 0{,}25 - 0{,}125 = 1 - 0{,}375 = 0{,}625$

Ответ: б) вероятность победы $= 0{,}625$, вероятность больше если начать 1-ому с 2-ух монет

в) стратегия есть у 2-ого игрока (см. выше, п. а) решения)

(5) У Сергея – банкноты по 1000 руб, чаевые – от 5% до 15% от суммы чека. Пусть S чека $= x$ => чаевые – от $0{,}05x$ до $0{,}15x$
Вся сумма будет равна от $1{,}05x$ до $1{,}15x$

~~Наибольшая сумма чека будет при 1,05x (наименьшие чаевые - наибольшая сумма), при этом $1{,}05x \geq 1000$,~~

~~$1{,}05x \geq 1000$, $x \geq \frac{1000}{1{,}05}$, $x \geq \frac{100000}{105}$~~ ~~$x \leq 1000$~~

~~$x \geq 952{,}3\ldots$~~

Найдём, какой чек он может оплатить, т.к. $1000 \cdot n$ р содержит этот чек + чаевые от 5% до 15%, =>

$$\begin{cases} 1{,}15x \geq 1000 \\ 1{,}05x \leq 1000 \end{cases} \quad \begin{matrix} x \geq 869,\ldots \to x \geq 870 \\ x \leq 952{,}3\ldots \to x \leq 951 \end{matrix} \quad x \in [870; 951]$$

неверно!

Всё остальное, расплачиваясь лишь банкнотами по 1000, он не сможет оплатить (чаевые будут соответственно более 15% или менее 5%)

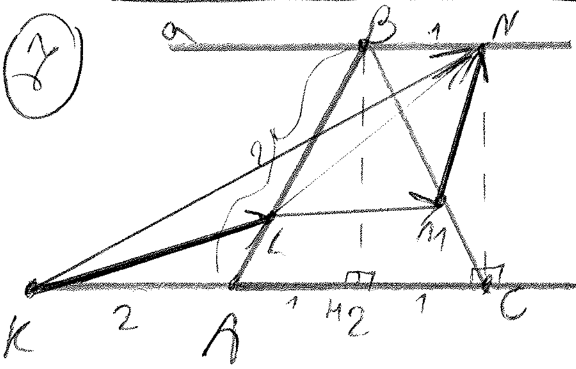
Тогда максимальной сумма чека 1000

(чаевых он вообще не сможет оставить)

Т.к. мы не знаем, сколько у Сергея купюр, то max $S = 1000n$ ($n \in N$)

Ответ: $1000n$ руб., где $n \in N$, n - кол-во купюр у Сергея

7



Дано: $\triangle ABC$ - правильный, $AB = BC = AC = 2$, $K \in AC$, $N \in a$, $|AK| = 2$, $|BN| = 1$, $|AN| > |CN|$, $AC \parallel a \parallel LM$

Найти: $\min(|KL| + |MN|)$

$\overline{KL}, \overline{LM}, \overline{MN}, \overline{KN}, \overline{LN}$:

$\overline{KL} + \overline{LN} = \overline{KN}$

$\overline{LN} - \overline{LM} = \overline{MN}$, $\overline{LN} = \overline{LM} + \overline{MN}$

$\overline{KL} + \overline{LM} + \overline{MN} = \overline{KN}$

$\overline{KL} + \overline{MN} = \overline{KN} - \overline{LM}$

Т. N - правее B, т.к. $|AN| > |CN|$, а $AB = CB$ => смещение вправо

$\triangle KNC$ - пр-угольный (т.к. $BH \perp AC$, BH - высота, медиана в правильном $\triangle ABC$, поэтому $AH = HC = 1$. В то же время, $BN = HC = 1 \Rightarrow NC \perp AC$)

$KN = \sqrt{KC^2 + NC^2}$, $NC = BH = \sqrt{4-1} = \sqrt{3} \to KN = \sqrt{16+3} = \sqrt{19}$

$\min(\overline{KL} + \overline{MN})$ при LM - max => пусть LM совпадает с AC и $= 2$ (это max значение) => $\min(|\overline{KL}| + |\overline{MN}|) = \overline{KM} - \overline{KM} = \sqrt{19} - 2$

Ответ: $\min(|KL| + |MN|) = \sqrt{19} - 2$

а) У 2-ого игрока есть абсолютная стратегия, в которой 2 способа действия:

1) если I-ый игрок выкладывает хоть одну „3" до 3-его хода, то задача 2-ого — подобрать к кол-ву выложенных 1-ым монет в каждом из ходов такое число монет (2 или 3), чтоб вместе составилось 3 пары — 3 хода: 2 по 5 монет и 1 с 6-ью монетами.

Пример:

N	1	2	3
I	3	3	2
II	2	3	3

— выигрыш 2-ого при любом кол-ве 3 (от 1 до 3) у 1-ого

2) если 1-ый выкладывает по 2 монеты до 3-его хода каждый раз, то 2-ой тоже выкладывает по 2 монеты, а в 4-ом ходе побеждает по-любому.

— Неверно, что второй побеждает

Пример:

N	1	2	3	4
I	2	2	2	2(3)
II	2	2	2	2(3)

— выигрыш 2-ого при любом кол-ве монет 1-ого в 4-ом ходе с тем, что в 1-ые 3 — по 2 монеты.

б) Если 1-ый играет с автоматом, то он должен начать с 2, т.к. тогда может получиться аналогичная, как в пункте а) 2) ситуация, когда 1-ый выкладывает все по 2. Второй (в дан. случае — автомат) должен для победы всё выложить по 2, а иначе 1-ый победит. Но это маловероятно для автомата, чтоб выложить 3 раза подряд по 2 монеты $\Rightarrow$ вероятность выигрыша 1-ого игрока увеличивается. В таком случае, вероятность выигрыша состоит из 4 ситуаций (ходы 1-ого: 1) 2 2 3; 2) 2 2 2(2(3)); 3) 2 3 2; 4) 2 3 3) вероятность $(P(A_i))$ в 1-ой, 3-ей ситуациях одинакова

20	13	18
15	17	19
16	21	14

← Ответ

+

---

(3) Пусть числа $x_1, \dots, x_{10}$ — данные натуральные числа

Если $x_1, \dots, x_{10} \in N$, то $x_1, \dots, x_{10} > 0$

$\frac{x_1 + \dots + x_{10}}{10} = 20 \to x_1 + \dots + x_{10} = 200$ ±

$\frac{x_1 + \dots + x_9}{9} \geq 17$ Пусть $x_1, \dots, x_9$ — меньшие, чем x_{10}, числа. x_{10} при этом $= 200 - (x_1 + \dots + x_9)$

$17 \cdot 9 = 153$

Максимум x_{10} достигается при $\min(x_1 + \dots + x_9)$

$\min(x_1 + \dots + x_9) = 17 \cdot 9 = 153$

Если $x_1 + \dots + x_9 = 153$, то $x_{10} = 200 - 153 = 47$, и это max значение, т.к. при $x_1 + \dots + x_9 < 153$ не будет выполнено условие, что «ср. арифм. любых 9 из этих чисел не меньше 17».

Ответ: 47

---

(4) $x_n = \frac{n+2}{n x_{n-1}}$, $n \geq 2$

Найти: $x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_{2016} \cdot x_{2017}$, при $x_1 = 1$

Для любого произведения $x_{n-1} \cdot x_n$ из этих чисел выполнено:

$x_{n-1} \cdot x_n = \cancel{x_{n-1}} \cdot \frac{n+2}{n \cancel{x_{n-1}}} = \frac{n+2}{n}$ => неизвестные будут сокращаться.

Т.к. 2017 — нечётное число, то оставлять для сокращения будем чётные (x_{n-1}), а подставлять в кач-ве x_n — нечётные. Получаем:

$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot \ldots \cdot x_{2016} \cdot x_{2017} = x_1 \cdot \cancel{x_2} \cdot \frac{3+2}{3 \cancel{x_2}} \cdot \ldots \cdot \cancel{x_{2016}} \cdot \frac{2017+2}{2017 \cancel{x_{2016}}} =$

$= x_1 \cdot \frac{5}{3} \cdot \ldots \cdot \frac{2019}{2017} = \frac{5}{3} \cdot \frac{7}{5} \cdot \ldots \cdot \frac{2017}{2015} \cdot \frac{2019}{2017} = \frac{\cancel{5} \cdot \cancel{7} \cdot \ldots \cdot \cancel{2015} \cdot \cancel{2017} \cdot 2019}{3 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{7} \cdot \ldots \cdot \cancel{2015} \cdot \cancel{2017}} =$

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 440164

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	10	10	10	2	0	7	0	16
Сумма баллов (оценка)	55							

Члены жюри:

Подпись — Кочерова А.С.
Фамилия И.О.

Подпись — В.Б. Ицкин
Фамилия И.О.

Подпись — Гребенщиков Ю.Б.
Фамилия И.О.

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание-финансист!»

ПО МАТЕМАТИКЕ 11 класс

Заключительный (очный) этап 2016/2017 учебный год

4401C4

Код участника

Вариант I

Задание 1. (10 баллов)

Сколько существует натуральных чисел n таких, что уравнение $nx-12=3n$ имеет целочисленное решение.

Задание 2. (10 баллов)

Ниже нарисован магический квадрат, в котором некоторые числа отсутствуют.

20		
	17	
16		

Восстановите данный магический квадрат.

(В магическом квадрате суммы чисел, стоящих в каждой строке, в каждом столбце и на диагоналях, равны).

Задание 3. (12 баллов)

Среднее арифметическое десяти различных натуральных чисел равно 20, а среднее арифметическое любых девяти из этих чисел не меньше 17. Найдите максимально возможное значение наибольшего из этих чисел.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№1 $nx-12=3n \Leftrightarrow nx-3n=12 \Leftrightarrow n(x-3)=12 \Leftrightarrow x-3=\frac{12}{n} \Leftrightarrow x=\frac{12}{n}-3$

все делители числа 12 дадут целочисленное решение

$n=1;2;3;4;6;12$ (+)

4401С4

Кол-во решений: 6

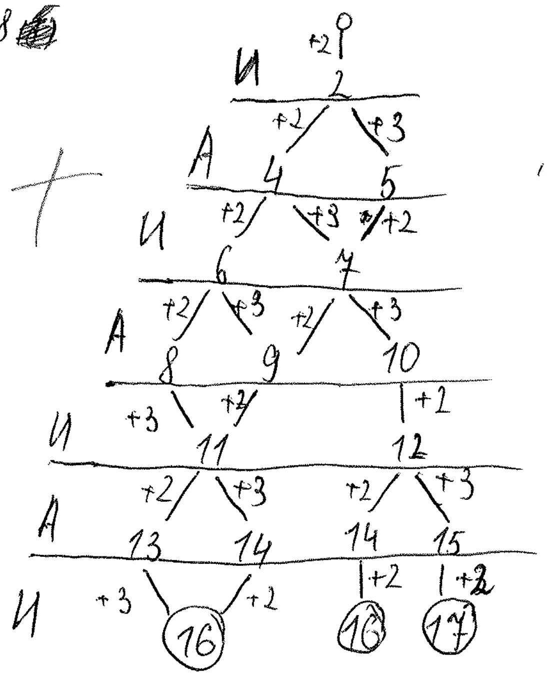
№3 Пусть S - сумма 10 чисел, тогда $\frac{S}{10}=20$ - ср. арифм.
Пусть x - любое из этих чисел.

$$\begin{cases}\frac{S}{10}=20\\ \frac{S-x}{9}\geq 17\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}S=200\\ \frac{200-x}{9}\geq 17\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}S=200\\ 200-x\geq 153\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}S=200\\ x\leq 47\end{cases}$$

±

max = 47

№8



И - игрок, А - автомат

Автомат всегда может сделать ход как „+2", так и „+3" поэтому рассматриваем случаи с каждым из ходов.
Игрок имеет право сделать ход осознано, поэтому рассматриваем случаи, которые дают возможность игроку выиграть при любом ходе автомата.

Мой граф указывает на 100%-ый выигрыш при первом ходе „+2" и дальнейших осознанных ходах игрока.

Этот же граф указывает на выигрышную стратегию I игрока, при любых ходах II игрока.

№2

1)

20		
x	17	y
16		

$20+x+16=x+17+y$

$y=19$

2)

20		z
x	17	19
16		

$20+x+16=16+17+z$

$z=x+3$

3)

20		x+3
x	17	19
16		n

$20+17+n=x+3+19+n$

$x=15$

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440164

4)

20	p	18
15	17	19
16	m	n

$$\left.\begin{array}{l} 16+17+18=51 \\ 15+17+19=51 \end{array}\right\} \Rightarrow 20+p+18=51 \Leftrightarrow p=13$$

$$20+17+n=51 \Leftrightarrow n=14$$

$$16+m+14=51 \Leftrightarrow m=21$$

20	13	18
15	17	19
16	21	14

+

№6 $f(0)=1 \Rightarrow f(f(0))=f(1)=x \Leftrightarrow f(1)=0$

x

$f(f(x+2)+2)=x$, возьмём $x=-2 \Rightarrow f(f(-2+2)+2)=-2 \Leftrightarrow f(f(0)+2)=-2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow f(1+2)=-2 \Leftrightarrow f(3)=-2$

+/2

возьмём $x=-1$

$f(f(-1+2)+2)=-1 \Leftrightarrow f(f(1)+2)=-1 \Leftrightarrow f(0+2)=-1 \Leftrightarrow f(2)=-1$.

Заметим закономерность: $f(0)=1$, $f(1)=0$, $f(2)=-1$, $f(3)=-2$. Каждая последующая ф-ция на единицу меньше, начиная с 1. Из этого следует, что $f(2017)=-2016$

№4 Перемножим два соседних числа $\underbrace{\frac{n+2}{n\cdot x_{n-1}}}_{x_n}\cdot\underbrace{\frac{(n+1)+2}{(n+1)\cdot x_n}}_{x_{n+1}}=\frac{n+2}{n\cdot x_{n-1}}\cdot\frac{(n+3)}{(n+1)\cdot\frac{n+2}{n\cdot x_{n-1}}}=\cancel{(n+2)(n+3)}$

∓

$$\frac{\cancel{(n+2)}(n+3)\cancel{(n\cdot x_{n-1})}}{\cancel{(n\cdot x_{n-1})}\cdot\cancel{(n+2)}(n+1)}=\frac{(n+3)}{n+1}$$

Таких произведений начиная с x_2 $\overset{1008}{\cancel{2016}}$ шт. $\Rightarrow \overset{1008}{\cancel{2016}}\cdot\left(\frac{n+3}{n+1}\right)\cdot x_1$, при $n=2017$, $x_1=1$

??

~~2018~~ Получаем $\overset{1008}{\cancel{2018}}\cdot\frac{2017+3}{2017+1}=1008\cdot\frac{2020}{2018}=1008\cdot 1\frac{2}{2018}=1008+\frac{2016}{2018}=1008\frac{2016}{2018}$

Задание 4. (12 баллов)

Числовая последовательность такова, что $x_n = \dfrac{n+2}{n x_{n-1}}$ для всех $n \geq 2$. Найдите произведение $x_1 x_2 x_3 \ldots x_{2016} x_{2017}$, если $x_1 = 1$.

Задание 5. (12 баллов)

Когда Сергей пошел в кафе поужинать, в его кошельке были только банкноты в 1000 рублей. Он решил оставить официанту чаевые строго в размере от 5% до 15% от размера чека. Когда он получил чек, то понял, что не может осуществить задуманное. Найдите сумму наибольшего чека, который Сергей не может оплатить с учетом чаевых, используя только банкноты в 1000 рублей.

Задание 6. (14 баллов)

Функция $f(x)$ такова, что $f(f(x)) = x$ и $f(f(x+2)+2) = x$ для любого x.
Найдите $f(2017)$, если $f(0) = 1$.

Задание 7. (14 баллов)

Дан правильный треугольник ABC со стороной 2. Точка K лежит на продолжении стороны AC за точку A, точка N лежит на прямой, параллельной прямой AC и проходящей через точку B, причем $|AK| = 2$, $|BN| = 1$. Рассматриваются такие ломаные $KLMN$, что точка L лежит на стороне AB, точка M лежит на стороне BC, а отрезок LM параллелен стороне AC. Найдите наименьшее возможное значение суммы $|KL| + |MN|$, если $|AN| > |CN|$.

Задание 8. (16 баллов)

Два игрока по очереди выкладывают монеты в ряд. За один ход можно положить две или три монеты. Выигрывает тот, кто выложит 16 монету.

a) Определите, какой игрок (первый или второй) обладает стратегией, которая позволит ему выиграть вне зависимости от ходов другого игрока. Опишите эту стратегию.
b) Какой первый ход должен сделать первый игрок, играя с автоматом, чтобы выиграть с наибольшей вероятностью, если известно, что автомат ходит случайно и выкладывает две монеты или три монеты с равной вероятностью? Чему равна вероятность выиграть для первого игрока при этом ходе?

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 440162

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	10	10	10	10	0	12	7	0
Сумма баллов (оценка)	59							

Члены жюри:

Подпись — Кочерова А.С.
Фамилия И.О.

Подпись — В.Б. Шан
Фамилия И.О.

Подпись — Гребенщиков Ю.Б.
Фамилия И.О.

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание-финансист!»

ПО МАТЕМАТИКЕ 11 класс

Заключительный (очный) этап
2016/2017 учебный год

440162

Код участника

Вариант I

$2\overset{1}{x}+3\overset{2}{y}=8$

$2\cdot\underset{1+3}{4}+3\cdot\underset{2-2}{0}=8$

Задание 1. (10 баллов)

Сколько существует натуральных чисел n таких, что уравнение $nx-12=3n$ имеет целочисленное решение. $nx-3n=12$ $n(x-3)=12$

Задание 2. (10 баллов)

Ниже нарисован магический квадрат, в котором некоторые числа отсутствуют.

20		
	17	
16		

Восстановите данный магический квадрат.

(В магическом квадрате суммы чисел, стоящих в каждой строке, в каждом столбце и на диагоналях, равны).

Задание 3. (12 баллов)

Среднее арифметическое десяти различных натуральных чисел равно 20, а среднее арифметическое любых девяти из этих чисел не меньше 17. Найдите максимально возможное значение наибольшего из этих чисел.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440162

№2

20	a	b
c	17	d
16	e	f

$$\begin{cases} 20+a+b=S \\ 17+c+d=S \\ 16+e+f=S \\ 20+16+c=S \\ 17+a+e=S \\ b+d+f=S \\ 20+17+f=S \\ 17+16+b=S \end{cases}$$

1) $16+e+\cancel{f}=20+17+\cancel{f}$
$\underline{e=21}$

2) $20+a+\cancel{b}=17+16+\cancel{b}$
$\underline{a=13}$

3) $17+\cancel{c}+d=16+\cancel{c}+20$
$\underline{d=19}$

4) $17+a+e=17+21+13=51$
$\underline{S=51}$

5) $17+c+d=S$
$17+c+19=51$
$\underline{c=15}$

6) $20+17+f=51$
$\underline{f=14}$

7) $20+a+b=51$
$20+13+b=51$
$\underline{b=18}$

Ответ:

20	13	18
15	17	19
16	21	14

+

№1

$nx-12=3n$

$n(x-3)=12$ т.к. $x\in\mathbb{Z}$, а $n\in\mathbb{N}$, то $(x-3)>0$ => $x>3$

т.к. $x\in\mathbb{Z}$, то $(x-3)\in\mathbb{Z}$

$$\begin{cases} nx\in\mathbb{Z} \\ x>3 \\ x\in\mathbb{Z} \end{cases}$$

$12=2\cdot2\cdot3$ => $\left[\begin{array}{l} x-3=6 \\ x-3=4 \\ x-3=12 \\ x-3=1 \\ x-3=3 \\ x-3=2 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} n=2 \\ n=3 \\ n=1 \\ n=12 \\ n=4 \\ n=6 \end{array}\right.$

+

Ответ: 6

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440162

№3

$$\frac{a_1+\dots a_{10}}{10}=200 \Leftrightarrow a_1+\dots+a_{10}=200$$

$$\frac{a_1+\dots+a_9}{9}\geq 17 \Leftrightarrow a_1+\dots+a_9\geq 153$$

Пусть a_n - искомый член, тогда для того чтобы a_n было максимальное нужно, чтобы

$$\frac{200-a_n}{3}=17$$

$$200-a_n=153$$

$$a_n=47$$

$\pm$

среднее арифмет. любых восьми чисел и a_n будут уже больше 17

Ответ: 47

№4

$x_1=1$

$x_2=\frac{4}{2x_1}$

$x_3=\frac{5}{3x_2}$

$x_4=\frac{6}{4x_3}$

...

$x_{2015}=\frac{2017}{2015\cdot x_{2014}}$

$x_{2016}=\frac{2018}{2016x_{2015}}$

$x_{2017}=\frac{2019}{2017\cdot x_{2016}}$

$$x_1x_2\dots x_{2016}x_{2017}=\cancel{\frac{4}{2x_1}}\cdot\frac{\cancel{5}}{3\cancel{x_2}}\cdot\frac{6}{4x_3}\cdot\dots\cdot\frac{\cancel{2017}}{2015x_{2014}}\cdot\cancel{\frac{2018}{2016x_{2015}}}\cdot\frac{2019}{\cancel{2017}\cancel{x_{2016}}}=\frac{\cancel{5\cdot7\cdot9\cdot\dots\cdot2017}\cdot2019}{3\cdot\cancel{5\cdot7\cdot9\cdot\dots\cdot2015\cdot2017}}=$$

$$=\frac{2019}{3}=673$$

Ответ: 673

$\pm$ не хватает обоснования

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№6 440162

т.к. $f(f(x)) = x$, то $f(f(x+2)) = x+2$

$$\begin{cases} f(f(x+2)) = x+2 \\ f(f(x+2)+2) = x \end{cases} \iff f(f(x+2)) - 2 = f(f(x+2)+2)$$

Допустим $f(x_n+2) = 2015$, тогда $f(2017) = f(2015) - 2$

аналогично

$$\begin{cases} f(2015) = f(2013) - 2 \\ f(2013) = f(2011) - 2 \\ \ldots \\ f(7) = f(5) - 2 \\ f(5) = f(3) - 2 \\ f(3) = f(1) - 2 \end{cases}$$

а если значение 2015 не достигается?

при $x = 0$, $f(f(0)) = 0$

т.к. $f(0) = 1$, то $f(1) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow f(3) = 0 - 2 = -2$

$f(5) = -2 - 2 = -4$

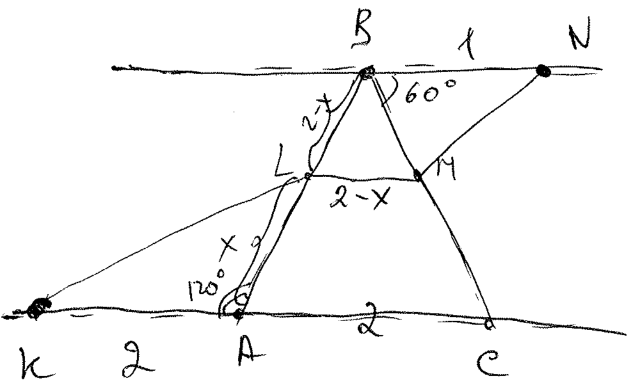
$f(7) = -4 - 2 = -6$

$f(2017) = -2\left(\frac{2017-1}{2}\right) = -2016$

±

Ответ: -2016

№7



Дано:

ABC - р/с треуг.

$|AK| = 2$

$|BN| = 1$

$LM \parallel AC$

$BN \parallel AC$

$|AN| > |CN|$.

Найти:

$\min(|KL| + |MN|)$ - ?

Решение:

Пусть $AL = x$, тогда $LB = 2 - x$ $\angle BAK = 120°$

По теор. косинусов $\angle NBM = 60°$

$KL^2 = 2^2 + x^2 - 2\cdot 2\cdot x\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = \sqrt{x^2+2x+4}$;

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

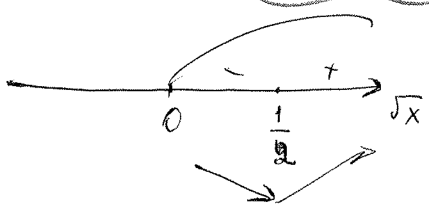
Чистовик

$$MN^2 = (2-x)^2 + 1 - 2(2-x)\cdot\frac{1}{2} = (2-x)^2 + 1 - 2 + x = x^2 - 3x + 3$$

Представим $(|KL| + |MN|)$ как функцию и возьмём от неё производную: $y = \sqrt{x^2+2x+4} + \sqrt{x^2-3x+3}$

440162

$$y' = \frac{2(x+1)}{2\sqrt{x}} + \frac{2(x-\frac{3}{2})}{2\sqrt{x}} = \frac{2x-\frac{1}{2}}{\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}-\frac{1}{2})(\sqrt{x}+\frac{1}{2})}{\sqrt{x}}$$



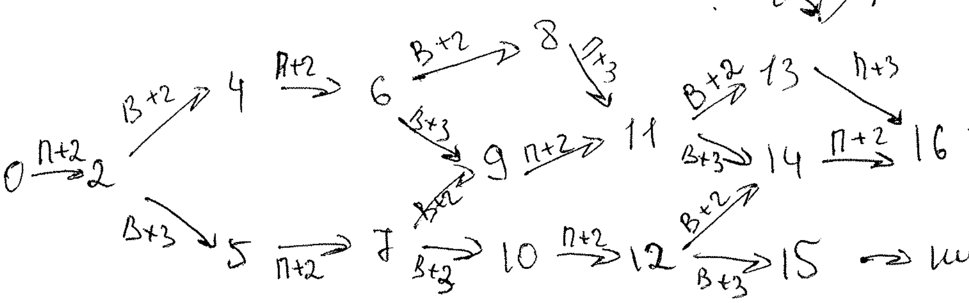
минимальный $\sqrt{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow$
минимальный $x = \frac{1}{4}$

$$y = \sqrt{\frac{1}{16} + 4 + \frac{2}{4}} + \sqrt{\frac{1}{16} - \frac{3}{4} + 3} = \sqrt{\frac{1+64+8}{16}} + \sqrt{\frac{1+48-12}{16}} = \frac{\sqrt{73}+\sqrt{37}}{4}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{73}+\sqrt{37}}{4}$

№8

а) первый игрок – П
второй игрок – В



→ Первый выиграл.

→ ничья т.к. 16 монет уже никак не получить

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 440189

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	10	10	10	6	12	0	0	16
Сумма баллов (оценка)	64							

Члены жюри:

Подпись	Маевский Е.В. Фамилия И.О.
Подпись	В.Б. Шепин Фамилия И.О.
Подпись	Гребенщиков Ю.Б. Фамилия И.О.

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание-финансист!»

ПО МАТЕМАТИКЕ 11 класс

Заключительный (очный) этап 2016/2017 учебный год

440189

Код участника

Вариант I

Задание 1. (10 баллов)

Сколько существует натуральных чисел n таких, что уравнение $nx-12=3n$ имеет целочисленное решение.

Задание 2. (10 баллов)

Ниже нарисован магический квадрат, в котором некоторые числа отсутствуют.

$x-20-(x-33)=13$

20	13	18 $x-33$
15	17	19
16 $x-20$	21	14

Восстановите данный магический квадрат.

(В магическом квадрате суммы чисел, стоящих в каждой строке, в каждом столбце и на диагоналях, равны).

Задание 3. (12 баллов)

Среднее арифметическое десяти различных натуральных чисел равно 20, а среднее арифметическое любых девяти из этих чисел не меньше 17. Найдите максимально возможное значение наибольшего из этих чисел.

$\frac{a_1+a_2+\dots+a_{10}}{10}=$

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

чистовик

440189

№1

$nk - 12 = 3n$

$nk - 3n = 12$

$n(k-3) = 12$

$n \in N$, $k \in Z$

Значит и $k \in N$ ($k > 3$) (так как k - целое, а произведение числа положительного (n) и отрицательного не может быть равно 12)

Значит, получим целочисленные решения:

$n(k-3) = 12$

$$\left.\begin{matrix} 1 \cdot 12 \\ 12 \cdot 1 \\ 6 \cdot 2 \\ 2 \cdot 6 \\ 3 \cdot 4 \\ 4 \cdot 3 \end{matrix}\right\} = 12$$

+

$n \in N$, значит решения с противоположным знаком ($(-1)\cdot(-12)$) не подойдут

Таким образом, существует 6 натуральных n, при которых уравнение имеет целочисл. решение. Ответ: 6.

№2

20		
	17	
16		

Примем сумму в любом столбце (ряду) за K.

Тогда получим следующее:

20		$K-33$
$K-36$	17	
16		$K-37$

, так как третье слагаемое можно найти, вычитая из суммы два других.

Тогда число, находящееся в пустой клетке вверху равно:

$K - 20 - (K-33) = -20 + 33 = 13$

20	13	$K-33$
$K-36$	17	
16		$K-37$

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440189

Аналогично найдем числа в других пустых клетках:

$x-17-(x-36)=-17+36=19$

$x-16-(x-37)=37-16=21$

20	13	x-33
x-36	17	19
16	21	x-37

Таким образом, сумма в любом столбце равна $13+17+21=51$

Найдем оставшиеся числа

$51-36=15$ $\quad 51-33=18$ $\quad 51-37=14$

Ответ:

20	13	18
15	17	19
16	21	14

+

№3

$\frac{a_1+\ldots+a_9+a_{10}}{10}=20$

То есть, сумма чисел равна $20\cdot 10=200$

$\frac{a_1+a_2+\ldots+a_9}{9}\geq 17$ Их сумма $\geq 17\cdot 9$ ≥ 153

Значит, десятое число $a_{10}\leq 47$ ($200-153=47$, если взять минимальную сумму других девяти чисел)

Тогда сумма с числом 47 тоже должна удовлетворять условию

$a_1+a_2..+a_8+47\geq 153$

$a_1+\ldots+a_8\geq 106$

±

Если сумма $a_1+\ldots+a_8$ равна 106, то получим $a_9=47$, $a_{10}=$ но числа должны быть различными, т.е. не удовл. условию

Таким образом, сумма 8 чисел равна 107, $a_9=46$

Среди этих чисел не может быть чисел, больших, чем 47, поскольку иначе сумма других девяти будет меньше 153 ($105+47=152<153$) (или сумма всех десяти не будет равна 200), что будет противоречить условию

Ответ: 47, нет примера $a_{max}=47$. (может быть $a_{max}<47$)

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№4

440189

$$x_n = \frac{n+2}{n x_{n-1}} \qquad x_1 = 1$$

$$x_2 = \frac{2+2}{2\cdot 1} = 2 \qquad x_4 = \frac{6}{4\cdot\left(\frac{5}{3\cdot 2}\right)}$$

$$x_3 = \frac{3+2}{3\cdot 2} = \frac{5}{3\cdot 2} \qquad x_5 = \frac{7}{5\cdot\left(\frac{6}{\frac{4\cdot 5}{3\cdot 2}}\right)}$$

То есть, в числителе при перемножении всех чисел получим $\frac{2019!}{2\cdot 3}$

В знаменателе один из множителей равен n, т.е. будет 2017!

~~Итого останется~~ $\cancel{\frac{2019!}{2\cdot 3\cdot x_1\cdot x_2 \cdots x_{2017}}}$

$$x_{2017} = \frac{2019}{2017\cdot\left(\frac{2018}{\frac{2016\cdot 2017}{\frac{2015\cdot 2014}{\frac{2013\cdot 2012}{\frac{\cdots}{3\cdot 2}}}}}\right)}$$

$$x_{2016} = \frac{2018}{\frac{2018\cdot 2017}{\frac{2015\cdot 2014}{\frac{\cdots}{3\cdot 2}}}}$$

$$\frac{2019\cdot\cancel{2018}}{\frac{(2017\cdot\cancel{2018})\cdot\cancel{(2016\cdot 2017)}}{\frac{\cancel{(2016\cdot 2017)}\,\cancel{(2015\cdot 2014)}}{\frac{(\cancel{2015\cdot 2014})\,(2013\cdot 2012)}{\cdots}}}}$$

То есть, данная дробь сокращается, если перемножить эти числа, останется только $\frac{2019}{2017}$ из числителя

2017 сократится, т.к. при перемножении следующих пар останется $\frac{2017}{2015}$, и так далее. Дойдя до конца, получим $x_2\cdot x_3 = \frac{4\cdot 5}{2\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = \frac{5}{3}$.

То есть, произведением всех чисел будет число $2019\cdot\frac{5}{3}$ $\frac{2019}{3} = 3365$

Ответ: ~~3368~~

$$\frac{\cancel{5}}{3}\cdot\frac{\cancel{7}}{\cancel{5}}\cdot\frac{\cancel{9}}{\cancel{7}}\cdots\frac{2019}{\cancel{2017}} = \frac{2019}{3}$$

$\frac{+}{2}$

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440189

Аналогично найдем числа в других пустых клетках:

$x-17-(x-36)=-17+36=19$

$x-16-(x-37)=37-16=21$

20	13	x-33
x-36	17	19
16	21	x-37

Таким образом, сумма в любом столбце равна $13+17+21=51$

Найдем оставшиеся числа

$51-36=15$ $51-33=18$ $51-37=14$

Ответ:

20	13	18
15	17	19
16	21	14

+

№3

$\frac{a_1+...+a_9+a_{10}}{10}=20$

То есть, сумма чисел равна $20\cdot10=200$

$\frac{a_1+a_2+...+a_9}{9}\geq17$ Их сумма $\geq17\cdot9$ ≥153

Значит, десятое число ~~равно~~ $a_{10}\leq47$ ($200-153=47$, если взять минимальную сумму других девяти чисел)

Тогда сумма с числом 47 тоже должна удовлетворять условию

$a_1+a_2..+a_8+47\geq153$

$a_1+...+a_8\geq106$

Если сумма $a_1+...+a_8$ равна 106, то получим $a_9=47$, но числа должны быть различными, т.е. не удовл. условию

Таким образом, сумма 8 чисел равна ~~106~~ 107, $a_9=46$

Среди этих чисел не может быть чисел, больших, чем 47, поскольку иначе сумма других девяти будет меньше 153 $(105+47=152<153)$ (или сумма всех десяти не будет равна 200), что будет противоречить условию

Ответ: 47, нет примера $a_{max}=47$. (может быть $a_{max}<47$)

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№4

440189

$x_n = \frac{n+2}{n x_{n-1}}$ $\quad x_1 = 1$

$x_2 = \frac{2+2}{2 \cdot 1} = 2$ $\quad x_4 = \frac{6}{4 \cdot \left(\frac{5}{3 \cdot 2}\right)}$

$x_3 = \frac{3+2}{3 \cdot 2} = \frac{5}{3 \cdot 2}$ $\quad x_5 = \frac{7}{5 \cdot \left(\frac{6}{\frac{4 \cdot 5}{3 \cdot 2}}\right)}$

(То есть, в числителе при перемножении всех чисел получим $\frac{2019!}{2 \cdot 3}$
В знаменателе один из множителей равен n, т.е. будет 2017!

(~~Итого останется~~ (~~$\frac{2018 \cdot 2019}{2 \cdot 3 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_{2017}}$~~))

$x_{2017} = \frac{2019}{2017 \cdot \left(\frac{2018}{\frac{2016 \cdot 2017}{\frac{2015 \cdot 2014}{\frac{2013 \cdot 2012}{\frac{\ldots}{3 \cdot 2}}}}}\right)}$

$\frac{2019 \cdot \cancel{2018}}{\frac{(2017 \cdot \cancel{2018}) \cdot (\cancel{2016 \cdot 2017})}{\frac{(\cancel{2016 \cdot 2017}) (\cancel{2015 \cdot 2014})}{\frac{(\cancel{2015 \cdot 2014}) (2013 \cdot 2012)}{\ldots}}}}$

$x_{2016} = \frac{2018}{\frac{2018 \cdot 2017}{\frac{2015 \cdot 2014}{\frac{\ldots}{3 \cdot 2}}}}$

То есть, данная дробь сокращается, если перемножить эти числа, останется только $\frac{2019}{2017}$ из числителя

2017 сократится, т.к. при перемножении следующих пар останется $\frac{2017}{2015}$, и так далее. Дойдя до конца, получим $x_2 \cdot x_3 = \frac{4 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{5}{3}$.
То есть, произведением всех чисел будет число $2019 \cdot \frac{5}{3}$ ~~?~~ $= \cancel{3365}$

Ответ: ~~3365~~

$\frac{\cancel{5}}{3} \cdot \frac{\cancel{7}}{\cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{9}}{\cancel{7}} \cdot \ldots \cdot \frac{2019}{\cancel{2017}} = \frac{2019}{3}$

$\frac{+}{2}$

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 440129

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	10	0	10	12	0	7	0	16
Сумма баллов (оценка)	55							

Члены жюри:

[signature]	Банин В.Г.
Подпись	Фамилия И.О.
[signature]	Маевский Е.В.
Подпись	Фамилия И.О.
[signature]	Фенин В.Г.
Подпись	Фамилия И.О.

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание-финансист!»

ПО МАТЕМАТИКЕ 11 класс

Заключительный (очный) этап 2016/2017 учебный год

440129

Код участника

Вариант I

Задание 1. (10 баллов)

Сколько существует натуральных чисел n таких, что уравнение $nx-12=3n$ имеет целочисленное решение.

Задание 2. (10 баллов)

Ниже нарисован магический квадрат, в котором некоторые числа отсутствуют.

$16+17=23$, $+15$, 30 $\quad 20+16=36 \quad 20+17=37$

20 | | 15
11 | 17 |
16 | | 12

20		
	17	
16		

Восстановите данный магический квадрат.

(В магическом квадрате суммы чисел, стоящих в каждой строке, в каждом столбце и на диагоналях, равны).

Задание 3. (12 баллов)

Среднее арифметическое десяти различных натуральных чисел равно 20, а среднее арифметическое любых девяти из этих чисел не меньше 17. Найдите максимально возможное значение наибольшего из этих чисел.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ 440129

№ 1

$n=1$; $n=2$; $n=3$; $n=4$; $n=6$; $n=12$

Ответ: существует 6 натуральных чисел. +

№ 3

$$\frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9+x_{10}}{10}=20$$

Пусть x_{10} - наибольшее число, то среднее арифметическое других чисел не меньше 17, тогда

$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9=153$

Т.к. $(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9+x_{10}=200)$ и $(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9)=153$, то $x_{10}=200-153$

$x_{10}=47$

Ответ: ~~Вз~~ 47 - максимально возможное наибольшее число

±

Существует ли такой набор при $x_i = 47$? (такая последовательность чисел)

№4.

Ответ: 673 Пояснение: При умножении чисел получалось x_2, числитель числа и знаменатель взаимноуничтожаются; у чисел с n нечетным числитель равен $(n+2)$.

+

№5.

Ответ: ~~6666~~ 9565

Проверка: $6666:100\cdot5=333{,}3$

$6666:100\cdot15=999{,}9$

−

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№6.

$f(f(0))=0$

$f(1)=0$

$f(f(-1+2)+2)=-1$

$f(0+2)=-1$

$f(2)=-1$

$f(f(-2+2)+2)=-2$

$f(f(0)+2)=-2$

$f(3)=-2$

~~+~~ +/2

Ответ: $f(2017)=-2016$

№ ~~7~~ 8

a) Первый игрок обладает стратегией, которая позволит ему выиграть. Согласно ей, для победы он должен на своем 1-ом ходу выложить 2 монеты, в последующие ходы класть 2 монеты, если его соперник до этого положил 3 монеты, или 3 монеты, если его соперник выложил 2 монеты.

b) Первым ходом игрок должен положить 2 монеты. Вероятность равна 1, при условии, что игрок будет следовать стратегии из пункта a.

+

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 440144

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	5	10	10	12	~~7~~ 2	7	3	16
Сумма баллов (оценка)	65							

Члены жюри:

Подпись	Маевский Е.Н. Фамилия И.О.
Подпись	В.Б. Шеин Фамилия И.О.
Подпись	Гребенщиков Ю.Б. Фамилия И.О.

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание-финансист!»

ПО МАТЕМАТИКЕ 11 класс

Заключительный (очный) этап
2016/2017 учебный год

440144

Код участника

Вариант I

Задание 1. (10 баллов)

Сколько существует натуральных чисел n таких, что уравнение $nx - 12 = 3n$ имеет целочисленное решение.

Задание 2. (10 баллов)

Ниже нарисован магический квадрат, в котором некоторые числа отсутствуют.

20	13	$x+3$
x	17	
16		

$20+x+3+a=36+x$

$36-23=a=13$

$33+x+3=20+17+b$

$b=36-20-17-x$

$37+a=33+\_\_=$

Восстановите данный магический квадрат.

(В магическом квадрате суммы чисел, стоящих в каждой строке, в каждом столбце и на диагоналях, равны).

Задание 3. (12 баллов)

Среднее арифметическое десяти различных натуральных чисел равно 20, а среднее арифметическое любых девяти из этих чисел не меньше 17. Найдите максимально возможное значение наибольшего из этих чисел.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440144

Задание 1.

n - ? для $x \in$ целому

$nx - 12 = 3n$

$n > 0$!

1) $n \neq 0 \Rightarrow x - \frac{12}{n} = 3 \Leftrightarrow x = 3 + \frac{12}{n} \Rightarrow$ $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4; \pm 6; \pm 12,$

т.е. $12 \vdots n \Rightarrow$ существуют 12 значений n.

Ответ: 12.

+/2

Задание 2.

1)

20		
	17	
16		

$20 + 17 + x = 16 + 17 + y = 20 + 16 + z$

$37 + x = 33 + y = 36 + z$, тогда

$y = x + 4$

$z = x + 1$, получим:

20	e	x+4
x+1	17	
16	c	x

2) $16 + x + c = 20 + 17 + x \Leftrightarrow c = 21$

3) $21 + 17 + e = 20 + 17 + x \Leftrightarrow x = e + 1$, получим:

20	e	e+5
e+2	17	d
16	21	e+1

4) $17 + e + 2 + d = 16 + 21 + e + 1 = d + e + 5 + e + 1$

$d = 38 - 19 = 19$

$e = 32 - 19 = 13$. Достроим магический квадрат.

Ответ:

20	13	18
15	17	19
16	21	14

+

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440144

~~Задание 3:~~

Задание 6:

$f(f(x))=x$; $f(f(x+2)+2)=x$; $f(0)=1$; $f(2017)-?$

1) $f(x)=f(x+2)+2$ ~~$=x$~~ откуда?

2) $f(2017)=a$ =>

$\begin{cases} 2017=f(x) \\ 2017=f(x+2)+2 \Rightarrow f(x+2)=2015 \end{cases}$ => $f(x)-f(x+2)=2$ =>

~~Пусть $x\neq 2$~~ = $\left[\begin{array}{l} f(x) \\ f(x+2)+2 \end{array}\right.$ ⇏

=> $\begin{cases} f(1)=f(5)=\ldots=0 \\ f(3)=f(7)=\ldots=-2 \end{cases}$?! => $f(2017)=f(1)=0.$

Ответ: 0

+/2

Задание 7.

Дано:

ΔABC - прав.

$AB=2$

$K\in AC$

$N\in l$, где

l - прямая, $l\parallel AC$

$B\in l$

$AK=2$; $BN=1$

$L\in AB$

$M\in BC$

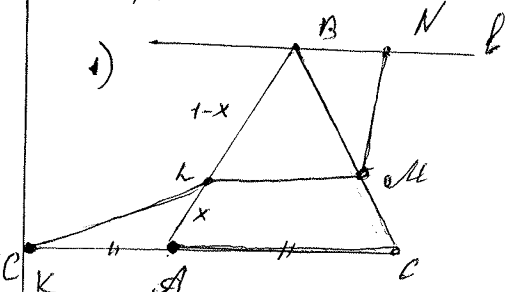
$LM\parallel AC$

$|AN|>|CN|$

$|KL|+|MN|$ -?

Решение:

1)



Пусть $\frac{BL}{AL}=\frac{BM}{MC}=\frac{1-x}{x}$, где $x>0$, $x<1$.

2) $\angle LAK=120^\circ$ (как смежный с углом в 60°).

$(KL)=\sqrt{(x\cdot 2)^2+4-2\cdot 2x\cdot 4\cdot(-\frac{1}{2})}=2\sqrt{x^2+x+1}$ (из т. cos)

3) $l\parallel AC$; $\angle ABC=60^\circ$ => $\angle MBN=60^\circ$.

$|MN|=\sqrt{1+(1-x)^2\cdot 4-2\cdot\frac{1}{2}\cdot 2(1-x)\cdot 1}=\sqrt{4x^2-6x+3}$ (из т. cos)

4) $y=x^2+x+1$; $x_в=-\frac{1}{2}$ (минус)

$y=4x^2-6x+3$; $x_в=\frac{3}{4}$, $y_2=\frac{3}{4}$ => $y_1=\frac{37}{16}$.

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

Одна сторона (KL) не может достичь своего мин.
Вторая сторона минимальна (MN) при $x = \frac{3}{4}$.
Длины не могут быть нулями, значит

$$|KL| + |MN|\ \min = 2\frac{\sqrt{37}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{37}}{2}.$$

Отв: $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{37}}{2}$.

№ 7.8.

а) Выигрышной стратегией обладает первый игрок. Для доказательства рассмотрим неполное дерево игры, оформленное в виде таблицы.

Выигр. ход Iого	Ходы IIого	Выигр. ход I	Ходы II	Выигр. х. I	Ходы II	
2	4	7	9	11	13	Ходом +3 выигр. Iого
					14	Ходом +2 выигр. Iого
			10	12	14	Ходом +2 выиграет Iый
					15	(будет положена 16ая и 17ая монеты)
	5	7	см. выше			

+

Таким образом, из таблицы видно, что у первого выигрышная стратегия.

в) Ход „+2" (см. выше объяснение).
Если первый будет следовать выигрышной стратегии, то вероятность = 100%.

Отв. а) первый в) +2; 100%

+

Задание 3.

1) $Ср.ар_{10} = 20 \Rightarrow \frac{S_{10}}{10} = 20 \Rightarrow S_{10} = 200.$

2) $Ср.ар._9 \geq 17.$

Пусть будут взяты 9 чисел, не включая максимального, тогда $S_9 \geq 17 \cdot 9$

$S_9 \geq 153$. Если мы будет увеличивать среднее арифметическое, то увеличится и сумма, тогда значение последнего числа не будет максимально, значит S_9 без макс. $= 153 \Rightarrow$ макс. число $= 200 - 153 = \underline{\underline{47}}$.

Ответ: 47.

±

Задача 4.

$x_n = \frac{n+2}{n \cdot x_{n-1}}$, $x_1 = 1$; $n \geq 2$. $x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_{2017}$ – ?

$x_2 \cdot x_3 = x_2 \cdot \frac{n+2}{n \cdot x_2} = \frac{n+2}{n} = \frac{3+2}{3}$, пусть $a = 3$, тогда

$x_2 \cdot x_3 = \frac{a+2}{a \cdot x_2} \cdot x_2 = \frac{a+2}{a}$; $x_4 \cdot x_5 = x_4 \cdot \frac{(a+2)+2}{(a+2)x_4} = \frac{a+4}{a+2}$, тогда наше произведение преобретает вид:

$x_1 \cdot \frac{\cancel{a+2}}{a} \cdot \frac{\cancel{a+4}}{\cancel{a+2}} \cdot \frac{a+6}{\cancel{a+4}} \cdot \ldots \cdot \frac{a+2016}{a+2014} = x_1 \cdot \frac{a+2016}{a} = \underline{1} \cdot \frac{3+2016}{3} =$

$= 1 + 672 = \underline{673}$ Ответ: 673

+

Задача 5.

Пусть у Сергея было n банкнот по 1000 рублей, а чек ему принесли на сумму S руб, тогда он думал заплатить сумму P, причём $1{,}05S \leq P \leq 1{,}15S$, значит

$$1{,}05S \leq 1000n \leq 1{,}15S, \text{ причём } n \in N, \text{ тогда}$$

$$\frac{1{,}05S}{1000} \leq n \leq \frac{1{,}15S}{1000}.$$

Чем больше сумма на чеке, тем больше купюр отдаст Сергей, тогда возьмём только правую часть неравенства. $n \leq \frac{1{,}15S}{1000}$.

Чтобы у Сергея не получилось оплатить чек с учётом чаевых, нужно: $\frac{1{,}15S}{1000} - \frac{1{,}05S}{1000} < 1 \Leftrightarrow \frac{\cancel{1{,}1S}}{\cancel{1000}} < 1 \Leftrightarrow S < \frac{10000}{11}$, ошибка

тогда максимальное $\underline{S = 909\frac{1}{11} \text{ руб.}}$ Ответ: 909 руб

∓

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 440134

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	10	10	10	12	~~7~~ 2	0	7	14
Сумма баллов (оценка)	65							

Члены жюри:

Подпись	Банин В.Г. Фамилия И.О.
Подпись	В.Б. [illegible] Фамилия И.О.
Подпись	Орел Д.Е. Фамилия И.О.

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание-финансист!»

ПО МАТЕМАТИКЕ 11 класс

Заключительный (очный) этап
2016/2017 учебный год

440134

Код участника

$n = 1, 2, 3, 4, 6, 12$

Вариант I

$nx - 3n = 12$

$n(x-3) = 12$

$x - 3 = \frac{12}{n}$

Задание 1. (10 баллов)

Сколько существует натуральных чисел n таких, что уравнение $nx - 12 = 3n$ имеет целочисленное решение.

Задание 2. (10 баллов)

Ниже нарисован магический квадрат, в котором некоторые числа отсутствуют.

20		
	17	
16		

Восстановите данный магический квадрат.

(В магическом квадрате суммы чисел, стоящих в каждой строке, в каждом столбце и на диагоналях, равны).

Задание 3. (12 баллов)

Среднее арифметическое десяти различных натуральных чисел равно 20, а среднее арифметическое любых девяти из этих чисел не меньше 17. Найдите максимально возможное значение наибольшего из этих чисел.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440134

№1.

$n \cdot x - 12 = 3n$

$n(x-3) = 12$

$x - 3 = \frac{12}{n}$, т.к. x – целое, а n – натур, то ~~...~~

при $n = 1 \Rightarrow x = 15$

$n = 2 \Rightarrow x = 9$

$n = 3 \Rightarrow x = 7$

$n = 4 \Rightarrow x = 6$

$n = 5 \Rightarrow x$ – не целое

$n = 6 \Rightarrow x = 5$

$n =$ от 7 до 11 $\Rightarrow x$ – не целое

$n = 12 \Rightarrow x = 4$ (чтобы x был цел. необход. чтобы $12 : n = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow n = 1; 2; 3; 4; 6; 12 \Rightarrow$ Ответ: сущ-ет 6 чисел n.

+

№2.

Составим систему ур-й:

20		x
z	17	
16		y

$20 + 16 + z$ $\quad z + 17 = x + y =$

$16 + 17 + z$

$20 + 17 + y$ $\Rightarrow 16 + 17 + x = 20 + 17 + y \Rightarrow y = x - 4$

$20 + 18 + z = 16 + 17 + z \Rightarrow x = 3 + z \Rightarrow y = z - 1$

получим, что $z + 17 = 2z + 2 \Rightarrow z = 15 \Rightarrow x = 18 \Rightarrow y = 14$, тогда восстановим маг. квадрат:

20	13	18
15	17	19
16	21	14

+

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440134

№ 8.

а) Рассмотрим страт-ю 1-го игрока для каждого хода 1-ого:

I) Если 1-ый выкладывает 3 монеты вначале:

1 1 1 2 2 2 ___ ___ ___ ___

1 1 2 2 2 1 1 1 2 2

1 1 1 2 2 1 1 2 2 2

, когда 2-ой тоже кладёт 3 монеты

1) Затем если 1-ый кладёт 2-го, 2-ой кладёт 3-мон и выигрыв. вне завис-ти от хода 1-ого.

2) если же во 2-й ход 1-ый кладёт 3 монеты, то 2-й кладёт 2 и снова выигр. вне завис-ти от хода 1-ого

~~II~~

~~1 1 ___ ___ ___~~

~~если 1-ый выкладывает 2 монеты вначале, то 2-ой тоже выложит 2 монеты~~

II Делаем вывод, что если ~~он~~ 1-ый выклад-ет вначале 3 мон. - то при прав-ой игре 2-ого, 1-ый проиг-рает не завис. от ~~всех~~ ходов.

Тогда 1-ому выгодно ~~ложить~~ класть вначале 2 монеты.

1 1 ___ ___ ___ ___

1) если 2-ой клад. 2 монеты, то 1-ый затем кладёт 3 монеты,

2 2 1 1 1 ___ ___ ___

а) если затем 2-ой кладёт 2 монеты, то 1-ый кладёт 3 мон. и выигрывает 2 2 1 1 1 2 2 1 1 / 2 2 2 1

б) если затем 2-ой кладёт 3 монеты, то 1 ый кладёт 2 монеты и выигрывает. 2 2 2 1 1 2 2 1 1 / 2 2 2 1

2) если 2-ой клад. 3 монеты, то 1ый затем кладёт 2 монеты.

2 2 2 1 1 ___ ___ ___, затем возникают ситуации аналогичные пунктам а) и б), в которых стратегия 1-ого игрока аналогична. Получаем, что 1-ый игрок обладает выигрышной стратегией позвол-щей выиграть всегда.

+

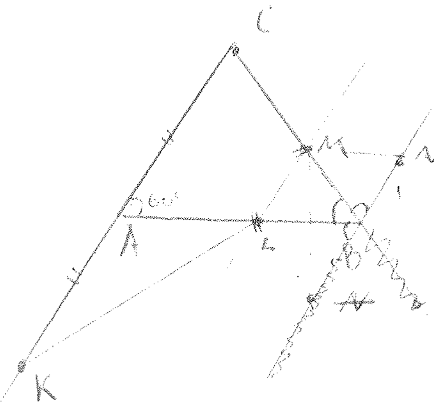
Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№ 7.

440134



1) Рассмотрим $\triangle KAL$

$\angle KAL = 120°$ (т.к. смежный с $\angle CAL = 60°$)

$AK = 2$; $AL = 2 - x$ ($x = LB$), тогда

Th cos:

$KL^2 = 4 + (2-x)^2 - 2\cdot 2(2-x)\cos 120° =$

$= 8 - 4x + x^2 - 4(2-x)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) =$

$= 8 - 4x + x^2 + 4 - 2x = 12 - 4x + x^2$

2) Рассмотрим $\triangle MNB$:

$MB = LB = x$ (т.к. $ML \parallel CA$, $\angle B$ - общий $\Rightarrow \triangle BAC \sim \triangle BLM \Rightarrow BLM$ - равносторонний $\triangle$)

$BN = 1$, $\angle$ ~~$MBN = 120°$~~, ~~т.к. $BN \parallel ML$ и $ABC = 60°$), тогда по Th cos~~

~~$MN^2 = x^2 + 1 - 2x\cos 120° = x^2 + 1 + x$~~.

$\angle MBN = 60°$. $\Rightarrow$ по Th cos: $MN^2 = x^2 + 1 - 2x\cos 60° = x^2 + 1 - x$

$MN + KL = \sqrt{12 - 4x + x^2} + \sqrt{x^2 + 1 - x} \to \min$

$f' = \dfrac{1}{2\sqrt{12 - 4x + x^2}} \cdot (-4 + 2x) + \dfrac{2x - 1}{2\sqrt{x^2 + 1 - x}} = \dfrac{2x - 4}{2\sqrt{12 - 4x + x^2}} + \dfrac{2x - 1}{2\sqrt{x^2 + 1 - x}}$

Заметим, что

$MN + KL$ - минимально при $x =$ ~~2: $\sqrt{12 - 4 + 1} + \sqrt{1 + 1 - 1}$~~

$\frac{+}{2}$

А дальше?

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

№4.

Распишем произвед-е: $x_1 x_2 x_3 \cdot \ldots \cdot x_{2016} x_{2017}$ как:

$\cancel{x_1 \cdot \frac{1}{1}}$ $\cancel{x_2}$ $1 \cdot x_2 \cdot \frac{5}{3x_2} \cdot x_4 \cdot \frac{7}{5x_4} \cdot x_6 \cdot \frac{9}{7x_6} \cdot \ldots \cdot$

$\cdot\ x_{2014} \cdot \frac{2017}{2015\,x_{2014}} \cdot x_{2016} \cdot \frac{2019}{2017\,x_{2016}}$, после сокращения

она будет равно $\frac{1}{3} \cdot 2019 = 673$.

+

В) первый ход 1-ый игрок должен сделать, положив 2 монеты (т.к. если он полож. 3, то 2-ой может выиграть при любом ходе 1-ого. Это доказыв-ся в предыдущем пункте). (+)

~~Рассмотрим возможные вар-ты развития игры.~~

- Не понятно, 1-ый выигрывает всегда или нет.

не дана ~~Какова~~ вероятность выигрыша

~~1~~	~~2~~	~~2~~	~~1~~	~~1~~	~~2~~	~~2~~	~~1~~	~~1~~	~~2~~	~~2~~	~~1~~	~~1~~	~~2~~	~~2~~	
~~1~~	~~1~~	~~2~~	~~2~~	~~1~~	~~1~~	~~2~~	~~2~~	~~1~~	~~1~~	~~2~~	~~2~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~2~~
~~1~~	~~1~~	~~2~~	~~2~~	~~1~~	~~1~~	~~2~~	~~2~~	~~1~~	~~1~~	~~2~~	~~2~~				

12/2

№3

Пусть a_1 - самое маленькое из этих чисел, а a_{10} - самое большое, и от a_1 до a_{10} числа располож. в пор-ке возраст-я

Тогда:

$$\frac{a_1+a_2+a_3...+a_{10}}{10}=20 \Rightarrow a_1+a_2+a_3+...+a_{10}=200$$

±

$$\frac{a_1+a_2+a_3+...+a_9}{9}=17$$

(наименьшее ~~самое малое~~ знач-е ср.арифм. принимает когда в него не входит самый больш. член (a_{10})

$$\begin{cases} (1)\ a_1+a_2+a_3+...+a_9=153 \\ (2)\ a_1+a_2+...+a_{10}=200 \end{cases}$$

вычтем из 1-ого ур-я первое:

$a_{10}=200-153=47$. Ответ: 47

№5.

Пусть счёт Серёжи $= x$, тогда

$$\begin{cases} x > 20.000n \\ x < \frac{(n+1)20.000}{3} \end{cases} \Rightarrow$$

неверно

$$\begin{cases} 0,05x > n\cdot 1000 \\ 0,15x \leq (n+1)1000 \end{cases}$$, где n-кол-во купюр по 1000 руб.

$$\begin{cases} 3x > 60.000n \\ 3x < 20.000 + 20.000n \end{cases}$$

$$20.000n < \frac{(n+1)20.000}{3}$$

$$60.000n < 20.000n + 20.000$$

$$40.000n < 20.000 \Rightarrow n < \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$x < 10.000 \Rightarrow \begin{matrix} 0,15x < 1500 \\ 0,05x < 500 \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{x}\ 0,15x < 1000 \Rightarrow x < \frac{20.000}{3} \approx 6.667$$

надо, чтобы общая сумма набиралась купюрами по 1000

∓

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

Шифр **430260**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

на заключительном этапе

Всероссийской олимпиады школьников

«Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!»

(математика)

[illegible]
(Фамилия, имя, отчество участника в именительном падеже)

учащегося 11 Б **класса**
(Цифрами и прописью)

дата рождения [illegible]
(дд.мм.гггг)

[illegible]
(Полное наименование образовательной организации)

[illegible]
(Населенный пункт, субъект РФ/иностранное государство)

Вариант № II (второй)
(Цифрами и прописью)

(Подпись участника)

Барнаул-Брянск-Бузулук-Благовещенск-Владикавказ-Владимир-Калуга-Канаш-Краснодар-Красноярск-Курск-Липецк-Махачкала-Москва-Новороссийск-Омск-Орел-Пенза-Пермь-Самара-Санкт-Петербург-Смоленск-Сургут-Тула-Уфа-Челябинск-Ярославль

02 февраля 2017 года

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 430260

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	10	10	10	10	0	0	0	12
Сумма баллов (оценка)	52							

Члены жюри:

Подпись — Банин В.Т. (Фамилия И.О.)

Подпись — Кочерова А.С. (Фамилия И.О.)

Подпись — Фенин В.Т. (Фамилия И.О.)

Чистовик

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЁ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

430260

Задание № 4

$$x_n = \frac{n}{(n-2)\cdot x_{n-1}} \qquad n \geq 3$$

$x_1, x_2, x_3 \ldots x_{2017}$ $\quad x_1 = 1 \quad x_2 = 2$

$$x_3 = \frac{3}{(3-2)\cdot 2} = \frac{3}{2}$$

$$x_4 = \frac{4}{(4-2)\cdot\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}$$

$$x_5 = \frac{5}{(5-2)\cdot\frac{4}{3}} = \frac{5}{4}.$$

±

У нас получается

$$1\cdot\frac{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdots 2016\cdot 2017}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdots 2016} = 2017$$

Ответ 2017.

почему так всегда будет?

Задание № 5.

Сергей сможет выиграть [illegible] 1 или [illegible] случае, если

он угадает [illegible] сумму [illegible] 1000,

[illegible] 10000 [illegible] 9 ($10^?$ [illegible])

[illegible] (0, [illegible]),

в остальных случаях он сможет [illegible] проиграть

Невозможно угадать минимальную сумму, которую он сможет отыграть, потому что например

сумму 923546529 - он не отыграет.

В том числе [illegible] [illegible], он удвоит сумму [illegible] 1000.

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

Участник

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

430260

Задание № 1

$nx + 18 = 5n$

$n(x-5) = 18$

делители 18

$n \begin{cases} -1 & 18 \\ -2 & 9 \\ -3 & 6 \\ -6 & 3 \\ -9 & 2 \\ -18 & 1 \end{cases}$ подходит

$n \begin{cases} 1 & (-18) \\ 2 & (-9) \\ 3 & (-6) \\ 6 & (-3) \\ 9 & (-2) \\ 18 & (-1) \end{cases}$ не подходят

Ответ: все в натуральных числах n +

Задание № 2.

Ответ

20	5	26
23	17	11
8	29	14

$28 + x$

$17 + m + k$

$z + n + y$

$8 + k + y$

$17 + n + x$

$20 + m + z$

$36 + z$

$37 + y$

I.

20	m	z
x	17	n
8	k	y

II

20	5	z
23	17	11
8	29	y

I. $\overset{6}{m} + \overset{29}{k} = \overset{11}{n} + x \Rightarrow x = 23$

1) $8 + k + y = 37 + y$

$\underline{k = 29}$

2) $28 + x = 17 + n + x$

$\underline{11 = n}$

3) $36 + z = 20 + m + z$

$\underline{m = 6}$

II. $5 + 17 + 29 = 51$

1) $y = 51 - 29 - 8$

$\underline{y = 14}$

2) $z = 51 - 5 - 20$

$\underline{z = 26}$

+

Задание № 3

Необходимо взять минимальные 9 чисел, ср. ар. у которых 15

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 сумма 135 ($15 \cdot 9$)

Сумма всех 10-ти чисел $= 21 \cdot 10 = 210$

Искомое число $= 210 - 135 = 75$.

Ответ: 75

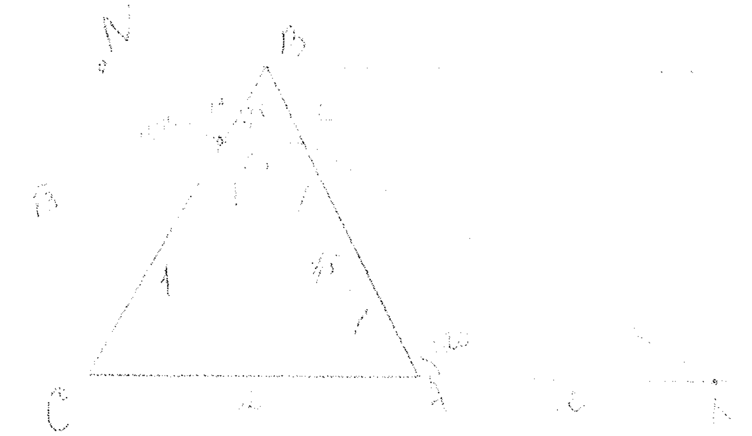
±

Почему ~~мень~~ больше нельзя?

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

430260

Задание №7



$NM = \sqrt{0{,}75} = 1 - (2-x)^2 = 3x^2$ $\qquad$ $CK^2 = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$

$x = 1{,}5$

$KL^2 = AL^2 + AK^2 - 2\cos\hat{A} = 4{,}75 + 4 - 2(-\tfrac{1}{2}) = 7{,}75$

$KL = \sqrt{7{,}75}$

$NM' = \sqrt{0{,}75^2 + 0{,}5^2} = \sqrt{\cancel{\quad}} = 1$

$KL' = \sqrt{1 + 1 + 4} = \sqrt{6}$

Сумма наших сумм $= \sqrt{0{,}75} + \sqrt{7{,}75}$

неверно!

Чистовик

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

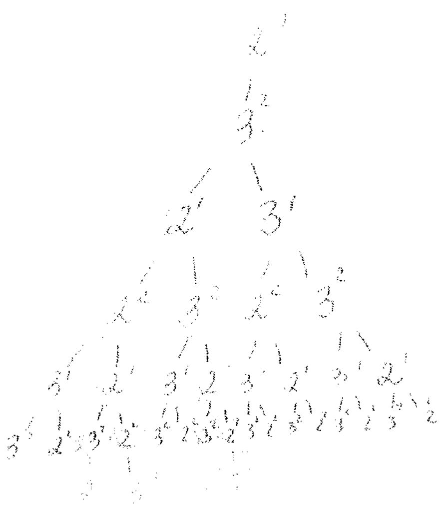
ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

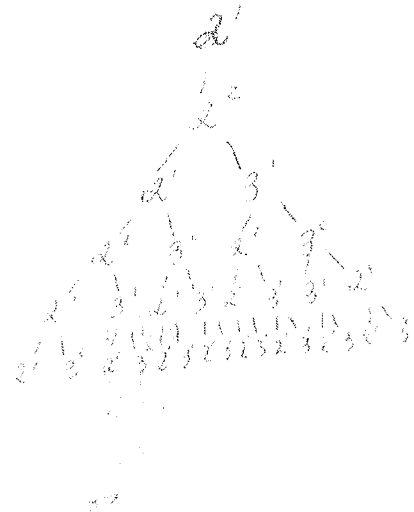
430260

Задание №5

а) Выигрывает второй игрок №2

Стратегия





При любых ходах 2 побеждает первого

б) Для того, чтобы победить игроку нужно начать с 2-ух ...

Задание №6

$f(0) = 1$

$f(f(0)) = 0$

$f(1) = 0$

$f(f(0) + 2) = -2$

$f(3) = -2$

$f(f(2014) + 2) = 2015$

$f(2) = f(3) - f(1) = -2 - 0$

$f(f(2017)) - 2 = 2015$

$f(f(2017)) = 2014$

$f(f(2015) + 2) = 2018$

$f(2019 + 2) =$

$f(3) \quad f($

$f(2017) = f(3) - f(1) = 2$

$f(2014 + \ldots) = 2015$

$f(f(2019) - 2) = 2017$

$f(2019) - 2 = 2017$

Ответ: $f(2017) =$ [illegible] 2015

Неверно

3

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЁ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

430260

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

5

$X \cdot 1000$ — в [illegible] $y = (0{,}4 \cdot 0{,}15)^{\frac{m}{1000}} \cdot 100$

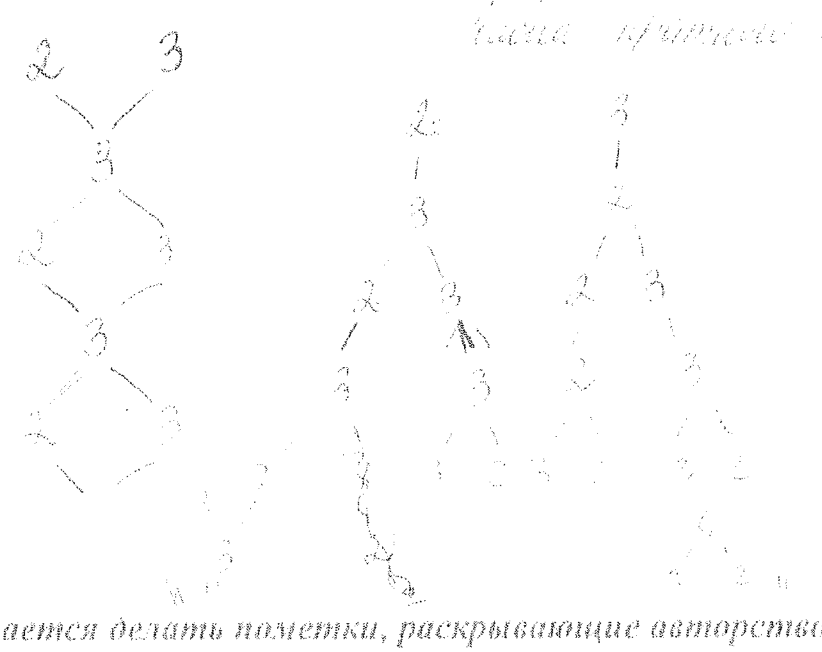
Если $y = 0$, то он сразу [illegible] цифру [illegible] $y \neq 0{,}4 \cdot 0{,}15^{\frac{m}{1000}}$ [illegible]
он [illegible] в любом случае
[illegible], поэтому $y = (\ldots)$

В остальных случаях [illegible] по [illegible] $\frac{m}{0{,}0004 \cdot 0{,}0015}$

Так же он [illegible]
[illegible] чем [illegible] 1000
и [illegible] цифры у которых [illegible]

Если не учитывать [illegible], то
и цифру $9\ 2\ 3\ 8\ 1\ 4\ 6\ 7\ 9\ 2\ 8\ 5$ — он [illegible]
[illegible], т.к. [illegible]
[illegible]

процент могут быть не [illegible]!



Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 440579

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	8	10	0	10 ~~0~~	0	7	0	16
Сумма баллов (оценка)	51							

Члены жюри:

Подпись	Банин В.Т. Фамилия И.О.
Подпись	Кочерова А.С. Фамилия И.О.
Подпись	Маевских Е.В. Фамилия И.О.

440579

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЁ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

[illegible]

есть!

±

[illegible]

Задание 2

[illegible]

440579

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

[illegible]

+

[illegible]

—

[illegible]

надо оплатить всю сумму тысячами, а не только чаевые

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

440579

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЯ. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Задание 9

[illegible]

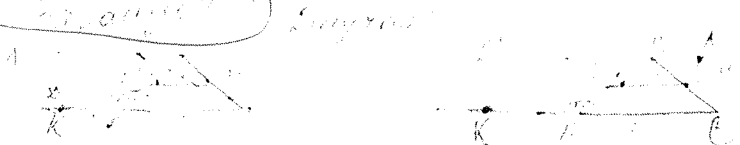
Почему?

±

неверно

Ответ [illegible]

Задание [illegible]



[illegible]

—

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

440579

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

? нет обоснования +/2

+

V

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 440132

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	10	8	10	12	0	0	3	12
Сумма баллов (оценка)	~~38~~ ~~45~~ 55							

Члены жюри:

Подпись — Банин В.Т.
Фамилия И.О.

Подпись — В.Б. Шаш
Фамилия И.О.

Подпись — Орел О.Е.
Фамилия И.О.

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание-финансист!»

ПО МАТЕМАТИКЕ 11 класс

Заключительный (очный) этап 2016/2017 учебный год

440132

Код участника

Вариант I

Задание 1. (10 баллов)

6 Сколько существует натуральных чисел n таких, что уравнение $nx-12=3n$ имеет целочисленное решение.

Задание 2. (10 баллов)

Ниже нарисован магический квадрат, в котором некоторые числа отсутствуют.

20	13	18
15	17	19
16	21	14

Восстановите данный магический квадрат.

(В магическом квадрате суммы чисел, стоящих в каждой строке, в каждом столбце и на диагоналях, равны).

Задание 3. (12 баллов)

47 Среднее арифметическое десяти различных натуральных чисел равно 20, а среднее арифметическое любых девяти из этих чисел не меньше 17. Найдите максимально возможное значение наибольшего из этих чисел.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№1

$nx - 12 = 3n$

$n(x-3) = 12$

$x - 3 = \frac{12}{n}$

$x = \frac{12}{n} + 3.$

$n=1$
$n=2$
$n=3$
$n=4$
$n=6$
$n=12$

делители числа 12.

+

440132

Существует 6 натуральных n таких, что уравнение $nx-12=3n$ имеет целочисленное решение.

$\boxed{\text{Ответ: 6}}$

№2

	1	2	3
a	20	13	18
в	15	17	19
c	16	21	14

У нас даны числа 20, 17, 16.
получается, что по одной диагонали:
$20 + 17 + x = n \Rightarrow 37 + x = n$
И по другой диагонали:
$16 + 17 + y = n \Rightarrow 33 + y = n$
(*) пусть в клетке а3 будет число y, а в клетке с3 будет число x.
А сумму чисел по диагоналям равна n.

получим: $37 + x = 33 + y$
$4 + x = y.$

подбираем числа, так, чтобы разница чисел в клетках а3 − с3 = 4. (Сумма в каждой строке, столбце и диагоналях равна: 51).
получим, что в клетке а3 число 18, в клетке с3 число 14.
Дальше расставляем числа и получаем такой квадрат:

Ответ:

20	13	18
15	17	19
16	21	14

+

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№4

440132

$x_n = \frac{n+2}{n \cdot x_{n-1}}$, $n \geq 2$. $x_1 = 1$. Найти: $x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_{2016} \cdot x_{2017}$.

$x_1 = 1$

$x_2 = \frac{4}{2 \cdot 1} = 2$

$x_3 = \frac{3+2}{3 \cdot 2} = \frac{5}{6}$

$x_4 = \frac{4+2}{4 \cdot \frac{5}{6}} = \frac{9}{5}$

$x_5 = \frac{5+2}{5 \cdot \frac{9}{5}} = \frac{7}{9}$

$x_6 = \frac{6+2}{6 \cdot \frac{7}{9}} = \frac{8 \cdot 3}{2 \cdot 7} = \frac{12}{7}$

$x_7 = \frac{7+2}{7 \cdot \frac{12}{7}} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

$x_8 = \frac{10}{8 \cdot \frac{3}{4}} = \frac{5}{3} = \frac{10}{6}$

$x_9 = \frac{11}{9 \cdot \frac{5}{3}} = \frac{11}{15}$

$x_{10} = \frac{12}{10 \cdot \frac{11}{15}} = \frac{18}{11}$

$x_{11} = \frac{13}{11 \cdot \frac{18}{11}} = \frac{13}{18}$

$x_{12} = \frac{14}{12 \cdot \frac{13}{18}} = \frac{7}{13}$

$x_{13} = \frac{15}{13 \cdot \frac{7}{13}} = \frac{15}{7}$

$x_{14} = \frac{16}{14 \cdot \frac{15}{7}} = \frac{8}{15}$

$x_{15} = \frac{17}{15 \cdot \frac{8}{15}} = \frac{17}{8}$

$x_{16} = \frac{18}{16 \cdot \frac{17}{8}} = \frac{9}{17}$

$x_{17} = \frac{19}{17 \cdot \frac{9}{17}} = \frac{19}{9}$

$x_{18} = \frac{20}{18 \cdot \frac{19}{9}} = \frac{10}{19}$

Так рассмотрим произведение:

$x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_{17} =$

$= 1 \cdot 2 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{12}{7} \cdot \frac{9}{12} \cdot \frac{10}{6} \cdot \frac{11}{15} \cdot \frac{18}{11} \cdot \frac{13}{18} \cdot \frac{7}{13} \cdot \frac{15}{7} \cdot \frac{8}{15} \cdot$

$\cdot \frac{17}{8} \cdot \frac{9}{17} \cdot \frac{19}{9} = \frac{2}{6} \cdot 19 = \frac{1}{3} \cdot 19 = \frac{19}{3}$.

- можно заметить, что у всех нечетных ($x_{нечет.}$) в числителе число, которое равно номеру этого $\underbrace{\quad}_{\text{числа} +2}$ $n+2$.

То есть, если x_5, то в числителе будет $5+2=7$. если x_7, то в числителе будет $7+2=9$ если x_{2017}, то в числителе будет $2017+2=2019$.

- Все сокращается, кроме последнего числителя. и также в начале остается $\frac{1}{3}$.

- следовательно, $x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_{2016} \cdot x_{2017} =$
$= \frac{1}{3} \cdot 2019 = 673$.

$\boxed{\text{Ответ: } 673}$

+

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440132

3) пусть LM будет средней линией в $\triangle ABC$, тогда: L - середина AB; M - середина NC.
$LA = LB = 1$; $NM = MC = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

В $\triangle KAL$ по т. косинусов:
$KL^2 = AL^2 + AK^2 - 2AL \cdot AK \cdot \cos\angle KAL$.
$\angle KAL = 180° - \angle BAC = 180° - 60° = 120°$. $\cos 120° = -\frac{1}{2}$.
$KL^2 = 1 + 4 + 2 \cdot 1 \cdot \cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} = 5 + 2 = 7 \Rightarrow KL = \sqrt{7}$.
$MN = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
$KL + MN = \sqrt{7} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

4) пусть LM будет находиться ближе к прямой AC.
Назовем прямую LM, как L'M' (чтобы не путаться).
Возьмем крайнее положение, когда (·)L' совпадает с (·) A, а (·) M' совпадает с (·) C.
Тогда: $AL' = 2$; $M'N = \sqrt{3}$.
$AL' + M'N = 2 + \sqrt{3}$.

5) Сравним $\sqrt{7} + \frac{\sqrt{3}}{2} \vee 2 + \sqrt{3}$.

$\cancel{7} + \frac{3}{4} + \frac{\cancel{2} \cdot \sqrt{7}\sqrt{3}}{\cancel{2}} \vee \cancel{4+3} + 4\sqrt{3}$

$\frac{3}{4} + \sqrt{21} \vee 4\sqrt{3}$

$\frac{9}{16} + 21 + \frac{\cancel{2} \cdot 3 \cdot \sqrt{21}}{\cancel{4}\,2} \vee 16 \cdot 3$.

$\frac{3\sqrt{21}}{2} \vee \frac{423}{16}$.

$\frac{9 \cdot 21}{4} < \frac{178929}{256}$

Из этого можно сделать вывод, что при приближении прямой ~~ML~~ к прямой AC, значение суммы MN + AL увеличивается.

ЧИСТОВИК

№6 $f(2017)=?$

$f(0)=1$; $f(f(x))=x$; $f(f(x+2)+2)=x$.

1) $f(f(0))=x$; $f(f(2)+2)=x$ $\Rightarrow$

440132

$f(f(0))=f(f(2)+2)$

$f(0)=f(2)+2$ нет обоснования

$f(2)-f(0)=-2$ (I)

2) $f(1)=x$; $f(f(x+2)+2)=x$ $\Rightarrow$

$f(1)=f(f(x+2)+2)$

$1=f(x+2)+2$ нет обоснования

$f(x+2)=-1$ (II)

при $x=0$: $f(2)=-1$.

$f(0)=1$.

3) $f(f(2017))=f(f(2019)+2)$

$f(2017)=f(2019)+2$.

если $x=2017$, то $x+2=2019$.

$f(x+2)=-1$.

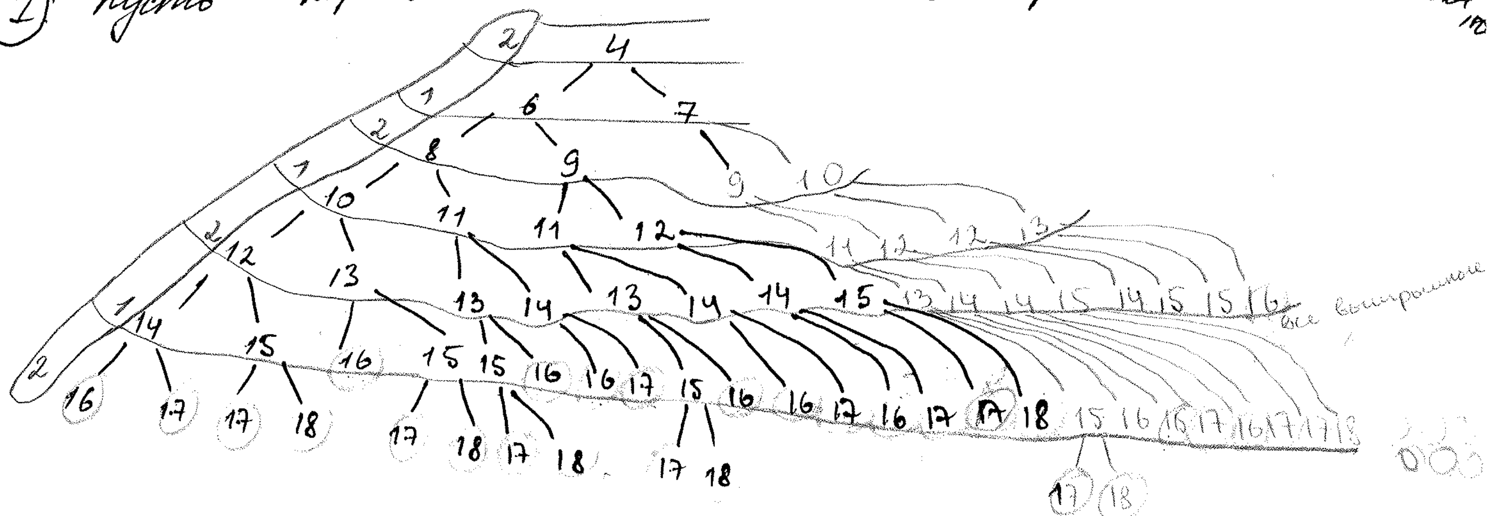
Значит: $f(2017)=-1+2=1$.

$\boxed{\text{Ответ: } 1}$

(−)

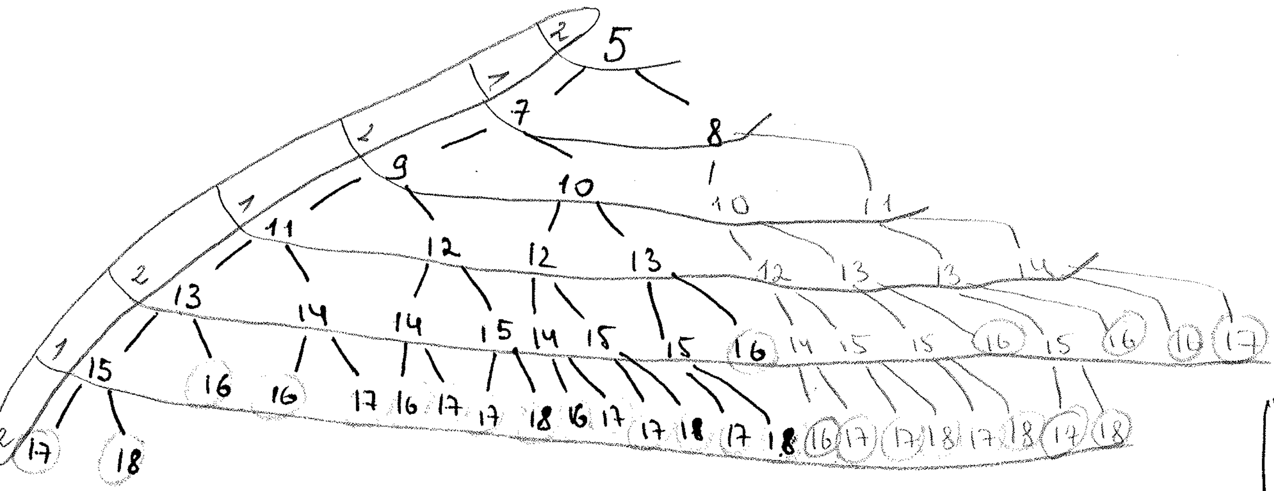
№8 Рассмотрим варианты получения 16 монет.

I Пусть первый положил 2 монеты и второй положил 2 монеты.



23 – I
11 – II
Вариантов выиграть

II Пусть первый положил 2 монеты, а второй положил 3 монеты.



21 – I
7 – II
Вариантов выиграть

Первый игрок обладает стратегией, которая позволит ему выиграть вне зависимости от ходов другого игрока, если умно следовать по графам, которые построены выше.

Задание 4. (12 баллов)

673 Числовая последовательность такова, что $x_n = \dfrac{n+2}{n x_{n-1}}$ для всех $n \geq 2$. Найдите произведение $x_1 x_2 x_3 \ldots x_{2016} x_{2017}$, если $x_1 = 1$.

Задание 5. (12 баллов)

6086 Когда Сергей пошел в кафе поужинать, в его кошельке были только банкноты в 1000 рублей. Он решил оставить официанту чаевые строго в размере от 5% до 15% от размера чека. Когда он получил чек, то понял, что не может осуществить задуманное. Найдите сумму наибольшего чека, который Сергей не может оплатить с учетом чаевых, используя только банкноты в 1000 рублей.

$f(f(2)+2) = x.$

Задание 6. (14 баллов)

Функция $f(x)$ такова, что $f(f(x)) = x$ и $f(f(x+2)+2) = x$ для любого x.

1 Найдите $f(2017)$, если $f(0) = 1$.

$f(2017) = f(2017+2)+2 \quad f(f(f(x)) = f(x))$

$f(f(f((\quad f(1) = x$

Задание 7. (14 баллов)

Дан правильный треугольник ABC со стороной 2. Точка K лежит на продолжении стороны AC за точку A, точка N лежит на прямой, параллельной прямой AC и проходящей через точку B, причем $|AK| = 2$, $|BN| = 1$. Рассматриваются такие ломаные $KLMN$, что точка L лежит на стороне AB, точка M лежит на стороне BC, а отрезок LM параллелен стороне AC. Найдите наименьшее возможное значение суммы $|KL| + |MN|$, если $|AN| > |CN|$.

$\sqrt{7} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$1 = f(2)+2 \qquad f(1) = f(f(2)+2) = x$

$f(f(0) = f(f(x+2)+2$

Задание 8. (16 баллов)

Два игрока по очереди выкладывают монеты в ряд. За один ход можно положить две или три монеты. Выигрывает тот, кто выложит 16 монету.

a) Определите, какой игрок (первый или второй) обладает стратегией, которая позволит ему выиграть вне зависимости от ходов другого игрока. Опишите эту стратегию.

b) Какой первый ход должен сделать первый игрок, играя с автоматом, чтобы выиграть с наибольшей вероятностью, если известно, что автомат ходит случайно и выкладывает две монеты или три монеты с равной вероятностью? Чему равна вероятность выиграть для первого игрока при этом ходе?

ЧИСТОВИК

№5

1) Исходя из условия задачи у Сергея были банкноты (много) в 1000 рублей.

В этом случае сумма наибольшего чека, которой он не может оплатить с учетом чаевых, используя банкноты в 1000 рублей будет равна бесконечности.

То есть

$f(f(x)) = x.$

$f(f(x+2)+2) = x.$

$f(f(2017)) = 2017$

$f(f(2019)+2) = 2017.$

$f(f(2017)) = f(f(2019)+2)$

$f(2017) = f(2019)+2$

15750 17250.

10500 11500.

9450 10

8400

6000

6000: 6310,5 6911,5.

620: 6321 6923

6100: 6405

6090: 6394,5

6086. 6390,3 6998,9

ЧИСТОВИК

440132

№5 продолжение.

- пусть $x = 8000$, то $1{,}05x = 8400$, $1{,}15x = 9200$.
  не подходит.
- пусть $x = 6000$, то $1{,}15x = 6900$, $1{,}05x = 6300$.
  Значит число 6000 не подходит
- пусть $x = 6050$, то $1{,}15x = 6957{,}5$
- пусть $x = 6100$, то 7015.
  $\Rightarrow$ $6050 < x < 6100$.
- пусть $x = 6060$, то $1{,}15x = 6969$.
- пусть $x = 6065$, то $1{,}15x = 6974{,}75$
- пусть $x = 6070$, то $1{,}15x = 6980{,}5$
- пусть $x = 6090$, то $1{,}15x = 7003{,}5$
- пусть $x = 6089$, то $1{,}15x = 7002{,}35$
- пусть $x = 6088$, то $1{,}15x = 7001{,}2$
- пусть $x = 6087$, то $1{,}15x = 7000{,}05$
- пусть $x = 6086$, то $1{,}15x = 6998{,}9$
- пусть $x = 6085$, то $1{,}15x = 6997{,}75$

$\boxed{\text{Ответ: } 6086}$

ЧИСТОВИК

№8 продолжение.

440132

Начало может быть таким:

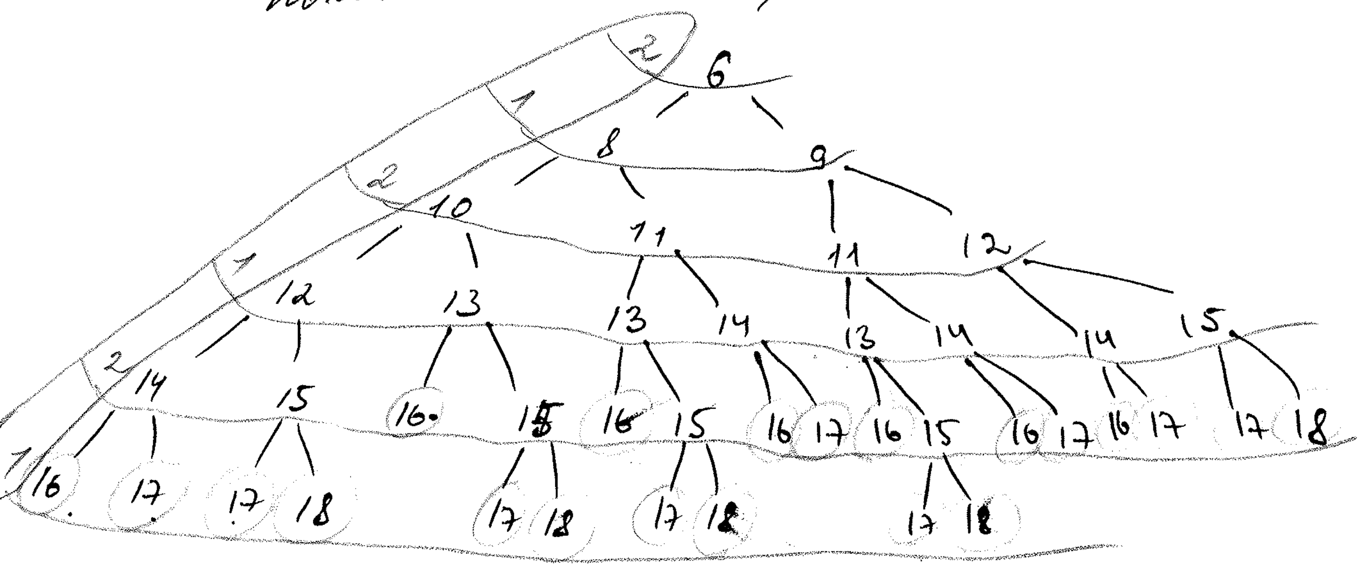
1) I - 2
II - 2

2) I - 2
II - 3

3) I - 3
II - 2

4) I - 3
II - 3

III пусть первый положим 3 монеты и второй тоже положил 3 монеты, то.



Задача была другой!

10 - I
11 - II
Вариантов выиграть

Всего вариантов пройти до конца:

$23+11+21+7+10+11=83$.

У первого вероятность выиграть: $\frac{23+21+10}{83}=$

$=\frac{54}{83}$.

У II вероятность выиграть: $\frac{11+7+11}{83}=\frac{29}{83}$.

Это если игрок играет с автоматом.

Ответ: $\frac{54}{83}$

6) Пусть LM будет располагаться ближе к прямой BN.
Рассмотрим крайний случай, если
$(\cdot)L$ совпадает с $(\cdot)B$, а $(\cdot)M$ совпадает с $(\cdot)N$.
Назовем L как L'' и M, как M'', чтобы не путаться.

В этом случае:
$KL'' = \sqrt{L''H^2 + KH^2}$ (по т. Пифагора из прямоуг. $\Delta KL''H$)
$KL'' = \sqrt{3+9} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.
$M''N = 0$.
$KL'' + M''N = 2\sqrt{3}$.

7) Сравним:
$$2\sqrt{3} \vee \sqrt{7} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$4\cdot 3 \vee 7 + \frac{3}{4} + \frac{2\sqrt{21}}{2}$$
$$\frac{17}{4} \vee \frac{\sqrt{21}}{2}$$
$$\frac{17}{2} \vee \sqrt{21}$$
$$17 \vee 2\sqrt{21}$$
$$289 > 4\cdot 21 = 84.$$

Из этого можно сделать вывод, что при приближении прямой ML к прямой BN, значение суммы $KL+MN$ уменьшается.

Значит наименьшее возможное значение суммы $KL+MN$ будет равно $\sqrt{7}+\frac{\sqrt{3}}{2}$, это будет тогда, когда MN будет средней линией в ΔABC.

$\boxed{\text{Ответ: } \sqrt{7}+\frac{\sqrt{3}}{2}.}$

№5 • Рассмотрим, в каких случаях Сергей не сможет осуществить задуманное (то есть оставить официанту чаевые строго от 5% до 15% от размера чека):

I случай: его ужин в кафе стоит меньше, чем $1000 \cdot x - 0{,}15 \cdot 1000 \cdot x$

II случай: его ужин в кафе стоит больше, чем $1000x - 0{,}05 \cdot 1000x$.

(*) x — это какое целое число (>0)

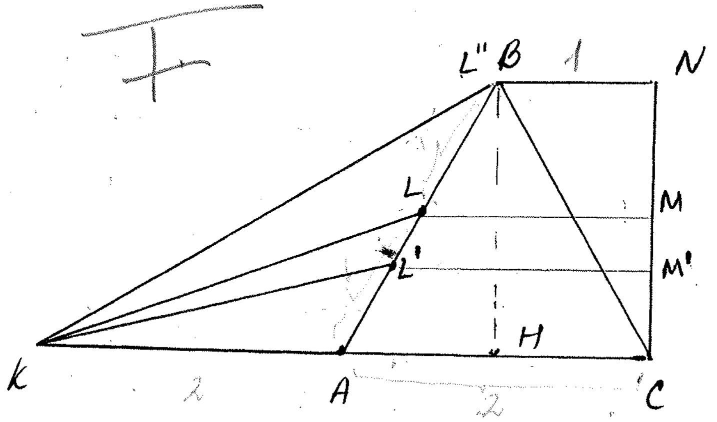
Т.к. нужно найти сумму наибольшего чека, то случай I нам не подходит. (т.к. там сумма меньше, чем во II случае).

• посчитаем значения выражения $1000x - 0{,}05 \cdot 1000x$ при разных значениях x • пусть стоимость ужина равна: S.

$x = 1$: $1000 - 50 = 950$; $1000 \leq S < 950$.

$x = 2$: 2000

№7



1) Из условия $|AN| > |CN|$ можно понять, что точка N располагается тут, а не по другую сторону от (·)B.

2) Дано, что $BN = 1$, а сторона р/стор. треуг. $\triangle ABC$ = равна 2. В р/стор. треуг. все стороны равны и углы все равны (по 60°). Проведем высоту BH. $BH \perp AC$.

$\angle HCB = 60^\circ$; $\angle BHC = 90^\circ$; $\angle HBC = 30^\circ$.

В прямоуг. треуг. напротив угла в 30° лежит катет, который в 2 раза меньше гипотенузы. $\Rightarrow HC = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$.

Получили, что $HC = BN = 1$; $BH \perp AC$, а т.к. $BN \parallel AC$ по усл, то $BH \perp BN$. $\Rightarrow$ $BNCH$ — прямоугольник. $\Rightarrow BH = NC$.

Из прямоуг. треуг $\triangle BHC$ по т. Пифагора: $BH^2 = BC^2 - HC^2 = 4 - 1 = 3$.

$\Rightarrow BH = \sqrt{3} = NC$.

№3 Назовем натуральные числа, как $a_1, a_2 \dots a_{10}$.

Тогда:

(1) $$\frac{a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7+a_8+a_9+a_{10}}{10} = 20 \Rightarrow \underline{a_1+\dots a_{10} = 200}$$

(2) $$\frac{a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7+a_8+a_9}{9} \geq 17$$

Из (2) имеем, что $a_1+\dots+a_9 \geq 153$.

т.к. $a_1+\dots+a_9$ это сумма любых 9 чисел, то какое-то a_x будет равно:

$$a_x = (a_1+a_2+\dots a_{10}) - (a_1+a_2+\dots a_9)$$

$$a_x = 200 - 153 = 47.$$

берём 153, т.к. при наименьшей сумме $a_1+\dots a_9$ значение числа a_x будет наибольшим.

Ответ: 47.

№5 Пусть x – сумма чека в кафе у Сергея.
То, чтобы найти сумму наибольшего чека, который Сергей не может оплатить с учетом чаевых, используя банкноты в 1000 рублей нужно, чтобы

сумма x, $1{,}05x$ и $1{,}15x$

не должны все эти числа находились между какими-то числами $1000n$ и $1000(n+1)$, где n – целое положительное число.

Делаем подбором:

• пусть $x = 10\,000$, то $1{,}05x = 10500$, $1{,}15x = 11500$.
не подходит.

см.! продолжение после номера №7

Оценочный бланк олимпиадных заданий по математике

Код участника: 44 0 219

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Полученные баллы	10	10	10	12	2	0	0	12
Сумма баллов (оценка)	~~47~~ 56							

Члены жюри:

Подпись	Банин В.Г. Фамилия И.О.
Подпись	Кочерова А.С. Фамилия И.О.
Подпись	Маевский Е.В. Фамилия И.О.

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание-финансист!»

ПО МАТЕМАТИКЕ 11 класс

Заключительный (очный) этап 2016/2017 учебный год

440219

Код участника

Вариант I

Задание 1. (10 баллов)

Сколько существует натуральных чисел n таких, что уравнение $nx - 12 = 3n$ имеет целочисленное решение.

$nx - 3n = 12.$ $n = \frac{12}{x-3}$

$n(x-3) = 12.$ 4,5,6,7,9,15

Задание 2. (10 баллов)

Ниже нарисован магический квадрат, в котором некоторые числа отсутствуют.

51-32

20	13	18 x+3
x 15	17	19
16	x+6 21	14

51

Восстановите данный магический квадрат.

(В магическом квадрате суммы чисел, стоящих в каждой строке, в каждом столбце и на диагоналях, равны).

Задание 3. (12 баллов)

Среднее арифметическое десяти различных натуральных чисел равно 20, а среднее арифметическое любых девяти из этих чисел не меньше 17. Найдите максимально возможное значение наибольшего из этих чисел.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

[redacted].

[redacted]

[redacted].

Задача 1

440219

$nx - 12 = 3n$

$nx = 3n + 12$

$x = \frac{3n+12}{n}$ $\Rightarrow$ Целочисленые решения будут тогда, когда поделится на цело

$\frac{3(n+4)}{n} \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ $n = \pm1; \pm3$ (тогда сократится с 3)

$n = \pm2; \pm4$ (тогда сократится с $n+4$)

$n = \pm6; \pm12$ ($n \vdots 3$; $n \vdots n+4$ одновр.)

То есть полностью уничтожается.

$n \in \mathbb{N} \Rightarrow n = 1, 2, 3, 4, 6, 12$

$\boxed{\text{Ответ: } 6}$

+

Задача 2

20	13	y x+3
x	17	
16	x+6	□

1. У в одной клетке стоит $x \Rightarrow \Sigma$ цифр 1 столбца $= \boxed{36+x}$

$\Rightarrow$ что по диагонали $\Sigma\ 16+17+y = 36+x \Rightarrow y = x+3$.

Σ верхней строчки $= 20+x+3\ (+13) \Rightarrow$ верхняя кл по середине $= 13$

$36 + x$.

Σ в среднем столбце $= 13+17+\square = 36+x \Rightarrow \square = x+6$

2. Рассмотрим вторую диагональ $\left(20\ 17\ \square\right)$ и нижнюю строчку $\Rightarrow$

$16+(x+6)+\square = 20+17+\square = 36+x. \Rightarrow \square = 14,\ x = 15.$

Заменяем все x на числа и получаем

20	13	18
15	17	19
16	21	14

$\Sigma = 51$. везде.

$\leftarrow$ $\boxed{\text{Ответ:}}$

+

$\boxed{\text{СМ оборот листа}}$

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440219

5

Посмотрим почему Сергей не сможет осуществить задуманное то есть когда он это не сможет сделать.
Во-первых условие можно понимать в 2х вариантах.
I. Оплатить — значит без сдачи или II. же на сдачу не смотрим.
(то есть чек + 5%–15% ⋮ 1000)

Рассмотрим сначала II случай, так как скорее всего его подразумевали.

Заметим что если чек = 1000₽ то чаевые = 50 – 150₽
То есть как я себе представляю сначала он оплачивает чек, а затем уже оставляет чаевые и ⇒ в диапазоне от 5%–15% должно быть кол-во % ~ 1000₽, чтобы получить их и уйти.
⇒ 15% от чека ⩾ 1000₽, чтобы он оплатил ⇒
Чтобы не оплатить 15% < 1000₽.

$15\% = 1000₽ \Rightarrow 100\%$ (весь чек, то есть) $= \frac{1000}{15_3} \cdot 100^{20} = \frac{20000}{3} \approx 6666,\ldots$

Ʒ чек на 6666 рублей ⇒

$\frac{6666^{3333}}{100_{20_{10}}} \cdot 15^3 = \frac{9999}{10} \approx 999$₽, то есть сама не может оплатить,

проверим, что max = 6666

Ʒ чек на 6667₽ ⇒ $\frac{6667}{20} \cdot 3 = \frac{20001}{20} = 1000,\ldots > 1000$ ⇒

чек в 6666 – max, который он не может оплатить.

$\boxed{\text{Ответ: 6666₽}}$

F

Надо оплатить всю сумму, а не только чаевые

I. $x + 0{,}05x \to 0{,}15x \vdots 1000$₽.

$x \vdots \frac{1000}{1{,}05} \to \frac{1000}{1{,}15}$ на цело ничего не делится в этом диапазоне ⇒ все плохо. Зачем я вообще это написал!.

(см оборот листа)

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМАЮ, ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

440219

Задача 8.

а) Выигрышная стратегия у 1. Т.к. он решает сколько монет ставить вначале. Он выиграет если поставит 2 монеты

Докажем:

1	2
2	3
2	3
2	2(;3)
Поб.	

1	2
2	3
2	2
2	3(;2)
Поб.	

1	2
2	2
3	2
2	2(;3)
Поб.	

1	2
2	2
3	3
2	3(;3)
Поб.	

1. Мы ставим монеты независимо от того как поставил второй, то есть 1ый победил всегда если 1ходом поставит 2 монеты, а затем взависимости от кол-во монет 2 игрока 2 или 3 поставит в дальнейшем (2 и 2 или 3 и 2) (см рисунок)

Первый обладает этой стратегией, т.к. ставя первым ~~монету~~ 2 монеты тогда второй ставит 2 или 3

↓ 1ый ставит 2 монеты а затем еще 2 монеты и его ход посл.

↓ 1ый ставит 3 монеты а затем еще 2 монеты и его ход посл.

Выигр. II
2 2 2 ×
2 2 2
2 3 2
3 ?

Еще нюанс один, надеюсь, что я правильно понял (нет.) по-поводу того, что значит выиграл, то есть если на поле 15 монет, то выигрывает игрок, который будет ходить. Но также ~~можно рассматри~~вать это как ничью? ~~[illegible]~~
но про это ничего не сказано

б) То есть я так понимаю:

I. Если автомат ходит вторым, то первый выиграл с вероятностью 1, см пункт а) (первый ставит 2). Если же считать ничью то вероятность 0,75.
Ответ: 0,75

II. Если автомат ходит первым, то все сложнее:

1. Автомат ставит 2 монеты 1ым ходом ⇒ выигрышный вариант для игрок будет тогда, когда 2ым и 3им ходом ~~он~~ автомат поставит 3 монеты. И так есть она составляет. $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = 0,25$. или если

2	3
2	3
3	3

,

2	3
3	3
2	2

2. Теперь если автомат ставит 3 монеты вначале ⇒

3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	2	3	2	3
2	2	2	2	2	3	3	2

при любых из этих 3 видов выкидывание монет побеждает второй. ⇒ всего вариантов 8 выигрывает в 6. (Первый ход - тройка). $\frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0,75$
Ответ: 0,75

Запрещается делать пометки, раскрывающие авторство работы

Задание 4. (12 баллов)

Числовая последовательность такова, что $x_n = \frac{n+2}{n x_{n-1}}$ для всех $n \geq 2$. Найдите произведение $x_1 x_2 x_3 \ldots x_{2016} x_{2017}$, если $x_1 = 1$.

Задание 5. (12 баллов)

Когда Сергей пошел в кафе поужинать, в его кошельке были только банкноты в 1000 рублей. Он решил оставить официанту чаевые строго в размере от 5% до 15% от размера чека. Когда он получил чек, то понял, что не может осуществить задуманное. Найдите сумму наибольшего чека, который Сергей не может оплатить с учетом чаевых, используя только банкноты в 1000 рублей.

Задание 6. (14 баллов)

Функция $f(x)$ такова, что $f(f(x)) = x$ и $f(f(x+2)+2) = x$ для любого x. Найдите $f(2017)$, если $f(0) = 1$.

Задание 7. (14 баллов)

Дан правильный треугольник ABC со стороной 2. Точка K лежит на продолжении стороны AC за точку A, точка N лежит на прямой, параллельной прямой AC и проходящей через точку B, причем $|AK| = 2$, $|BN| = 1$. Рассматриваются такие ломаные $KLMN$, что точка L лежит на стороне AB, точка M лежит на стороне BC, а отрезок LM параллелен стороне AC. Найдите наименьшее возможное значение суммы $|KL| + |MN|$, если $|AN| > |CN|$.

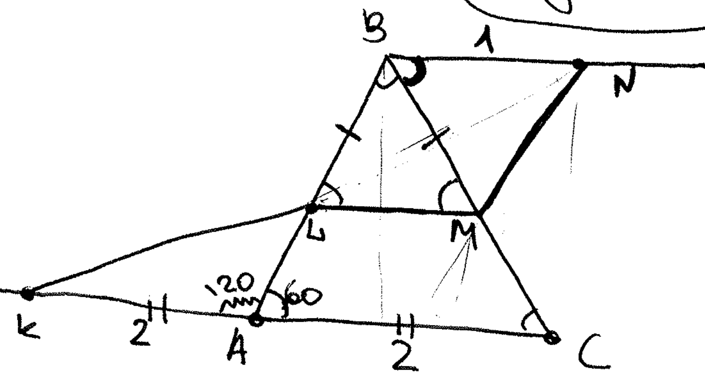
Задание 8. (16 баллов)

Два игрока по очереди выкладывают монеты в ряд. За один ход можно положить две или три монеты. Выигрывает тот, кто выложит 16 монету.

a) Определите, какой игрок (первый или второй) обладает стратегией, которая позволит ему выиграть вне зависимости от ходов другого игрока. Опишите эту стратегию.

b) Какой первый ход должен сделать первый игрок, играя с автоматом, чтобы выиграть с наибольшей вероятностью, если известно, что автомат ходит случайно и выкладывает две монеты или три монеты с равной вероятностью? Чему равна вероятность выиграть для первого игрока при этом ходе?

Задача 7



1. $(AN)>(NC) \Rightarrow$
N лежит правее B.
2. $\angle KAL = 180 - \angle BAC = 120.$
3. $LM \parallel AC \Rightarrow \angle BLM = \angle BML = 60^\circ$
$\Rightarrow \triangle BLM$ – р/с.
4. $BN \parallel AC \Rightarrow BN \parallel LM \Rightarrow \angle NBL = 180-60$
$\Rightarrow \angle MBN = 180-60-60 = 60^\circ.$
5. Пусть $BL = BM = x = LM \Rightarrow$ $x<2$
По теореме косинусов $\triangle BMN$: $MN^2 = x^2+1^2-2x\cos 60.$
По теореме косинусов $\triangle AKL$: $KL^2 = (2-x)^2+2^2-2\cdot 2\cdot(2-x)\cos 120$
$\Downarrow$
$MN^2 = x^2-x+1$ – (min при $\frac{1}{2}$)

$\cos 120 = -\frac{1}{2}$
$\cos 60 = \frac{1}{2}$

$KL^2 = x^2+4-4x+4+4-2x = x^2-6x+12. = (x-3)^2+3.$
(min при 3)

6. Догадаемся теперь, что min при $x=1. \Rightarrow$ LM – ср. лин $\Rightarrow$
нет
$BM = \frac{1}{2}BC = 1 = BN = MN$
$KL^2 = 2^2+1^2-2\cdot 2\cos 120 = 7.$ $\Big\} \Rightarrow |BM|+|KL| = \sqrt{7}+1.$ (Пусть это минимум)
Пусть не так $\Rightarrow$ x может быть равен $1+x_{нов}$ или $1-x_{нов}$.
$MN^2 = (1+x_н)^2+1-(1+x_н) = x_н^2+x_н+1.$

Если $x = 1+x_{нов}$.

$KL^2 = (1-x_н)^2+2^2+2(1-x_н) = x^2-4x_н+7.$
$MN+KL = \underbrace{\sqrt{x^2+x+1}}_{\sqrt{7}\ \searrow\ 1}+\underbrace{\sqrt{x^2-4x+7}}_{\sqrt{3}\ \nearrow\ \sqrt{7}} < \sqrt{7}+1$ (чтобы опровергнуть предпол.)
$0<x<2$
$\Downarrow$
min знач при $x=0 \Rightarrow (1+\sqrt{7})$ но $x \neq 0$.
$\Rightarrow$ min значение $> (1+\sqrt{7})$

Если $x = 1-x_{нов}$.
$MN^2 = (1-x)^2+1-(1-x) = x^2-x+1$
$KL^2 = (1+x)^2+2^2+2(1+x) = x^2+4x.+7.$
$MN+KL = \underbrace{\sqrt{x^2-x+1}}_{\sqrt{3}\ \searrow\ 1}+\underbrace{\sqrt{x^2+4x+7}}_{\sqrt{19}\ \searrow\ \sqrt{7}}$ $\Rightarrow$ min возм при $x=0$ – $(1+\sqrt{7})$ что невозможно т.к min знач $>(1+\sqrt{7})$
$0<x<2$

$\boxed{x=1} \Rightarrow MN = 1;\ KL = \sqrt{7}$ $\boxed{\text{Ответ: } 1+\sqrt{7}}$

Задача 3

$$\frac{x_1+x_2+\ldots+x_{10}}{10} = 20 \Rightarrow x_1+x_2+\ldots+x_{10} = 200.$$

$\sum$ любых 9 чисел $\geq 17 \cdot 9 = 153$.

Рассмотрим Σ всех 10 чисел и поделим все на 9.

$$\frac{x_1+x_2+\ldots+x_{10}}{9} = \frac{200}{9}.$$

Возьмем произвольные 9 чисел и выделим отдельной дробью, то есть $\Rightarrow$

$$\underbrace{\left(\frac{(x_i+\ldots+x_j)}{9}\right)}_{\min\ \text{значение} = 17} + \frac{x_{max}}{9} = \frac{200}{9}.$$

при этом значение x_{max} будет максимально возможным. $\Rightarrow$

$$\frac{x_{max}}{9} + 17 = \frac{200}{9}.$$

$$x_{max} = 200 - 17 \cdot 9 = 200 - 153 = 47.$$

Показать, а существует ли пример такого набора!

(±)

$\boxed{\text{Ответ: } x_{max} = 47}$

Задача 4

$$x_n = \frac{n+2}{n\,x_{n-1}},\ n \geq 2;\ x_1 = 1$$

$x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_{2017}$ — ?

P.S. всё что мы делаем снизу возможно сделать т.к. последовательность задается через следующее число в последовательности. (забыл как наз)

$$x_{2017} = \frac{2019}{2017(x_{2016})}$$

$$x_{2016} = \frac{2018}{2016(x_{2015})}$$

$$x_{2015} = \frac{2017}{2015(x_{2014})}$$

......

$$x_4 = \frac{6}{4x_3}$$

$$x_3 = \frac{5}{3x_2}$$

$$x_2 = \frac{4}{2x_1}.$$

$x_1 = 1$

Перемножим и посмотрим что получилось. $=$

$$= \frac{2019 \cdot 2018 \cdot \cancel{\ldots \cdot 5 \cdot 4}}{2017 \cdot \cancel{2016} \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot x_{2016} \cdot x_{2015} \cdot \ldots \cdot x_1} = \frac{2019 \cdot 2018}{3 \cdot 2 \cdot \prod_{x_1}^{x_{2016}}}$$

Как видим большинство слагаемых сократилось, продолжим перемножать и посмотрим что останется в итоге (это и будет ответ).

$$\frac{2019 \cdot \cancel{2018} \cdot \cancel{2016} \cdot \cancel{2015} \cdot \ldots \cdot \cancel{3 \cdot 2} \cdot \prod_{x_1}^{x_{2015}}}{\cancel{2018} \cdot 2017 \cdot \cancel{\ldots \cdot 5 \cdot 4} \cdot \cancel{\ldots 3 \cdot 2}} = \frac{2019}{2017} \cdot \prod_{x_1}^{x_{2015}} \ \ldots$$

проделываем аналогичную операцию до $x_1 \Rightarrow$ +

$$\frac{2019}{3} \cdot x_1 = \frac{2019}{3} = \boxed{673}$$

$\boxed{\text{Ответ. } 673}$

т.к. всегда разница числит и знам на 1 число и оно остается