



Код участника

## ОЧНЫЙ ЭТАП

### 8-9 классы

#### Задание 1 (10 баллов)

Когда часы показывали 18-00 на фитнес-браслете Вани количество шагов, пройденных с утра, оказалось равным числу 19791, которое является палиндромом (читается одинаково как слева направо, так и справа налево). Еще через полчаса количество шагов, пройденных Иваном с утра, вновь оказалось палиндромом. Какое наибольшее число шагов на фитнес-браслете мог увидеть Ваня в 18-30, если его средняя скорость за последние полчаса была не более 1 м/с, а его шаг не менее 75 см?

#### Задание 2 (10 баллов)

На электронных часах Вася увидел время:  $\overline{ab}:\overline{cd}$  (если часов меньше 10, то  $a = 0$ ). Оказалось, что  $a + bd + c = (a + d)(b + c)$ . Верно ли, что Вася точно увидел на часах цифру ноль, если время на часах показывается в 24-часовом формате?

#### Задание 3 (12 баллов)

Прямоугольник разделили на непересекающиеся квадраты со стороной 1 см. Будем говорить, что квадрат расположен вдоль стороны прямоугольника, если хотя бы одна из сторон квадрата лежит на стороне прямоугольника. Половину квадратов, расположенных вдоль сторон прямоугольника, покрасили в зеленый цвет, а все остальные квадраты оставили незакрашенными. В итоге незакрашенных квадратов оказалось в 4 раза больше, чем зеленых. Найдите все возможные прямоугольники, указав длины их сторон.

**Задание 4 (12 баллов)**

Пусть для чисел  $x$  и  $y$  запись  $x * y$  обозначает число  $xy + 5x - 3y - 12$ .

Найдите значение выражения  $0 * \left( 1 * \left( 2 * \left( 3 * \left( 4 * \left( \dots * (2019 * 2020) \right) \right) \right) \right) \right) \right)$ .

**Задание 5. (12 баллов)**

Даны два ненулевых целых числа  $a$  и  $b$ . Могут ли числа  $a^2 + 2b$  и  $b^2 + 2a$  одновременно быть квадратами целых чисел?

**Задание 6 (14 баллов)**

За круглым столом разместились 18 человек. Сколькими способами можно выбрать из этих людей троих, чтобы между любыми двумя из выбранных людей находилось бы еще по меньшей мере два человека?

**Задание 7 (14 баллов)**

Пусть  $ABCD$  – вписанный четырехугольник, в котором стороны  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $AD$  таковы, что  $AB \cdot BC = 2AD \cdot DC$ . Докажите, что  $8BD^2 \leq 9AC^2$ .

**Задача 8 (16 баллов)**

По кругу на равных расстояниях друг от друга сидят 10 или 11 человек. Затем они пересели так, что расстояние по часовой стрелке между любыми двумя людьми изменилось и они по-прежнему оказались на равных расстояниях друг от друга. Сколько человек сидело по кругу?