СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕН ОПЦИОНОВ ПОСРЕДСТВОМ ДИСКРЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ METHODS OF DEFINITION OF THE PRICES

OF OPTIONS BY MEANS OF DISCRETE MODELS

Дроздов К.А. ПМ 2-1
Колодяжная Ю.А. ПМ 2-3
Научный руководитель
Набатова Д.С.
к.ф.-м.н. доцент

Аннотация
В работе рассматриваются методы, посредством которых происходит корректное прогнозирование цен опционов.

Ключевые слова: модель Кокса-Росса-Рубинштейна, динамическое программирование

Annotation
The purpose of the paper is to study methods that allow correct forecasting of the prices of the options.

Key words: Cox-Ross-Rubenstein's model, dynamic programming.

В данной работе описываются методы, применимые к оценке европейских и американских опционов покупателя и продавца. Почему для работы выбран именно этот тип ценных бумаг? Дело в том, что опционы являются «посредниками» между субъектом экономических отношений и активом, к которому этот опцион применяется.

Наиболее простой моделью с дискретными значениями цен активов и с дискретным временем торговли является так называемая модель Кокса-Росса-Рубинштейна (алгоритм установления цен на опционы, разработанный Дж.Коксом, С.Россом и М.Рубинштейном, приспособленный для учета факторов, не учитываемых моделью Блэка-Шоулза) или «бинарный рынок». В 1976 году эти авторы исследовали модель, в которой цена акции изменяется по правилу «подъем-спад» на фиксированную величину, а что именно произойдет, подъем или спад – зависит от случая. Эта модель на сегодня является основной дискретной моделью на рынке ценных бумаг.

По ней повышение цены акции вычисляется как $p_{(n)} = \frac{1 + i/n - d}{u - d}$, а вероятность наступления k повышений и $(n - k)$ понижений цены акции вычисляется по схеме Бернулли, т.е. по формуле:

$$P_n(k) = C_n^k p_{(n)}^k (1 - p_{(n)}^k)^{n-k}.$$

Стоимость европейского опциона покупателя находится как частное ожидаемого дохода на срок действия опциона:

$$\widehat{\mathbb{C}_T} = \frac{M\mathbb{C}}{(1+i/n)^{[nT]}} = \frac{\sum_{k=0}^{[nT]} \max\{S_0 u^k d^{[nT]-k}; 0\} C_{[nT]}^k p_{(n)}^k (1-p_{(n)})^{[nT]-k}}{(1+i/n)^{[nT]}}$$

Для упрощения вычисления используют теорему о паритете между европейскими опционам покупателя и продавца, по которой данные опционы связаны через отношение:

$$\mathbb{P}_T - \mathbb{C}_T + S_0 = \frac{X}{(1+i/n)^{[nT]}}$$

Также стоит отметить, что рациональная стоимость американского опциона покупателя совпадает с рациональной стоимостью аналогичного европейского опциона покупателя. Касаемо американских опционов продавца, то их часто бывает выгодно исполнить досрочно, поэтому его рациональная стоимость может оказаться такой же, как у соответствующего европейского опциона (если досрочное исполнение окажется невыгодным) или выше (если будет выгоднее исполнить опцион досрочно).

Для определения оптимальных цен американских опционов пользуются биномиальными деревьями, позволяющими отследить все возможные сценарии на финансовом рынке.

Таким образом, модели ценообразования опционов – это модели, описывающие случайные процессы ценообразования опционов. Многие трейдеры применяют эти модели при принятии решений в сделках с опционами, рассчитывая по ним потенциальные прибыли и риски. Теория ценообразования опционов может сыграть огромную роль в принятии финансовых решений в будущем.

Литература

1. Джон К. Халл «Опционы, фьючерсы и другие финансовые инструменты» // М.: Издательский дом «Вильямс», 2008
2. Cox J., Ross S. and Rubinstein M. Option Pricing: A Simplified Approach // Journal of Financial Economica, 7 October, 1979.
3. Coval J.E. and Shumway T. Expected Option Returns // Journal of Finance, 56, 3 (2001).
4. Карандаев И. С., Малыхин В. И., Соловьев В. И. Прикладная математика. М.: ИНФРА-М, 2002.
5. Колемаев В. А., Малыхин В. И., Соловьев В. И. и др. Математические методы и модели исследования операций. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2008.