

**Федеральное государственное образовательное бюджетное  
учреждение высшего образования  
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»  
(Финансовый университет)  
Факультет «Прикладная математика и информационные технологии»  
Кафедра «Прикладная математика»**

**В.В. Угрозов, М.С. Аль-Натор**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ  
ФИНАНСОВЫХ РЕШЕНИЙ**

**Методические материалы по дисциплине  
(учебно-методическое пособие)**

Размещение на портале одобрено  
на заседании кафедры «Прикладная математика»  
Протокол № 02 от 28.09.2015

**Москва 2015**

## Введение

Методы количественного анализа и финансовых вычислений составляют предмет дисциплины «Математическое обеспечение финансовых решений» и представляют собой в настоящее время одно из самых динамично развивающихся разделов экономической науки, направленных на решение прикладных задач в процессе оценки финансовых операций.

Овладение современными методами финансовых расчетов и, соответственно, количественного анализа финансовых процессов представляется важным условием формирования профессиональных компетенций будущих специалистов (аналитиков, экономистов, предпринимателей, коммерсантов, менеджеров, руководителей фирм и т.д.).

В условиях рыночных отношений все большую практическую потребность приобретают методы планирования инвестиционной деятельности предприятий, фирм, отдельных частных инвесторов, оперирующих на финансовом рынке ценных бумаг. В основе действий данных инвесторов также должен лежать количественный подход к анализу ситуаций, позволяющий решать проблему выбора наиболее рациональных решений с позиции их доходности и уровня риска.

В настоящем курсе, систематически излагаются современные методы финансовой математики, используемые при принятии управленческих решений в финансовой сфере от элементарных процентных вычислений до сложных многокритериальных и стохастических моделей, позволяющие получить оптимальные характеристики коммерческих сделок в зависимости от различных условий их проведения. Посредством методов финансовой математики лозунг «время – деньги» превращается в реальную основу, позволяющую определить истинную ценность денег с позиции текущего момента и выявить эффективность финансовых операций.

На финансовом рынке преимущество имеет тот, кто получает информацию быстрее, объективнее, полнее и может принять решение, опираясь не только на свой собственный опыт и интуицию, но и используя

современный аналитический аппарат финансовой математики на базе компьютерных технологий. Поэтому рассмотрение теоретического материала дисциплины «Математическое обеспечение финансовых решений» тесно увязано с компьютерными технологиями решения практических финансовых задач. В качестве инструментального средства автоматизации и моделирования в данном курсе используется известный современный табличный процессор MS Excel. В процессе изучения дисциплины магистрант приобретает навыки работы с данным пакетом, предназначенного для моделирования, количественного и графического анализа финансовых операций, а также автоматизации соответствующих финансовых вычислений.

В данном указании рассматривается структура курса, основные контрольные мероприятия, подлежащие выполнению магистрантами, дается обзор тем курса и методические рекомендации по его изучению, с указанием разделов учебных и учебно-методических пособий, в которых более подробно изложено содержание каждой темы курса.

### **Цели дисциплины**

1. Формирование знаний о математических методах принятия финансовых решений при работе на финансовых рынках и инвестиционной деятельности.
2. Развитие математической базы и формирование уровня практической подготовки, необходимых для понимания методов принятия решений в финансовой деятельности и решения задач финансового планирования.

### **Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина «Математическое обеспечение финансовых решений» является базовой дисциплиной профессионального цикла по направлению 38.04.01 - «Экономика» и 38.04.08 - Финансы и кредит. Изучение дисциплины «Математическое обеспечение финансовых решений» основывается на базе знаний, полученных студентами в ходе освоения дисциплин «Основы

финансовых вычислений», «Методы оптимальных решений», «Теория вероятностей и математическая статистика» и «Эконометрика» бакалавриата.

Дисциплина «Математическое обеспечение финансовых решений» изучает математические методы, которые являются основой для принятия финансовых решений в различных областях финансовой деятельности, связанных с оценкой инвестиционных потоков в условиях неопределенности, формированием портфеля современных финансовых инструментов на основании данных об их рисках и доходностях и прогнозировании финансовых временных рядов. Тем самым, дисциплина является базовым теоретическим и практическим основанием для дальнейшей научной работы студентов, написания выпускной квалификационной работы и применения полученных знаний в практической деятельности.

### **Требования к результатам освоения дисциплины**

В совокупности с другими дисциплинами профессионального цикла ООП дисциплина «Математическое обеспечение финансовых решений» обеспечивает формирование следующих компетенций:

№ п/п	Код	Компетенция	Формы и методы обучения
1.	ПК-1	способность владеть методами аналитической работы, связанными с финансовыми аспектами деятельности коммерческих и некоммерческих организаций различных организационно-правовых форм, в том числе финансово-кредитных	Домашняя контрольная работа (самопроверка); Работа с источниками в Интернете; Работа с основной и дополнительной литературой;
2.	ПК-2	способность анализировать и использовать различные источники информации для проведения финансово-экономических расчетов	Работа с основной и дополнительной литературой; Работа с источниками в Интернете; Работа с научными периодическими изданиями;

3.	ПК-4	способность провести анализ и дать оценку существующих финансово-экономических рисков, составить и обосновать прогноз динамики основных финансово-экономических показателей на микро-, макро-, мезоуровне	Выполнение домашних и аудиторных заданий; Работа с основной и дополнительной литературой;
4.	ПК-9	способность оценивать финансовую эффективность разработанных проектов с учетом оценки финансово-экономических рисков и фактора неопределенности	Работа с научными периодическими изданиями; Работа с источниками в Интернете для применения изученного при освоении курса материала при решении практических задач.

В результате освоения содержания дисциплины «Математическое обеспечение финансовых решений» студент должен:

**знать**

- основы математических методов принятия финансовых решений в условиях определенности и неопределенности, необходимые для решения теоретических и прикладных финансовых задач;

**уметь**

- применять методы оценки финансовых активов в условиях определенности и неопределенности для решения финансовых задач;

**владеть**

- навыками применения современного математического инструментария для решения финансовых задач;

- методикой построения, анализа и применения количественных моделей инвестиций для оценки состояния и прогноза развития финансовых рынков.

**Методическое сопровождение дисциплины «Математическое обеспечение финансовых решений»**

Студентам магистратуры предоставляются следующие учебно-методические материалы:

1. Рабочая учебная программа.

2. Учебные пособия :

1.□ Лахметкина Н.И. , Петропавловский С.В. , Попов В. Ю., Шаповал А. Б. Количественные методы инвестиционного анализа. Учебное пособие. М: Финансовый университет при Правительстве РФ. 2012.

2.□ Аль-Натор М.С., Касимов Ю.Ф., Колесников А. Н. Основы финансовых вычислений, часть I (факты, формулы, примеры, тесты): учебное пособие. М.: Финансовый университет при Правительстве РФ. 2012.

3.□ Аль-Натор М.С., Касимов Ю.Ф., Колесников А. Н. Основы финансовых вычислений, часть 2 (факты, формулы, примеры, тесты): учебное пособие. М.: Финансовый университет при Правительстве РФ. 2013.

4. Аль-Натор М.С., Касимов Ю.Ф., Колесников А. Н. . Основы финансовых вычислений, часть 3 (факты, формулы, примеры, тесты): учебное пособие. М.: Финансовый университет при Правительстве РФ .2014.

5. Аль-Натор М.С., Касимов Ю.Ф., Колесников А. Н. Основы финансовых вычислений, часть 4 (факты, формулы, примеры, тесты): учебное пособие. М.: Финансовый университет при Правительстве РФ .2015. Учебное пособие. М.: Финансовый университет при Правительстве РФ. 2015.

Следует отметить, что «Учебные пособия» являются базовыми для изучения дисциплины «Математическое обеспечение финансовых решений». Описанные в них методы широко применяются практически во всех темах данного курса. В процессе изучения конкретных разделов учебной дисциплины на эти учебные пособия будут делаться ссылки. В «Учебных пособиях» приведены большое количество задач для выполнения домашних работ и рассмотрены примеры их решения. В них также содержатся тесты проверки студентами своих знаний по данному предмету, а так же приведена дополнительная литература, которую студенты могут использовать при изучении того или иного раздела курса.

## **Содержательная часть дисциплины «Финансовая математика»**

В условиях рыночной экономики и современных требований к финансовым службам организации, когда конечным итогом хозяйственной деятельности является такой финансовый результат, как прибыль, – существенно возрастает роль и значимость высших финансовых вычислений, анализа и оценки финансовых рисков принимаемых управленческих решений, современных методов количественного анализа финансово-кредитных операций в профессиональной деятельности экономистов высшей квалификации. При этом эффективное решение проблем прогнозирования и анализа детерминированных и стохастических денежных потоков в управлении реальными инвестициями и инвестиционным портфелем организации невозможно без широкого использования методов и моделей финансового и экономико-математического моделирования, базирующегося на вероятностно-статистических оценках.

В силу отмеченного обстоятельства, все изучаемые по данной дисциплине темы условно можно разделить на финансовые расчеты, выполняемые в условиях определенности и неопределенности.

### **Перечень и краткая характеристика тем дисциплины**

#### **(Приложения 1,2)**

#### **Тема 1. Финансовые инструменты.**

Основная цель данного раздела выработка у магистрантов навыков финансовых расчетов, связанных с анализом кредитно-финансовых операций.

В данном разделе рассматриваются, вопросы ссудо-заемных операций. Приобретаются навыки в операциях начисления простых и сложных процентов. Вводятся понятия процентов, наращенной суммы, процентной и учетной ставок. Демонстрируются технологии математического и банковского дисконтирования. Изучаются вопросы моделирования динамики внешнего долга с учетом инфляции и конверсии; денежных потоков и

методов их оценки. Отрабатываются приемы расчета наращенных сумм в условиях инфляции. Обсуждается доходность как показатель эффективности финансовой операции, расчет ставки полной доходности по некоторым коммерческим операциям, анализ и выбор условий в коммерческих контрактах. Кроме того, изучаются такие важные для анализа инвестиций вопросы как наращенная сумма потока платежей; современная величина потока платежей; моделирование произвольного потока платежей; методы анализа инвестиционных проектов; критерии эффективности долгосрочных инвестиций. Приводятся примеры оценки эффективности проектов и оптимизационных расчетов в инвестиционном анализе.

Анализируются детерминированные модели оценки облигаций. Отрабатываются навыки оценивания облигаций. Определяются основные параметры облигаций (номинал, срок до погашения, купонная ставка, частота купонных выплат и др.), Анализируется методика построения потока платежей по облигации в годовой (модельной) шкале и шкале купонных периодов. Вводятся количественные меры ценовой чувствительности облигаций и производные от них классические меры такой чувствительности: дюрация Маколея и модифицированная дюрация. Отрабатываются навыки использования этих мер для оценки изменения цены облигации при малых изменениях процентной ставки (дкп). В последнем подразделе 1.5. анализируются модели оценки производных финансовых инструментов, таких как опционы колл и пут и анализу эффективности операций с ними.

В данном разделе также рассматривается большое число практических примеров, элементы финансового моделирования, автоматизация расчетов средствами пакета MS Excel, в котором реализована специальная группа из 52 функций, получивших название финансовых. В частности, для вычисления характеристик финансовых операций с элементарными потоками платежей удобно использовать функции БС( ), КПЕР( ), НОРМА( ), ПС( ) (табл. 1).

## Функции для анализа потоков платежей

Наименование функции		Формат функции
Англоязычная версия	Русская версия	
FV	БС	БС(ставка; кпер; платеж; пс; [тип])
NPER	КПЕР	КПЕР(ставка; платеж; пс; бс; [тип])
RATE	СТАВКА	СТАВКА(кпер; платеж; пс; бс; [тип])
PV	ПС	ПС(ставка; кпер; платеж; бс; [тип])
PMT	ПЛТ	ПЛТ(ставка; кпер; пс; [бс]; [тип])
FVSHEDULE	БЗРАСПИС	БЗРАСПИС(сумма; массив ставок)
NOMINAL	НОМИНАЛ	НОМИНАЛ(эф_ставка; кол_пер )

Изучая этот раздел, студенты должны ориентироваться на такие результаты учебной работы, как умение сопоставлять вербальным формулировкам основных понятий детерминированной финансовой математики соответствующий аналитический инструментарий (рабочие формулы) и технологию использования финансовых функций MS EXCEL для автоматизации количественных расчетов.

В качестве основных литературных источников следует использовать учебные пособия [1-3,5], а в качестве дополнительных [6-12,15,19].

## **Тема 2. Портфельный анализ.**

Основная цель данного раздела выработка у магистрантов навыков финансовых расчетов, связанных с анализом портфельных сделок

Современная теория инвестиций при исследовании влияния риска на принятие инвестиционных решений, опирается на теорию вероятностей и математическую статистику. В настоящем разделе вводятся понятия ожидаемой доходности и риска портфеля финансовых инструментов в рамках данной теории. Приобретаются навыки расчета этих характеристик.

Последовательно рассматривается модель портфеля, состоящего из двух активов для различных вариантов корреляции их доходности. Формулируются и анализируются две фундаментальные модели формирования оптимальной структуры портфеля ценных бумаг: модель Г. Марковица, модель Блека и модель Дж. Тобина. Отрабатываются приемы нахождения эффективной границы, этих портфелей. Анализируются методы снижения риска инвестиционных портфелей.

В качестве основного учебного пособия при изучении данной темы следует использовать [2-4], а в качестве дополнительной литературы [6-7,9].

### **Тема 3. Статистические основы финансовой деятельности**

Одним из самых распространенных на практике статистических методов исследования и анализа фондового рынка является метод, основанный на использовании корреляционного и регрессионного анализа, который получил широкое применение для изучения возможных зависимостей, существующих между различными финансовыми характеристиками.

В данном разделе рассматриваются базовые понятия математической статистики и основные положения корреляционно-регрессионного анализа применительно к прогнозированию поведения ценных бумаг на основе статистических данных фондового рынка.

В качестве основного учебного пособия при изучении данной темы следует использовать [7,13], а в качестве дополнительной литературы [14, 16-17,20].

### **Тема 4. Модели ценообразования ценных бумаг.**

Взаимодействие спроса и предложения на конкурентном финансовом рынке приводит к состоянию равновесия. Состояние равновесия характеризуется равновесными ценами и объемами сделок.

В данной теме изучается одна из простейших моделей равновесия конкурентного финансового рынка — модель *CAPM* (*Capital Asset Pricing*

*Model*), позволяющая оценить доходности ценных бумаг с учетом фактора риска, а также более сложные многофакторные модели. При изучении этой темы студенты должны глубоко осознать возможности использования вероятностно-статистического инструментария и технологии использования финансовых и статистических функций MS EXCEL,

В качестве основных учебных пособий при изучении данной темы следует использовать [1,4], а в качестве дополнительной литературы [6-7,9].

### **Самостоятельная работа магистрантов**

Внеаудиторными формами и инструментами самостоятельной работы студентов по дисциплине являются:

- выполнение домашних заданий и тестов (Приложение 3);
- выполнение домашней контрольной работы;
- подготовка к практическим занятиям: работа с лекционным материалом;
- подготовка к зачету.

Итоговая оценка выставляется по 100-бальной системе и формируется:

- аттестационными баллами семестра (40)
- зачетным баллом (60)

### **Примерные задания для домашней контрольной работы**

( $N$  — номер варианта работы).

1. Вкладчик положил в банк  $N$  тыс. рублей на 5 лет под  $(5+N)\%$  годовых. Ставка налога на проценты составляет 10%. Какую сумму получит вкладчик при начислении простых и сложных процентов ?
2. Контракт между фирмой и банком предусматривает в течение 3 лет фирме ежегодными платежами в размере  $(20+N)$  тыс. руб. в начале каждого года под ставку  $(10+N)\%$  годовых. Фирма возвращает долг, выплачивая

последовательно в конце 3,4,5 годов. Какова чистая современная величина NPV для банка?

3. Кредит в 10000 руб. выдан на срок 0,5 года. Сумма погашения кредита равна 12500 руб. года. Найти реальную доходность кредитора, считая темп инфляции за период (за полугодие) кредита, равным  $(5+N)\%$ .

4. Годовая процентная ставка составляет  $(5+N)\%$  и остается неизменной в течение всего периода, а годовая купонная ставка по облигации с номиналом  $(1000+100*N)$  руб. со сроком обращения 10 лет установлена в размере  $(10+N)\%$ . Сколько стоит эта облигация при эмиссии? Сколько будет стоить эта облигация через 5 лет. Какова доходность облигации за 10 лет.

5. Инвестор купил трехмесячный европейский опцион колл на акцию. Цена исполнения опциона равна  $(1000+N)$  руб., опцион стоит  $50+N$  руб. Определите финансовый результат (исполнение опциона, прибыль или убыток инвестора) если к моменту окончания контракта спотовая цена акции составляет а) 1200 руб.; б)  $1030+N$  руб.; в)  $800+N$  руб. г)  $1000+N$ .

6. В рамках модели Блэка-Шоулза определить премию европейского опциона колл, если курс спот акции равен  $50+N$  руб., цена исполнения равна  $45+N$  руб., ставка без риска равна  $(10+0,1N)\%$ , время до истечения контракта составляет N месяцев, мгновенное стандартное отклонение доходности акции равно 0,525.

7. Ожидаемые значения доходностей-  $m$  и риска ( $\sigma$ ) для трех взаимно некоррелированных видов ценных бумаг (в процентах) приведены в табл.

N ценные бумаги	1	2	3
$m$	$14+N$	$12+N$	$10+N$
$\sigma$ (ско)	$4+N$	$2+N$	$3+N$

Предполагается, что во все ценные бумаги инвестируется одинаковое

количество средств, т.е.  $x_i=1/n$ .

Определить доходность и риск (*ско*) портфеля, включающего:

- 1) ценные бумаги первого и третьего вида;
- 2) ценные бумаги всех трех видов.

В случаях: а) когда ожидаемые доходности ценных бумаги не коррелируют;  
б) все бумаги имеют полную прямую корреляцию. Сравнить два случая между собой и сделать вывод.

**8.** В таблице приведена информация о доходности акций по двум ценным бумагам и индекса рынка на протяжении пятнадцати кварталов. С помощью Excel :

ВРЕМЯ	ИНДЕКС	ОБЛИГАЦ ИИ	1	2
			A	B
1	5	3.1	10+N	5+N
2	0	1.8	-1+N	4+N
3	12	1	8+N	7+N
4	5	3	7+N	12+N
5	-4.6	3	-5+N	-2+N
6	-8.9	2.1	-10+N	-5+N
7	12	3.8	14-N	8+N
8	5	4.1	3+N	7+N
9	6	3.2	1+N	9-N
10	4	3	5+N	8+N
11	-3	1.9	-7+N	5+N
12	-7	3.2	-8+N	-8+N
13	4	1.6	5+N	6+N
14	6.5	3	9+N	-5+N
15	9	2.9	8+N	4+N

1. Определить характеристики каждой ценной бумаги:  $\alpha$ ,  $\beta$ , рыночный (или систематический) риск, собственный (или несистематический) риск,  $R^2$ ;

2. построить линию доходности рынка ценных бумаг (SML).

9. Средняя доходность актива за предыдущие периоды равна  $(20+N)\%$ , средняя доходность рынка —  $(15+N)\%$ . Ковариация доходности актива с доходностью рынка составляет 0,1. Стандартное отклонение доходности рыночного портфеля равно  $(20+N)\%$ . Определите уравнение рыночной модели.

10. Рассматриваются два альтернативных инвестиционных проекта А и В. Оценив их риски, выбрать наиболее привлекательный проект. Приняты следующие обозначения:  $p_i$  – вероятности состояния внешней среды;  $x_i$  – соответствующие доходности проектов.

А					
$p_i$	0,1	0,3	0,3	0,2	0,1
$x_i$	$3,2+0,1N$	$4,5+0,1N$	$6,2+0,1N$	$8,0+0,1N$	$10,5+0,1N$

В					
$p_i$	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
$x_i, \%$	$4,5+0,1N$	$5,2+0,1N$	$8,5+0,1N$	$10,3+0,1N$	$11,7+0,1N$

### **Методические рекомендации по выполнению домашней контрольной работы**

Целью домашней контрольной работы является закрепление знаний и навыков, приобретенных при изучении дисциплины, и применение их к решению реальных практических задач по финансовой деятельности.

#### **Общие рекомендации по выполнению и оформлению работы**

Контрольная работа выполняется студентами самостоятельно аналитически и с использованием табличного процессора Microsoft Excel .

При выполнении контрольной работы рекомендуется использовать средства MS Excel: **Анализ данных** и **Поиск решения**, а также встроенные статистические, финансовые и математические функции.

При решении задач средствами Microsoft Excel могут использоваться разнообразные с точки зрения содержательности, наглядности, удобства и дизайна подходы к оформлению таблиц и результатов решения.

### **Требования к оформлению отчета по контрольной работе**

Оформление отчета по контрольной работе осуществляется студентом самостоятельно после занятий в установленные преподавателем сроки.

Полный отчет по контрольной работе должен содержать:

- 1) **титульный лист**, на котором приводится название кафедры (Прикладная математика), указывается номер варианта домашней работы, который, как правило, соответствует порядковому номеру фамилии студента в журнале посещаемости занятий, если преподавателем не установлен другой порядок выбора варианта; даётся полная информация об авторе работы; указывается должность, фамилия, имя и отчество преподавателя, проверяющего работу; указывается учебный год (Приложение 4);
- 2) постановку экономической задачи (задач);
- 3) содержательный отчет по каждому пункту задания, который включает краткое изложение теоретического материала, описание алгоритмов моделей, описание компьютерной информационной технологии, с помощью которой получено решение и проведен количественный анализ моделей, экономические выводы;
- 4) при построении графиков и гистограмм подписываются оси (в том числе указываются единицы измерения) и числовые метки. Графики, помимо этого, должны содержать титульные подписи, чтобы было понятно, что на них изображено;
- 5) список использованных источников информации.

### **Система оценивания**

### Уровень требований и критерии оценок

В качестве оценочных средств предусматривается:

- текущий контроль (домашняя контрольная работа, домашние задания и тесты);
- промежуточная аттестация (зачет).

Итоговая оценка выставляется по 100-бальной системе и формируется:

- аттестационными баллами семестра (40)
- зачетным баллом (60)

Требования к результатам освоения дисциплины	Оценка или зачет	Баллы (рейтинговая оценка)
Знание не только основного, но и более углубленного программного материала, грамотное его изложение, допустимы не существенные неточности в ответе и при решении практических задач, выполнение текущей работы в семестре.	<i>зачтено</i>	<i>50-100</i>
Незнание значительной части программного материала, неумение даже с помощью преподавателя сформулировать правильные ответы на вопросы, невыполнение практических заданий	<i>не зачтено</i>	<i>0-49</i>

Текущая аттестационная оценка складывается из оценки за выполнение магистрантом самостоятельных заданий в течение обучения (оценки контрольной работы, выполнения тестов и заданий для самостоятельной работы) - максимум 20 баллов и оценки аудиторной работы студента в аттестационный период - максимум 20 баллов. При выставлении этой оценки учитывается активность студента во время аудиторных занятий, результаты собеседований по лекционному материалу и материалу практических заданий.

Итоговый контроль изучения дисциплины «Математическое обеспечение финансовых решений» проводится в форме зачета. Для

успешной сдачи зачета необходимо подготовить подробные ответы на экзаменационные вопросы, перечисленные ниже и уметь решать задачи.

**Примерный перечень экзаменационных вопросов.**

1. Характеристики эффективности операции наращенного по схеме простых процентов и сложных процентов.
3. Взаимосвязь непрерывной процентной ставки с годовой процентной ставкой.
4. Характеристики эффективности операции дисконтирования по схеме простых процентов и сложных процентов.
6. Начисление налогов на простые проценты и на сложные проценты.
7. Количественные характеристики инфляции.
8. Параметры потока платежей.
9. Определение наращенной суммы  $p$ -срочной,  $m$ -срочной финансовой ренты.
11. Потоки платежей.
12. Анализ эффективности инвестиций с помощью IRR и NPV.
13. Определение современной стоимости  $p$ -срочной,  $m$ -срочной финансовой ренты.
14. Классификация облигаций по способам выплаты дохода.
15. Модели оценки: бессрочной облигации, облигации с нулевым купоном, оценки облигации общего вида.
16. Модели оценки стоимости опционов.
17. Полнота рынка капитала и принцип детерминированного оценивания. Принципы безарбитражности.
18. Вероятностные характеристики доходности ценных бумаг и их оценка в **Excel**.
19. Вероятностные характеристики портфеля ценных бумаг.
20. Модели Марковица и Блека. Задача определения структуры рискованного портфеля с минимальной дисперсией и заданным уровнем доходности.
21. Модель Тобина. Задача определения структуры комбинированного портфеля с минимальной дисперсией и заданным уровнем доходности.

22. Основные предположения линейной регрессионной модели.
23. Модель *SAPM*: предпосылки модели, основное уравнение модели.
24. Мера риска в модели *SAPM*: коэффициент "бета" ценной бумаги, коэффициент "бета" портфеля ценных бумаг.
25. Модель равновесных цен: функция полезности инвестора.
26. Диверсификация. Рыночный и собственный риски портфеля.
27. Рыночная (однофакторная) модель. Бета ценной бумаги.

### Примерная структура экзаменационного билета

#### Вариант № 1

1. Диверсификация. Рыночный и собственный риски портфеля.  
(20 баллов)

2. Укажите номер правильного ответа!

Доля актива, входящего в портфель, определяется как

- 1) сумма средств, затраченных на приобретение актива; 2) отношение величины средств, затрачиваемых на приобретение данного актива, к стоимости всего портфеля; 3) отношение средств, полученных после продажи актива к его первоначальной стоимости. (20 баллов)

3. Вексель стоимостью 150000 руб. учитывается за 2 года до погашения по сложной учетной ставке 12% годовых. Найдите сумму, получаемую векселедержателем, и величину дисконта. (20 баллов)

#### Вариант № 2

1. Модель *SAPM*: предпосылки модели, основное уравнение модели.  
(20 баллов)

2. Укажите номер правильного ответа!

Для двух проектов А и В с одинаковыми ожидаемыми нормами доходности рассчитаны среднеквадратические отклонения  $s_A = 40\%$  и  $s_B = 10\%$ .

Следует отдать предпочтение:

- 1) проекту А;
  - 2) проекту В;
  - 3) отказаться от инвестирования этих проектов. (20 баллов)
3. Инвестор намерен положить некоторую сумму под 8% годовых с целью накопления через три года 700 000 руб. Определить сумму вклада. (20 баллов)

### **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

#### **Рекомендуемая литература**

##### **а) основная:**

1. Лахметкина Н.И. , Петропавловский С.В. , Попов В. Ю., Шаповал А. Б. Количественные методы инвестиционного анализа. Учебное пособие. М: Финансовый университет при Правительстве РФ. 2012.
2. Аль-Натор М.С., Касимов Ю.Ф., Колесников А. Н. Основы финансовых вычислений, часть I (факты, формулы, примеры, тесты): учебное пособие. М.: Финансовый университет при Правительстве РФ. 2012.
3. Аль-Натор М.С., Касимов Ю.Ф., Колесников А. Н. Основы финансовых вычислений, часть 2 (факты, формулы, примеры, тесты): учебное пособие. М.: Финансовый университет при Правительстве РФ. 2013.
4. Аль-Натор М.С., Касимов Ю.Ф., Колесников А. Н. . Основы финансовых вычислений, часть 3 (факты, формулы, примеры, тесты): учебное пособие. М.: Финансовый университет при Правительстве РФ .2014.
5. Аль-Натор М.С., Касимов Ю.Ф., Колесников А. Н. Основы финансовых вычислений, часть 4 (факты, формулы, примеры, тесты): учебное пособие. М.: Финансовый университет при Правительстве РФ .2015. Учебное пособие. М.: Финансовый университет при Правительстве РФ. 2015.

**б) дополнительная:**

6. Люу Ю.Д. Методы и алгоритмы финансовой математики. М: Бином, Лаборатория знаний, 2007.
7. Шарп У. Ф., Александер Г. Дж., Бейли Дж. В. Инвестиции. Финансы и Статистика. М.: 2007.
8. Халл Дж. Форварды, фьючерсы и другие производные финансовые инстру-менты. М.: Вильямс, 2007.
9. Касимов Ю.Ф. Финансы и инвестиции. М.: Анкил , 2005.
10. Бьорк Т. Теория арбитража в непрерывном времени. М.:МЦНМО, 2010.
12. Ross S. M. An Elementary Introduction to Mathematical Finance, Options and Other Topics. Cambridge University Press. 2003.
13. Richard A. DeFusco, McLeavey D.W., Runkle D.E. Quantitative Methods For Investment Analysis. CFA Publisher, 2007
14. Орлова И.В., Половников В.А. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование Учебное пособие. - М.: ВЗФЭИ, Вузовский учебник, 2011.
15. Лукасевич И.Я. Анализ финансовых операций. Методы, модели, техника вычислений. – М.: ЮНИТИ, 2010.
16. Буренин А.Н. Форварды, фьючерсы, опционы, экзотические и погодные производные М.: Научно-техническое общество им. акад. С.И. Вавилова, 2008.
17. Бенинга Шимон. Финансовое моделирование с использованием EXCEL: Пер. с англ. – М.: ООО «Издательский дом Вильямс», 2007.
18. Джексон М., Стонтон М. Финансовое моделирование в EXCEL: углубленный курс: Пер. с англ. – М.: ООО «Издательский дом Вильямс»,

2006.

19. Керимов А.К. Финансовые фьючерсные контракты. М.: Финансовый университет при Правительстве РФ. Учебное пособие 2013.

20. Эконометрика: Учебник / И.И. Елисеева [и др.] / Под ред. И.И. Елисеевой – М.: Финансы и статистика, 2007. – 576 с.

### **Электронные ресурсы**

1. Федеральная ЭБС "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" доступ свободный.

Адрес: <http://window.edu.ru>

2. Библиотечно-информационный комплекс Финансового университета при Правительстве РФ.

Адрес: <http://library.fa.ru>

Свободный доступ

3. Образовательный портал Финансового университета при Правительстве РФ.

Адрес: <http://www.fa.ru/Pages/home.aspx>

Доступ по логину и паролю.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

Банк России (ЦБ) URL: [www.cbr.ru](http://www.cbr.ru)

Московская Межбанковская валютная биржа URL: [www.micex.ru](http://www.micex.ru)

Федеральная служба государственной статистики URL: [www.gks.ru](http://www.gks.ru)

Информационный портал Всемирного банка URL: <http://data.worldbank.org>

АО «ФИНАМ» : <http://www.finam.ru/>

РБК

Эконометрическая страничка URL: <http://www.nsu.ru/ef/tsy/ecmr/index.htm>

Квантиль международный эконометрический журнал на русском языке URL : <http://www.quantile.ru>

### **Периодические издания**

## 1. Журналы ИД «ФИНАНСЫ и КРЕДИТ»

<http://www.fin-izdat.ru/subscr/ebs.php>

### Средства обеспечения освоения дисциплины

1. Электронная таблица EXCEL.
2. Power Point.

### Приложение 1.

#### Содержание разделов и тем дисциплины

##### 1. Финансовые инструменты.

1.1. **Процентные вычисления.** Простые и сложные проценты. Начисление процентов в начале и в конце периода. Эффективные и номинальные процентные ставки. Эквивалентность процентных ставок. Учетная ставка. Процентные ставки в условиях инфляции. Формула Фишера. Инструменты денежного рынка, векселя и депозитные сертификаты.

1.2. **Потоки платежей.** Дисконтирование. Множество финансовых потоков как линейное пространство. Среднее время финансового потока. Внутренняя норма доходности (IRR) и чистая приведённая стоимость (NPV) инвестиционных потоков. Анализ эффективности инвестиций с помощью IRR и NPV. Рента. Параметры годовой ренты. Параметры общей ренты. Вечная рента. Погашение долга: облигационная, равномерная и равномерная амортизационная схемы погашения долга. Потребительские кредиты.

1.3. **Облигация.** Купонная и бескупонная облигации. Текущее значение. Рыночная цена. Текущая доходность. Доходность к погашению. Курс облигации, премия и дисконт. Выплата купонов несколько раз в год. Накопленный купон, чистая и грязная цены облигации. Облигации с плавающей купонной ставкой. Спот и форвардные ставки. Кривая спот-ставок и ее построение методом бустреппинга. Теоретическая цена облигации. Дюрация Фишера-Вейля.

**1.4. Дюрация.** Дюрация потока платежей и эластичность цены по доходности к погашению. Зависимость дюрации от параметров облигации (купонной ставки, доходности к погашению, времени до погашения). Относительное изменение цены. Дюрация портфеля. Управление процентным риском, иммунизация и хеджирование. Управление активами и обязательствами.

**1.5. Производные финансовые инструменты.** Опционы колл и пут.

Основные стратегии в опционах: стратегии хедж, спред и комбинация. Арбитраж при оценке стоимости опционов. Модели оценки стоимости опционов: биномиальная модель, формула Блэка-Шоулса, опционы на акции с дивидендами.

## **2. Портфельный анализ.**

**2.1. Свободный от арбитража однопериодный рынок капитала в условиях определенности.** Понятие арбитража. Примеры. Аддитивная стоимость портфеля. Полнота рынка капитала и принцип детерминированного оценивания. Принципы безарбитражности. Арбитраж и транзакционные издержки.

**2.2. Модели Марковица и Блека.** Доходность и риск ценной бумаги. Портфель ценных бумаг, его доходность и риск. Множество допустимых портфелей, состоящих из двух ценных бумаг. Множество допустимых портфелей в общем случае. Вогнутость. Портфель заданной доходности с минимальным риском при разрешенных коротких продажах. Эффективное множество портфелей. Вогнутость эффективного множества. Функция полезности. Кривые безразличия. Ненасыщаемость и избегание риска. Выбор оптимальный портфель.

**2.3. Оптимальный портфель при наличии безрисковой процентной ставки.** Безрисковое кредитование. Безрисковое заимствование. Множество допустимых портфелей. Портфель с минимальным риском при заданной ожидаемой доходности. Эффективное множество портфелей. Касательный

портфель. Теорема о разделении. Оптимальный портфель. Учет различных ставок кредитования и заимствования.

### **3. Статистические основы финансовой деятельности**

3.1. **Основные понятия статистики.** Выборочная и генеральная совокупность. Выборка. Основные способы представления данных. Выборочное среднее и дисперсия. Медиана, мода, квантиль. Неравенство Чебышева. Статистическая модель Рынка. Коэффициент Шарпа.

3.2. **Корреляция и регрессия.** Корреляционный анализ. Коэффициент корреляции. Линейная регрессия. Основные предположения линейной регрессионной модели. Коэффициент детерминации.

### **4. Модели ценообразования ценных бумаг.**

4.1. **Модель CAPM.** Предположения модели. Рыночный портфель. Связь между рыночным и касательным портфелем. Рыночная линия капитала. Касание допустимых портфелей, состоящих из произвольного актива и рыночного портфеля, и рыночной линии капитала. Взаимосвязь между ожидаемыми доходностями произвольного актива и рыночного портфеля. Ковариация с рыночным портфелем как мера риска в модели.

4.2. **Факторные модели.** Рыночная (однофакторная) модель. Бета ценной бумаги. Общие черты и различия рыночной модели и модели CAPM. Диверсификация. Рыночный и собственный риски портфеля. Однофакторная модель. Рыночная модель как пример однофакторной модели. Ожидаемая доходность и ковариационная матрица в многофакторной модели. Системный и несистемный риски. Построение оптимального портфеля.

## **Приложение 2.**

### **Тематика практических занятий (семинаров).**

№ п/п	№ раздела (темы) дисципли	Тематика практических занятий (семинаров)

	-ны	
1	1	Процентные вычисления. Простые и сложные проценты. Эффективные и номинальные процентные ставки. Потоки платежей. Рента. Облигация. Дюрация. Производные финансовые инструменты. Модели оценки стоимости опционов. Решение задач.
2	2	Свободный от арбитража однопериодный рынок капитала в условиях определенности. Полнота рынка капитала и принцип детерминированного оценивания. Принципы безарбитражности. Модели Марковица и Блека. Доходность и риск ценной бумаги. Портфель ценных бумаг, его доходность и риск. Множество допустимых портфелей, состоящих из двух ценных бумаг. Множество допустимых портфелей в общем случае. Эффективное множество портфелей. Оптимальный портфель при наличии безрисковой процентной ставки. Эффективное множество портфелей. Касательный портфель. Теорема о разделении. Решение задач.
3	3	Основные понятия статистики. Выборочная и генеральная совокупность. Выборка. Основные способы представления данных. Статистическая модель Рынка. Коэффициент Шарпа. Корреляция и регрессия. Корреляционный анализ. Коэффициент корреляции. Линейная регрессия. Основные предположения линейной регрессионной модели. Коэффициент детерминации. Решение задач, дискуссия.
4	4	Модель CAPM. Предположения модели. Рыночный портфель. Связь между рыночным и касательным портфелем. Рыночная линия капитала. Факторные модели. Рыночная (однофакторная) модель. Бета ценной бумаги. Общие черты и различия рыночной модели и модели CAPM. Диверсификация. Рыночный и собственный риски портфеля. Ожидаемая доходность и ковариационная матрица в многофакторной модели. Системный и несистемный риски. Построение оптимального портфеля. Решение задач. Защита домашней контрольной работы.



### Приложение 3.

## Учебно-методическая карта дисциплины "Математическое обеспечение финансовых решений"

Наименование раздела	№	Содержание лекций	Содержание ПЗ	Самостоятельная работа	Вид контроля
<b>1. Финансовые инструменты</b>		1. Процентные вычисления. Простые и сложные проценты. Эффективные и номинальные процентные ставки. Эквивалентность процентных ставок. Учетные ставки. Инструменты денежного рынка. Мультивалютные сделки. Учет инфляции [1], Гл. 1; [2] Гл. 2, 3; [9].	Практическое занятие по теме 1.1.- [1] § 1.6, [2] примеры Гл. 2, 3;	Решение задач из [1] § 1.7; [2] задачи к Гл. 2, 3;	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
		2. Потоки платежей. Эквивалентность потоков платежей. Анализ эффективности инвестиционных проектов. Ренты. Схемы погашения долга	Практическое занятие по теме 1.2. [1] § 2.6, [2] примеры Гл. 4, 5, 6;	Решение задач из [1] § 2.7; [2] задачи к Гл. 4, 5, 6;	

	<p>3. Облигация. Основные характеристики. Оценка облигации внутри купонных периодов. Дюрация Маколея. Временная структура процентах ставок. Дюрация Фишера-Вейля. Портфель облигаций. Облигационный арбитраж. [1], Гл. 3, [5] Гл. 19, 21, 22, 23;</p> <p>4. Производные финансовые инструменты. Модели оценки стоимости опционов. Биномиальная модель, формула Блэка-Шоулса [1], Гл. 5,6; [6] Гл. 8,9,10,</p>	<p>Практическое занятие по теме 1.3-1.4. [1] § 3.76, [5] примеры Гл. 19, 21, 22, 23;</p> <p>Практическое занятие по теме 1.5. [1] § 5.1-§ 5.5, § 6.4</p>	<p>Решение задач из [1] § 3.8; [5] задачи к Гл. 19, 21, 22, 23;</p> <p>Решение задач из [1] § 5.6,</p>	
<p><b>2.</b> <b>Портфельный анализ</b></p>	<p>1. Свободный от арбитража однопериодный рынок капитала в условиях определённости. Полнота рынка капитала и принцип</p>	<p>Практическое занятие по теме 2.1.</p>	<p>Решение задач из [1] § 4.7;</p>	<p>Контроль наличия и выборочная</p>

	<p>детерминированного оценивания. Принципы безарбитражности.</p> <p>2. Модели Марковица и Блека. Доходность и риск ценной бумаги. Портфель ценных бумаг, его доходность и риск. Множество допустимых портфелей, состоящих из двух ценных бумаг. Множество допустимых портфелей в общем случае. Эффективное множество портфелей.</p> <p>3. Оптимальный портфель при наличии безрисковой процентной ставки. Эффективное множество портфелей. Касательный портфель. Теорема о разделении.</p> <p>[1], Гл. 4.; [4] Гл. 14, 15, 16, 17</p>	<p>[3] примеры Гл. 11;</p>	<p>[3] задачи к Гл. 11</p>	<p>проверка домашнего задания.</p>
<p><b>3.</b> <b>Статистические основы финансовой деятельности</b></p>	<p>1. Основные понятия статистики. Выборочная и генеральная совокупность. Выборка. Основные способы представления данных. Статистическая модель Рынка. Коэффициент Шарпа.</p>	<p>Практические занятия по теме 3.1 [13] § 3.2, §3. 5, § 3.6, §3. 7,</p>	<p>Решение задач из [3] § 2.3. Решение задач из</p>	<p>Контроль наличия и выборочная проверка домашнего</p>

	<p>2. Корреляция и регрессия. Корреляционный анализ. Коэффициент корреляции. Линейная регрессия. Основные предположения линейной регрессионной модели. Коэффициент детерминации.</p> <p>[13], Гл. 3, 6, 8., [4] Гл. 14</p>	<p>§6. 4, §6. 5 [4] задачи к Гл. 14</p>	<p>[13] задачи к Гл. 3, 6</p>	<p>задания.</p>
		<p>Практическое занятие по теме 3.2. [13] § 8.2, 8.3.,</p>	<p>Решение задач из [13] задачи к Гл. 8</p>	
<p><b>4. Модели ценообразования ценных бумаг</b></p>	<p>4.1. Модель CAPM. Предположения модели. Рыночный портфель. Связь между рыночным и касательным портфелем. Рыночная линия капитала.</p>	<p>Практическое занятие по теме 4.1 - [1] § 4.3; [7], примеры из Гл. 11</p>	<p>Решение задач из [1] § 4.7; [7], задачи к Гл. 11</p>	<p>Контроль наличия и выборочная проверка домашнего</p>

	<p>4.2. Факторные модели. Рыночная (однофакторная) модель. Бета ценной бумаги. Общие черты и различия рыночной модели и модели CAPM. Диверсификация. Рыночный и собственный риски портфеля. Ожидаемая доходность и ковариационная матрица в многофакторной модели. Системный и несистемный риски. Построение оптимального портфеля.</p> <p>[1], Гл. 4.; [4], Гл. 18.</p>	<p>Практическое занятие по теме 4.2 - [1] § 4.3; [4], примеры Гл. 18</p>	<p>Решение задач из [1] § 4.7; [4], задачи к Гл. 18</p>	<p>задания.</p>
--	--	--	---	-----------------

**Приложение 4.**

**ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ**

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего образования «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

Кафедра «Прикладная математика »

**ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

По дисциплине «Математическое обеспечение финансовых решений»

\_\_\_\_\_ наименование

темы или вариант задания

Выполнил (а) студент (ка) группы \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ Ф.И.О. студента

\_\_\_\_\_ Проверил преподаватель

\_\_\_\_\_ уч. степень, должность

\_\_\_\_\_ Ф.И.О. \_\_\_\_\_

Дата поступления работы на кафедру « \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Оценка \_\_\_\_\_ количество баллов, зачтено/не зачтено

подпись « \_\_\_ » \_\_\_\_\_

20\_\_ г. Москва