Модель Леонтьева межотраслевой экономики

БИОГРАФИЯ В.В.ЛЕОНТЬЕВА

МЕЖОТРАСЛЕВОЙ БАЛАНС

Отрасли	1	2	…	j	…	n	Итого	Конечная продукция	Валовая продукция
1	x_{11}	x_{12}	…	x_{1j}	…	x_{1n}	$\sum_{j=1}^{n} x_{1j}$	y_1	X_1
2	x_{21}	x_{22}	…	x_{2j}	…	x_{2n}	$\sum_{j=1}^{n} x_{2j}$	y_2	X_2
…								…	…
i	x_{i1}	x_{i2}	…	x_{ij}	…	x_{in}	$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}$	y_i	X_i
…								…	…
n	x_{n1}	x_{n2}	…	x_{nj}	…	x_{nn}	$\sum_{j=1}^{n} x_{nj}$	y_n	X_n
Итого	$\sum_{i=1}^{n} x_{i1}$	$\sum_{i=1}^{n} x_{i2}$	…	$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}$	…	$\sum_{i=1}^{n} x_{in}$	$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_{ij}$	$\sum_{i=1}^{n} y_i$	$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}$
Условно чистая продукция	V_1	V_2	…	V_j	…	V_n	$\sum_{j=1}^{n} V_j$		
Валовая продукция	X_1	X_2	…	X_j	…	X_n	$\sum_{j=1}^{n} X_j$		

ЛИНЕЙНАЯ БАЛАНСОВАЯ МОДЕЛЬ

$$X_j = \sum_{i=1}^{n} x_{ij} + Z_j, \quad \mathrm{j} = 1, 2, \ldots, \mathrm{n}.$$

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + Y_i, \quad i = 1, 2, \ \ldots, n$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_j = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} x_{ij} + \sum_{j=1}^{n} Z_j ,$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + \sum_{i=1}^{n} Y_i .$$

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i = \sum_{j=1}^{n} Z_j .$$

ЛИНЕЙНАЯ БАЛАНСОВАЯ МОДЕЛЬ

$$
\begin{aligned}
X_1 &= a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \ldots + a_{1n}X_n + Y_1 \\
X_2 &= a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \ldots + a_{2n}X_n + Y_2 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
X_n &= a_{n1}X_1 + a_{n2}X_2 + \ldots + a_{nn}X_n + Y_n
\end{aligned}
$$

$$a_{ij} = x_{ij} / X_j, \quad \text{i, j} = 1, 2, \ldots, \text{n.}$$

$$x_{ij} = a_{ij} \cdot X_j \ .$$

ЛИНЕЙНАЯ БАЛАНСОВАЯ МОДЕЛЬ

$$\begin{cases} x_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n + y_1; \\ x_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n + y_2; \\ \qquad\qquad\qquad \ldots \\ x_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n + y_n. \end{cases}$$

$$X = AX + Y$$

ТРИ ВИДА ПЛАНОВЫХ РАСЧЕТОВ

1) Задав в модели валовой продукции каждой отрасли Xj, можно определить объемы конечной продукции каждой отрасли Yi по формуле:

$$Y=(E-A)*X$$

2) Задав величины конечной продукции всех отраслей Yi, можно определить величины валовой продукции каждой отрасли Xi по формуле:

$$X=(E-A)^{-1}*Y$$

3) Для ряда отраслей задав величины валовой продукции, а для всех остальных отраслей задав объемы конечной продукции, можно найти недостающие величины конечной продукции первых отраслей и объемы валовой продукции вторых

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Промышленная группа предприятий (холдинг) выпускает продукцию трех видов, при этом каждое из трех предприятий группы специализируется на выпуске продукции одного вида: первое предприятие специализируется на выпуске продукции первого вида, второе предприятие - продукции второго вида; третье предприятие - продукции третьего вида. Часть выпускаемой продукции потребляется предприятиями холдинга (идет на внутреннее потребление), остальная часть поставляется за его пределы (внешним потребителям, является конечным продуктом). Специалистами управляющей компании получены экономические оценки a_{ij} ($i=1, 2, 3$; $j=1, 2, 3$) элементов технологической матрицы A (норм расхода, коэффициентов прямых материальных затрат) и элементов y_i вектора конечной продукции Y.

Заданы матрица коэффициентов прямых затрат трех отраслей $A=(a_{ij})$ и вектор конечной продукции Y.

Производящие отрасли	Коэффициенты прямых затрат			Конечный продукт
	Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3	
Отрасль 1	0,1	0,1	0,2	160
Отрасль 2	0,1	0,2	0,3	180
Отрасль 3	0,1	0,2	0,3	170

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Построение баланса производства и распределения продукции предприятий холдинга:

1) Линейная балансовая модель имеет вид:

$$X_1 = 0{,}1 \cdot X_1 + 0.1 \cdot X_2 + 0.2 \cdot X_3 + 160$$
$$X_2 = 0{,}1 \cdot X_1 + 0.2 \cdot X_2 + 0.3 \cdot X_3 + 180$$
$$X_3 = 0{,}1 \cdot X_1 + 0.2 \cdot X_2 + 0.3 \cdot X_3 + 170$$

2) Валовой выпуск каждого предприятия находим по формуле:

$$X = (E - A)^{-1} \cdot Y\ .$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

3) Проверка продуктивности технологической матрицы А= a_{ij}

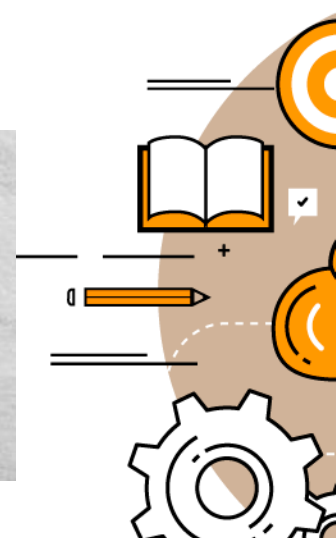
$$A=\begin{pmatrix}0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2\\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}3\\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}3\end{pmatrix},\quad E=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix},$$

$$(E-A)=\begin{pmatrix}0{,}9 & -0{,}1 & -0{,}2\\ -0{,}1 & 0{,}8 & -0{,}3\\ -0{,}1 & -0{,}2 & 0{,}7\end{pmatrix},\quad (E-A)^{-1}=\begin{pmatrix}1{,}190 & 0{,}262 & 0{,}452\\ 0{,}238 & 1{,}452 & 0{,}690\\ 0{,}238 & 0{,}452 & 1{,}690\end{pmatrix}[9].$$

4)Выполняем умножение матриц: по формуле

$$X=(E-A)^{-1}\cdot Y.$$

$$X=\begin{pmatrix}X_1\\ X_2\\ X_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1{,}190 & 0{,}262 & 0{,}452\\ 0{,}238 & 1{,}452 & 0{,}690\\ 0{,}238 & 0{,}452 & 1{,}690\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}160\\ 180\\ 170\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}314{,}524\\ 416{,}905\\ 406{,}905\end{pmatrix};$$



ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

5) Межотраслевые поставки продукции определяем по формуле:

$$x_{ij} = a_{ij} \cdot X_j;$$

$$x_{11} = a_{11} \cdot X_1 = 0.1 \cdot 314.524 = 31.452;$$
$$x_{12} = a_{12} \cdot X_2 = 0.1 \cdot 416.905 = 41.690;$$
$$x_{13} = a_{13} \cdot X_3 = 0.2 \cdot 406.905 = 81.381;$$

И т.д

6) Условно чистую продукцию находим из равенств:

$$X_j = \sum_{i=1}^{n} x_{ij} + Z_j$$

$$Z_j = X_j - \sum_{i=1}^{n} x_{ij};$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

5) Строим таблицу межотраслевого баланса

Производящие отрасли	**Потребляющие отрасли**			**Суммы**	**Конечный продукт**	**Валовой продукт**
	Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3			
Отрасль 1	31,452	41,6904762	81,381	154,524	160	314,524
Отрасль 2	31,452	83,381	122,071	236,905	180	416,905
Отрасль 3	31,452	83,381	122,071	236,905	170	406,905
Суммы	94,357	208,452	325,524	**628,333**	**510**	**1138,33**
Условно чистая продукция	220,167	208,452	81,381	**510**		
Валовой продукт	314,524	416,905	406,905	**1138,33**		

Подготовила:
студентка 2 курса
Покопцева Анастасия