

ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ  
ФУНКЦИИ.  
ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ  
ФУНКЦИЯ КОББА-  
ДУГЛАСА

Выполнили:  
Балашов Антон  
Жарких Дарья

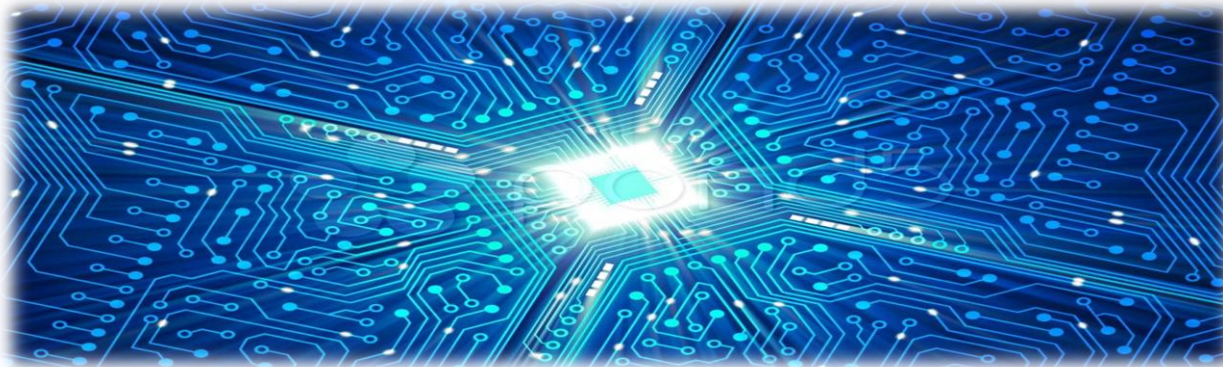
# ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ

**Производственной функцией** называется зависимость максимального объема производимого продукта от затрат используемых факторов



# Свойства производственной функции

- Производственная функция показывает **максимальный** объем выпуска при данных объемах ресурсов.
- Каждая производственная функция отражает только данную технологию.
- В рамках данной технологии производственная функция допускает некоторую взаимозаменяемость факторов производства *без изменения объема выпуска*
- Существуют технологические и экономические пределы роста объема выпуска за счет роста одного из факторов при постоянстве остальных.
- Увеличение затрат капитала и труда за известными пределами ведет к уменьшению общего продукта – *закон убывающей отдачи факторов*
- Изменение *всех* факторов производства происходит не в *коротком*, а *длительном* периоде времени.



# ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ

Производственная функция одной переменной - это функция, независимая переменная которой принимает значения используемого ресурса (фактора производства), а зависимая переменная - значения объемов выпускаемой продукции

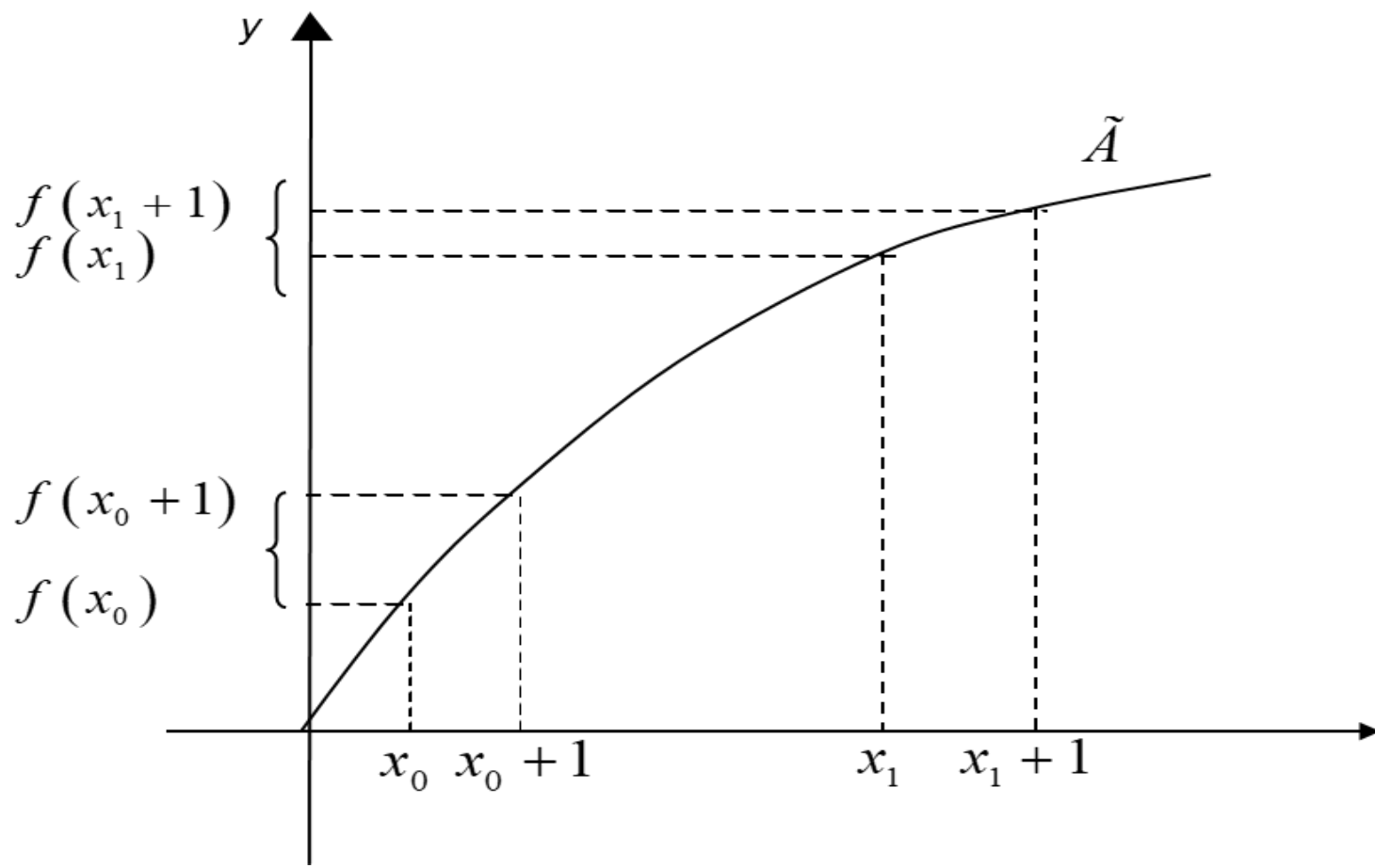
$$y=f(x)$$



## *Пример 1.*

Возьмем производственную функцию  $f$  в виде  $f(x)=ax^b$ , где  $x$  - величина затрачиваемого ресурса,  $f(x)$  - объем выпускаемой продукции, величины  $a$  и  $b$  - параметры производственной функции  $f$ .

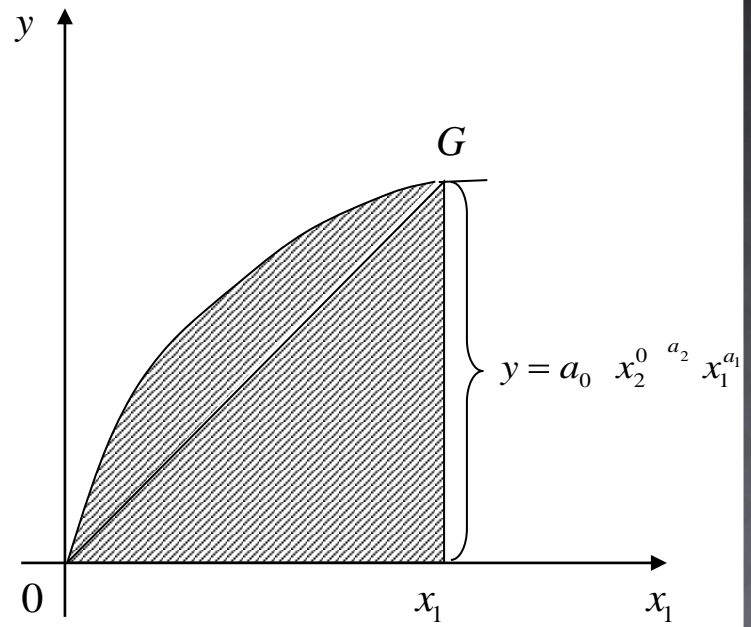
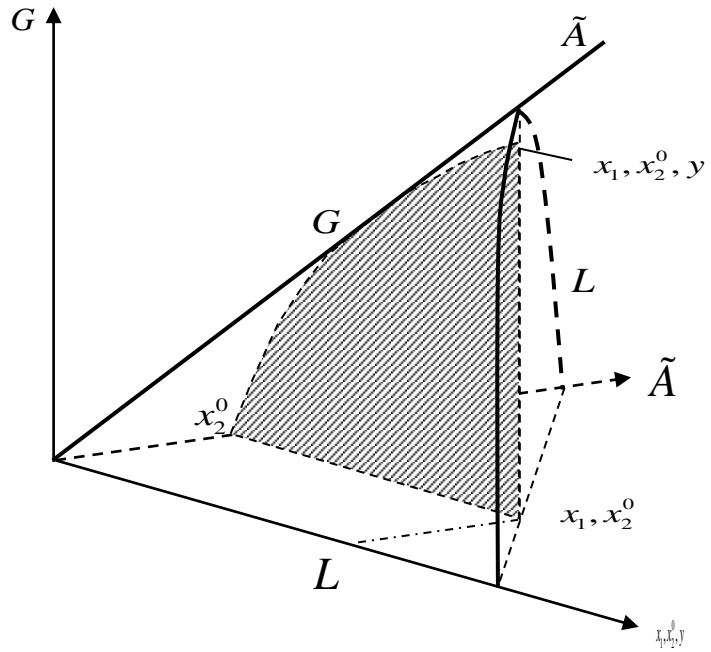




Производственная функция нескольких переменных - это функция, независимые переменные которой принимают значения объемов затрачиваемых или используемых ресурсов (число переменных  $n$  равно числу ресурсов), а значение функции имеет смысл величин объемов выпуска:

$$y=f(x)=f(x_1,\dots,x_n).$$







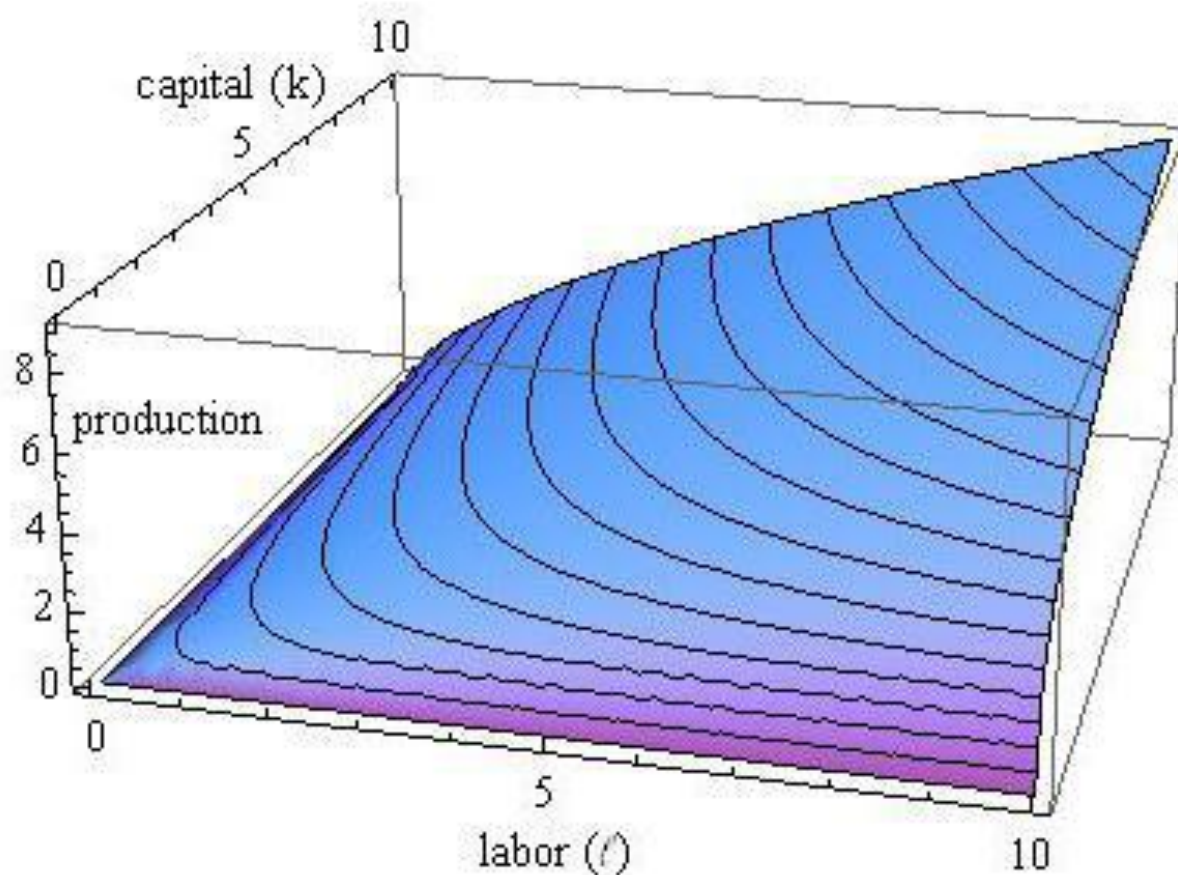
# Производственная функция (функция Кобба-Дугласа) (*Cobb-Douglas function*)

$$Q = A K^{\alpha} L^{\beta}$$

где **A** - коэффициент пропорциональности,

- **$\alpha$**  и  **$\beta$**  - коэффициенты эластичности объема производства по затратам труда и капитала.
- Коэффициент  $\alpha$  показывает, на сколько процентов увеличится объем производства, если затраты капитала возрастут на 1%.
- Коэффициент  $\beta$  показывает, на сколько процентов увеличится объем выпуска, если затраты труда возрастут на 1%.
- Сумма  $\alpha + \beta$  показывает, на сколько изменится объем производства (или ВВП) при одновременном увеличении труда и капитала на 1%.

## *Cobb-Douglas Production Function*



Пример:

Пусть производственная функция есть функция Кобба-Дугласа. Чтобы увеличить выпуск продукции на  $a = 3\%$ , надо увеличить основные фонды на  $b = 6\%$  или численность работников на  $c = 9\%$

Найти производственную функцию



Решение:

Найдем коэффициенты б, в:  $b = a/b = 3/6 = 1/2$ ,  
 $v = a/c = 3/9 = 1/3$ , следовательно,  
 $Y = AK/2L/3$ .

Для нахождения А подставим в эту формулу значения К, L, М, имея в виду, что  $Y = ML = 1000 \cdot 104 = A(108)/210001/3$ .

Отсюда  $A = 100$ .

Таким образом, производственная функция имеет вид:  $Y = 100K/2L/3$ .



Неоклассическая мультипликативная производственная функция имеет вид  $Y = \alpha_0 K^{\alpha_1} L^{\alpha_2}$ ;

Производственная функция  $Y = F(x)$  является **неоклассической**, если выполнены следующие условия:

1) Положительная и убывающая предельная производительность факторов :  $F'_{x_i} > 0, F''_{x_i} < 0$

2) Линейная однородность или постоянная отдача от масштаба:  $F(\lambda x) = \lambda F(x)$

Производственную функцию можно представить как  $Y/x_i = f(x/x_i)$ , для двух факторов - капитала и труда:  $Y/L = f(K/L)$

3) Условие Инада:

$$\lim_{x_i \rightarrow 0} F'_{x_i} = \infty \quad \lim_{x_i \rightarrow \infty} F'_{x_i} = 0$$