

# Функции полезности: основные характеристики, оптимизация полезности



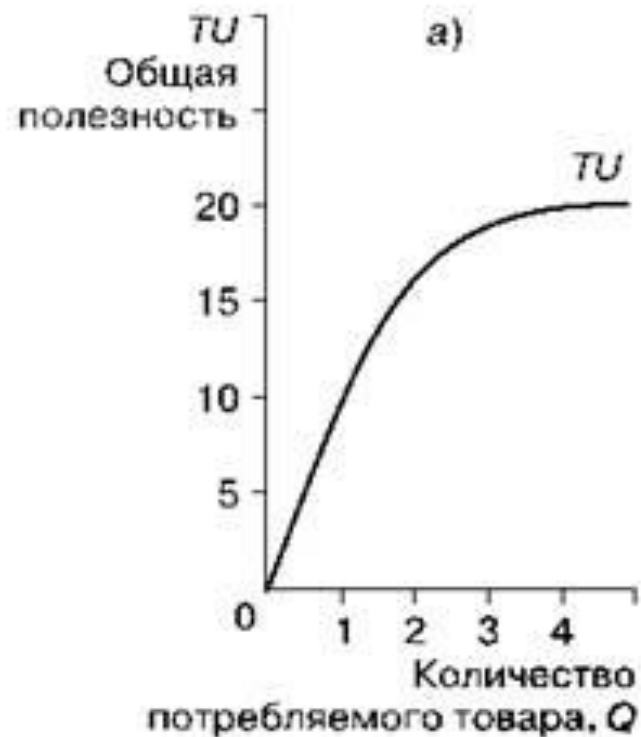
Выполнила: Денисова В.С.

# Потребительское поведение

- Среди бесконечного количества благ, имеющихя на рынке, потребитель должен выбрать те, что, с одной стороны, удовлетворяют его потребности, а, с другой, соотносятся с его возможностями.
- Каждый потребитель заинтересован **максимизировать** общее количество **полезности**, которое он получает.
- **Полезность блага** – это способность экономического блага удовлетворять одну или несколько человеческих потребностей.



- **Общая (совокупная) полезность (TU)** – это удовлетворение, получаемое от потребления конкретного набора благ конкретным потребителем.

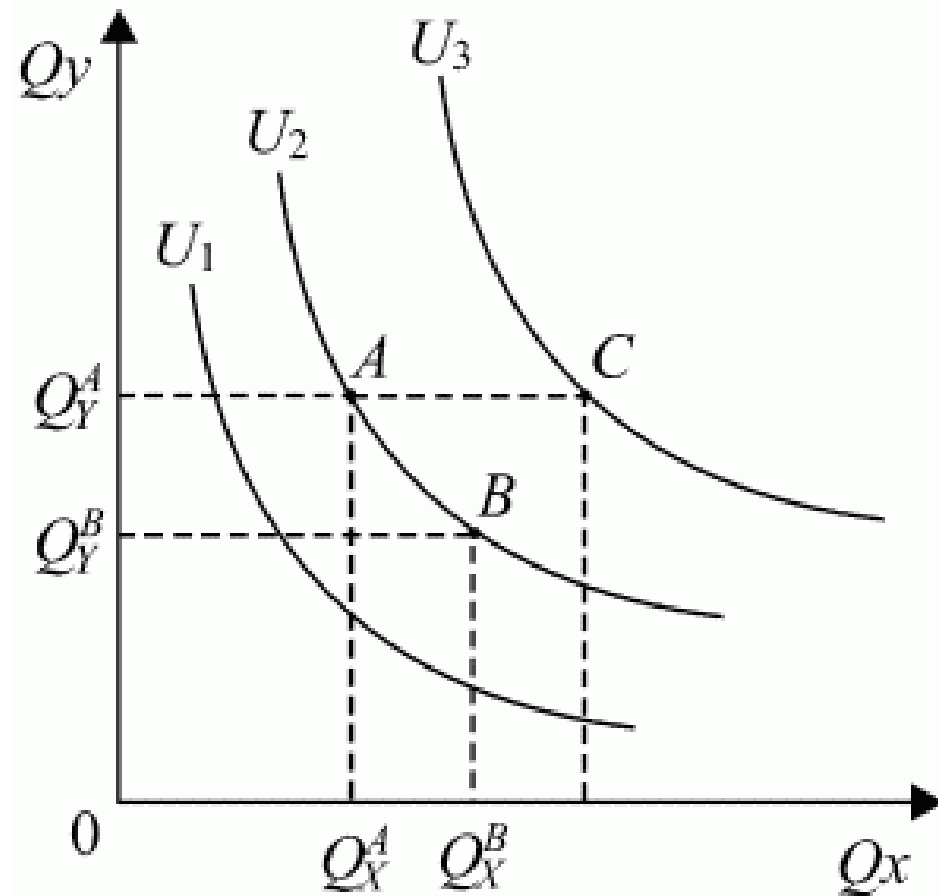


- **Функция полезности** является мерой соотношения между объемами потребляемых благ и уровнем полезности:

$$U = U(y_1, y_2, \dots, y_n);$$

где  $U$  – полезность набора благ,  
а  $y_1, y_2, \dots, y_n$  - объемы потребления благ.

**Кривая безразличия** – это линия, каждая точка которой представляет комбинацию двух товаров, которые имеют для потребления одинаковую общую полезность.



# Основные характеристики функции полезности

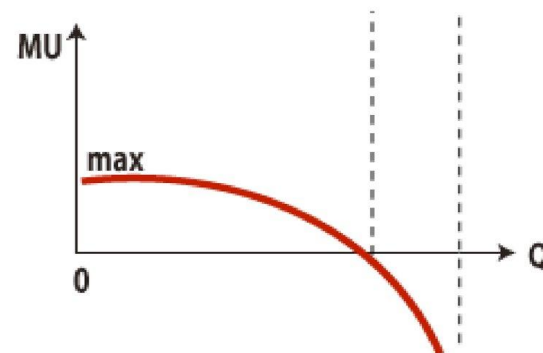
- **Средняя полезность** - это отношение общей полезности к количеству потреблённых единиц блага

$$u_i = \frac{U}{y_i}$$

- **Предельная полезность (MU)** — это увеличение общей полезности при потреблении одной дополнительной единицы блага.

График предельной полезности (MU)

$$U_i = \frac{\partial U(Y)}{\partial y_i} \approx \frac{\Delta U}{\Delta y_i}$$



- **Коэффициент эластичности** - величина, равная отношению предельной полезности к средней.

$$\varepsilon_i(U) = \frac{\partial U}{\partial y_i} \div \frac{U}{y_i} = \frac{\partial U}{\partial y_i} \cdot \frac{y_i}{U}$$

- Если эластичность  $> 1$ , то функция полезности называется *эластичной* (по  $y_i$ ); если  $< 1$ , то функция полезности называется *неэластичной* (по  $y_i$ ); если  $= 1$ , то говорят, что функция имеет *единичную эластичность* (по  $y_i$ ).

- Коэффициент **полной эластичности** функции

$U$ :

$$E(U) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i(U)$$

- **Предельная норма замены благ  $i$  и  $j$ :**

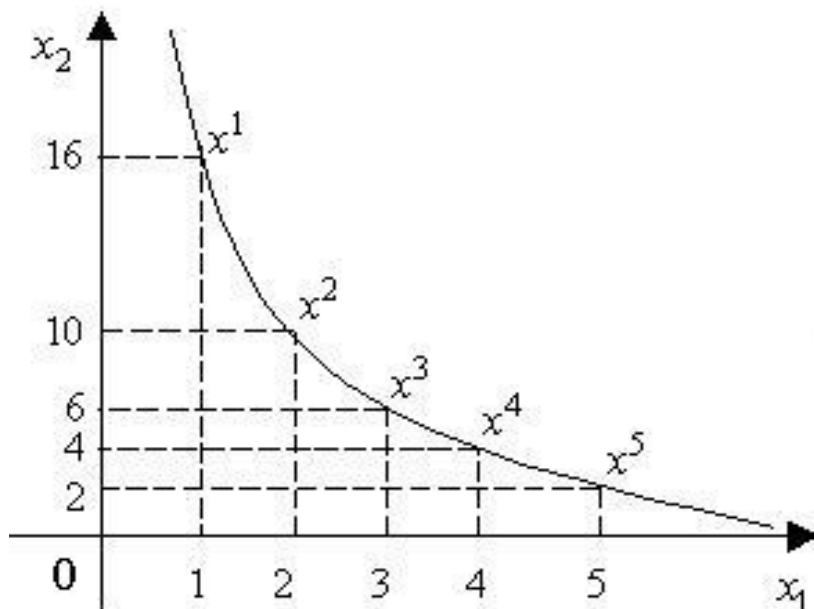
$$S_{ij} = \frac{\frac{\partial U}{\partial y_i}}{\frac{\partial U}{\partial y_j}}$$



# Пример:

- Предположим, что имеется 5 наборов товаров:  
 $x^1(1;16), x^2(2;10), x^3(3;6), x^4(4;4), x^5(5;2)$ .
- с одинаковой полезностью, т.е.  $U(x^1)=\dots=U(x^5)$ . Пусть первый вид товара - одежда, второй - продукт питания. Эти точки лежат на одной кривой безразличия.
- Как следует из графика, замена набора  $x_1$  набором  $x_2$  требует отказа от 6 единиц продуктов питания взамен на одну единицу одежды; замена  $x_2$  на  $x_3$  - отказа от 4 единиц продуктов питания ради одной единицы одежды и т.д.

Продукт питания



Одежда

# Подходы к исследованию функции полезности

## Ординалистский

Сторонники  
В. Парето, Дж. Хикс

Потребитель оценивает и сравнивает не отдельные единицы благ, а наборы (потребительские корзины)

## Кардиналистский

Сторонники  
У.Джевонс, К.Менгер,  
Л.Вальрас

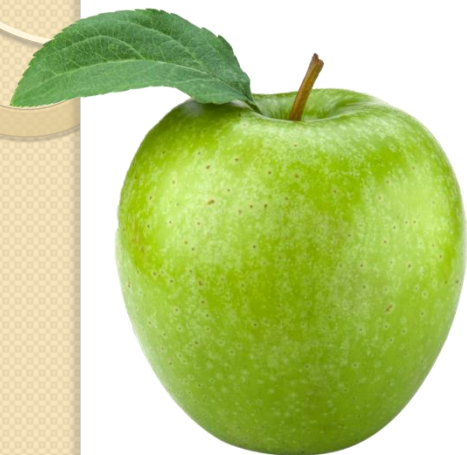
Предполагает точное количественное определение величины полезности

# Оптимизация полезности с точки зрения экономической теории

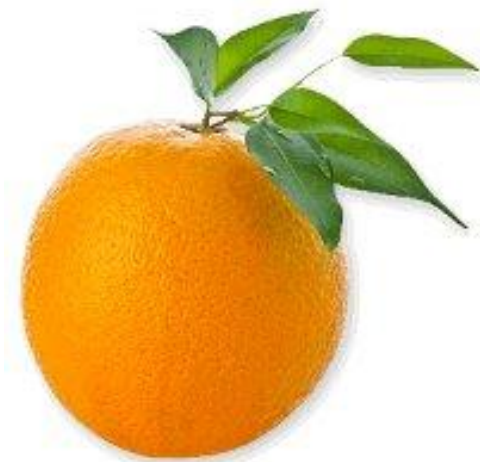
**Второй закон Госсена:** чтобы получить максимум полезности доход потребителя должен быть распределен таким образом, чтобы каждая последняя денежная единица, затраченная на приобретение каждого вида продуктов, приносила бы одинаковую добавочную (предельную) полезность

$$\frac{U_i}{p_i} = \frac{U_j}{p_j}$$

Пример:



$MU > MU$



# Задача потребительского выбора

Задача потребительского выбора (задача рационального поведения потребителя на рынке) заключается в выборе такого потребительского набора, который максимизирует его функцию полезности при заданном бюджетном ограничении.

## Модель поведения потребителей:

$$U(Y) \rightarrow \max$$

$$PY \leq D$$

$$Y \geq 0.$$

# Пример задачи нелинейного программирования:

Найти оптимальный набор потребителя  $(x_1^*, x_2^*)$  с бюджетом  $M = 12$  и функцией полезности  $U = x_1 + x_2$  при ценах  $p_1 = 2$  и  $p_2 = 3$ .

# Составим ЭММ задачи:

$$U(x_1, x_2) = x_1 x_2 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 12$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Для решения задачи подключаем инструмент **Поиск решения** в Excel:

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	x1	x2	F						
2	3	2	6						
3	2	3	12 <-		12				

The 'Поиск решения' (Solver) dialog box is open, showing the following configuration:

- Установить целевую ячейку:  (Target Cell: \$C\$2)
- Равной:  максимальному значению (To: Max of)  (Value of: 0)
- Изменяя ячейки:  (Changing Variable Cells: \$A\$2:\$B\$2)
- Ограничения:  (Constraints: \$C\$3 <= \$E\$3)

Buttons visible in the dialog include: Выполнить, Закрывать, Параметры, Добавить, Изменить, Удалить, Восстановить, and Справка.

# Заключение

**Функция полезности** является очень удобным вспомогательным средством, которое открывает возможность использования теории оптимизации при решении задачи потребителя. Без использования функции полезности решение такой задачи с математической точки зрения может быть затруднительным. Несмотря на некоторую ограниченность подхода, функция полезности является неотъемлемой частью большинства современных экономических моделей.

