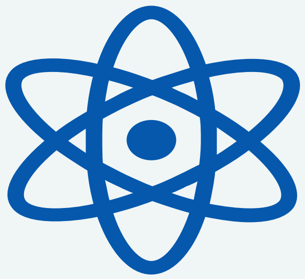
Основные теории систем массового обслуживания

Выполнили: Ручкин Егор, Кирилл Хохлов

Введение в ТСМО



Система массового обслуживания (СМО) — система, предназначенная для многоразового использования при решении однотипных задач.

Введение в теорию массового обслуживания

Основные элементы СМО:

- Входящий поток требований.
- Очередь.
- Каналы обслуживания.
- Выходящий поток обслуженных требований.

Структурная схема СМО

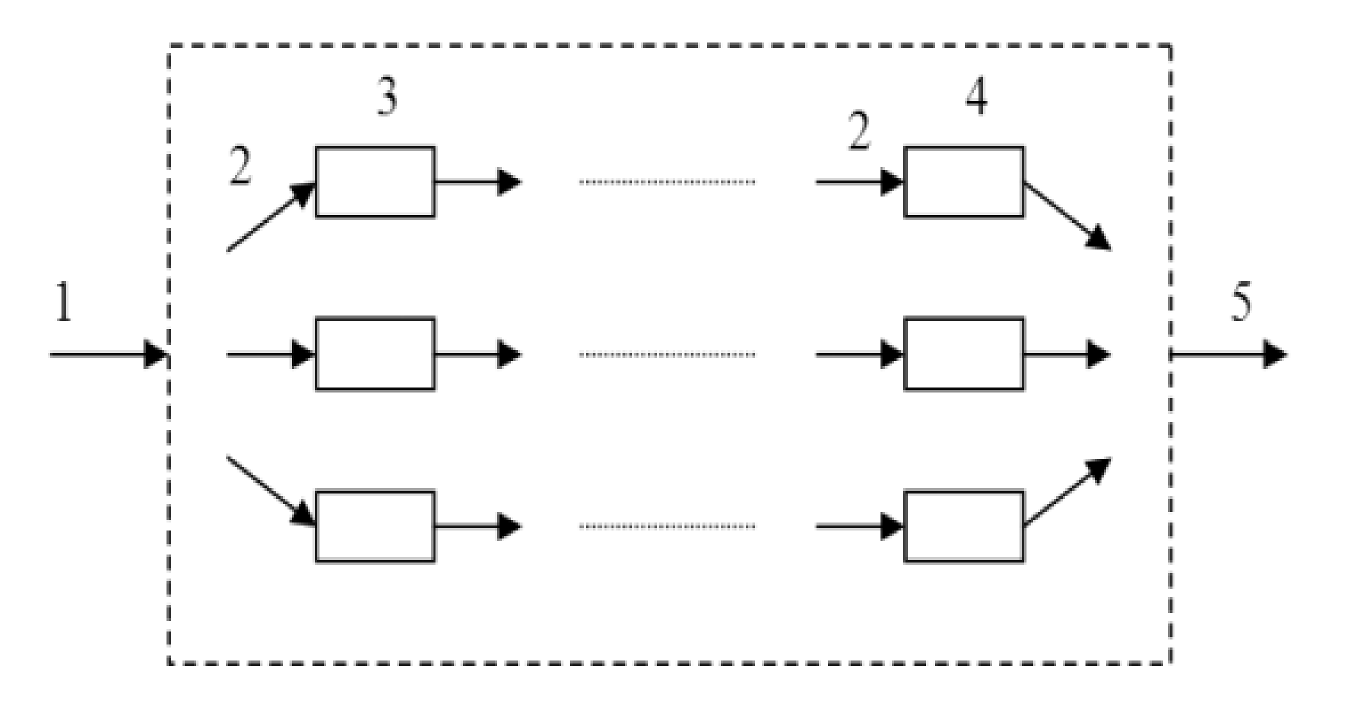


Схема СМО: 1 – входящий поток; 2 – очереди на обслуживание; 3 – обслуживающие аппараты 1-й фазы; 4 – обслуживающие аппараты n-й фазы; 5 – выходящий поток

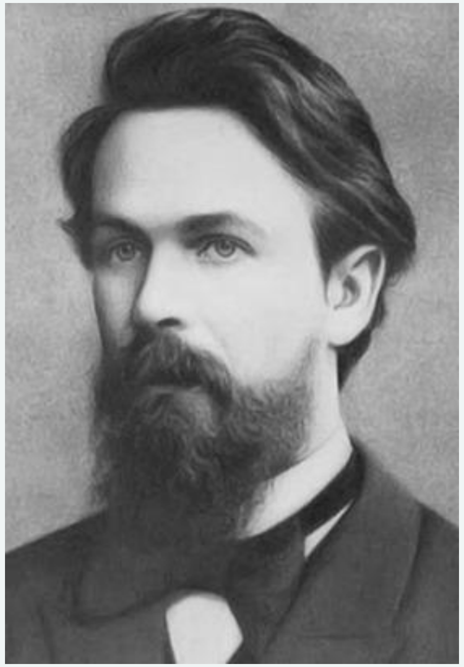
СМО

С отказами

С ожиданием

- С ограниченной длиной
- С неограниченной длиной

История развития СМО



Марков Андрей Андреевич

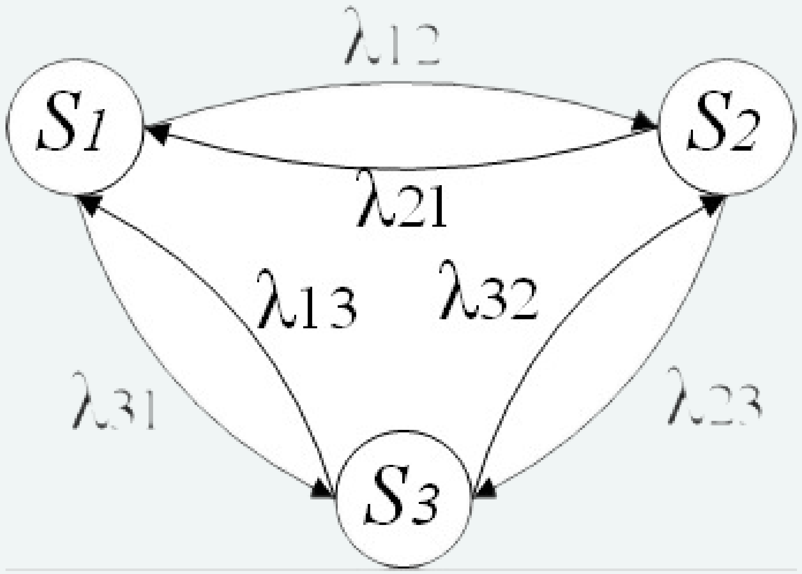
Агнер Краруп Эрланг

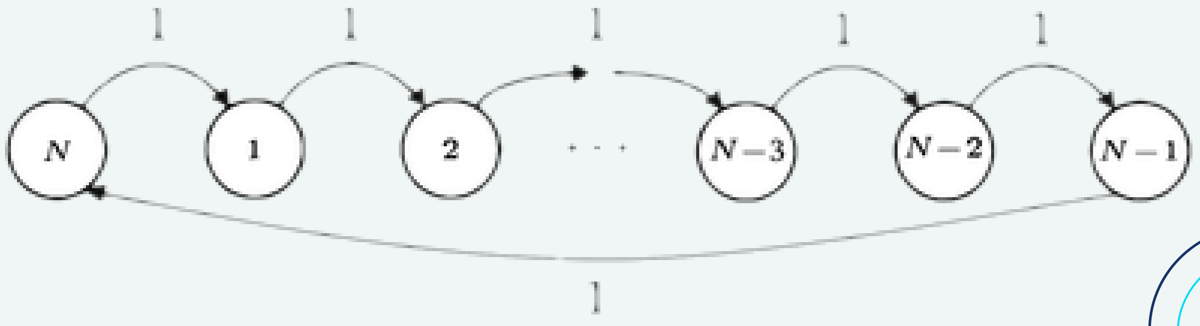
Александр Яковлевич Хинчин

Борис Владимирович Гнеденко

Понятие марковского случайного процесса

Графы переходов





Условие

Необходимо построить график состояний следующего случайного процесса: устройство S состоит из двух узлов, каждый из которых в случайный момент времени может выйти из строя, после чего мгновенно начинается ремонт узла, продолжающийся заранее неизвестное случайное время.

Решение

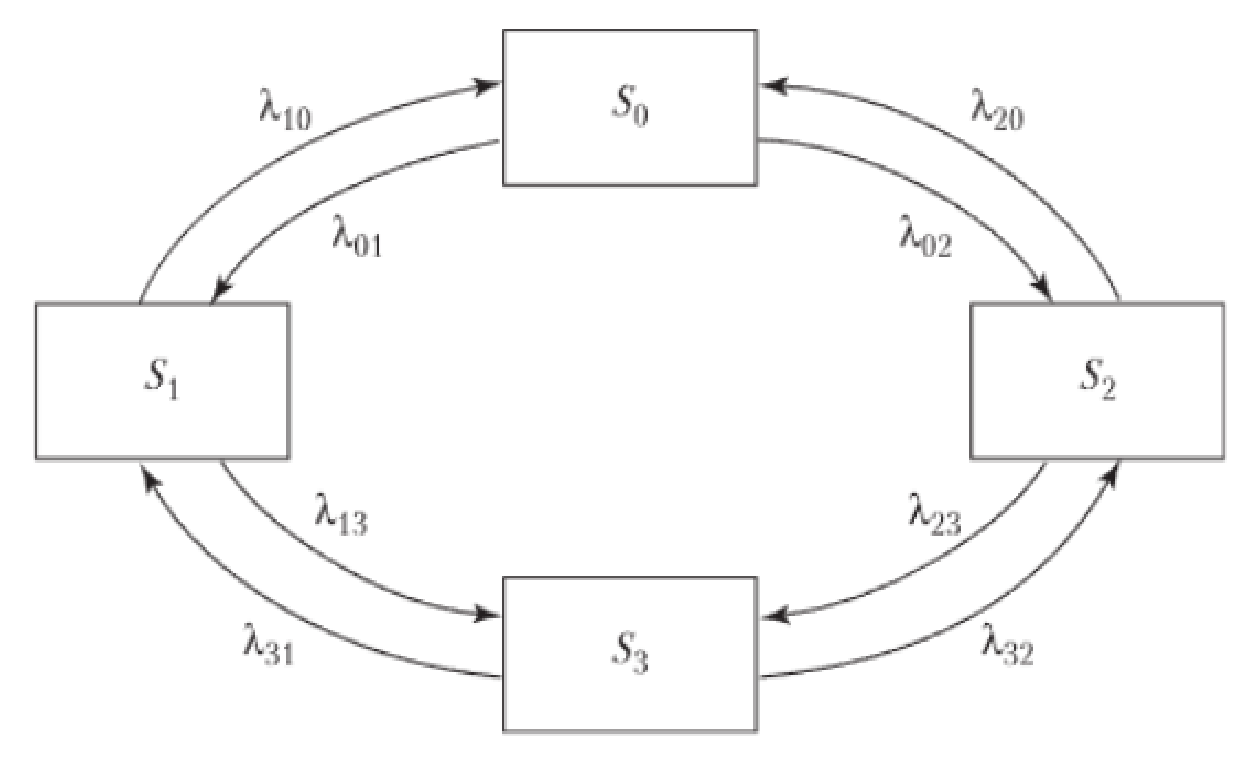
Возможные состояния системы:

S_0 — оба узла исправны;

S_1 — первый узел ремонтируется, второй исправен;

S_2 –второй узел ремонтируется, первый исправен;

S_3 — оба узла ремонтируются.



Поток событий

- Регулярный
- Ординарный
- Стационарный
- Простейший
- Без последствий
- С последствиями

Условие

На рабочем месте консультанта коммерческого банка установлен телефон. Звонки справочного характера следуют в среднем через 5 мин. Какова вероятность того, что за полчаса будет 3 звонка? Определить, какой поток образуют звонки.

Решение

Определим среднее число событий за заданный промежуток времени:

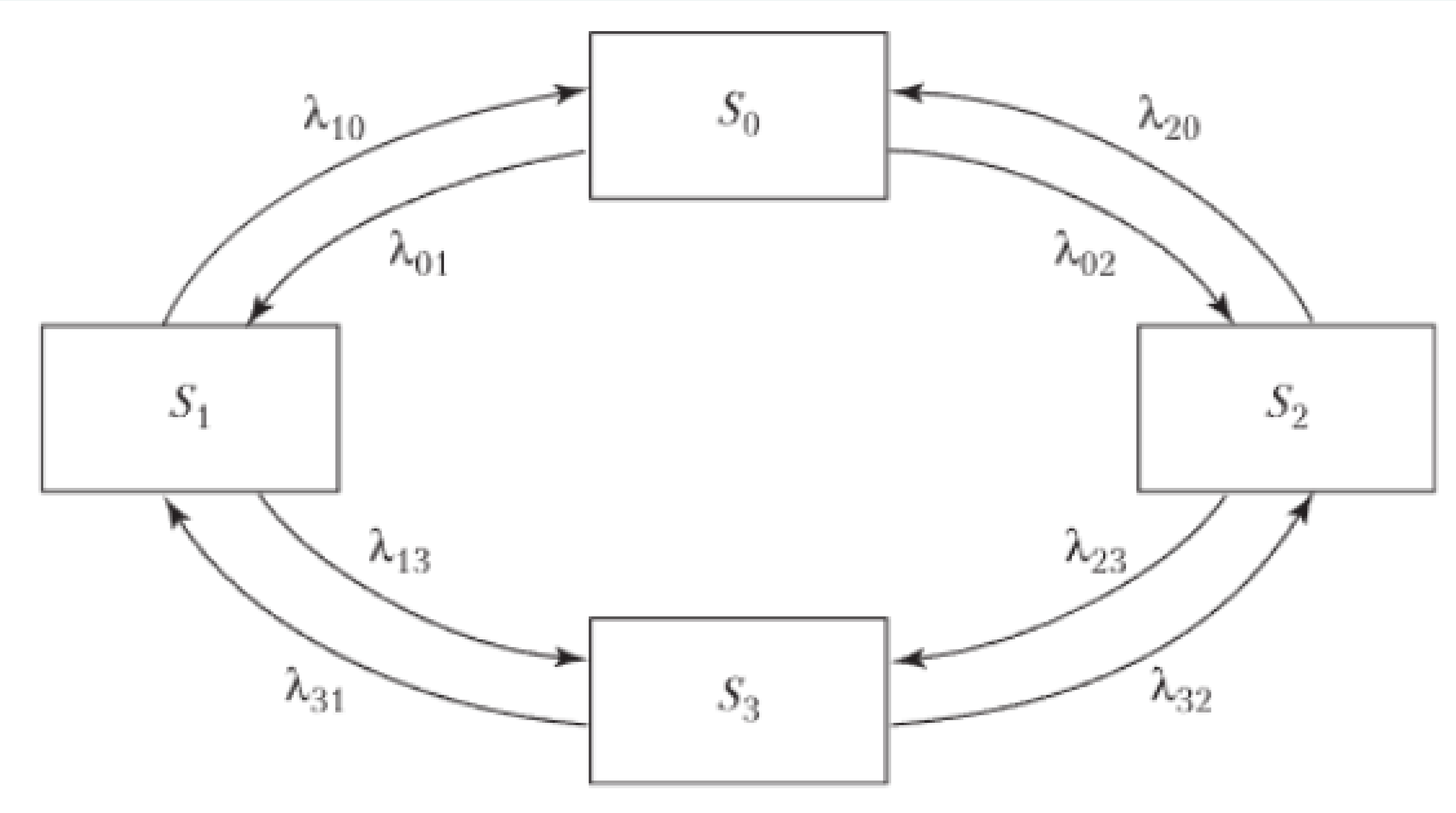
$$P = \frac{6^3}{3!} \times 2,71^{-6} = 0,1 \approx 10\%$$

При определении вероятности того, что за полчаса будет хотя бы один звонок, расчет будет следующим:

$$P = 1 - e^{-a} = 1 - e^{-6} = 0,998 \approx 99,8\%$$

Уравнение Колмогорова

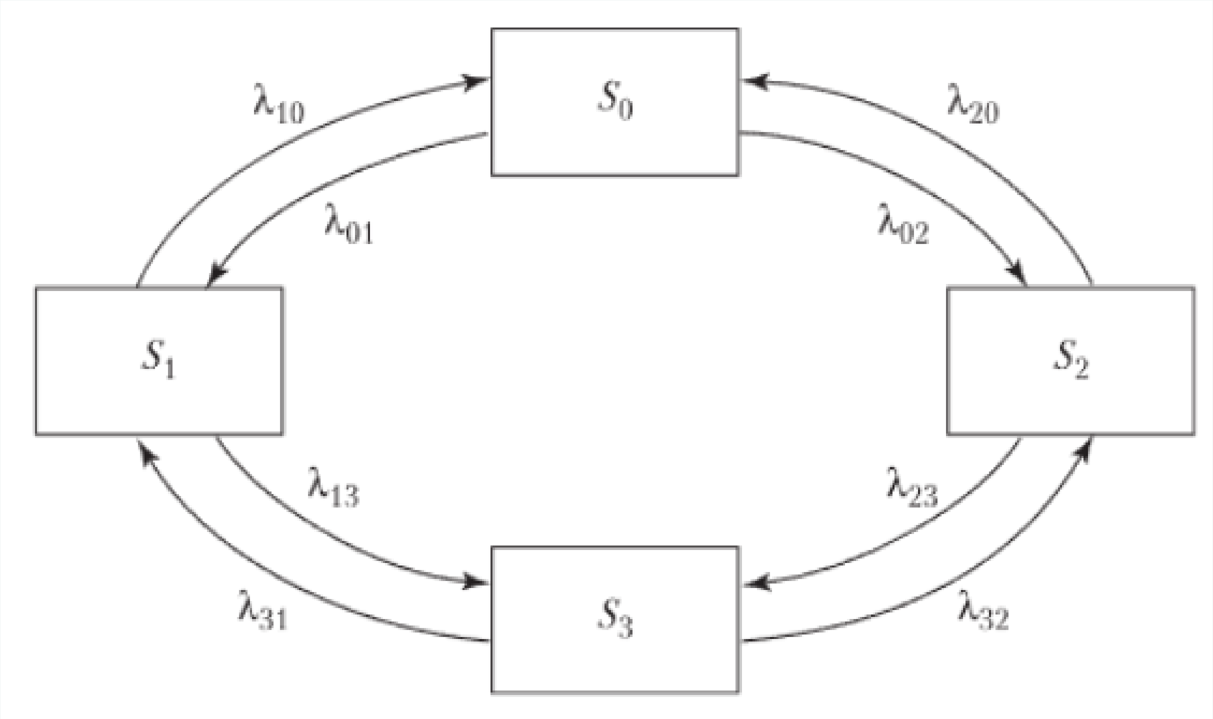
Будем полагать, что все переходы системы из состояния S_i в S_j происходят под воздействием простейших потоков событий с интенсивностями λ_{ij}; (ij=0, 1, 2, 3);



Условие

Найти предельные вероятности для системы S, граф состояний которой приведен на рисунке, при $\lambda_{01} = 1$, $\lambda_{02} = 2$, $\lambda_{10} = 2$, $\lambda_{13} = 2$, $\lambda_{20} = 3$, $\lambda_{23} = 1$, $\lambda_{31} = 3$, $\lambda_{32} = 2$.

Найти средний чистый доход от эксплуатации в стационарном режиме системы S, если известно, что в единицу времени исправная работа первого и второго узлов приносит доход соответственно в 10 и 6 ден. ед., а их ремонт требует затрат соответственно в 4 и 2 ден. ед.

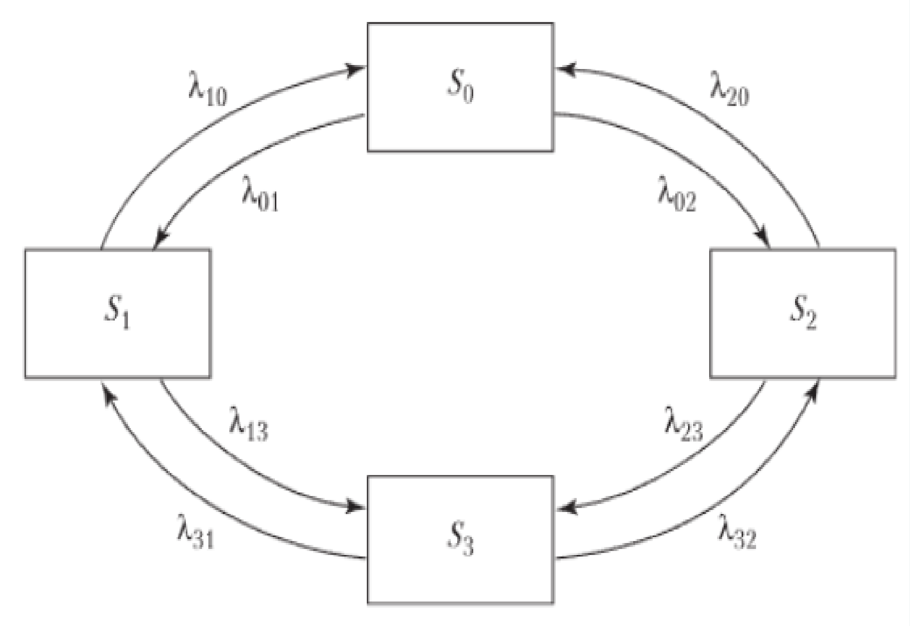


Решение

Система алгебраических уравнений, описывающих стационарный режим для данной системы, имеет вид:

$$\begin{cases} (\lambda_{01}+\lambda_{02})p_0=\lambda_{10}p_1+\lambda_{20}p_2 \\ (\lambda_{10}+\lambda_{13})p_1=\lambda_{01}p_0+\lambda_{31}p_3 \\ (\lambda_{20}+\lambda_{23})p_2=\lambda_{02}p_0+\lambda_{32}p_3 \\ (\lambda_{31}+\lambda_{32})p_3=\lambda_{13}p_1+\lambda_{23}p_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3p_0=2p_1+p_2 \\ 4p_1=p_0+3p_3 \\ 4p_2=2p_0+2p_3 \\ p_0+p_1+p_2+p_3=1 \end{cases}$$



p_0= 0,40, p_1; = 0,20, p_2= 0,27, p_3= 0,13

p_0+ p_2= 0,40 + 0,27 = 0,67 (доля времени исправной работы 1 узла)
p_0+p_1= 0,40 + 0,20 = 0,60 (доля времени исправной работы 2 узла)

p_1 + p_3= 0,20 + 0,13 = 0,33 (доля времени нахождения 1 узла в ремонте)
p_2+ p_3= 0,27 + 0,13 = 0,40 (доля времени нахождения 2 узла в ремонте)
$0,67*10+0,60*6-0,33*4-0,40*2=8,18$ **усл. ден. ед.**

Метод Монте-Карло

Идея метода Монте-Карло состоит в том, что вместо аналитического описания СМО проводят «розыгрыш» случайного процесса, проходящего в СМО, с помощью специально организованной процедуры. В результате такого «розыгрыша» получается каждый раз новая, отличная от других, реализация случайного процесса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Спасибо за внимание!