

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение  
высшего образования  
**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**  
(Финансовый университет)

**Новороссийский филиал**  
**Кафедра «Информатика, математика и общегуманитарные науки»**

**УТВЕРЖДАЮ**

Директор филиала

Е.Н. Сейфиева

« 25 » марта 2021 г.



**Математика**

**Рабочая программа дисциплины**  
для студентов, обучающихся по направлению подготовки  
27.03.05 «Инноватика» очная форма обучения

Образовательная программа “Управление цифровыми инновациями”

*Рекомендовано Ученым советом Новороссийского филиала Финуниверситета  
протокол № 34 от 25 марта 2021 г.*

*Одобрено кафедрой «Информатика, математика и общегуманитарные науки»  
№ 8 от 25 марта 2021 г.*

Новороссийск 2021

**УДК 517(073)**

**ББК 22.1я73**

**Г79**

**Рецензент: Рылов А.А., к.ф.-м.н., доцент департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий**

**Г79 Е.Ф. Олехова «Математика».** Рабочая программа дисциплины для студентов, обучающихся по направлению подготовки 27.03.05 «Инноватика», профиль «Управление цифровыми инновациями» – М.: Финансовый университет, Департамент анализа данных, принятия решений и финансовых технологий, 2019. – 34 с.

Дисциплина «Математика» является дисциплиной Естественного, математического и информационного модуля направления подготовки 27.03.05 «Инноватика», профиль «Управление цифровыми инновациями».

Рабочая программа дисциплины содержит цели и задачи дисциплины, требования к результатам освоения дисциплины, содержание дисциплины, тематику практических занятий и технологии их проведения, формы самостоятельной работы, систему оценивания, учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

**УДК 517(073)**

**ББК 22.1я73**

*Учебное издание*

*Юрий Борисович Гребенщиков, Николай Львович Поляков*

**Математика. Рабочая программа дисциплины**

Компьютерный набор, верстка: Ю. Б. Гребенщиков

Формат 60x90/16. Гарнитура *Times New Roman*

Усл. п.л. 2,1. Изд. № \_\_\_ - 2019. Тираж - 36 экз.

Заказ № \_\_\_\_\_

**Отпечатано в Финансовом университете**

© Ю.Б. Гребенщиков, 2019

© Н.Л. Поляков, 2019

© Финансовый университет, 2019

# ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Наименование дисциплины .....	4
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы с указанием индикаторов их достижения, соотнесенных с планируемыми результатами обучения по дисциплине 4	
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	6
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся.....	6
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий.....	7
5.1. Содержание дисциплины.....	7
5.2. Учебно – тематический план.....	12
Интегральное исчисление функции одной переменной.....	12
5.3. Содержание семинаров, практических занятий .....	13
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине .....	18
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы.....	18
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю .....	21
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине .....	24
7.1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы .....	24
7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний; .....	24
7.3. Департаменты/кафедры указывают соответствующие приказы, распоряжения ректората о контроле уровня освоения дисциплин и сформированности компетенций студентов. ....	31
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины .....	32
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.....	33
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .....	34
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости).....	34
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине. ....	35

## 1. Наименование дисциплины

«Математика»

Дисциплина «Математика» преследует цели:

- создание основы для развития логического мышления и математической культуры;
- формирование:
  - базовых знаний и приобретение основных навыков использования математического аппарата для решения теоретических и прикладных задач экономики в рамках конкретного профиля;
  - необходимого уровня математической подготовки для освоения других математических и прикладных дисциплин.

## 2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы с указанием индикаторов их достижения, соотнесенных с планируемыми результатами обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	1. Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации 2. Обосновывает сущность происходящего, выявляет закономерности, понимает природу переменности 3. Формулирует признак классификации, выделяет соответствующие ему группы однородных «объектов», идентифицирует общие свойства элементов этих групп,	<i>Знать</i> основные понятия и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа и теории дифференциальных и разностных уравнений, физики и естествознания, химии и материаловедения, теории управления. <i>Уметь</i> решать типовые математические задачи, используемые при написании кодов для анализа экономических задач.

		<p>оценивает полноту результатов классификации, показывает прикладное назначение классификационных групп.</p> <p>4. Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.</p> <p>5. Аргументированно и логично представляет свою точку зрения посредством и на основе системного описания.</p>	
ОПК-1	Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области математики, естественных и технических наук	<p>1. Владеет навыками работы с литературой, основной терминологией и понятийным аппаратом дисциплин математики, естественных и технических наук.</p> <p>2. Анализирует задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области математики, естественных и технических наук.</p>	
ОПК-8	Способен решать профессиональные задачи на основе истории и философии нововведений, математических методов и моделей для управления инновациями, компьютерных технологий в инновационной сфере	<p>1. Демонстрирует владение знаниями истории и философии нововведений, математических методов и моделей, компьютерных технологий в инновационной сфере.</p> <p>2. Использует методики решения изобретательских задач на основе истории и философии нововведений, математических методов и моделей</p>	

		для управления инновациями.	
--	--	-----------------------------	--

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математика» является дисциплиной Естественнонаучного, математического и информационного модуля направления подготовки 27.03.05 «Инноватика», профиль «Управление цифровыми инновациями».

Дисциплина «Математика» базируется на знаниях, умениях и владениях, полученных в рамках школьного курса математики (алгебры и геометрии).

### 4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 1 (в часах)	Семестр 2 (в часах)
<b>Общая трудоёмкость дисциплины</b>	<b>7/252</b>	<b>126</b>	<b>126</b>
<b>Контактная работа - Аудиторные занятия</b>	<b>100</b>	<b>50</b>	<b>50</b>
<i>Лекции</i>	<b>32</b>	<b>16</b>	<b>16</b>
<i>Семинары, практические занятия</i>	<b>68</b>	<b>34</b>	<b>34</b>
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>152</b>	<b>76</b>	<b>76</b>
Вид текущего контроля	<b>контрольные работы</b>	<b>контрольная работа</b>	<b>контрольная работа</b>
Вид промежуточной аттестации	<b>экзамен, зачет</b>	<b>зачет</b>	<b>экзамен</b>

**5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий.**

**5.1. Содержание дисциплины**

**Тема 1. Матрицы и определители**

Арифметические векторы и линейные операции над ними. Линейная зависимость (независимость) системы векторов. Операции над матрицами. Ранг матрицы. Обратная матрица. Решение матричных уравнений. Определители и их свойства. Критерий невырожденности матрицы. Нахождение обратной матрицы с помощью определителей.

**Тема 2. Системы линейных уравнений**

Система линейных алгебраических уравнений. Решение систем линейных алгебраических уравнений методами Крамера и Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли. Связь между общими решениями однородной и неоднородной систем. Фундаментальная система решений однородной системы уравнений.

**Тема 3. Линейные преобразования и квадратичные формы.**

Линейные пространства общего вида. Подпространства. Базис линейного пространства. Размерность пространства. Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы в заданном базисе. Приведение квадратичной формы к нормальному виду. Закон инерции квадратичных форм.

**Тема 4. Элементы аналитической геометрии**

Прямая и гиперплоскость в пространстве  $R^n$ . Угол между гиперплоскостями. Расстояние от точки до гиперплоскости. Прямая на плоскости и в пространстве. Прямая, отрезок, луч в пространстве  $R^n$ . Плоскость в трехмерном пространстве. Кривые второго порядка.

**Тема 5. Теория пределов**

Понятие числовой функции одной переменной. Обратная функция, сложная функция. Элементарные функции. Числовая последовательность. Предел числовой

последовательности. Предел функции на бесконечности. Предел функции в точке. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Первый и второй замечательные пределы. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация. Асимптоты графика функции.

### **Тема 6. Дифференциальное исчисление функции одной переменной**

Производная и дифференциал функции одной переменной. Эластичность функции и ее применение. Производные и дифференциалы высших порядков. Правило Лопиталья. Локальный экстремум функции. Выпуклые (вогнутые) функции. Точки перегиба. Общая схема исследования функции и построения ее графика. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке.

### **Тема 7. Интегральное исчисление функций одной переменной**

Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям, интегрирование рациональных дробей. Определенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница и ее применение. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площади плоской фигуры, длина дуги кривой. Несобственные интегралы.

### **Тема 8. Функция нескольких переменных**

Понятие функции нескольких переменных. Поверхности (линии) уровня функции. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.

Частные производные функции нескольких переменных. Экстремумы функций нескольких переменных. Условный экстремум функции нескольких переменных. Нахождение наибольших и наименьших значений дифференцируемой функции на замкнутом ограниченном множестве. Двойной интеграл. Криволинейные интегралы первого и второго рода: способы вычисления, основные свойства (линейность, аддитивность, монотонность).

### **Тема 9. Ряды**

Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Числовые ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Знакопеременяющиеся ряды. Признак Лейбница. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.



Ряд Маклорена и ряд Тейлора. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях.

### **Тема 10. Дифференциальные и разностные уравнения.**

Понятие дифференциального уравнения, его частное и общее решение. Изоклины и фазовый портрет. Дифференциального уравнения с разделяющимися переменными, в полных дифференциалах, уравнения Рикатти и Бернулли. Краевая задача и задача Коши для уравнения второго порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого и второго порядка. Разностные уравнения. Решение итерационных уравнений. Общее и частное решение разностного уравнения. Переход от разностного уравнения к дифференциальному.

### **Тема 11. Комплексные числа**

Комплексные числа и действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Формула Муавра. Экспоненциальная форма комплексного числа. Корни  $n$ -ой степени из комплексного числа. Многочлены и их корни. Основная теорема алгебры. Разложение на множители многочлена с действительными коэффициентами.

### **Тема 12. Функции комплексной переменной**

Комплексная функция комплексной переменной. Условия Коши-Римана. Понятие гармонической функции. Предел функции в точке. Непрерывность. Дифференцируемость (комплексной функции) по комплексному переменному в точке; условия Коши-Римана. Аналитические (голоморфные) функции.

Элементарные функции. Степенная функция и корень  $n$ -ой степени. Экспоненциальная функция и логарифм. Тригонометрические функции.

Интеграл от функции комплексной переменной по спрямляемой кривой; связь с криволинейным интегралом второго рода; существование интеграла от непрерывной (комплексной) функции по спрямляемой кривой; сведение интеграла по гладкой (кусочно-гладкой) кривой к интегралу Римана по отрезку. Теорема Коши. Первообразная; формула Ньютона-Лейбница. Интеграл Коши. Интегральная формула Коши.

### **13. Разложение функции комплексной переменной в ряд.**

Степенные ряды. Теорема Абеля, область сходимости (круг и радиус сходимости) степенного ряда. Аналитичность суммы степенного ряда; выражение коэффициентов степенного ряда через его сумму, ряд Тейлора. Разложение функции, аналитической в круге, в степенной ряд.

Ряд Лорана, кольцо сходимости, аналитичность суммы ряда Лорана, выражение коэффициентов ряда Лорана через его сумму. Разложение функции, аналитической в кольце, в ряд Лорана.

Изолированные особые точки аналитической функции: устранимая особенность, полюс, существенная особенность. Классификация изолированных особых точек по поведению функции и ряду Лорана функции в (выколотой) окрестности точки. Полюс, порядок полюса, связь между нулями и полюсами. Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Вычисление вычета относительно полюса. Применение теории вычетов для вычисления интегралов.

### **Тема 14. Элементы теории чисел**

Основы теории делимости. Теорема о делении с остатком. НОД и НОК. Взаимно простые числа. Сравнения по модулю  $n$ . Критерий обратимости и практические методы нахождения обратного по модулю  $n$ . Решение линейных уравнений и систем линейных уравнений по модулю  $n$ . Китайская теорема об остатках. Решение систем сравнений.

Простые числа. Основная теорема арифметики. Распределение простых чисел. Малая теорема Ферма. Функция Эйлера и ее свойства. Теорема Эйлера. Алгоритм быстрого возведения в степень.

Квадратичные вычеты. Критерий Эйлера. Символ Лежандра. Извлечение квадратного корня по модулю  $n$ . Извлечение корня  $k$ -ой степени по модулю  $n$ . Первообразные корни. Дискретное логарифмирование по модулю  $n$ . Понятие о диофантовых уравнениях общего вида.

### **Тема 15. Алгебраические структуры**

Полугруппы. Группы. Подгруппы. Порядок группы и порядок элемента группы. Классы смежности и индекс подгруппы. Теорема Лагранжа. Сопряженные элементы.

Нормальные подгруппы. Факторгруппа. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Порождающие элементы группы. Прямая сумма групп. Абелевы группы. Циклические группы. Структура конечных абелевых групп.

Кольца. Коммутативные кольца. Обратимые, нильпотентные и идемпотентные элементы кольца, делители нуля. Группа обратимых элементов кольца. Подкольцо. Гомоморфизмы колец. Идеалы колец. Идеалы кольца целых чисел  $\mathbb{Z}$ . Факторкольцо. Максимальные идеалы. Поля. Характеристика поля. Поля  $\mathbb{Z}_p$ . Понятие о полях Галуа. Алгебраически замкнутые поля.

Кольцо многочленов над полем и его основные свойства. Евклидовость кольца многочленов. Приводимые и неприводимые многочлены. Критерий Эйзенштейна.

Линейные пространства над полями. Подпространства. Базис. Факторпространство по подпространству. Линейные отображения. Образ и ядро линейного отображения. Теорема об изоморфизме. Размерность факторпространства. Линейная оболочка подмножества пространства. Примеры из пространства булевых функций от  $n$  переменных. Алгебры.

Эллиптические кривые над полем  $P$ . Канонический вид эллиптической кривой и форма Вейерштрасса. Дискриминант и  $j$ -инвариант. Групповая операция над точками эллиптической кривой над полем  $P$ . Эллиптические кривые над полем  $\mathbb{R}$  и над полем  $\mathbb{Q}$ .

## 5.2. Учебно – тематический план

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Трудоёмкость в часах					Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости
		Все го	Аудиторная работа					
			Общая в т.ч.	Лек-ции	Семинары, практические занятия			
1	Матрицы и определители.	14	6	4	2	2	8	АСР№1
2	Системы линейных уравнений.	14	6	2	4	4	8	АСР№1
3	Линейные преобразования и квадратичные формы.	14	6	2	4	4	8	АСР№2
4	Элементы аналитической геометрии	14	6	2	4	4	8	АСР№ 3
5	Теория пределов	14	6	2	4	4	8	
6	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	14	6	2	4	4	8	АКР№ 1
7	Интегральное исчисление функции одной переменной	18	6	2	4	4	12	АСР№4
8	Функция нескольких переменных	18	6	2	4	4	12	АСР№5
9	Ряды	18	6	2	4	4	12	АСР№6
10	Дифференциальные и разностные уравнения	18	6	2	4	4	12	АСР№7
11	Комплексные числа	18	8	2	6	6	10	
12	Функция комплексной переменной	18	8	2	6	6	10	АСР№8
13	Разложение функции комплексной переменной в ряд.	20	8	2	6	6	12	АСР№9
14	Элементы теории чисел	20	8	2	6	6	12	АСР№10
15	Алгебраические структуры	20	8	2	6	6	12	АКР№2
	<b>Итого</b>	<b>252</b>	<b>100</b>	<b>32</b>	<b>68</b>	<b>68</b>	<b>152</b>	Контрольные работы
	<b>Итого %</b>					<b>68%</b>		

### 5.3 Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях	Формы проведения занятий
1. Матрицы и определители	<p>Операции над арифметическими векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Операции над матрицами. Вычисление ранга матрицы. Решение задач по непосредственному вычислению определителей второго и третьего порядка и по формуле разложения определителя по строкам и столбцам. Вычисление обратной матрицы. Решение матричных уравнений.</p> <p>Интерактив - групповое решение задач по теме семинара – 92% от трудоемкости семинарского занятия.</p> <p>Рекомендуемые источники: основные: [1, 2, 4], дополнительные: [6, 7].</p>	<p>Решение задач у доски, обсуждение всей группой.</p> <p>Самостоятельные письменные работы.</p>
2. Системы линейных уравнений	<p>Матричная форма записи системы линейных уравнений. Решение систем линейных алгебраических уравнений методами Крамера и Гаусса. Решение систем общего вида. Фундаментальная система решений. Однородные системы линейных уравнений.</p> <p>Интерактив - групповое решение задач по теме семинара – 96% от трудоемкости семинарского занятия.</p> <p>Рекомендуемые источники: основные: [1, 2, 4], дополнительные: [6, 7].</p>	<p>Решение задач у доски, обсуждение всей группой.</p> <p>Самостоятельные письменные работы.</p>
3. Линейные преобразования и квадратичные формы	<p>Линейные пространства. Подпространства. Базис пространства. Построение матрицы линейного оператора. Построение матрицы перехода к новому базису. Вычисление собственных значений и собственных векторов матриц. Построение матрицы квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом собственных значений и методом Лагранжа. Определение знакоопределенности квадратичной формы по ее каноническому виду и с помощью критерия Сильвестра. Проверка закона инерции квадратичной формы.</p> <p>Интерактив - групповое решение задач по теме семинара – 96% от трудоемкости семинарского занятия.</p> <p>Рекомендуемые источники: основные: [1, 2, 4], дополнительные: [6, 7].</p>	<p>Решение задач у доски, обсуждение всей группой.</p> <p>Самостоятельные письменные работы.</p>
4. Элементы аналитической геометрии	<p>Нахождение направляющего вектора и нормального вектора к заданной прямой. Переход от одного способа задания прямой к другим способам. Построение прямой по ее уравнению. Вычисление расстояния от заданной точки до заданной прямой. Определение направляющего вектора и нормального вектора к прямой в пространстве. Написание уравнения для заданной прямой в пространстве. Написание уравнения для заданной плоскости. Определение расстояния от заданной точки до заданной плоскости.</p> <p>Интерактив - групповое решение задач по теме семинара – 92% от трудоемкости семинарского занятия.</p> <p>Рекомендуемые источники: основные: [1, 2, 4], дополнительные: [6, 7].</p>	<p>Решение задач у доски, обсуждение всей группой.</p> <p>Самостоятельные письменные работы.</p>

5. Теория пределов	<p>Решение задач по определению свойств числовой последовательности (монотонность, ограниченность).          Вычисление предела числовой последовательности.          Вычисление пределов функций на бесконечности и в точке.          Вычисление односторонних пределов. Вычисление первого и второго замечательных пределов. Установление типа точки разрыва функции.          Нахождение асимптот графика функции.          Интерактив - групповое решение задач по теме семинара – 92% от трудоемкости семинарского занятия.          Рекомендуемые источники: основные: [4], дополнительные: [6].</p>	<p>Решение задач у доски,          обсуждение всей группой.          Самостоятельные письменные работы.</p>
6. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	<p>Вычисление производных и дифференциалов функции одной переменной. Решение задач по применению дифференциала для приближенных вычислений.          Вычисление пределов по правилу Лопиталья. Вычисление асимптот к графику функции. Нахождение уравнения касательной к графику функции в заданной точке.          Определение интервалов монотонности и точек экстремумов функции. Определение интервалов выпуклости (вогнутости) и точек перегиба графика функции.          Нахождение наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке.          Интерактив - групповое решение задач по теме семинара – 100% от трудоемкости семинарского занятия.          Рекомендуемые источники: основные: [4], дополнительные: [6].</p>	<p>Решение задач у доски,          обсуждение всей группой.          Самостоятельные письменные работы.</p>
7. Интегральное исчисление функции одной переменной	<p>Вычисление неопределенных интегралов путем непосредственного интегрирования, методом замены, методом интегрирования по частям. Вычисление неопределенных интегралов от некоторых типов рациональных дробей. Вычисление определенных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница. Установление сходимости (расходимости) несобственных интегралов I-го и II-го рода. Вычисление площадей плоских фигур.          Вычисление площади поверхности и объема некоторых типов симметричных фигур.          Интерактив - групповое решение задач по теме семинара – 94% от трудоемкости семинарского занятия.          Рекомендуемые источники: основные: [4], дополнительные: [6].</p>	<p>Решение задач у доски,          обсуждение всей группой.          Самостоятельные письменные работы.</p>
8. Функции нескольких переменных	<p>Построение линии уровня функции двух переменных.          Вычисление частных производных и дифференциалов 1-го и 2-го порядка функции двух переменных. Вычисление градиента, вычисление производной по направлению функции двух переменных.          Нахождение локального экстремума функции двух переменных.          Нахождение условного экстремума функции двух переменных методом подстановки и методом множителей Лагранжа.</p>	<p>Решение задач у доски,          обсуждение всей группой.          Самостоятельные письменные работы.</p>

	<p>Нахождение наибольших и наименьших значений дифференцируемой функции на замкнутом ограниченном множестве.</p> <p>Сведение двойного интеграла к повторному и его вычисление.</p> <p>Интерактив - групповое решение задач по теме семинара – 95% от трудоемкости семинарского занятия.</p> <p>Рекомендуемые источники: основные: [4], дополнительные: [6].</p>	
9. Ряды	<p>Числовые ряды.</p> <p>Вычисление сумм простейших сходящихся рядов или установление их расходимости. Использование необходимого условия сходимости.</p> <p>Применение различных признаков сходимости (признаки сравнения, признак Даламбера, признак Коши, интегральный признак сходимости) при решении вопроса сходимости неотрицательных рядов.</p> <p>Знакопеременные ряды.</p> <p>Определение абсолютной или условной сходимости (по признаку Лейбница) знакочередующегося ряда.</p> <p>Степенные ряды.</p> <p>Определение интервала сходимости степенного ряда.</p> <p>Нахождение ряда Тейлора или Маклорена бесконечно дифференцируемой функции.</p> <p>Интерактив - групповое решение задач по теме семинара – 92% от трудоемкости семинарского занятия.</p> <p>Рекомендуемые источники: основные: [4], дополнительные: [6].</p>	<p>Решение задач у доски, обсуждение всей группой.</p> <p>Самостоятельные письменные работы.</p>
10. Дифференциальные и разностные уравнения	<p>Уравнения первого порядка.</p> <p>Общее и частное решение дифференциального уравнения.</p> <p>Решение уравнений с разделяющимися переменными и уравнений в полных дифференциалах.</p> <p>Уравнения второго порядка.</p> <p>Сведение уравнения второго порядка к уравнению первого порядка и последующее его решение.</p> <p>Линейные дифференциальные уравнения</p> <p>Решение линейных дифференциальных уравнений 1-го и 2-го порядка с постоянными коэффициентами.</p> <p>Разностные уравнения. Переход от разностного уравнения к дифференциальному</p> <p>Интерактив - групповое решение задач по теме семинара – 92% от трудоемкости семинарского занятия.</p> <p>Рекомендуемые источники: основные: [4], дополнительные: [6].</p>	<p>Решение задач у доски, обсуждение всей группой.</p> <p>Самостоятельные письменные работы.</p>
11. Комплексные числа	<p>Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Формула Эйлера. Формула Муавра. Экспоненциальная</p>	<p>Решение задач у доски, обсуждение всей группой.</p> <p>Самостоятельные письменные работы.</p>

	<p>форма комплексного числа. Корень <math>n</math>-ой степени из комплексного числа. Возведение комплексного числа в произвольную рациональную степень.</p> <p>Интерактив - групповое решение задач по теме семинара – 92% от трудоемкости семинарского занятия.</p> <p>Рекомендуемые источники: основные: [3].</p>	
12. Функция комплексной переменной	<p>Комплексная функция комплексной переменной, ее действительная и мнимая части. Предел функции в точке. Непрерывность. Дифференцируемость комплексной функции в точке; условия Коши-Римана.</p> <p>Интеграл от функции комплексного переменного по спрямляемой кривой; связь его с криволинейными интегралами (второго рода) от вещественной и мнимой частей интегрируемой функции; сведение интеграла по гладкой (кусочно-гладкой) кривой к интегралу Римана по отрезку.</p> <p>Интеграл Коши. Интегральная формула Коши.</p> <p>Интерактив - групповое решение задач по теме семинара – 92% от трудоемкости семинарского занятия.</p> <p>Рекомендуемые источники: основные: [3].</p>	<p>Решение задач у доски, обсуждение всей группой.</p> <p>Самостоятельные письменные работы.</p>
13. Разложение функции комплексной переменной в ряд	<p>Степенные ряды. Теорема Абеля, область сходимости (круг и радиус сходимости) степенного ряда. Ряд Тейлора. Разложение функции, аналитической в круге, в степенной ряд. Ряд Лорана, кольцо сходимости, разложение аналитической в кольце функции в ряд Лорана.</p> <p>Изолированные особые точки аналитической функции: устранимая особенность, полюс, существенная особенность. Полюс, порядок полюса, связь между нулями и полюсами. Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Вычисление вычета относительно полюса. Применение теории вычетов.</p> <p>Точки ветвления. Интегрирование по контуру вокруг точки ветвления</p> <p>Интерактив - групповое решение задач по теме семинара – 92% от трудоемкости семинарского занятия.</p> <p>Рекомендуемые источники: основные: [3].</p>	<p>Решение задач у доски, обсуждение всей группой.</p> <p>Самостоятельные письменные работы.</p>
14. Элементы теории чисел	<p>Основы теории делимости. Теорема о делении с остатком. НОД и НОК. Взаимно простые числа. Алгоритм Евклида нахождения НОД. Теорема о линейном представлении НОД и алгоритм линейного разложения НОД. Сравнения по модулю <math>n</math>. Критерий обратимости и практические методы нахождения обратного по модулю <math>n</math>. Решение линейных уравнений и систем линейных уравнений по модулю <math>n</math> (случай единственного решения). Китайская теорема об остатках. Решение систем сравнений.</p> <p>Простые числа. Основная теорема арифметики. Решето Эратосфена. Бесконечность множества простых чисел. Теорема о распределении простых чисел. Малая теорема Ферма. Функция Эйлера и ее свойства. Теорема Эйлера. Алгоритм быстрого возведения в степень.</p> <p>Квадратичные вычеты. Критерий Эйлера. Символ Лежандра. Квадратичный закон взаимности. Извлечение квадратного корня по простому модулю <math>p \equiv 3 \pmod{4}</math>.</p>	<p>Решение задач у доски, обсуждение всей группой.</p> <p>Самостоятельные письменные работы.</p>



	<p>Извлечение квадратного корня по составному модулю <math>n</math> (случай <math>n = pq</math>, где <math>p, q \equiv 3 \pmod{4}</math>).</p> <p>Решение квадратных уравнений по простому модулю <math>p \equiv 3 \pmod{4}</math> и составному модулю (случай <math>n = pq</math>, где <math>p, q \equiv 3 \pmod{4}</math>). Извлечение корня <math>k</math>-ой степени по модулю <math>n</math>. Первообразные корни. Дискретное логарифмирование по модулю <math>n</math>.</p> <p>Интерактив - групповое решение задач по теме семинара – 92% от трудоемкости семинарского занятия.</p> <p>Рекомендуемые источники: основные: [5], дополнительные: [7].</p>	
<p>15. Алгебраические структуры</p>	<p>Полугруппы. Группы. Примеры групп. Подгруппы. Порядок группы и порядок элемента группы. Классы смежности и индекс подгруппы. Теорема Лагранжа. Порождающие элементы группы. Прямая сумма групп. Абелевы группы. Циклические группы. Структура конечных абелевых групп.</p> <p>Кольца. Примеры колец. Коммутативные кольца. Обратимые, нильпотентные и идемпотентные элементы кольца, делители нуля. Группа обратимых элементов кольца. Подкольцо. Гомоморфизмы колец. Идеалы колец. Идеалы кольца целых чисел <math>\mathbb{Z}</math>. Факторкольцо. Максимальные идеалы. Поля. Примеры полей. Характеристика поля. Теорема о числе элементов конечного поля. Поля <math>\mathbb{Z}_p</math>. Понятие о полях Галуа. Алгебраически замкнутые поля.</p> <p>Кольцо многочленов над полем и его основные свойства. Алгоритм Евклида и разложение на простые в кольцах многочленов. Приводимые и неприводимые многочлены. Неприводимые многочлены над полями <math>\mathbb{C}</math> и <math>\mathbb{R}</math>. Неприводимые многочлены над произвольными полями. Критерий Эйзенштейна.</p> <p>Линейные пространства над полями. Подпространства. Линейная оболочка подмножества пространства. Базис. Конечномерные и бесконечномерные линейные пространства. Теорема о базисе. Примеры из пространства булевых функций от <math>n</math> переменных. Алгебры.</p> <p>Вычислительно сложные задачи теории чисел. Эллиптические кривые над полем <math>P</math>. Канонический вид эллиптической кривой и форма Вейерштрасса. Дискриминант и <math>j</math>-инвариант. Групповая операция над точками эллиптической кривой над полем <math>P</math>. Эллиптические кривые над полем <math>\mathbb{R}</math> и над полем <math>\mathbb{Q}</math>.</p> <p>Интерактив - групповое решение задач по теме семинара – 92% от трудоемкости семинарского занятия.</p> <p>Рекомендуемые источники: основные: [5], дополнительные: [7].</p>	<p>Решение задач у доски, обсуждение всей группой. Самостоятельные письменные работы.</p>

## 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 6.1 Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
1. Матрицы и определители.	Различные определения определителя матрицы. Определитель как полилинейная функция строк и столбцов. Вычисление определителей матриц специального вида. Определитель Вандермонда. Формула вычисления обратной матрицы $2 \times 2$ . Степени матриц специального вида. Рекомендуемые источники: основные: [1, 2, 4], дополнительные: [6, 7].	Работа в библиотеке и медиатеке. Закрепление вычислительных навыков в решении предложенных на семинаре типов задач.
2. Системы линейных уравнений.	Однородные системы линейных уравнений. Представление общего решения произвольной системы линейных уравнений как суммы частного решения и общего решения соответствующей однородной системы. Рекомендуемые источники: основные: [1, 2, 4], дополнительные: [6, 7].	Работа в библиотеке и медиатеке. Закрепление вычислительных навыков в решении предложенных на семинаре типов задач.
3. Линейные преобразования и квадратичные формы	Диагонализуемость и диагонализация матриц. Нахождение степени матрицы с помощью ее диагонализации. Понятие о Жордановой нормальной форме. Теорема Гамильтона-Кэли. Рекомендуемые источники: основные: [1, 2, 4], дополнительные: [6, 7].	Работа в библиотеке и медиатеке. Закрепление вычислительных навыков в решении предложенных на семинаре типов задач.
4. Элементы аналитической геометрии	Кривые второго порядка: классификация и основные свойства. Рекомендуемые источники: основные: [1, 2, 4], дополнительные: [6, 7].	Работа в библиотеке и медиатеке. Закрепление вычислительных навыков в решении предложенных на семинаре типов задач.
5. Теория пределов	Бесконечно малые функции. Таблица бесконечно малых эквивалентных. Применение таблиц эквивалентности к вычислению пределов. Рекомендуемые источники: основные: [4], дополнительные: [6].	Работа в библиотеке и медиатеке. Закрепление вычислительных навыков в решении предложенных на семинаре типов задач.
6. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Замкнутость класса элементарных функций относительно дифференцирования. Производная обратной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически.	Работа в библиотеке и медиатеке. Закрепление вычислительных навыков в решении предложенных на семинаре типов задач.

	Рекомендуемые источники: основные: [4], дополнительные: [6].	
7. Интегральное исчисление функции одной переменной	Общие методы интегрирования дробно-рациональных функций. Интегралы, не вычислимые в элементарных функциях. Специальные функции: функция Лапласа, интегральный логарифм и др. Рекомендуемые источники: основные: [4], дополнительные: [6].	Работа в библиотеке и медиатеке. Закрепление вычислительных навыков в решении предложенных на семинаре типов задач.
8. Функции двух переменных	Двойные и повторные пределы функций двух переменных. Непрерывность функций двух переменных. Производная сложной функции $f(g_1(x), g_2(x))$ . Непрерывность и дифференцируемость функций трех и более переменных. Задачи линейного и нелинейного программирования. Теорема Куна-Таккера. Криволинейные интегралы первого и второго рода. Рекомендуемые источники: основные: [4], дополнительные: [6].	Работа в библиотеке и медиатеке. Закрепление вычислительных навыков в решении предложенных на семинаре типов задач.
9. Ряды	Критерий Коши сходимости ряда. Остаточный член ряда Тейлора в форме Пеано, Лагранжа и Коши. Применение рядов Тейлора к вычислению пределов. Ряды Тейлора функций многих переменных. Рекомендуемые источники: основные: [4], дополнительные: [6].	Работа в библиотеке и медиатеке. Закрепление вычислительных навыков в решении предложенных на семинаре типов задач.
10. Дифференциальные и разностные уравнения	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения в частных производных. Применение дифференциальных уравнений в физике и экономике. Рекомендуемые источники: основные: [4], дополнительные: [6].	Работа в библиотеке и медиатеке. Закрепление вычислительных навыков в решении предложенных на семинаре типов задач.
11. Комплексные числа	Матричная модель поля комплексных чисел. Основная теорема алгебры. Комплексные корни характеристических многочленов линейных дифференциальных и разностных уравнений и их применение. Комплексные матрицы, их диагонализуемость и диагонализация. Рекомендуемые источники: основные: [3].	Работа в библиотеке и медиатеке. Закрепление вычислительных навыков в решении предложенных на семинаре типов задач.
12. Функции комплексной переменной	Аналитические функции. Теоремы единственности. Аналитическое продолжение. Теорема Мореры. Конформные отображения областей комплексной плоскости. Рекомендуемые источники: основные: [3].	Работа в библиотеке и медиатеке. Закрепление вычислительных навыков в решении предложенных на семинаре типов задач.
13. Разложение функции комплексной переменной в ряд.	Изолированные особые точки аналитической функции: устранимая особенность, полюс, существенная особенность. Полюс, порядок полюса, связь между нулями и полюсами. Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Вычисление вычета относительно полюса. Применение теории вычетов.	Работа в библиотеке и медиатеке. Закрепление вычислительных навыков в решении предложенных на семинаре типов задач.

	<p>Точки ветвления. Интегрирование по контуру вокруг точки ветвления</p> <p>Рекомендуемые источники: основные: [3].</p>	
14. Элементы теории чисел	<p>Кольца <math>\mathbb{Z}_n</math>. Таблицы сложения и умножения в кольцах <math>\mathbb{Z}_n</math>. Решение линейных уравнений и систем линейных уравнений по модулю <math>n</math> (общий случай).</p> <p>Постулат Бертрана. Генерирование простых чисел. Простые числа специального вида: числа Мерсенна, числа Ферма. Тесты на простоту. Тест Пеппина. Тест Люка-Лемера. Тест Агравала-Каяла-Саксены.</p> <p>Извлечение квадратного корня по простому и составному модулю (общий случай). Алгоритм Тонелли-Шенкса.</p> <p>Различные алгоритмы дискретного логарифмирования. Алгоритм Гельфонда-Шенкса. Оценки сложности современных алгоритмов дискретного логарифмирования.</p> <p>Понятие о диофантовых уравнениях общего вида. Десятая проблема Гильберта и теорема Матиясевича.</p> <p>Рекомендуемые источники: основные: [5], дополнительные: [7].</p>	<p>Работа в библиотеке и медиатеке.</p> <p>Закрепление вычислительных навыков в решении предложенных на семинаре типов задач.</p>
15. Алгебраические структуры	<p>Сопряженные элементы. Нормальные подгруппы. Факторгруппа. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Теорема о гомоморфизме. Структура бесконечных абелевых групп.</p> <p>Главные, максимальные и простые идеалы коммутативных колец. Кольца главных идеалов. Целостные кольца. Евклидовы кольца. Тела. Теорема Веддерберна. Тело кватернионов.</p> <p>Факторкольца колец многочленов. Построение полей Галуа. Таблицы умножения и сложения для полей Галуа. Кольца многочленов от многих переменных.</p> <p>Факторпространство по подпространству. Линейные отображения. Образ и ядро линейного отображения. Теорема об изоморфизме. Размерность факторпространства.</p> <p>Групповая операция над точками эллиптической кривой над полями Галуа <math>GF(2^n)</math>. Порядок точки и ранг эллиптической кривой. Применение эллиптических кривых к решению диофантовых уравнений. Задача о нахождении количества точек эллиптической кривой. Неравенство Хассе.</p> <p>Рекомендуемые источники: основные: [5], дополнительные: [7].</p>	<p>Работа в библиотеке и медиатеке.</p> <p>Закрепление вычислительных навыков в решении предложенных на семинаре типов задач.</p>

## 6.2 Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

### Примеры заданий письменных работ

1. Найти результат действия матриц  $A+2B$ ;  $AB^T$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$  и

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Найти решение системы уравнений методом Крамера  $\begin{cases} x_1 - 2x_2 = 1 \\ 2x_1 + x_2 = 7 \end{cases}$

3. Найти общее и базисное решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 4 \end{cases}.$$

4. Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных

уравнений  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$ .

5. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$ .

6. Сформулировать критерий Сильвестра для квадратичных форм.

7. Привести квадратичную форму  $F = x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 + 6x_1x_2 - 2x_2x_3$  к каноническому виду методом Лагранжа.

8. Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{e^{1-x} - 1}$ .

9. Найти дифференциал функции  $f(x) = xe^x + x^2 \ln x$  при  $x = 1$ .

10. Найти области одинаковой выпуклости и точки перегиба функции  $f(x) = 3x - x^3$

11. Вычислить интеграл  $\int_1^2 x^3 \ln(x) dx$ .

12. Вычислить градиент функции  $f(x, y) = yx^2$  в точке  $M(1, 2)$ .

13. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 e^{-n}$ .

14. Решить дифференциальное уравнение  $y' = xy$ , при условии  $y(0) = 1$

15. Дать определение линии уровня и найти линию уровня функции

$$f(x, y) = x(y^2 + 1), \text{ проходящую через точку } M(1, 2).$$

16. Сформулировать метод Лагранжа для исследования функции на условный экстремум. Найти критические точки функции  $z(x, y) = -16x^2 + 4y^2$  при дополнительном условии  $y = 2x - x^2$ .
17. Найти частное решение уравнения  $y'' - 4y' - 5y = e^{-x}$ , для которого  $y(2) = e^2$ .
18. Вычислить все значения корня  $\sqrt[5]{4 + 3i}$ .
19. В какую область на плоскости  $w$  переходит круг  $|z| \leq 1$  при преобразовании  $w(z) = 2/z$ ?
20. Разложить функцию  $f(z) = ze^{1/z}$  в точке  $z_0 = 0$  в ряд Лорана.
21. Вычислить интеграл  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ix} dx}{x^2 + 4}$ .
22. С помощью алгоритма Евклида найти НОД(408, 595).
23. Проверить, что числа 35 и 121 взаимно простые. С помощью расширенного алгоритма Евклида найти линейное разложение единицы по числам 35 и 121.
24. Найти  $9^{-1} \pmod{25}$ .
25. Решить сравнение  $11x \equiv 13 \pmod{32}$ , предварительно определив число решений.
26. Решить систему линейных сравнений  $\begin{cases} 3x + 5y \equiv 7 \\ 2x + 6y \equiv 5 \end{cases}$  по модулю 9.
27. Решить систему сравнений  $\begin{cases} x \equiv 3 \pmod{5} \\ x \equiv 1 \pmod{7} \\ x \equiv 2 \pmod{4} \end{cases}$
28. Найти значение функции Эйлера  $\varphi(3072)$ .
29. Разложить на множители число 4619, если известно, что оно есть произведение двух различных простых чисел, а значение функции Эйлера  $\varphi(4619)$  равно 4440.
30. Используя алгоритм быстрого возведения в степень, найти  $3^{67} \pmod{11}$ .
31. Используя квадратичный закон взаимности, найти значение символа Лежандра  $\left(\frac{91}{167}\right)$ .

32. Проверить, является ли 35 квадратичным вычетом по модулю 43. Если да, найти все решения сравнения  $x^2 \equiv 35 \pmod{43}$ .
33. Найти все решения сравнения  $x^2 \equiv 15 \pmod{77}$ .
34. Найти все решения сравнения  $x^2 + 3x + 5 \equiv 0 \pmod{31}$ .
35. Имеются ли первообразные корни по модулю  $m = 289, 242, 243$ ? Если да, то сколько их?
36. Найти порядок элементов 4 и 8 мультипликативной группы обратимых элементов кольца  $\mathbb{Z}_{15}$ .
37. Найти все подгруппы аддитивной группы кольца  $\mathbb{Z}_{12}$ , определить какие из них циклические и с какими порождающим элементом.
38. Найти максимальную мультипликативную группу кольца  $\mathbb{Z}_{10}$  и все ее подгруппы.
39. Найти разложение циклической группы  $\langle g \rangle$  порядка 15 на смежные классы по подгруппе  $\langle g^3 \rangle$ .
40. Найти индекс подгруппы  $G$  симметрической группы  $S_4$ , порожденной перестановкой  $(1\ 2)(3\ 4)$ .
41. Сколько образующих элементов содержится в циклической группе порядка 8, 108?
42. Какие из следующих матриц являются нильпотентными, идемпотентными, обратимыми, делителями нуля в кольце квадратных матриц  $3 \times 3$  над полем  $\mathbb{R}$ :
- $$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}?$$
43. С помощью алгоритма Евклида найти наибольший общий делитель многочленов  $x^4 - 3x^3 - x^2 + 6x - 2$  и  $x^4 + 5x^3 - 10x - 4$  над полем  $\mathbb{R}$ .
44. С помощью алгоритма Евклида найти наибольший общий делитель многочленов  $1 \oplus l \oplus l^2 \oplus l^3 \oplus l^6 \oplus l^7$  и  $1 \oplus l \oplus l^2 \oplus l^4$  над полем  $\mathbb{Z}_2$ .
45. Разложить многочлен  $x^4 + 1$  в произведение неприводимых многочленов над полем  $\mathbb{R}$  и над полем  $\mathbb{C}$ .
46. Найти все неприводимые многочлены степени 3 над полем  $\mathbb{Z}_2$ .

47. Перечислить элементы линейной оболочки множества  $\{(1,1,0,1), (1,0,1,0)\}$  пространства четырехмерных двоичных векторов.
48. Является ли линейно независимой система  $\{x, x + x^2, x^2 + x^3, x + x^3\}$  действительных многочленов? Какова размерность линейной оболочки этой системы?
49. Найти дискриминант и  $j$ -инвариант эллиптической кривой  $y^2 = x^3 - 2x + 1$  над полем  $\mathbb{R}$ .
50. Найти сумму точек  $(3,1)$  и  $(2,3)$  эллиптической кривой  $y^2 = x^3 + x + 2$  над полем  $\mathbb{Z}_5$ .

## **7. 7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

### ***7.1 Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы***

Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины содержится в разделе 2 «Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы».

### ***7.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний;***

Проверка компетенции **ОПК-1, УК-1, ОПК-8** Способность анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области математики, естественных и технических наук; способность осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач; способность решать профессиональные задачи на основе истории и философии нововведений, математических методов и моделей для управления инновациями, компьютерных технологий в инновационной сфере осуществляется при выполнении контрольных работ (п. 6.2) и вопросов для подготовки к экзаменам, зачетам и письменным работам.

## **Вопросы для подготовки к экзаменам, зачетам и письменным работам**

1. Векторы и векторные пространства. Пространство  $\mathbb{R}^n$ .



2. Матрицы и их виды. Операции с матрицами:
3. Определители матриц и их свойства. Способы вычисления определителей.
4. Миноры и алгебраические дополнения. Обратная матрица и методы ее нахождения.
5. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Ранг матрицы и способы его нахождения. Теорема Кронекера-Капелли.
6. Нахождение единственного решения СЛАУ методом обратной матрицы.
7. Нахождение единственного решения СЛАУ методом Крамера.
8. Общее решение СЛАУ методом Гаусса.
9. Пространство решений однородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородной СЛАУ.
10. Линейные преобразования (операторы). Матрица линейного оператора.
11. Собственные векторы и собственные числа линейного оператора.
12. Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы.
13. Способы приведения матрицы квадратичной формы к каноническому виду.
14. Закон инерции квадратичной формы. Критерий Сильвестра.
15. Элементы аналитической геометрии. Прямые и точки на плоскости.
16. Точки, прямые и плоскости в пространстве.
17. Комплексные числа. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Сложение и умножение комплексных чисел.
18. Тригонометрическая и экспоненциальная формы записи комплексного числа. Возведение комплексного числа в целую степень. Формула Муавра.
19. Возведение комплексного числа в рациональную степень.
20. Числовая последовательность. Предел последовательности.
21. Предел функции и его свойства. Односторонние пределы функции.
22. Бесконечно малые величины и их свойства. Связь с пределом функции.
23. Бесконечно большие величины и их свойства. Связь с бесконечно малыми величинами.
24. Иерархия бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые и бесконечно большие величины.

25. Признаки существования пределов.
26. Первый и второй замечательные пределы.
27. Непрерывность функции в точке и на множестве, точки разрыва функции и их классификация.
28. Производная функции и дифференциал функции. Эластичность функции
29. Основные правила дифференцирования.
30. Производные и дифференциалы высших порядков.
31. Приложения понятия производной и дифференциала: правило Лопиталья, асимптоты функции; приближенные вычисления.
32. Основные теоремы дифференциального исчисления.
33. Условие монотонности дифференцируемой функции. Экстремумы функции:
34. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.
35. Выпуклость функции. Точки перегиба.
36. Числовые множества. Числовая последовательность.
37. Основные элементарные функции, их графики и свойства.
38. Предел функции (последовательности) и его свойства.
39. Бесконечно большие и бесконечно малые величины.
40. Непрерывность функции в точке и на ограниченном множестве.
41. Асимптоты графика функции:
42. Производная и дифференциал функции. Их геометрический смысл. Эластичность функции.
43. Основные правила дифференцирования:
44. Производные и дифференциалы высших порядков.
45. Основные теоремы о дифференцируемых функциях (формулировки) и следствия из них.
46. Условие монотонности дифференцируемой функции. Области монотонности и экстремумы функции.
47. Выпуклость функции. Точки перегиба.

48. Общая схема исследования функции.
49. Первообразная и неопределенный интеграл.
50. Методы интегрирования.
51. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
52. Несобственный интеграл.
53. Числовой ряд. Необходимый признак сходимости. Гармоничный ряд.
54. Сходимость рядов с положительными членами. Признаки сходимости.
55. Сходимость рядов с членами произвольного знака. Абсолютная сходимость знакопеременных рядов.
56. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда.
57. Ряд Тейлора.
58. Функция многих переменных и ее график. Понятие предела и непрерывности функции в точке. Линии уровня.
59. Частные производные. Дифференциал функции в точке и его геометрический смысл. Условие дифференцируемости функции в точке.
60. Производная функции по заданному направлению. Градиент функции.
61. Дифференциалы высших порядков для функции многих переменных.
62. Безусловный экстремум. Необходимые и достаточные условия его существования.
63. Понятие условного экстремума. Методы исследования функции многих переменных на условный экстремум.
64. Двумерный интеграл, сведение его к повторному.
65. Дифференциальные уравнения. Основные понятия.
66. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
67. Линейные дифференциальные уравнения 1-го и 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
68. Системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Классификация стационарных точек.
69. Разностные уравнения. Основные понятия и примеры.

70. Комплексные числа и действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.
71. Алгебраическая, тригонометрическая и экспоненциальная формы записи комплексных чисел. Формула Эйлера. Формула Муавра.
72. Корни  $n$ -ой степени из комплексного числа.
73. Комплексная функция комплексной переменной, ее действительная и мнимая части. Предел функции в точке. Непрерывность функции.
74. Дифференцируемость (комплексной функции) по комплексной переменной в точке и на непрерывном множестве.
75. Аналитическая функция. Условия Коши-Римана. Гармонические функции.
76. Восстановление мнимой части аналитической функции по ее действительной части и наоборот.
77. Элементарные функции. Степенная функция и корень  $n$ -ой степени. Экспоненциальная функция и логарифм. Тригонометрические функции.
78. Отображение областей комплексной плоскости, осуществляемое аналитической функцией.
79. Интеграл от функции комплексной переменной по спрямляемой кривой; связь с криволинейными интегралами (второго рода) от вещественной и мнимой частей интегрируемой функции.
80. Интегральные теорема Коши. Первообразная и формула Ньютона-Лейбница.
81. Интегральная формула Коши.
82. Степенные ряды. Теорема Абеля; область сходимости (круг и радиус сходимости) степенного ряда.
83. Ряд Тейлора. Разложение функции, аналитической в круге, в степенной ряд.
84. Ряд Лорана; кольцо сходимости; Разложение функции, аналитической в кольце, в ряд Лорана. Изолированные особые точки аналитической функции: устранимая особенность, полюс, существенная особенность.
85. Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Применение теории вычетов для вычисления определенных интегралов.
86. Теорема о делении с остатком.

87. НОД и НОК натуральных чисел, взаимно простые натуральные числа.
88. Алгоритм Евклида нахождения НОД.
89. Теорема о линейном разложении НОД.
90. Расширенный алгоритм Евклида нахождения линейного представления НОД.
91. Определение и основные свойства отношения сравнимости целых чисел по модулю  $n$ .
92. Критерий обратимости числа по модулю  $n$ .
93. Методы нахождения обратного по модулю  $n$ .
94. Решение сравнений  $ax \equiv b \pmod{n}$ .
95. Китайская теорема об остатках.
96. Определение простого числа и основная теорема арифметики.
97. Теорема о бесконечности множества простых чисел.
98. Асимптотический закон распределения простых чисел.
99. Решето Эратосфена. Оценки сложности алгоритмов генерирования простых чисел.
100. Малая теорема Ферма.
101. Определение, основные свойства и явная формула функции Эйлера.
102. Теорема Эйлера, обобщающая малую теорему Ферма.
103. Алгоритм быстрого возведения в степень по модулю  $n$ .
104. Квадратичные вычеты и невычеты по модулю  $n$ . Критерий Эйлера.
105. Определение и основные свойства символа Лежандра.
106. Извлечение квадратного корня по простому модулю  $p \equiv 3 \pmod{4}$ .
107. Извлечение квадратного корня по составному модулю  $n$ , случай  $n = pq$ , где  $p, q$  простые и  $p, q \equiv 3 \pmod{4}$ .
108. Решение квадратных уравнений по простому модулю  $p \equiv 3 \pmod{4}$ .
109. Первообразные корни по модулю  $n$ .
110. Определение полугруппы и группы. Коммутативные полугруппы и группы. Порядок группы и порядок элемента группы.
111. Подгруппы, классы смежности подгруппы, индекс подгруппы.
112. Теорема Лагранжа в теории групп.

113. Прямая сумма групп.
114. Порождающие элементы группы.
115. Циклические группы.
116. Теорема о структуре конечной абелевой группы.
117. Кольца. Коммутативные кольца. Подкольцо.
118. Обратимые, нильпотентные, идемпотентные элементы кольца. Делители нуля.
119. Идеалы, факторкольца и гомоморфизмы коммутативных колец.
120. Максимальные идеалы колец. Факторкольцо по максимальному идеалу. Поля.
121. Характеристика поля. Теорема о количестве элементов конечного поля.
122. Алгебраически замкнутые поля.
123. Определение и основные свойства кольца многочленов от одной переменной над полем  $P$ .
124. Степень многочлена. Приводимые и неприводимые многочлены над полем  $P$ . Критерий Эйзенштейна.
125. Приводимые и неприводимые многочлены над полями  $\mathbb{C}$  и  $\mathbb{R}$ .
126. Деление с остатком, алгоритм Евклида и разложение на простые множители в кольцах многочленов над полем  $P$ .
127. Линейные пространства над полем  $P$ . Подпространства.
128. Базис и размерность линейного пространства. Теорема о базисе.
129. Линейные пространства над полем  $\mathbb{Z}_2$ .
130. Алгебры над полем  $P$ .
131. Эллиптические кривые над полем  $P$ .
132. Форма Вейерштрасса эллиптической кривой над полем  $P$ , канонический вид эллиптической кривой над полем  $P$  для случая  $\text{char } P = 2$  и  $\text{char } P = 3$ .
133. Дискриминант и  $j$ -инвариант эллиптической кривой.
134. Групповая операция точек эллиптической кривой.

***7.3 Департаменты/кафедры указывают соответствующие приказы, распоряжения ректората о контроле уровня освоения дисциплин и сформированности компетенций студентов.***

Соответствующие приказы, распоряжения ректората о контроле уровня освоения дисциплин и сформированности компетенций студентов.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

### Рекомендуемая литература

#### а) основная:

1. Секерж-Зенькович С.Я. Линейная алгебра = Linear Algebra. Manual: учебное пособие / С.Я. Секерж-Зенькович, В.Г. Феклин; Финуниверситет. — Москва: Финуниверситет, 2015.
2. Глухов М.М. Алгебра [Электронный ресурс]: учеб. / М.М. Глухов, В.П. Елизаров, А.А. Нечаев. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2015. — 608 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/67458>.
3. Свешников А. Г. Теория функций комплексной переменной [Электронный ресурс]: учебник / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов, — 6-е изд. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 336 с. — Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/544573>
4. Сборник задач по курсу "Математика в экономике". В 3 ч. Ч. 1: Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование / С.В. Пчелинцев [и др.]; под ред. В.А. Бабайцева, В.Б. Гисина. — Москва : Финансы и статистика, 2010, 2013, 2017. — 256 с
5. Фомичёв В. М. Криптографические методы защиты информации в 2 ч. Часть 1. Математические аспекты: учебник для академического бакалавриата / В. М. Фомичёв, Д. А. Мельников; под ред. В. М. Фомичёва. — Москва: Юрайт, 2017. — 209 с. — То же [Электронный ресурс]. — 2018. — Режим доступа: <https://biblio-online.ru/book/C0328DC2-2A46-4945-994F-04F661095B83/kriptograficheskie-metody-zaschity-informacii-v-2-ch-chast-1-matematicheskie-aspekty>

#### б) дополнительная:

6. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин — 3-е изд. — Москва: ЮНИТИ-



ДАНА, 2015. — 479 с. — Режим доступа:  
<http://znanium.com/catalog/product/872573>

7. Окунев Л.Я. Сборник задач по высшей алгебре [Электронный ресурс]: учеб. Поособие / Л. Я. Окунев. — Санкт-Петербург: Лань, 2009. — 192 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/290>

## 9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Единое окно доступа к образовательным ресурсам. Полнотекстовая электронная библиотека учебных и учебно-методических материалов (федеральный ресурс).

<http://www.window.edu.ru>.

1. Образовательный математический сайт. <http://www.exponenta.ru>.
2. Московский центр непрерывного математического образования, МЦНМО. Материалы (полные тексты) свободно распространяемых книг по математике. <http://www.mccme.ru/free-books>.
3. База знаний и набор вычислительных алгоритмов. <http://www.wolframalpha.com>.
4. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/> (<http://library.fa.ru/files/elibfa.pdf>)
5. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
6. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>
7. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znanium.com>
8. «Деловая онлайн библиотека» издательства «Альпина Паблишер» <http://lib.alpinadigital.ru/en/library>
9. Электронно-библиотечная система издательства «Лань» <https://e.lanbook.com/>
10. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://www.biblio-online.ru/>
11. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (комплекс рекомендаций и разъяснений, позволяющий студенту оптимальным образом организовать процесс изучения учебного материала дисциплины) представлены в Учебно-организационном комплексе для дисциплин Департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий, размещенном на странице Департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий сайта Финансового университета.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости).**

Образовательный процесс по дисциплине поддерживается средствами электронной информационно-образовательной среды Университета, которая обеспечивает:

- доступ к учебным планам, рабочим программам дисциплин (модулей), практик, к изданиям электронных библиотечных систем и электронным образовательным ресурсам, указанным в рабочей программе, через личный кабинет студента и преподавателя;
- фиксацию хода образовательного процесса, результатов промежуточной аттестации и результатов освоения основной образовательной программы;
- формирование электронного портфолио обучающегося, в том числе сохранение работ обучающегося, рецензий и оценок на эти работы со стороны любых участников образовательного процесса;
- взаимодействие между участниками образовательного процесса, в том числе синхронное и (или) асинхронное взаимодействие посредством сети Интернет.

Каждый обучающийся обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронно-библиотечной системе, содержащей издания учебной, учебно-методической и иной литературы по основным изучаемым дисциплинам и сформированной на основании прямых договоров с правообладателями.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Освоение дисциплины осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения:

- лекционная аудитория – мультимедийное оборудование, источники питания для индивидуальных технических средств;
- учебная аудитория для практических занятий (семинаров) – мультимедийное оборудование;
- аудитория для самостоятельной работы – стандартные рабочие места с персональными компьютерами и доступом к электронно-библиотечной системе и сети Интернет.

В каждой аудитории должно быть предусмотрено соответствующее количество мест для обучающихся с учетом ограничений их здоровья.