Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего образования

«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ» (Финансовый университет)
Новороссийский филиал

Кафедра «Информатика, математика и общегуманитарные науки»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Направление подготовки: 38.03.05 Бизнес-информатика
Направленность(профиль): ИТ-менеджмент в бизнесе
Форма обучения: очная
Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

Новороссийск 2021

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример1.

На пяти карточках написаны буквы а, д, л, к, о. Карточки тщательно перемешаны. Какова вероятность того, что сложенные случайным образом карточки образуют слово " лодка"?

Очевидно, речь идёт о перестановках из n=5 элементов. Всего возможно 5! перестановок (элементарных исходов) и лишь одно из них благоприятствует событию ***A*** - "сложено слово ЛОДКА".

Следовательно:

$$P(A) = \frac{1}{5!} = \frac{1}{120} \approx 0{,}008$$

Пример 2.

Среди одинаковых по внешнему виду 11 изделий находятся 3 бракованных. Произвольно вынимают три изделия. Найти вероятность того, что среди них хотя бы одно бракованное.

Решение:

События «среди вынутых трех изделий хотя бы одно бракованное» и событие «среди вынутых трех изделий нет бракованных» - противоположные.

Обозначим их A и $\bar{A}$ соответственно. Найдем вероятность события $\bar{A}$. Число всех исходов испытания равно C_{11}^3, а число исходов, благоприятствующих событию $\bar{A}$, равно C_8^3 (из 11 изделий по условию 8 стандартных).

Следовательно,

$$P(\overline{A}) = \frac{C_8^3}{C_{11}^3} = \frac{56}{165},$$

откуда

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{56}{165} = \frac{109}{165}.$$

Пример 3.

Два стрелка стреляют по цели. Вероятности попадания каждым $P(A) = 0{,}7$; $P(B) = 0{,}8$.

а) Какова вероятность попадания обоими?

$$\boldsymbol{P(AB) = P(A) * P(B) = 0{,}7 \cdot 0{,}8 = 0{,}56}$$

б) Какова вероятность поражения мишени (т.е. попадание хотя бы одним стрелком?)

Обозначим это событие через C.

$$P(C) = 1 - P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 1 - q_1 \cdot q_2 = 1 - (1 - 0{,}7)(1 - 0{,}8) = 0{,}94$$

Пример 4.

Вероятность попадания в цель стрелком при одном выстреле $P = 0{,}4$. Стрелок производит 3 выстрела.

а) Найти вероятность поражения цели;

б) Сколько выстрелов следует произвести, чтобы с вероятностью 0,9 мишень была поражена?

а) $P(A) = 1 - (1 - 0{,}4)^3 = 0{,}784$

б) $1 - q^n \geq 0{,}9$, где $q = 0{,}6$;

$$1 - 0{,}6^n \geq 0{,}9; \quad 0{,}6^n \leq 0{,}1; \quad \lg 0{,}1 \geq n \lg 0{,}6; \; n > -\frac{1}{\lg 0{,}6} \approx 2{,}5; \; \boxed{n \geq 3}.$$

Пример 5.

В торговую фирму поступили телевизоры от трех поставщиков в отношении 1:4:5. Практика показала, что телевизоры, поступающие от 1-го, 2-го и 3-го поставщиков, не потребуют ремонта в течение гарантийного срока соответственно в 98, 88 и 92% случаев.

1) Найти вероятность того, что поступивший в торговую фирму телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока.
2) Проданный телевизор потребовал ремонта в течение гарантийного срока. От какого поставщика вероятнее всего поступил этот телевизор?

Решение:

1) Обозначим события:

H_i – телевизор поступил в торговую фирму от i-го поставщика (i=1,2,3);

F – телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока.

По условию

$$P(H_1)=\frac{1}{1+4+5}=0{,}1 \qquad P_{H_1}(F)=0{,}98$$

$$P(H_2)=\frac{4}{1+4+5}=0{,}4 \qquad P_{H_2}(F)=0{,}88$$

$$P(H_3)=\frac{5}{1+4+5}=0{,}5 \qquad P_{H_3}(F)=0{,}92$$

По формуле полной вероятности $P(F)=\sum P(H_i)P_{H_i}(F)$

$$P(F)=0{,}1\cdot 0{,}98+0{,}4\cdot 0{,}88+0{,}5\cdot 0{,}92=0{,}91.$$

2) Событие $\overline{F}$ - телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока;

$P(\overline{F})=1-P(F)=1-0{,}91$

По условию

$$P_{H_1}(\overline{F})=1-0{,}98=0{,}02$$

$$P_{H_2}(\overline{F})=1-0{,}88=0{,}12$$

$$P_{H_3}(\overline{F})=1-0{,}92=0{,}08$$

По формуле Байеса $P_F(H_i)=\dfrac{P(H_i)P_{H_i}(F)}{\sum P(H_i)P_{H_i}(F)}$

$$P_{\overline{F}}(H_1)=\frac{0{,}1\cdot 0{,}02}{0{,}09}=0{,}022;$$

$$P_{\overline{F}}(H_2)=\frac{0{,}4\cdot 0{,}12}{0{,}09}=0{,}533;$$

$$P_{\overline{F}}(H_3)=\frac{0{,}5\cdot 0{,}08}{0{,}09}=0{,}444.$$

Таким образом, после наступления события $\overline{F}$ вероятность гипотезы H_2 увеличилась с $P(H_2)$=0,4 до максимальной $P_{\overline{F}}(H_2) = 0{,}533$, а гипотезы H_3 – уменьшилась от максимальной $P(H_3)$=0,5 до $P_{\overline{F}}(H_3) = 0{,}444$; если ранее (до наступления события F) наиболее вероятной была гипотеза H_3, то теперь, в свете новой информации (наступления события F), наиболее вероятна гипотеза H_2 – поступление данного телевизора от 2-го поставщика.

Пример 6. По результатам проверок налоговыми инспекциями установлено, что в среднем каждое второе малое предприятие региона имеет нарушение финансовой дисциплины. Какова вероятность того, что среди тысячи зарегистрированных малых предприятий имеют нарушение финансовой дисциплины ровно 480?

$$P_{1000}(480) = \frac{2}{\sqrt{1000 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}}\varphi(x) \text{ , где } x = \frac{480 - 1000 \cdot \frac{1}{2}}{\sqrt{1000 \cdot \frac{1}{4}}} = -1{,}265$$

$$P_{1000}(480) = \frac{2}{10\sqrt{10}}\varphi(-1{,}265) \cong 0{,}0113$$

Пример 7.

Строительная фирма, занимающаяся установкой летних коттеджей, раскладывает рекламные листики по почтовым ящикам. Прежний опыт показывает, что примерно в одном случае из двух тысяч при этом следует заказ. Найти вероятность того, что при размещении ста тысяч листов, число заказов будет находиться в границах от 45 до 55.

Решение:

$$p = \frac{1}{2000} = 0{,}0005$$
$$q = 1 - 0{,}0005 = 0{,}9995$$
$$n = 100000$$
$$np = 0{,}0005 \cdot 100000 = 50$$
$$npq = 0{,}0005 \cdot 100000 \cdot 0{,}9995 = 49{,}975$$
$$\sqrt{npq} = \sqrt{49{,}975} = 7{,}0693$$

Используя формулу и значения интеграла вероятностей из таблицы «интегральной функции Лапласа»

$$P(45 < m < 55) = \frac{1}{2}\left(\Phi\left(\frac{55-50}{7{,}0693}\right) - \Phi\left(\frac{45-50}{7{,}0693}\right)\right) =$$
$$= \frac{1}{2}\left(\Phi(0{,}70) - \Phi(-0{,}70)\right) = 0{,}5 \cdot \left(0{,}25804 + 0{,}25084\right) = 0{,}25084$$

Ответ: вероятность того, что при размещении ста тысяч листов и число заказов будет находиться в пределах от 45 до 55, составляет 0,25084.

Пример 8.

В результате проверки малых предприятий установлено, что каждое второе предприятие нарушает финансовую дисциплину. Сколько предприятий нужно проверить, чтобы с вероятностью P=0,95 можно было утверждать, что доля предприятий, нарушающих финансовую дисциплину, отличается от вероятности нарушения дисциплины одним предприятием не более, чем на 0,1?

$\Phi\left(\Delta\sqrt{\frac{n}{pq}}\right) = 0{,}95$, из таблицы $\Delta\sqrt{\frac{n}{pq}}$ =1,96.

$$n \geq \frac{1{,}96^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{0{,}1^2} = \frac{1{,}96^2 \cdot 100}{4} = 1{,}96^2 \cdot 25 = 96{,}04$$

Ответ: $n \geq 97$.

Пример 9.

В билете 3 задачи. Вероятность правильного решения для 1-ой задачи -0,9; для 2-ой – 0,8; для 3-ей – 0,7. Составить закон распределения вероятностей числа решенных задач.

Решение:

Пусть A_i – событие, состоящее в том, что решена соответствующая задача (i=1,2,3). X – случайная величина, характеризующая число решенных задач.

$$P(X=0) = p(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3}) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3})$$

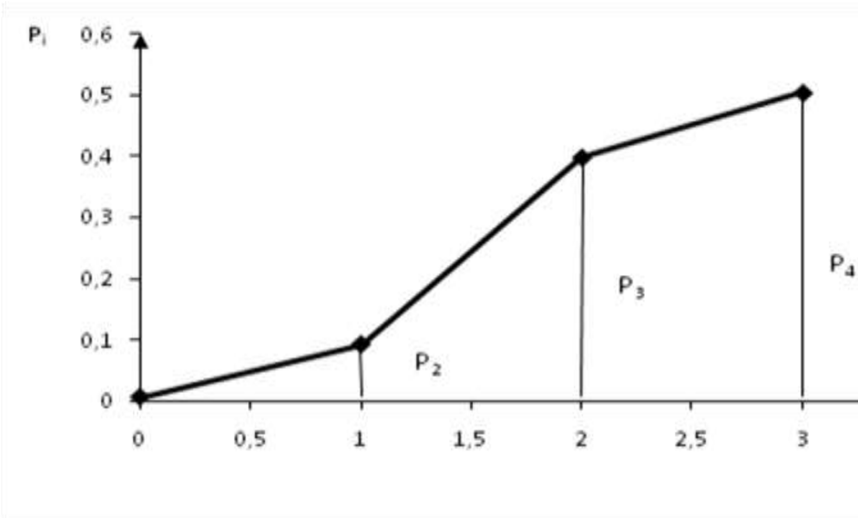
События A_i и $\tilde{A}_i$ независимы.

$$P(X=0) = 0{,}1 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}006$$
$$P(X=1) = p(A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3}) + p(\overline{A_1}A_2\overline{A_3}) + p(\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3) =$$
$$= 0{,}9 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}3 + 0{,}1 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}3 + 0{,}1 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}7 = 0{,}092$$
$$P(X=2) = 0{,}398;$$
$$P(X=3) = 0{,}9 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}7 = 0{,}504$$

Контроль: $0{,}006 + 0{,}092 + 0{,}398 + 0{,}504 = 1$

X	0	1	2	3
p	0,006	0,092	0,398	0,504

-ряд распределения.



Пример 10. Пятеро пассажиров спешат к поезду. Вероятность опоздания для каждого равна 0,1. Составить закон распределения числа опоздавших пассажиров.

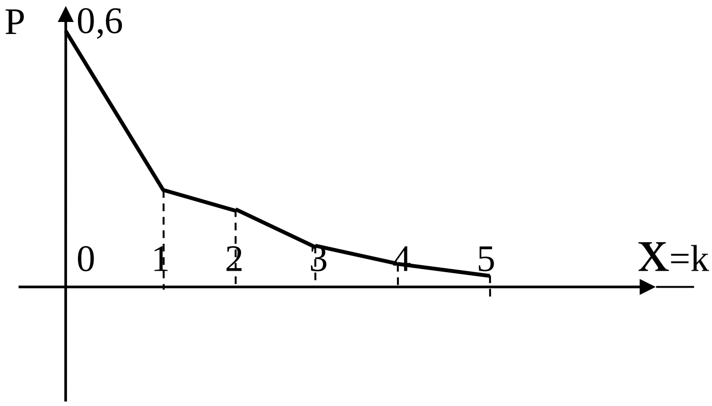
$$np = 0{,}1 \times 5 < 10 \qquad \lambda = 0{,}5$$

$$p_5(0) = \frac{\lambda^0}{0!}e^{-\lambda} = e^{-0.5} = 0{,}607\,; \qquad p_5(1) = \frac{\lambda^1}{1!}e^{-0.5} = 0{,}5 \times e^{-0{,}5},$$

$\cancel{X} = k$	0	1	2	3	4	5

p	0,607	0,303	0,071	0,013	0,002	0,0002

$$\sum p_i = 1$$



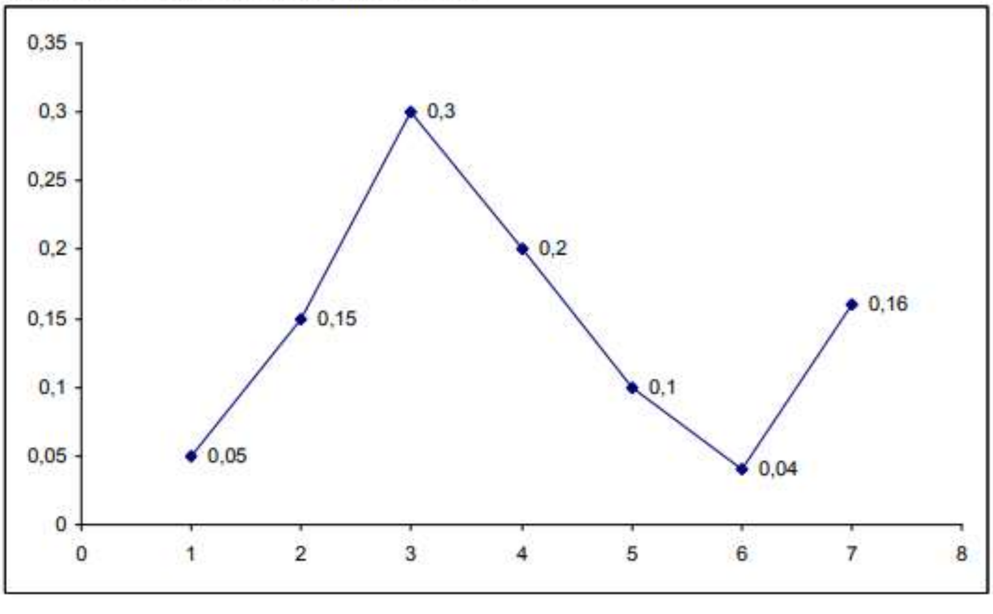
Пример 11. Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
p_i	0,05	0,15	0,3	0,2	0,1	0,04	0,16

Построить многоугольник распределения и $F(x)$. Вычислить: $M[X], D[X], \sigma[X]$, $V[X], Mo, Me, S_k, E_x$.

Решение.

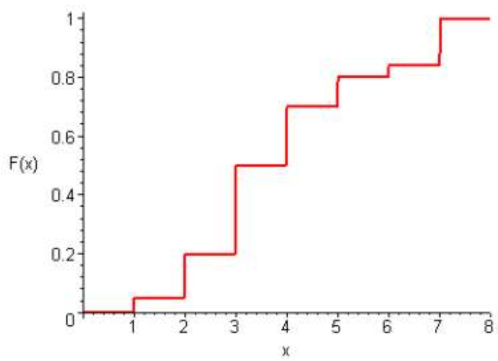
Строим многоугольник распределения



Строим функцию распределения $F(x) = P(X < x)$. Сначала составим таблицу:

x от	x до	$F(x)$
$-\infty$	1	0
1	2	0,05
2	3	0,2
3	4	0,5
4	5	0,7
5	6	0,8
6	7	0,84
7	$+\infty$	1

Строим график:



Вычислим $M[X], D[X], \sigma[X], V[X], Mo, Me, S_k, E_x$.

Математическое ожидание $M[X]=\sum x_i p_i = 3,91$.

Дисперсия $D[X]=\sum (x_i)^2 p_i - (M[X])^2 = 18,33 - 3,91^3 = 3,042$

Среднее квадратическое отклонение $\sigma[X]=\sqrt{D[X]}=\sqrt{3,042}\approx 1,744$.

Коэффициент вариации $V[X]=\dfrac{\sigma[X]}{M[X]}=\dfrac{1,744}{3,91}\approx 0,4461$ èëè $44,61\%$.

Мода: $Mo = 3$.
Медиана: $Me = 4$.

Моменты:

$\mu_3 = M[X-M[X]]^3 = \sum (x_i - M[X])^3 p_i \approx 2,712$,

$\mu_4 = M[X-M[X]]^4 = \sum (x_i - M[X])^4 p_i \approx 21,278$.

Коэффициент асимметрии: $S_k = \dfrac{\mu_3[X]}{(\sigma[X])^3} = \dfrac{2,712}{1,744^3} \approx 0,511$.

Коэффициент эксцесса: $E_x = \dfrac{\mu_4[X]}{(\sigma[X])^4} - 3 = \dfrac{21,278}{1,744^4} - 3 \approx -0,7$.

Расчеты в таблице

x_i	1	2	3	4	5	6	7	**Сумма**
p_i	0,05	0,15	0,3	0,2	0,1	0,04	0,16	**1**
$x_i p_i$	0,05	0,3	0,9	0,8	0,5	0,24	1,12	**3,91**
$x_i^2 p_i$	0,05	0,6	2,7	3,2	2,5	1,44	7,84	**18,33**
$(x_i - M[X])^3 p_i$	-1,2321	-1,0452	-0,2261	0,0001	0,1295	0,3652	4,7206	**2,712**
$(x_i - M[X])^4 p_i$	3,5854	1,9963	0,2057	1E-05	0,1412	0,7632	14,587	**21,278**

Пример 13. Случайная величина X задана функцией распределения F (x) . Найти: 1) дифференциальную функцию f (x) (плотность распределения), 2) математическое ожидание M (X) , дисперсию D (X), среднее квадратическое отклонение σ ( ). 3) Моду Mo и медиану Me , 4) P(1/2 <X<2)

Построить графики функции и плотности распределения.

$$F(x)=\begin{cases} 0,\ при\ x\le 0, \\ x^2,\ при\ 0<x\le 1, \\ 1,\ при\ x>1. \end{cases}$$

Решение. Найдем плотность распределения случайной величины X как производную от функции распределения:

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases} 0,\ при\ x\le 0, \\ 2x,\ при\ 0<x\le 1, \\ 0,\ при\ x>1. \end{cases}$$

Найдем математическое ожидание

$$MX=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)x\,dx=\int_0^1 2x^2dx=\left(\frac{2}{3}x^3\right)\Big|_0^1=\frac{2}{3}.$$

Найдем дисперсию:

$$D(X)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)x^2dx-\left(M(X)\right)^2=\int_0^1 2x^3dx-\frac{4}{9}=\left(\frac{1}{2}x^4\right)\Big|_0^1-\frac{4}{9}=\frac{1}{2}-\frac{4}{9}=\frac{1}{18}.$$

Среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

$$\sigma(X)=\sqrt{D(X)}=\sqrt{\frac{1}{18}}=\frac{1}{3\sqrt{2}}\approx 0,236$$

Моду $M_o=1$ (максимум плотности распределения).

Найдем медиану M_e из условия

$$F(M_e)=\frac{1}{2},$$

$$(M_e)^2=\frac{1}{2},$$

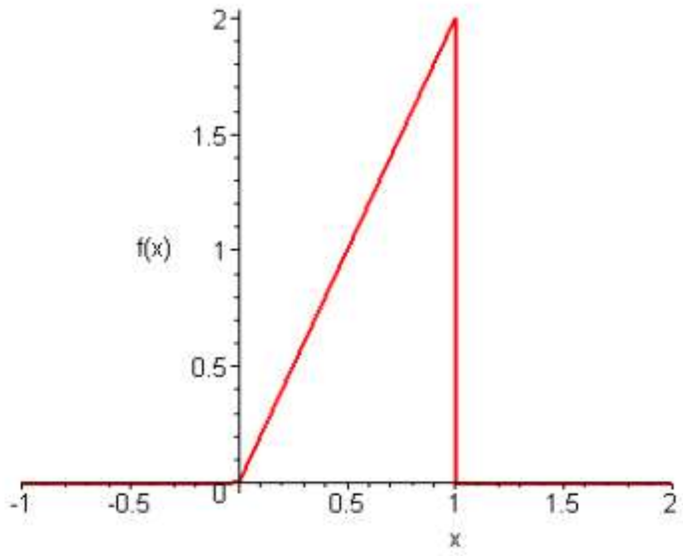
$$M_e=\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Найдем вероятность $P\left(\frac{1}{2}<X<2\right)$ по известной формуле:

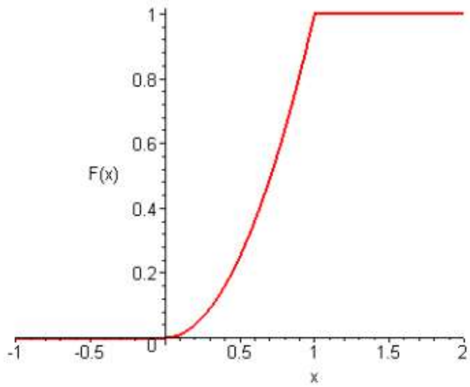
$$P\left(\frac{1}{2}<X<2\right)=F(2)-F\left(\frac{1}{2}\right)=1-\left(\frac{1}{2}\right)^2=1-0,25=0,75.$$

Построить графики функции и плотности распределения.

Плотность распределения $f(x)$



Функция распределения $F(x)$



ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Номер варианта – последняя цифра в номере зачётной книжки.

Задание 1

1.1 В коробке 6 одинаковых занумерованных шаров. Наудачу по одному извлекают все шары. Найти вероятность того, что номера извлечённых шаров появляются в возрастающем порядке.

1.2 В ящике 20 белых и 30 чёрных шаров. Наудачу взяли 10 шаров. Какова вероятность того, что среди них 6 белых шаров.

1.3 В ящике 10 белых и 10 чёрных шаров. Наудачу взяли 5 шаров. Какова вероятность того, что среди них 3 белых шаров.

1.4 В ящике 50 деталей, из которых 10 бракованных. Наудачу взяли 8 деталей. Какова вероятность того, что среди них 2 детали бракованные.

1.5 В ящике 20 деталей, из которых 12 стандартных. Из ящика взяли 6 деталей. Найти вероятность того, что из них 4 детали стандартные.

1.6 В урне 4 белых и 6 чёрных шаров. Из урны вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что вынутые шары: а) одного цвета; б) разных цветов.

1.7 В урне 3 белых и 7 чёрных шаров. Из урны наудачу вынимают 2 шара. Какое событие более вероятно: а) шары одного цвета; б) шары разных цветов ?

1.8 В лотерее 10 билетов, из них 5 билетов выигрышных. Наудачу берётся 2 билета. Найти вероятность того, что среди них: а) оба билета выигрышные; б) хотя бы один билет выигрышный.

1.9 В ящике 10 деталей, среди которых 6 стандартных. Сборщик наудачу извлекает 3 детали. Найти вероятность того, что среди них: а) все 3 детали стандартные; б) хотя бы одна деталь стандартная.

1.10 Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Найти вероятность того, что из двух содержащихся в экзаменационном билете вопросов студент знает: а) оба вопроса; б) хотя бы один вопрос.

Задание 2

2.1 Три станка работают независимо. Вероятность того, что в течении смены 1, 2, и 3-й станок выйдут из строя равны соответственно 0,05; 0,1; 0,15. Найти вероятность того, что за смену выйдет из строя только один станок.

2.2 В партии товаров товаровед отбирает бракованные изделия. Вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется бракованным, равна 0,1. найти вероятность того, что из трёх взятых на проверку изделий одно бракованное.

2.3 Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого и 0,9 для второго сигнализатора. Найти вероятность того, что при аварии сработает: а) только один сигнализатор; б) хотя бы один сигнализатор.

2.4 Вероятность хотя бы одного попадания в цель при залпе из двух орудий равна 0,92. найти вероятность попадания в цель первым орудием, если вероятность попадания вторым орудием равна 0,8.

2.5 Два стрелка производят по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания в мишень первым стрелком равна 0,9; а вторым – 0,8. Найти вероятность того, что мишень поразит: а)только один стрелок; б) хотя бы один из стрелков.

2.6 В ящике 10 деталей, из которых 4 окрашенных. Сборщик наудачу взял 3 детали. Найти вероятность того, что среди них хотя бы одна деталь окрашена.

2.7 Из партии изделий товаровед отбирает изделия высшего сорта. Вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется высшего сорта, равна 0,6. Найти вероятность того, что из трёх взятых изделий два высшего сорта.

2.8 В ящике 40 деталей, из них 10 высшего сорта. Наудачу извлечены 2 детали. Найти вероятность того, что среди них высшего сорта: а) одна деталь; б) хотя бы одна деталь.

2.9 Вероятность того, что стандартная деталь находится в первом и втором ящиках, равна соответственно 0,6 и 0,8. Сборщик взял из каждого ящика по одной детали. Какова вероятность того, что из них: а) одна деталь стандартная; б) хотя бы одна деталь стандартная.

2.10 В ящике 10 деталей, из них 6 высшего сорта. Сборщик наудачу взял 3 детали. Найти вероятность того, что среди них две детали высшего сорта.

Задание 3

3.1 В первой урне 3 белых и 5 чёрных шаров; во второй урне 6 белых и 4 чёрных шара. Из первой урны во вторую переложили один шар, а затем из второй урны взяли один шар, который оказался белым. Найти вероятность того, что был переложен белый шар.

3.2 В двух ящиках содержится по 20 деталей, причём стандартных деталей в первом ящике 13, а во втором 18. из второго ящика извлечена одна деталь и переложена в первый ящик. После этого из первого ящика извлечена деталь, оказавшаяся стандартной. Найти вероятность того, что из второго ящика в первый была переложена стандартная деталь.

3.3 В ящике 50 деталей, из них 40 высшего сорта. Наудачу извлекается одна, а затем вторая деталь, оказавшаяся высшего сорта. Определить вероятность того, что и первая деталь была высшего сорта.

3.4 Сборщик получил две коробки одинаковых деталей, изготовленных заводом N1, и три коробки таких же деталей, изготовленных заводом N2. вероятность того, что деталь заводов N1 и N2 стандартная, равна соответственно 0,9 и 0,8. из наудачу взятой коробки сборщик взял деталь, которая оказалась стандартной. Определить вероятность того, что взятая деталь изготовлена заводом N1.

3.5 Два автомата производят детали, которые поступают на общий конвейер. Вероятность получения стандартной детали на первом автомате равна

0,95 , а на втором 0,8. Производительность второго автомата вдвое больше, чем первого. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась стандартной. Найти вероятность того, что эта деталь изготовлена на первом автомате.

3.6 Сборщик получил 3 ящика деталей. В первом ящике 40 деталей, из них 20 высшего сорта, во втором 50 деталей из них 10 высшего сорта, в третьем 30 деталей из них 12 высшего сорта. Из наудачу взятого ящика извлечена деталь высшего сорта. Определить вероятность того, что эта деталь извлечена из 1-го ящика.

3.7 Имеется три ящика деталей, причём бракованных в 1-ом, 2-ом и 3-ем ящиках содержится соответственно 25%, 20%, 15%. Наудачу взятая деталь из наудачу взятого ящика оказалась бракованной. Найти вероятность того, что эта деталь извлечена из первого ящика.

3.8 Из ста деталей 60 первого, 30 второго и 10 третьего сорта. Вероятность брака среди деталей первого, второго и третьего сорта соответственно равна 0,01; 0,03 и 0,05. Наудачу взятая деталь оказалась небракованной. Найти вероятность того, что взятая деталь первого сорта.

3.9 Сборщик получил 100 деталей, из них 50 деталей изготовлено заводом N1, 30 деталей – заводом N2, 20 деталей – заводом N3. Заводы N1, N2, N3 выпускают деталей отличного качества соответственно 70%, 80%, 90%. Наудачу взятая сборщиком деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что эта деталь изготовлена заводом N1.

3.10 По шоссе в среднем проезжает легковых машин вдвое больше, чем грузовых. Вероятность того, что легковая машина будет заправляться, равна 0,1; для грузовой машины эта вероятность равна 0,2. к бензоколонке подъехала для заправки машина. Найти вероятность того, что это легковая машина.

Задание 4

В задачах 4.1 – 4.10 требуется найти вероятность того, что в n независимых испытаний событие появится не менее k раз, зная, что в каждом испытании вероятность появления события равна p.

4.1 n=4 ; k=2 ; p=0,1 .

4.2 n=5 ; k=2 ; p=0,2 .

4.3 n=6 ; k=2 ; p=0,3 .

4.4 n=5 ; k=2 ; p=0,4 .

4.5 n=6 ; k=3 ; p=0,5 .

4.6 n=4 ; k=3 ; p=0,6 .

4.7 n=5 ; k=3 ; p=0,7 .

4.8 n=6 ; k=4 ; p=0,8 .

4.9 n=5 ; k=4 ; p=0,9 .

4.10 n=5 ; k=3 ; p=0,1 .

Задание 5

В заданиях 5.1 – 5.10 требуется найти: а) математическое ожидание; б) дисперсию; в) среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X по закону её распределения, заданному рядом распределения (в первой строке таблицы указаны возможные значения, во второй строке – вероятности возможных значений).

5.1

X	12	14	18	24	27
p	0,4	0,3	0,1	0,1	0,1

5.2

X	10	13	17	19	22
p	0,2	0,1	0,2	0,4	0,1

5.3

X	120	135	150	180	185
p	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

5.4

X	1,4	2,2	3,5	4,1	5,2
p	0,3	0,2	0,3	0,1	0,1

5.5

X	12,6	13,4	15,2	17,4	18,6
p	0,2	0,2	0,4	0,1	0,1

5.6

X	15	20	25	30	35
P	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2

5.7

X	44	52	60	73	82
p	0,6	0,1	0,1	0,1	0,1

5.8

X	115	135	150	175	180
p	0,1	0,5	0,2	0,1	0,1

5.9

X	4,6	5,2	6,8	7,2	8,4
P	0,3	0,3	0,1	0,2	0,1

5.10

X	35	45	55	65	75
p	0,1	0,1	0,1	0,4	0,3

Задание 6

В задачах 6.1 – 6.10 случайна величина X задана функций распределения F(x). Найти плотность распределения вероятностей, математическое ожидание, дисперсию случайной величины и построить графики f(x) и F(x).

6.1 $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0 \\ x^2, & 0<x\le 1 \\ 1, & x>1 \end{cases}$

6.6 $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0 \\ x^2/9, & 0<x\le 3 \\ 1, & x>3 \end{cases}$

6.2 $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 1 \\ (x^2-x)/2, & 0<x\le 1 \\ 1, & x>1 \end{cases}$

6.7 $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 0 \\ x^2/4, & 0 < x \le 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$

6.3 $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 0 \\ x^3, & 0 < x \le 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$

6.8 $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le -\pi/2 \\ \cos x, & -\pi/2 < x \le 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$

6.4 $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 0 \\ 3x^2+2x, & 0 < x \le 1/3 \\ 1, & x > 1/3 \end{cases}$

6.9 $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 0 \\ 2\sin x, & 0 < x \le \pi/6 \\ 1, & x > \pi/6 \end{cases}$

6.5 $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 2 \\ \dfrac{x}{2}-1, & 2 < x \le 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$

6.10 $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 3\pi/4 \\ \cos 2x, & 3\pi/4 < x \le \pi \\ 1, & x > \pi \end{cases}$

Задача 7

Заданы математическое ожидание m и среднее квадратическое отклонение δ нормально распределённой случайной величины.

Требуется найти: а) вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу (a, b);

б) вероятность того, что абсолютная величина отклонения $|X-m|$ окажется меньше положительного числа n.

7.1 m=10 ; δ =4; a=8; b=20; n=8.

7.2 m=7 ; δ =3; a=3; b=13; n=6.

7.3 m=8 ; δ =2; a=4; b=14; n=6.

7.4 m=9 ; δ =5; a=5; b=15; n=8.

7.5 m=10 ; δ =4; a=6; b=16; n=10.

7.6 m=11 ; δ =3; a=7; b=17; n=6.

7.7 m=12 ; δ =5; a=8; b=17; n=10.

7.8 m=13 ; δ =3; a=9; b=19; n=4.

7.9 m=14 ; δ =4; a=10; b=20; n=10.

7.10 m=15 ; δ =5; a=11; b=21; n=6.

Задача 8

Дано статистическое распределение выборки (в первой строке указаны выборочные варианты x_i , а во второй строке – соответствующие частоты).

Требуется:

1) Построить полигон частот.
2) Найти выборочную среднюю $x_в$ (несмещённую оценку средней)
3) Найти выборочную дисперсию (смещённую оценку).
4) «Исправленную» выборочную дисперсию S^2 (несмещённую оценку) и «исправленное» среднее квадратическое отклонение S.

8.1

x_i	120	130	140	150	160	170	180
n_i	5	10	30	25	15	10	5

8.2

x_i	100	140	150	170	180	190	200
n_i	10	15	40	35	20	10	5

8.3

x_i	120	140	160	180	200	220	240
n_i	5	10	20	15	40	35	25

8.4

x_i	130	140	160	170	190	200	220
n_i	20	15	5	10	25	30	40

8.5

x_i	110	130	150	170	190	210	230
n_i	10	15	5	20	40	30	25

8.6

x_i	100	110	130	140	160	170	190
n_i	20	10	30	5	15	25	40

8.7

x_i	110	150	160	170	190	200	210
n_i	30	5	25	15	20	10	35

8.8

x_i	100	110	150	170	180	200	220
n_i	5	10	20	30	15	25	40

8.9

x_i	120	140	160	170	180	190	200
n_i	40	30	20	5	10	15	25

8.10

x_i	110	120	150	160	180	200	220
n_i	20	10	40	5	25	15	30

Задача 9

Найти доверительные интервалы для оценки математического ожидания с надёжностью $\gamma = 0{,}95$, зная выборочную среднюю $\overline{x_B}$, объём выборки n и среднее квадратическое отклонение δ нормально распределённой величины X.

9.1 $\overline{x_B}$ =85,17 , δ =6 , n=49.

9.2 $\overline{x_B}$ = 175,16 , δ =8 , n=64.

9.3 $\overline{x_B}$ = 78,13 , δ =12 , n=100.

9.4 $\overline{x_B}$ = 175,41 , δ =12 , n=144

9.5 $\overline{x_B}$ = 178,07 , δ =11 , n=196

9.6 $\overline{x_B}$ = 182,01 , δ =5 , n=36

9.7 $\overline{x_B}$ = 184,03 , δ =8 , n=81

9.8 $\overline{x_B}$ = 186,06 , δ =10 , n=121

9.9 $\overline{x_B}$ = 189,07 , δ =9 , n=169

9.10 $\overline{x_B}$ = 191,09 , δ =14 , n=144

Рекомендуемая литература

а) основная:

1. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая татистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. —538 с. Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. с. 2 — URL: https://urait.ru/bcode/456395/p.2 (дата обращения: 17.05.2021).

2. Соловьев, В.И. Анализ данных в экономике: Теория вероятностей, прикладная статистика, обработка и анализ данных в Microsoft Excel : учебник / Соловьев В.И. — Москва : КноРус, 2019. — 497 с. — (бакалавриат). — ISBN 978-5-406-06940-0. — URL: https://book.ru/book/930826 (дата обращения: 13.06.2021). — Текст : электронный.

б) дополнительная:

3. Анализ данных : учебник для вузов / В. С. Мхитарян [и др.] ; под редакцией В. С. Мхитаряна. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 490 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00616-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://ez.el.fa.ru:2428/bcode/450166 (дата обращения: 13.06.2019).
4. Кацман, Ю. Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры с решениями : учебник для вузов / Ю. Я. Кацман. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 130 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10082-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/451365 (дата обращения: 17.05.2019).
5. Попов, А. М. Теория вероятностей : учебное пособие для вузов / А. М. Попов, В. Н. Сотников. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 215 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9791-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/451180 (дата обращения: 17.05.2019).
6. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 406 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08569-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/451168 (дата обращения: 17.05.2019).