

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение  
высшего образования  
**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**  
Новороссийский филиал  
Кафедра «Информатики, математики и общегуманитарные науки»

**Методические рекомендации  
АНАЛИЗ ДАННЫХ**

Направление подготовки: 38.03.01 Экономика  
Направленность(профиль): Финансовые и кредит  
Программа подготовки: академическая  
Форма обучения: очная  
Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

Составитель: к.экон. наук Н.В. Королёва

Методические рекомендации составлены в соответствии с ОС ВО Финуниверситета по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика», утвержденного приказом Финансового университета при Правительстве РФ № 2326/о от 26 декабря 2017 года.

Изучение дисциплины должно способствовать развитию у обучающихся стремления к творческому мышлению, к овладению навыками самостоятельной работы современными информационными технологиями.

## Методические рекомендации

В соответствии с учебным планом по дисциплине «Анализ данных» каждый студент должен выполнить одну домашнюю контрольную работу (по приведенным в данной брошюре вариантам) в сроки, установленные учебным графиком.

По контрольной работе. На собеседовании выясняется, насколько глубоко усвоен пройденный материал и соответствуют ли знания студента и его навыки в решении задач качеству представленной работы. Зачет по каждой контрольной работе студенты получают лишь после успешного прохождения собеседования.

Из каждого задания студент выбирает тот номер, который соответствует *последней цифре номера личного дела студента, который совпадает с номером его зачетной книжки и студенческого билета*. Например, студент с вариантом 3 выбирает из первого задания задачу № 1.3, из второго задания – задачу №2.3 и т.д.

Сроки представления домашней контрольной работы на проверку указаны в индивидуальном графике студента, а для студентов дневных групп также сообщаются во время осенней установочной сессии. Однако эти сроки являются крайними. Чтобы работа была своевременно проверена, а при необходимости доработана и сдана повторно, ее надлежит представить значительно раньше указанного срока. Если в ходе написания работы у студента появятся вопросы или затруднения в решении задач контрольного задания, он может обратиться в институт за устной или письменной консультацией.

При изучении учебного материала и подготовке к контрольным работам рекомендуется использовать учебники и учебные пособия, электронные ресурсы, приведенные в разделе «Рекомендуемая литература», а также данную брошюру.

После проверки контрольная работа студента получает оценку «Допускается к собеседованию» или «Не допускается к собеседованию».

## Требования к оформлению контрольной работы

Контрольная работа оформляется на ПК с использованием текстового процессора Microsoft Word на листах формата А4, ориентация – книжная.

Следует установить следующие размеры полей страницы: левое поле – 3 см, правое, верхнее и нижнее – 2 см.

Требования к оформлению текста контрольной работы:

- отступ первой строки (абзацный отступ) – 1,25 см;
- междустрочный интервал – 1,5 строки;
- гарнитура шрифта – Times New Roman;
- кегль шрифта (размер) – 14 пунктов;
- форматирование текста (выравнивание) – по ширине.

Каждую структурную часть контрольной работы нужно начинать с нового листа. Точка в конце заголовка структурной части работы не ставится.

Каждая цитата, заимствованные цифры, факты должны сопровождаться ссылкой на источник, описание которого приводится в списке использованной литературы. В ссылке указывается номер источника по списку и номера страниц, например: [7, С.45-46].

Все аббревиатуры и сокращения слов должны быть расшифрованы в тексте работы при первом употреблении.

Математические формулы оформляются с помощью редактора формул – приложения EQNEDT32.exe.

Работа может быть выполнена и в школьной тетради, имеющей широкие (не менее 3 см) поля для замечаний рецензента.

В этом случае:

1. На обложке тетради следует указать фамилию, имя, отчество (полностью), факультет, специальность, курс, номер личного дела, вариант и номер контрольной работы, а также фамилию преподавателя к которому направляется данная работа на проверку.
2. Перед решением каждой задачи нужно привести (распечатать) полностью ее условие.

3. Следует придерживаться той последовательности при решении задач, в какой они даны в задании, строго сохраняя при этом нумерацию примеров (задач).

4. Не допускается замена задач контрольной работы другими заданиями.

5. Решения задач должны сопровождаться развернутыми пояснениями, нужно привести в общем виде используемые формулы с объяснением употребляемых обозначений, а окончательный ответ следует выделить.

6. В конце работы приводится список использованной литературы (указывают автора, название, издательство, год издания), ставится дата окончания работы и подпись.

Если работа получила в целом положительную оценку («Допускается к собеседованию»), но в ней есть отдельные недочеты, то нужно сделать соответствующие исправления и дополнения в той же тетради (после имеющихся решений и записи «Работа над ошибками») и предъявить доработку на собеседовании.

Если работа «Не допускается к собеседованию», ее необходимо в соответствии с требованиями преподавателя частично или полностью переделать.

Повторную работу надо выполнить в той же тетради (если есть место) или в новой с надписью на обложке «Повторная», указав фамилию преподавателя, которым работа была ранее не зачтена. Вместе с незачтенной работой, повторную работу представить снова на проверку. Контрольная работа не зачитывается, если ее вариант не совпадает с последней цифрой номера личного дела студента или она выполнена по вариантам прошлых лет. Студенты, не получившие зачета по контрольной работе, к экзаменационному зачету не допускаются.

Зачтенные работы предъявляются на экзаменационном зачете и не подлежат возвращению после успешной сдачи экзаменационного зачета.

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

### Пример 1.

На пяти карточках написаны буквы а, д, л, к, о. Карточки тщательно перемешаны. Какова вероятность того, что сложенные случайным образом карточки образуют слово "лодка"?

Очевидно, речь идёт о перестановках из  $n=5$  элементов. Всего возможно  $5!$  перестановок (элементарных исходов) и лишь одно из них благоприятствует событию  $A$  - "сложено слово ЛОДКА".

Следовательно:

$$P(A) = \frac{1}{5!} = \frac{1}{120} \approx 0,008$$

### Пример 2.

Среди одинаковых по внешнему виду 11 изделий находятся 3 бракованных. Произвольно вынимают три изделия. Найти вероятность того, что среди них хотя бы одно бракованное.

*Решение:*

События «среди вынутых трех изделий хотя бы одно бракованное» и событие «среди вынутых трех изделий нет бракованных» - противоположные.

Обозначим их  $A$  и  $\bar{A}$  соответственно. Найдем вероятность события  $\bar{A}$ . Число всех исходов испытания равно  $C_{11}^3$ , а число исходов, благоприятствующих событию  $\bar{A}$ , равно  $C_8^3$  (из 11 изделий по условию 8 стандартных). Следовательно,

$$P(\bar{A}) = \frac{C_8^3}{C_{11}^3} = \frac{56}{165},$$

откуда

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{56}{165} = \frac{109}{165}.$$

**Пример 3.**

Два стрелка стреляют по цели. Вероятности попадания каждым  $P(A) = 0,7$ ;  $P(B) = 0,8$ .

а) Какова вероятность попадания обоими?

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,7 \cdot 0,8 = 0,56$$

б) Какова вероятность поражения мишени (т.е. попадание хотя бы одним стрелком?)

Обозначим это событие через  $C$ .

$$P(C) = 1 - P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 1 - q_1 \cdot q_2 = 1 - (1 - 0,7)(1 - 0,8) = 0,94$$

**Пример 4.**

Вероятность попадания в цель стрелком при одном выстреле  $P = 0,4$ . Стрелок производит 3 выстрела.

а) Найти вероятность поражения цели;

б) Сколько выстрелов следует произвести, чтобы с вероятностью 0,9 мишень была поражена?

а)  $P(A) = 1 - (1 - 0,4)^3 = 0,784$

б)  $1 - q^n \geq 0,9$ , где  $q = 0,6$ ;

$$1 - 0,6^n \geq 0,9; \quad 0,6^n \leq 0,1; \quad \lg 0,1 \geq n \lg 0,6; \quad n > -\frac{1}{\lg 0,6} \approx 2,5; \quad \boxed{n \geq 3}.$$

**Пример 5.**

В торговую фирму поступили телевизоры от трех поставщиков в отношении 1:4:5. Практика показала, что телевизоры, поступающие от 1-го, 2-го и 3-го поставщиков, не потребуют ремонта в течение гарантийного срока соответственно в 98, 88 и 92% случаев.

1) Найти вероятность того, что поступивший в торговую фирму телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока.

2) Проданный телевизор потребовал ремонта в течение гарантийного срока. От какого поставщика вероятнее всего поступил этот телевизор?

*Решение:*

1) Обозначим события:

$H_i$  – телевизор поступил в торговую фирму от  $i$ -го поставщика ( $i=1,2,3$ );

$F$  – телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока.

По условию

$$P(H_1) = \frac{1}{1+4+5} = 0,1 \quad P_{H_1}(F) = 0,98$$

$$P(H_2) = \frac{4}{1+4+5} = 0,4 \quad P_{H_2}(F) = 0,88$$

$$P(H_3) = \frac{5}{1+4+5} = 0,5 \quad P_{H_3}(F) = 0,92$$

По формуле полной вероятности  $P(F) = \sum P(H_i)P_{H_i}(F)$

$$P(F) = 0,1 \cdot 0,98 + 0,4 \cdot 0,88 + 0,5 \cdot 0,92 = 0,91.$$

2) Событие  $\bar{F}$  – телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока;

$$P(\bar{F}) = 1 - P(F) = 1 - 0,91$$

По условию

$$P_{H_1}(\bar{F}) = 1 - 0,98 = 0,02$$

$$P_{H_2}(\bar{F}) = 1 - 0,88 = 0,12$$

$$P_{H_3}(\bar{F}) = 1 - 0,92 = 0,08$$

По формуле Байеса 
$$P_F(H_i) = \frac{P(H_i)P_{H_i}(F)}{\sum P(H_i)P_{H_i}(F)}$$

$$P_{\bar{F}}(H_1) = \frac{0,1 \cdot 0,02}{0,09} = 0,022;$$

$$P_{\bar{F}}(H_2) = \frac{0,4 \cdot 0,12}{0,09} = 0,533;$$

$$P_{\bar{F}}(H_3) = \frac{0,5 \cdot 0,08}{0,09} = 0,444.$$

Таким образом, после наступления события  $\bar{F}$  вероятность гипотезы  $H_2$  увеличилась с  $P(H_2)=0,4$  до максимальной  $P_{\bar{F}}(H_2) = 0,533$ , а гипотезы  $H_3$  – уменьшилась от максимальной  $P(H_3)=0,5$  до  $P_{\bar{F}}(H_3) = 0,444$ ; если ранее (до наступления события  $F$ ) наиболее вероятной была гипотеза  $H_3$ , то теперь, в свете новой информации (наступления события  $F$ ), наиболее вероятна гипотеза  $H_2$  – поступление данного телевизора от 2-го поставщика.

**Пример 6.** По результатам проверок налоговыми инспекциями установлено, что в среднем каждое второе малое предприятие региона имеет нарушение финансовой дисциплины. Какова вероятность того, что среди тысячи зарегистрированных малых предприятий имеют нарушение финансовой дисциплины ровно 480?

$$P_{1000}(480) = \frac{2}{\sqrt{1000 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}} \varphi(x), \text{ где } x = \frac{480 - 1000 \cdot \frac{1}{2}}{\sqrt{1000 \cdot \frac{1}{4}}} = -1,265$$

$$P_{1000}(480) = \frac{2}{10\sqrt{10}} \varphi(-1,265) \cong 0,0113$$

**Пример 7.**

Строительная фирма, занимающаяся установкой летних коттеджей, раскладывает рекламные листики по почтовым ящикам. Прежний опыт показывает, что примерно в одном случае из двух тысяч при этом следует заказ. Найти вероятность того, что при размещении ста тысяч листов, число заказов будет находиться в границах от 45 до 55.

**Решение:**

$$p = \frac{1}{2000} = 0,0005$$

$$q = 1 - 0,0005 = 0,9995$$

$$n = 100000$$

$$np = 0,0005 \cdot 100000 = 50$$

$$npq = 0,0005 \cdot 100000 \cdot 0,9995 = 49,975$$

$$\sqrt{npq} = \sqrt{49,975} = 7,0693$$

Используя формулу и значения интеграла вероятностей из таблицы «интегральной функции Лапласа»

$$P(45 < m < 55) = \frac{1}{2} \left( \Phi \left( \frac{55 - 50}{7,0693} \right) - \Phi \left( \frac{45 - 50}{7,0693} \right) \right) =$$

$$= \frac{1}{2} (\Phi(0,70) - \Phi(-0,70)) = 0,5 \cdot (0,25804 + 0,25084) = 0,25084$$

**Ответ:** вероятность того, что при размещении ста тысяч листов и число заказов будет находиться в пределах от 45 до 55, составляет 0,25084.

### Пример 8.

В результате проверки малых предприятий установлено, что каждое второе предприятие нарушает финансовую дисциплину. Сколько предприятий нужно проверить, чтобы с вероятностью  $P=0,95$  можно было утверждать, что доля предприятий, нарушающих финансовую дисциплину, отличается от вероятности нарушения дисциплины одним предприятием не более, чем на 0,1?

$$\Phi \left( \Delta \sqrt{\frac{n}{pq}} \right) = 0,95, \text{ из таблицы } \Delta \sqrt{\frac{n}{pq}} = 1,96.$$

$$n \geq \frac{1,96^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{0,1^2} = \frac{1,96^2 \cdot 100}{4} = 1,96^2 \cdot 25 = 96,04$$

**Ответ:**  $n \geq 97$ .

### Пример 9.

В билете 3 задачи. Вероятность правильного решения для 1-ой задачи -0,9; для 2-ой - 0,8; для 3-ей - 0,7. Составить закон распределения вероятностей числа решенных задач.

**Решение:**

Пусть  $A_i$  – событие, состоящее в том, что решена соответствующая задача ( $i=1,2,3$ ).  $X$  – случайная величина, характеризующая число решенных задач.

$$P(X=0) = p(\overline{A_1} \overline{A_2} \overline{A_3}) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3})$$

События  $A_i$  и  $\overline{A}_i$  независимы.

$$P(X=0) = 0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,3 = 0,006$$

$$P(X=1) = p(A_1 \overline{A_2} \overline{A_3}) + p(\overline{A_1} A_2 \overline{A_3}) + p(\overline{A_1} \overline{A_2} A_3) =$$

$$= 0,9 \cdot 0,2 \cdot 0,3 + 0,1 \cdot 0,8 \cdot 0,3 + 0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,7 = 0,092$$

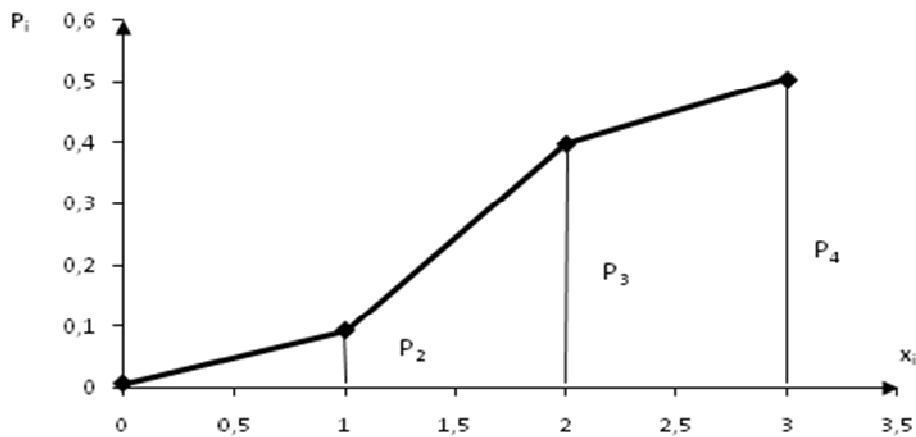
$$P(X=2) = 0,398;$$

$$P(X=3) = 0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,7 = 0,504$$

Контроль:  $0,006 + 0,092 + 0,398 + 0,504 = 1$

X	0	1	2	3
p	0,006	0,092	0,398	0,504

-ряд распределения.



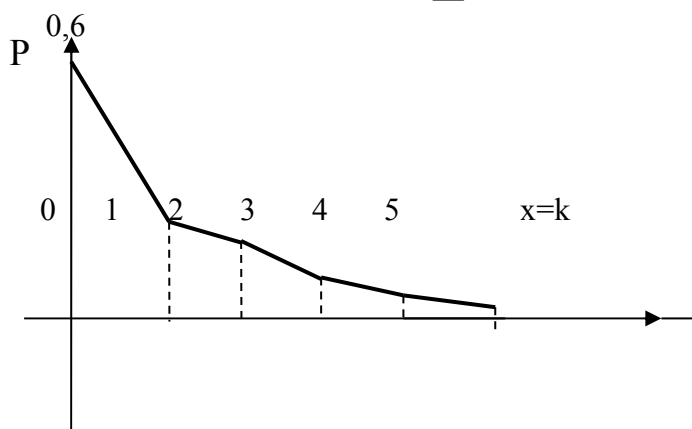
**Пример 10.** Пятеро пассажиров спешат к поезду. Вероятность опоздания для каждого равна 0,1. Составить закон распределения числа опоздавших пассажиров.

$$np = 0,1 \times 5 < 10 \quad \lambda = 0,5$$

$$p_5(0) = \frac{\lambda^0}{0!} e^{-\lambda} = e^{-0,5} = 0,607; \quad p_5(1) = \frac{\lambda^1}{1!} e^{-0,5} = 0,5 \times e^{-0,5},$$

$X = k$	0	1	2	3	4	5
$p$	0,607	0,303	0,071	0,013	0,002	0,0002

$$\sum p_i = 1$$



**Пример 11.** Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

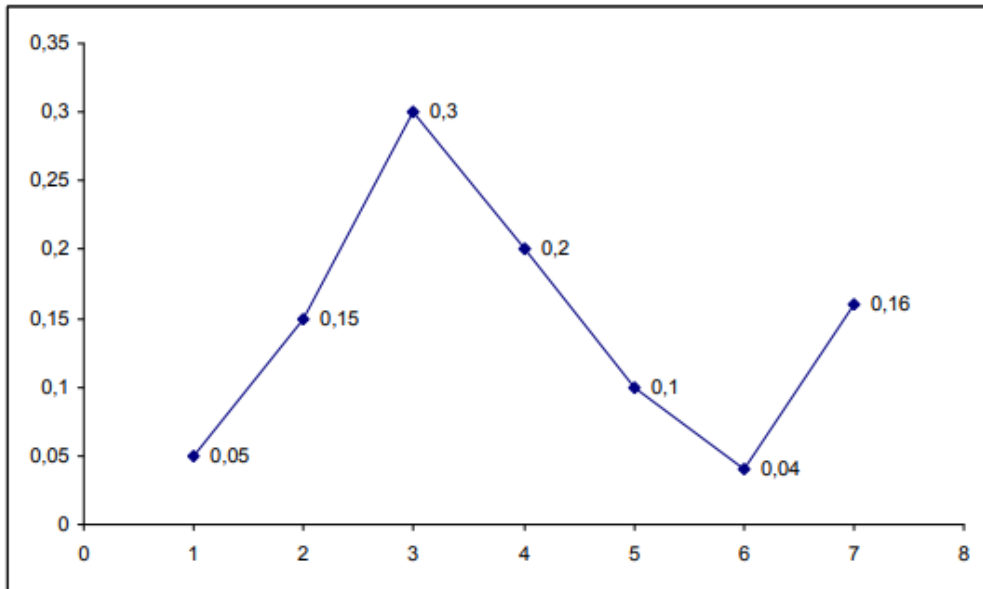
$x_i$	1	2	3	4	5	6	7
$p_i$	0,05	0,15	0,3	0,2	0,1	0,04	0,16



Построить многоугольник распределения и  $F(x)$ . Вычислить:  $M[X], D[X], \sigma[X], V[X], Mo, Me, S_k, E_x$ .

**Решение.**

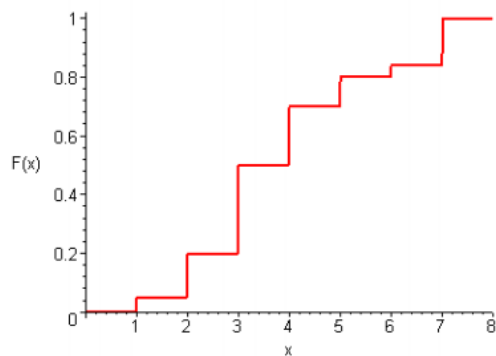
Строим многоугольник распределения



Строим функцию распределения  $F(x) = P(X < x)$ . Сначала составим таблицу:

x от	x до	$F(x)$
$-\infty$	1	0
1	2	0,05
2	3	0,2
3	4	0,5
4	5	0,7
5	6	0,8
6	7	0,84
7	$+\infty$	1

Строим график:



Вычислим  $M[X], D[X], \sigma[X], V[X], Mo, Me, S_k, E_x$ .

Математическое ожидание  $M[X] = \sum x_i p_i = 3,91$ .

Дисперсия  $D[X] = \sum (x_i)^2 p_i - (M[X])^2 = 18,33 - 3,91^2 = 3,042$

Среднее квадратическое отклонение  $\sigma[X] = \sqrt{D[X]} = \sqrt{3,042} \approx 1,744$ .

Коэффициент вариации  $V[X] = \frac{\sigma[X]}{M[X]} = \frac{1,744}{3,91} \approx 0,4461 \approx 44,61\%$ .

Мода:  $Mo = 3$ .

Медиана:  $Me = 4$ .

Моменты:

$\mu_3 = M[X - M[X]]^3 = \sum (x_i - M[X])^3 p_i \approx 2,712$ ,

$\mu_4 = M[X - M[X]]^4 = \sum (x_i - M[X])^4 p_i \approx 21,278$ .

Коэффициент асимметрии:  $S_k = \frac{\mu_3[X]}{(\sigma[X])^3} = \frac{2,712}{1,744^3} \approx 0,511$ .

Коэффициент эксцесса:  $E_x = \frac{\mu_4[X]}{(\sigma[X])^4} - 3 = \frac{21,278}{1,744^4} - 3 \approx -0,7$ .

Расчеты в таблице

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	Сумма
$p_i$	0,05	0,15	0,3	0,2	0,1	0,04	0,16	<b>1</b>
$x_i p_i$	0,05	0,3	0,9	0,8	0,5	0,24	1,12	<b>3,91</b>

$x_i^2 p_i$	0,05	0,6	2,7	3,2	2,5	1,44	7,84	<b>18,33</b>
$(x_i - M[X])^3 p_i$	-1,2321	-1,0452	-0,2261	0,0001	0,1295	0,3652	4,7206	<b>2,712</b>
$(x_i - M[X])^4 p_i$	3,5854	1,9963	0,2057	1E-05	0,1412	0,7632	14,587	<b>21,278</b>

Пример 13. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: 1) дифференциальную функцию  $f(x)$  (плотность распределения), 2) математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$ , среднее квадратическое отклонение  $\sigma(\cdot)$ . 3) Моду  $Mo$  и медиану  $Me$ , 4)  $P(1/2 < X < 2)$

Построить графики функции и плотности распределения.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ x^2, & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 1, & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

**Решение.** Найдем плотность распределения случайной величины  $X$  как производную от функции распределения:

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ 2x, & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 0, & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Найдем математическое ожидание

$$MX = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)x dx = \int_0^1 2x^2 dx = \left( \frac{2}{3} x^3 \right) \Big|_0^1 = \frac{2}{3}.$$

Найдем дисперсию:

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)x^2 dx - (M(X))^2 = \int_0^1 2x^3 dx - \frac{4}{9} = \left( \frac{1}{2} x^4 \right) \Big|_0^1 - \frac{4}{9} = \frac{1}{2} - \frac{4}{9} = \frac{1}{18}.$$

Среднее квадратическое отклонение  $\sigma(X)$ .

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{\frac{1}{18}} = \frac{1}{3\sqrt{2}} \approx 0,236$$

Моду  $M_o = 1$  (максимум плотности распределения).

Найдем медиану  $M_e$  из условия

$$F(M_e) = \frac{1}{2},$$

$$(M_e)^2 = \frac{1}{2},$$

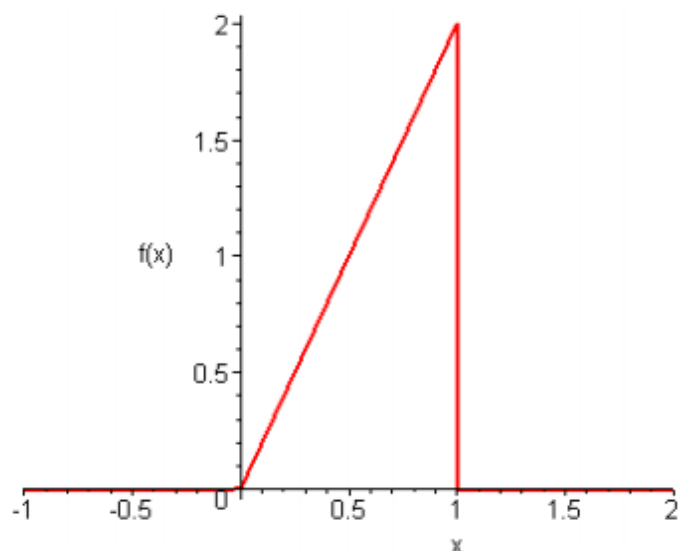
$$M_e = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Найдем вероятность  $P\left(\frac{1}{2} < X < 2\right)$  по известной формуле:

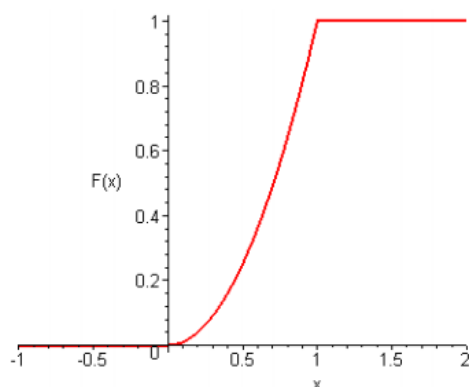
$$P\left(\frac{1}{2} < X < 2\right) = F(2) - F\left(\frac{1}{2}\right) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - 0,25 = 0,75.$$

Построить графики функции и плотности распределения.

Плотность распределения  $f(x)$



Функция распределения  $F(x)$



### ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Номер варианта – последняя цифра в номере зачётной книжки.

#### Задание 1

- 1.1 В коробке 6 одинаковых занумерованных шаров. Наудачу по одному извлекают все шары. Найти вероятность того, что номера извлечённых шаров появляются в возрастающем порядке.
- 1.2 В ящике 20 белых и 30 чёрных шаров. Наудачу взяли 10 шаров. Какова вероятность того, что среди них 6 белых шаров.
- 1.3 В ящике 10 белых и 10 чёрных шаров. Наудачу взяли 5 шаров. Какова вероятность того, что среди них 3 белых шаров.
- 1.4 В ящике 50 деталей, из которых 10 бракованных. Наудачу взяли 8 деталей. Какова вероятность того, что среди них 2 детали бракованные.
- 1.5 В ящике 20 деталей, из которых 12 стандартных. Из ящика взяли 6 деталей. Найти вероятность того, что из них 4 детали стандартные.
- 1.6 В урне 4 белых и 6 чёрных шаров. Из урны вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что вынутые шары: а) одного цвета; б) разных цветов.
- 1.7 В урне 3 белых и 7 чёрных шаров. Из урны наудачу вынимают 2 шара. Какое событие более вероятно: а) шары одного цвета; б) шары разных цветов ?
- 1.8 В лотерее 10 билетов, из них 5 билетов выигрышных. Наудачу берётся 2 билета. Найти вероятность того, что среди них: а) оба билета выигрышные; б) хотя бы один билет выигрышный.
- 1.9 В ящике 10 деталей, среди которых 6 стандартных. Сборщик наудачу извлекает 3 детали. Найти вероятность того, что среди них: а) все 3 детали стандартные; б) хотя бы одна деталь стандартная.

- 1.10 Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Найти вероятность того, что из двух содержащихся в экзаменационном билете вопросов студент знает: а) оба вопроса; б) хотя бы один вопрос.

### **Задание 2**

- 2.1 Три станка работают независимо. Вероятность того, что в течении смены 1, 2, и 3-й станок выйдут из строя равны соответственно 0,05; 0,1; 0,15. Найти вероятность того, что за смену выйдет из строя только один станок.
- 2.2 В партии товаров товаровед отбирает бракованные изделия. Вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется бракованным, равна 0,1. найти вероятность того, что из трёх взятых на проверку изделий одно бракованное.
- 2.3 Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого и 0,9 для второго сигнализатора. Найти вероятность того, что при аварии сработает: а) только один сигнализатор; б) хотя бы один сигнализатор.
- 2.4 Вероятность хотя бы одного попадания в цель при залпе из двух орудий равна 0,92. найти вероятность попадания в цель первым орудием, если вероятность попадания вторым орудием равна 0,8.
- 2.5 Два стрелка производят по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания в мишень первым стрелком равна 0,9; а вторым – 0,8. Найти вероятность того, что мишень поразит: а) только один стрелок; б) хотя бы один из стрелков.
- 2.6 В ящике 10 деталей, из которых 4 окрашенных. Сборщик наудачу взял 3 детали. Найти вероятность того, что среди них хотя бы одна деталь окрашена.
- 2.7 Из партии изделий товаровед отбирает изделия высшего сорта. Вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется высшего сорта, равна 0,6. Найти вероятность того, что из трёх взятых изделий два высшего сорта.
- 2.8 В ящике 40 деталей, из них 10 высшего сорта. Наудачу извлечены 2 детали. Найти вероятность того, что среди них высшего сорта: а) одна деталь; б) хотя бы одна деталь.
- 2.9 Вероятность того, что стандартная деталь находится в первом и втором ящиках, равна соответственно 0,6 и 0,8. Сборщик взял из каждого ящика по одной детали. Какова вероятность того, что из них: а) одна деталь стандартная; б) хотя бы одна деталь стандартная.
- 2.10 В ящике 10 деталей, из них 6 высшего сорта. Сборщик наудачу взял 3 детали. Найти вероятность того, что среди них две детали высшего сорта.

### **Задание 3**

- 3.1 В первой урне 3 белых и 5 чёрных шаров; во второй урне 6 белых и 4 чёрных шара. Из первой урны во вторую переложили один шар, а затем из второй урны взяли один шар, который оказался белым. Найти вероятность того, что был переложён белый шар.
- 3.2 В двух ящиках содержится по 20 деталей, причём стандартных деталей в первом ящике 13, а во втором 18. из второго ящика извлечена одна деталь и переложена в первый ящик. После этого из первого ящика извлечена деталь, оказавшаяся стандартной. Найти вероятность того, что из второго ящика в первый была переложена стандартная деталь.
- 3.3 В ящике 50 деталей, из них 40 высшего сорта. Наудачу извлекается одна, а затем вторая деталь, оказавшаяся высшего сорта. Определить вероятность того, что и первая деталь была высшего сорта.
- 3.4 Сборщик получил две коробки одинаковых деталей, изготовленных заводом N1, и три коробки таких же деталей, изготовленных заводом N2. вероятность того, что деталь заводов N1 и N2 стандартная, равна соответственно 0,9 и 0,8. из наудачу взятой коробки сборщик взял деталь, которая оказалась стандартной. Определить вероятность того, что взятая деталь изготовлена заводом N1.
- 3.5 Два автомата производят детали, которые поступают на общий конвейер. Вероятность получения стандартной детали на первом автомате равна 0,95, а на втором 0,8. Производительность второго автомата вдвое больше, чем первого. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась стандартной. Найти вероятность того, что эта деталь изготовлена на первом автомате.
- 3.6 Сборщик получил 3 ящика деталей. В первом ящике 40 деталей, из них 20 высшего сорта, во втором 50 деталей из них 10 высшего сорта, в третьем 30 деталей из них 12 высшего сорта. Из

наудачу взятого ящика извлечена деталь высшего сорта. Определить вероятность того, что эта деталь извлечена из 1-го ящика.

- 3.7 Имеется три ящика деталей, причём бракованных в 1-ом, 2-ом и 3-ем ящиках содержится соответственно 25%, 20%, 15%. Наудачу взятая деталь из наудачу взятого ящика оказалась бракованной. Найти вероятность того, что эта деталь извлечена из первого ящика.
- 3.8 Из ста деталей 60 первого, 30 второго и 10 третьего сорта. Вероятность брака среди деталей первого, второго и третьего сорта соответственно равна 0,01; 0,03 и 0,05. Наудачу взятая деталь оказалась небракованной. Найти вероятность того, что взятая деталь первого сорта.
- 3.9 Сборщик получил 100 деталей, из них 50 деталей изготовлено заводом N1, 30 деталей – заводом N2, 20 деталей – заводом N3. Заводы N1, N2, N3 выпускают деталей отличного качества соответственно 70%, 80%, 90%. Наудачу взятая сборщиком деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что эта деталь изготовлена заводом N1.
- 3.10 По шоссе в среднем проезжает легковых машин вдвое больше, чем грузовых. Вероятность того, что легковая машина будет заправляться, равна 0,1; для грузовой машины эта вероятность равна 0,2. к бензоколонке подъехала для заправки машина. Найти вероятность того, что это легковая машина.

#### Задание 4

В задачах 4.1 – 4.10 требуется найти вероятность того, что в  $n$  независимых испытаний событие появится не менее  $k$  раз, зная, что в каждом испытании вероятность появления события равна  $p$ .

- 4.1  $n=4$  ;  $k=2$  ;  $p=0,1$  .  
 4.2  $n=5$  ;  $k=2$  ;  $p=0,2$  .  
 4.3  $n=6$  ;  $k=2$  ;  $p=0,3$  .  
 4.4  $n=5$  ;  $k=2$  ;  $p=0,4$  .  
 4.5  $n=6$  ;  $k=3$  ;  $p=0,5$  .  
 4.6  $n=4$  ;  $k=3$  ;  $p=0,6$  .  
 4.7  $n=5$  ;  $k=3$  ;  $p=0,7$  .  
 4.8  $n=6$  ;  $k=4$  ;  $p=0,8$  .  
 4.9  $n=5$  ;  $k=4$  ;  $p=0,9$  .  
 4.10  $n=5$  ;  $k=3$  ;  $p=0,1$  .

#### Задание 5

В заданиях 5.1 – 5.10 требуется найти: а) математическое ожидание; б) дисперсию; в) среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины  $X$  по закону её распределения, заданному рядом распределения ( в первой строке таблицы указаны возможные значения, во второй строке – вероятности возможных значений).

5.1

X	12	14	18	24	27
p	0,4	0,3	0,1	0,1	0,1

5.2

X	10	13	17	19	22
p	0,2	0,1	0,2	0,4	0,1

5.3

X	120	135	150	180	185
p	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

5.4

X	1,4	2,2	3,5	4,1	5,2
p	0,3	0,2	0,3	0,1	0,1

5.5

X	12,6	13,4	15,2	17,4	18,6
---	------	------	------	------	------

p	0,2	0,2	0,4	0,1	0,1
---	-----	-----	-----	-----	-----

5.6

X	15	20	25	30	35
P	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2

5.7

X	44	52	60	73	82
p	0,6	0,1	0,1	0,1	0,1

5.8

X	115	135	150	175	180
p	0,1	0,5	0,2	0,1	0,1

5.9

X	4,6	5,2	6,8	7,2	8,4
P	0,3	0,3	0,1	0,2	0,1

5.10

X	35	45	55	65	75
p	0,1	0,1	0,1	0,4	0,3

**Задание 6**

В задачах 6.1 – 6.10 случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти плотность распределения вероятностей, математическое ожидание, дисперсию случайной величины и построить графики  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$6.1 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

$$6.6 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2/9, & 0 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$6.2 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ (x^2 - x)/2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

$$6.7 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2/4, & 0 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$6.3 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^3, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

$$6.8 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\pi/2 \\ \cos x, & -\pi/2 < x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

$$6.4 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 3x^2 + 2x, & 0 < x \leq 1/3 \\ 1, & x > 1/3 \end{cases}$$

$$6.9 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 2 \sin x, & 0 < x \leq \pi/6 \\ 1, & x > \pi/6 \end{cases}$$

$$6.5 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ \frac{x}{2} - 1, & 2 < x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

$$6.10 \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 3\pi/4 \\ \cos 2x, & 3\pi/4 < x \leq \pi \\ 1, & x > \pi \end{cases}$$

**Задача 7**

Заданы математическое ожидание  $m$  и среднее квадратическое отклонение  $\delta$  нормально распределённой случайной величины.

Требуется найти: а) вероятность того, что  $X$  примет значение, принадлежащее интервалу  $(a, b)$ ;  
б) вероятность того, что абсолютная величина отклонения  $|X-m|$  окажется меньше положительного числа  $n$ .

7.1  $m=10$ ;  $\delta=4$ ;  $a=8$ ;  $b=20$ ;  $n=8$ .

7.2  $m=7$ ;  $\delta=3$ ;  $a=3$ ;  $b=13$ ;  $n=6$ .

7.3  $m=8$ ;  $\delta=2$ ;  $a=4$ ;  $b=14$ ;  $n=6$ .

7.4  $m=9$ ;  $\delta=5$ ;  $a=5$ ;  $b=15$ ;  $n=8$ .

7.5  $m=10$ ;  $\delta=4$ ;  $a=6$ ;  $b=16$ ;  $n=10$ .

7.6  $m=11$ ;  $\delta=3$ ;  $a=7$ ;  $b=17$ ;  $n=6$ .

7.7  $m=12$ ;  $\delta=5$ ;  $a=8$ ;  $b=17$ ;  $n=10$ .

7.8  $m=13$ ;  $\delta=3$ ;  $a=9$ ;  $b=19$ ;  $n=4$ .

7.9  $m=14$ ;  $\delta=4$ ;  $a=10$ ;  $b=20$ ;  $n=10$ .

7.10  $m=15$ ;  $\delta=5$ ;  $a=11$ ;  $b=21$ ;  $n=6$ .

**Задача 8**

Дано статистическое распределение выборки (в первой строке указаны выборочные варианты  $x_i$ , а во второй строке – соответствующие частоты).

Требуется:

- 1) Построить полигон частот.
- 2) Найти выборочную среднюю  $x_v$  (несмещённую оценку средней)
- 3) Найти выборочную дисперсию (смещённую оценку).
- 4) «Исправленную» выборочную дисперсию  $S^2$  (несмещённую оценку) и «исправленное» среднее квадратическое отклонение  $S$ .

8.1

$x_i$	120	130	140	150	160	170	180
$n_i$	5	10	30	25	15	10	5

8.2

$x_i$	100	140	150	170	180	190	200
$n_i$	10	15	40	35	20	10	5

8.3

$x_i$	120	140	160	180	200	220	240
$n_i$	5	10	20	15	40	35	25

8.4

$x_i$	130	140	160	170	190	200	220
$n_i$	20	15	5	10	25	30	40

8.5

$x_i$	110	130	150	170	190	210	230
$n_i$	10	15	5	20	40	30	25

8.6

$x_i$	100	110	130	140	160	170	190
$n_i$	20	10	30	5	15	25	40

8.7

$x_i$	110	150	160	170	190	200	210
$n_i$	30	5	25	15	20	10	35

8.8

$x_i$	100	110	150	170	180	200	220
$n_i$	5	10	20	30	15	25	40

8.9

$x_i$	120	140	160	170	180	190	200
$n_i$	40	30	20	5	10	15	25

8.10

$x_i$	110	120	150	160	180	200	220
$n_i$	20	10	40	5	25	15	30



**Задача 9**

Найти доверительные интервалы для оценки математического ожидания с надёжностью  $\gamma = 0,95$ , зная выборочную среднюю  $\bar{x}_B$ , объём выборки  $n$  и среднее квадратическое отклонение  $\delta$  нормально распределённой величины  $X$ .

$$9.1 \quad \bar{x}_B = 85,17, \quad \delta = 6, \quad n = 49.$$

$$9.2 \quad \bar{x}_B = 175,16, \quad \delta = 8, \quad n = 64.$$

$$9.3 \quad \bar{x}_B = 78,13, \quad \delta = 12, \quad n = 100.$$

$$9.4 \quad \bar{x}_B = 175,41, \quad \delta = 12, \quad n = 144$$

$$9.5 \quad \bar{x}_B = 178,07, \quad \delta = 11, \quad n = 196$$

$$9.6 \quad \bar{x}_B = 182,01, \quad \delta = 5, \quad n = 36$$

$$9.7 \quad \bar{x}_B = 184,03, \quad \delta = 8, \quad n = 81$$

$$9.8 \quad \bar{x}_B = 186,06, \quad \delta = 10, \quad n = 121$$

$$9.9 \quad \bar{x}_B = 189,07, \quad \delta = 9, \quad n = 169$$

$$9.10 \quad \bar{x}_B = 191,09, \quad \delta = 14, \quad n = 144$$

**Рекомендуемая литература****а) основная:**

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ, 2000, 2001, 2003, 2004, 2007.
2. Браилов А.В., Солодовников А.С. *Сборник задач по курсу «Математика в экономике». Часть 3. Теория вероятностей.* М.: Финансы и статистика, 2010.

**б) дополнительная:**

3. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В., Шандра И.Г. *Математика в экономике. Учебник в 3 ч. Ч.3. Анализ данных.* М.: Финансы и статистика, 2008.
4. Геворкян П.С., Потемкин А.В., Эйсымонт И.М. *Анализ данных. Курс лекций.* – М.: Экономика, 2012.
5. Потемкин А.В., Фридман М.Н., Эйсымонт И.М. Теория вероятностей и математическая статистика. *Учебно-методическое пособие для студентов заочной формы обучения. Для бакалавров направления 080500.62 «Бизнес-информатика».* – М.: ФГОБУ ВПО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации», кафедра «Теория вероятностей и математическая статистика», 2013.
6. Денежкина И.Е., Орлова М.Г., Швецов Ю.Н. *Основы математической статистики. Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы бакалавров.* М.: Финансовая академия при правительстве РФ, 2010.
7. Браилов А.В., Гончаренко В.М., Конов В.В. *Вопросы и задачи по теории вероятностей. Учебное издание для студентов общеэкономических специальностей.* М.: Финансовая академия при правительстве РФ, 2006.

