Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования
**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**
Новороссийский филиал
Кафедра «Информатики, математики и общегуманитарные науки»

**И.Г.Рзун**

**Методические рекомендации**

# Математическое моделирование и количественные методы исследования в менеджменте

Направление подготовки: 38.04.02 Менеджмент
Направленность (профиль): Корпоративное управление
Форма обучения: очно-заочная
Квалификация (степень) выпускника: магистр

Новороссийск 2019

# 1 Цели и задачи изучения дисциплины

## 1.1 Цель освоения дисциплины

Целями преподавания дисциплины являются:

- формирование компетенций, направленных на развитие у обучающихся логического и алгоритмического мышления, умения строго излагать свои мысли;
- формирование потребностей, мотивов и убеждений в необходимости получения знаний, умений и навыков в области работы с математическими системами в управлении;
- формирование навыков решения профессионально-ориентированных задач на основе соответствующих математических методов и навыков самостоятельного освоения экономико-математических методов и приемов моделирования;
- формирование способностей, позволяющих применять полученные знания при изучении смежных дисциплин и в профессиональной деятельности, в том числе в нестандартных ситуациях.

## 1.2 Задачи дисциплины.

Задачами дисциплины являются:

- обучение обучающихся построению математических моделей практических задач и выбору адекватного математического аппарата;
- развитие у обучающихся умения составить план решения и реализовать его, используя выбранные математические методы;
- развитие у обучающихся навыков анализа и практической интерпретации полученных математических результатов;

- выработка у обучающихся умения пользоваться разного рода справочными материалами и пособиями, самостоятельно расширяя математические знания, необходимые для решения практических экономических задач.

## 2. Методические рекомендации

Дисциплина предполагает выполнение контрольной работы.

**Тематика контрольных работ**

Студент самостоятельно выбирает тему работы. По выбранной теме готовится доклад и презентационный материал. Работа представляется для проверки в электронном виде. В процессе освоения курса организуется круглый стол с обсуждением разработанных тем. Студент должен подготовить презентационный материал.

1. Решение задачи линейного программирования графическим методом.
2. Составление математической модели задачи линейного программирования симплексным методом.
3. Двойственная задача к задаче планирования торговли. Анализ оптимального плана двойственной задачи.
4. Прогнозирование эффективного использования производственных площадей. Метод Гомори.
5. Общая постановка транспортной задачи. Математическая модель транспортной задачи.
6. Постановка задачи динамического программирования. Рекуррентные соотношения Беллмана.

7. Принцип максимума Понтрягина.
8. Расчет временных параметров сетевого графика.
9. Построение сетевого графика и распределение ресурсов.
10. Учет стоимостных факторов при реализации сетевого графика.
11. Минимизация сети.
12. Решение СМО с отказом.
13. Решение СМО с неограниченным ожиданием.
14. Решение СМО с ожиданием.
15. Решение СМО с ограниченной длиной очереди.
16. Модели поведения фирмы в условиях совершенной и несовершенной конкуренции.
17. Модели общего экономического равновесия.
18. Модель Эрроу – Гурвица.
19. Статистическая и динамическая модели межотраслевого баланса.
20. Общие модели развития экономики.

**Расчётные задачи для оценки знаний.**

Тема 1. Линейное программирование. Графический метод решения задачи линейного программирования

1. $$\begin{cases} 4x_1 + x_2 \ge 5 \\ 4x_1 - x_2 \le 0 \\ x_1 - 3x_2 \le 6 \\ 3x_1 + 4x_2 \le 24 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = -2x_1 + 6x_2 \to extr$$

2. $$\begin{cases} -x_1 + x_2 \ge -3 \\ x_1 - 7x_2 \le 0 \\ x_1 + x_2 \le 6 \\ -5x_1 + 2x_2 \le 5 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = 4x_1 - 4x_2 \to extr$$

3. $$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \le 4 \\ x_1 + 3x_2 \ge 3 \\ 5x_1 + 8x_2 \le 40 \\ x_1 \ge 0 \\ 0 \le x_2 \le 5 \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = -10x_1 - 16x_2 \to extr$$

4. $$\begin{cases} x_1 - x_2 \ge -5 \\ 3x_1 + 2x_2 \ge 6 \\ 2x_1 - x_2 \le 0 \\ x_1 \ge 0 \\ 0 \le x_2 \le 6 \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = 3x_1 - 3x_2 \to extr$$

5. $$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq -5 \\ 3x_1 + x_2 \geq 3 \\ x_1 - 2x_2 \leq 5 \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 32 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = 3x_1 - 1{,}5x_2 \rightarrow extr$$

6. $$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 0 \\ 6x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ 0 \leq x_1 \leq 6 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = -4x_1 + 2x_2 \rightarrow extr$$

7. $$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \le 6 \\ x_1 - 8x_2 \le 0 \\ 3x_1 + 2x_2 \le 18 \\ -x_1 + x_2 \ge -2 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = -5x_1 + 5x_2 \to extr$$

8. $$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \le 24 \\ x_1 - 2x_2 \le 3 \\ 4x_1 - 3x_2 \ge 0 \\ 5x_1 + x_2 \ge 5 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = -3x_1 + 6x_2 \to extr$$

9. $$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 \ge 14 \\ x_1 - x_2 \ge -4 \\ x_1 - 7x_2 \le 0 \\ 0 \le x_1 \le 6 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = -2x_1 + 14x_2 \to extr$$

10. $$\begin{cases} x_1 - 5x_2 \le 0 \\ 3x_1 - 4x_2 \ge -12 \\ 3x_1 + 4x_2 \le 30 \\ 2x_1 + x_2 \ge 2 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = -6x_1 - 3x_2 \to extr$$

Тема 2. Симплексный метод решения задачи линейного программирования

1.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 6x_3 \le 360 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 \le 600 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \le 200 \\ x_л \ge 0, k = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = 10x_1 + 4x_2 + 14x_3 \to \max$$

2.

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 \le 50 \\ 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 \le 100 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 \le 200 \\ x_л \ge 0, k = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 \to \max$$

3.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 900 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \le 400 \\ 4x_1 + 6x_2 + 2x_3 \le 200 \\ x_л \ge 0, k = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = 6x_1 + 5x_2 + 5x_3 \to \max$$

4.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 \le 600 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \le 500 \\ 6x_1 + 4x_2 + 2x_3 \le 900 \\ x_л \ge 0, k = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 \to \max$$

5.

$$\begin{cases} 3x_1 + 6x_2 + 4x_3 \le 200 \\ 4x_1 + 2x_2 + 4x_3 \le 100 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 \le 80 \\ x_{л} \ge 0, k = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = 8x_1 + 5x_2 + 5x_3 \to \max$$

6.

$$\begin{cases} x_1 + 4x_3 \le 60 \\ 3x_2 + x_3 \le 85 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 \le 74 \\ x_{л} \ge 0, k = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = 16x_1 + 12x_2 + 24x_3 \to \min$$

7.

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 \le 100 \\ 6x_1 + x_2 \le 88 \\ 2x_2 + 3x_3 \le 20 \\ x_{л} \ge 0, k = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = 18x_1 + 13x_2 + 9x_3 \to \min$$

8.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 \le 112 \\ 5x_1 + 2x_3 \ge 40 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 \le 90 \\ x_{л} \ge 0, k = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = 15x_1 + 6x_2 + 20x_3 \to \min$$

9.

$$
x\begin{cases} {}_1+3x_2+2x_3 \le 60 \\ 2x_2+5x_3 \le 100 \\ 2x_1+1x_2 \le 36 \\ x_л \ge 0, k=\overline{1,3} \end{cases}
$$

10.

$$L(\overline{X}) = 14x_1 + 15x_2 + 25x_3 \to \min$$

$$
\begin{cases} 7x_1 + x_2 + 2x_3 \le 100 \\ 3x_2 + 4x_3 \le 68 \\ 4x_1 + 5x_2 \le 32 \\ x_л \ge 0, k=\overline{1,3} \end{cases}
$$

$$L(\overline{X}) = 24x_1 + 12x_2 + 20x_3 \to \min$$

Тема 3. Теория двойственности. Двойственная задача к задаче планирования торговли. Решение задачи линейного программирования двойственным симплексным методом

Решить следующие задачи двойственным симплексным методом. Провести анализ оптимального плана двойственной задачи.

1. $$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \geq 10 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 \geq 8 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 \geq 5 \\ x_л \geq 0, k = \overline{1,3} \end{cases}$$ 2.

$$L(\overline{X}) = 50 - 5x_1 - 4x_2 - 4x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 \geq 8 \\ 6x_1 + x_3 \leq 6 \\ 20x_1 + 4x_2 + x_3 \geq 4 \\ x_л \geq 0, k = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = 10 - 20x_1 - 4x_2 - x_3 \rightarrow \max$$

3. $$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 \geq 34 \\ x_1 + 3x_2 \geq 30 \\ x_1 + 2x_3 \geq 36 \\ x_л \geq 0, k = \overline{1,3} \end{cases}$$ 4.

$$L(\overline{X}) = 100 - 4x_1 - 5x_2 - 2x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 \geq 36 \\ 5x_1 + 4x_2 + 4x_3 \geq 30 \\ 2x_1 + x_2 \geq 20 \\ x_л \geq 0, k = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = 150 - 5x_1 - 7x_2 - 6x_3 \rightarrow \max$$

5. $$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \ge 16 \\ 2x_1 + 3x_3 \ge 21 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 \ge 20 \\ x_л \ge 0, k = \overline{1,3} \end{cases}$$ 6.

$$L(\overline{X}) = 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 \to \min$$

$$\begin{cases} x_2 + 3x_3 \ge 24 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 \ge 52 \\ 2x_1 + 3x_3 \ge 28 \\ x_л \ge 0, k = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = 100 - 4x_1 - 5x_2 - 4x_3 \to \max$$

7. $$\begin{cases} x_1 + 4x_3 \ge 24 \\ 2x_1 + 5x_2 \ge 70 \\ 6x_1 + 3x_2 + x_3 \ge 36 \\ x_л \ge 0, k = \overline{1,3} \end{cases}$$ 8.

$$L(\overline{X}) = 80 - 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 \to \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \ge 12 \\ x_1 + 7x_2 + 3x_3 \ge 6 \\ x_1 + 5x_2 - x_3 \le 6 \\ x_л \ge 0, k = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = 100 - 6x_1 - 12x_2 - 8x_3 \to \max$$

9.

$$\begin{cases} 3x_2 + 2x_3 \geq 10 \\ 5x_1 + x_2 + 5x_3 \geq 30 \\ 4x_1 + 4x_3 \leq 20 \\ x_л \geq 0, k = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$L(\overline{X}) = 60 - 8x_1 - 2x_2 - 4x_3 \to \max$$

10.

$$\begin{cases} 6x_2 + x_3 \geq 36 \\ 2x_1 + x_3 \geq 28 \\ x_1 + 7x_2 \geq 30 \\ x_л \geq 0, k = \overline{1,3} \end{cases}.$$

$$L(\overline{X}) = 6x_1 + 15x_2 + 6x_3 \to \min$$

Тема. Целочисленное программирование

1. $$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 \le 1, \\ -4x_1 - 2x_2 - x_3 \le 2, \\ 3x_1 \qquad\quad + x_3 \le 5. \end{cases}$$

$L(x) = 2x_1 - x_2 - 3x_3 \to$ min

2. $$\begin{cases} 2x_1 + 11x_2 \le 38, \\ x + x_2 \le 7, \\ 4x_1 - 5x_2 \le 5. \end{cases}$$

$L(x) = x_1 + x_2 \to$ max

3. $$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \le 2, \\ 3x_1 + 2x_2 \le 6. \end{cases}$$

$L(x) = x_1 + 4x_2 \to$ max

4. $$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \le 8, \\ x_1 + 4x_2 \le 10. \end{cases}$$

$L(x) = 3x_1 + 4x_2 \to$ max

5. $$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 7, \\ 2x_1 + 3x_2 \le 10. \end{cases}$$

$L(x) = 2x_1 \to$ max

6. $$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 \le 6, \\ -4x_1 - 3x_2 - x_3 \le 3, \\ 2x_1 \qquad\quad + 2x_3 \le 3. \end{cases}$$

$L(x) = x_1 - 4x_2 + 2x_3 \to$ min

7. $$\begin{cases} 13x_1 + 9x_2 \le 38, \\ 2x_2 \le 7, \\ -x_1 + 9x_2 \le 5 \end{cases}$$

$L(x) = 2x_1 \to$ max

8. $$\begin{cases} x_1 - 3x_2 \le 2, \\ 5x_1 + x_2 \le 6. \end{cases}$$

$L(x) = 5x_1 - 3x_2 \to$ max

9. $\begin{cases} 5x_1 + x_2 \le 4, \\ 5x_1 - 3x_2 \le 6 \end{cases}.$ 10. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \le 6, \\ 5x_1 - x_2 \le 9. \end{cases}$

$L(x) = 7x_1 - x_2 \rightarrow \max$ $L(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \max$

Найти максимум или минимум целевой функции при заданной системе ограничений. Во всех задачах $\mathbf{x_j} \ge 0$ и $\mathbf{x_j}$ -целые (j =1,2 или $j = \overline{1,3}$)

Тема 5. Транспортная задача. Нахождение оптимального плана методом потенциалов

Решить транспортные задачи:

1.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 10 | 6 | 3 | 12 | **480** |
| 4 | 2 | 14 | 17 | **440** |
| 11 | 5 | 15 | 7 | **285** |
| 3 | 8 | 12 | 9 | **45** |
| **390** | **85** | **220** | **380** | |

2.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 14 | 7 | 25 | 7 | **135** |
| 8 | 23 | 11 | 16 | **320** |
| 4 | 9 | 5 | 10 | **110** |
| 3 | 15 | 7 | 3 | **225** |
| **340** | **210** | **320** | **440** | |

3.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 28 | 30 | 18 | 10 | **300** |
| 15 | 31 | 18 | 12 | **460** |
| 09 | 4 | 21 | 6 | **355** |
| 10 | 9 | 3 | 12 | **420** |
| **550** | **420** | **250** | **360** | |

4.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 5 | 1 | 8 | **150** |
| 12 | 0 | 14 | 5 | **150** |
| 13 | 18 | 4 | 5 | **150** |
| 16 | 8 | 3 | 6 | **160** |

5.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 7 | 3 | 1 | **179** |
| 1 | 5 | 9 | 5 | **126** |
| 3 | 10 | 4 | 12 | **115** |
| 7 | 4 | 1 | 10 | **110** |
| **100** | **145** | **335** | **95** | |

7.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 6 | 1 | 9 | **139** |
| 2 | 0 | 10 | 16 | **148** |
| 4 | 9 | 3 | 11 | **145** |
| 11 | 7 | 5 | 8 | **125** |
| **185** | **165** | **125** | **190** | |

9.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 8 | 3 | 10 | **420** |
| **140** | **150** | **200** | **100** | |

6.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 15 | 20 | 21 | 19 | **120** |
| 11 | 9 | 1 | 20 | **90** |
| 18 | 4 | 1 | 20 | **60** |
| 13 | 9 | 5 | 20 | **65** |
| **85** | **65** | **105** | **190** | |

8.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 10 | 13 | 20 | 9 | **149** |
| 16 | 4 | 9 | 12 | **160** |
| 21 | 4 | 9 | 12 | **160** |
| 6 | 10 | 4 | 6 | **144** |
| **150** | **145** | **160** | **100** | |

10.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 12 | 18 | 8 | **34 0** |
| 15 | 6 | 3 | 18 | **35 0** |
| 7 | 5 | 9 | 10 | **30 0** |
| **28 0** | **32 0** | **29 0** | **31 0** | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 7 | 20 | 3 | 14 | **220** |
| 9 | 11 | 20 | 8 | **200** |
| 15 | 4 | 5 | 14 | **390** |
| 9 | 1 | 0 | 11 | **150** |
| **400** | **85** | **135** | **220** | |

**Критерии оценки:**

«5» - 80 – 100 % от общего числа правильных ответов.
«4» - 70 - 75 % от общего числа правильных ответов.
«3» - 50 - 65 % от общего числа правильных ответов.

«2» - меньше 50% от общего числа правильных ответов.

**Тест** по темам.

**Установите правильную последовательность блоков схемы СМО:**

1) каналы обслуживания

2) выходящий поток заявок

3) входящий поток заявок

4) очередь.

**2. Под эффективностью функционирования СМО понимают:**

1) пропускную способность СМО

2) качество обслуживания заявок

**3. Установите соответствие:**

| **Определение показателя эффективности СМО** | **Название показателя** |
|---|---|
| 1. Среднее число заявок, обслуживаемых СМО в единицу времени | А. Коэффициент использования СМО |
| 2. Средняя доля пришедших заявок, обслуживаемых системой | Б. Коэффициент загруженности СМО |
| 3. Средняя доля времени, в течение которого СМО занята обслуживанием заявок | В. Относительная пропускная Способность СМО<br>Г. Производительность канала обслуживания<br>Д. Абсолютная пропускная способность СМО |

**4. Под организацией СМО понимают:**

1) характер потока заявок

2) число каналов

3) производительность каналов

4) правила работы СМО

**5. Задачи теории массового обслуживания состоят в установлении зависимостей между:**

1) эффективностью функционирования СМО и ее организацией

2) организацией СМО и качеством обслуживания заявки

3) качеством обслуживания заявки и скоростью обслуживания

**6. Случайный процесс, при котором вероятность любого состояния СМО в** будущем зависит только от ее состояния в настоящем и не зависит от ее состояний в прошлом, называется...

**7. Система массового обслуживания является марковской, если все потоки событий, переводящие ее из состояния в состояние,**

1) пуассоновские

2) регулярные

**8. Если поток заявок ограничен и заявки, покинувшие систему, могут в нее возвращаться, СМО является:**

1) открытой

2) замкнутой

3) многофазной

4) однофазной

**9. Если вероятность попадания на участок T более одного события пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью попадания на него ровно одного события, поток событий называется:**

1) ординарным

2) стационарным

3) без последействия

**10. Если вероятность появления того или другого числа событий на участке времени Т зависит от длины этого участка и не зависит от того, где на оси времени этот участок расположен, поток событий называется:**

1) ординарным

2) стационарным

3) без последействия

**11. Пуассоновский поток событий — это поток**

1) ординарный

2) ординарный и без последействия

3) ординарный, без последействия и стационарный

**12.Среднее число событий потока, приходящееся на единицу времени, называется...**

**13. Закон распределения интервала времени между соседними событиями простейшего потока:**

1) показательный

2) пуассоновский

3) нормальный

**14. Случайная величина X(T) — число событий простейшего потока на участке времени T, имеет распределение**

1) пуассоновское

2) биномиальное

3) показательное

**15.Случайный процесс, протекающий в СМО, — это процесс**

1) с дискретными состояниями и дискретным временем

2) с дискретным временем и непрерывными состояниями
3) с непрерывными состояниями и непрерывным временем
4) с непрерывным временем и дискретными состояниями

**16. Простейший поток событий — это поток**

1) ординарный
2) ординарный и стационарный
3) ординарный, стационарный и без последействия

**17. Случайный процесс, протекающий в СМО, называется Марковским, если вероятность любого состояния системы в будущем зависит только от ее состояния**

1) в прошлом
2) в настоящем

**18. Для того, чтобы случайный процесс был марковским, необходимо и достаточно, чтобы все потоки событий, под воздействием которых происходят переходы из состояния, в состояние были**

1) ординарными и без последействия
2) без последействия и стационарными
3) стационарными и ординарными
4) время обслуживания одной заявки
2) время простоя канала
3) время обслуживания одной заявки плюс время простоя канала

**19. Промежуток времени между двумя соседними заявками выходящего потока заявок представляет собой:**

1) время обслуживания одной заявки
2) время простоя канала
3) время обслуживания одной заявки плюс время простоя канала

**20. Интенсивность простейшего потока с течением времени**

1) возрастает
2) убывает
3) не изменяется

**21. Для одноканальной СМО с отказами интенсивность простейшего входящего потока равна величине, обратной среднему времени**

1) простаивания канала

2) обслуживания каналом одной заявки

**22. Для одноканальной СМО с отказами интенсивность простейшего потока обслуживании равна величине обратной среднему времени:**

1) простаивания канала

2) обслуживания каналом одной заявки

**23. Для одноканальной СМО с отказами вероятность обслуживания заявки равна вероятности того, что канал**

1) занят

2) свободен

**24. Для одноканальной СМО с отказами относительная пропускная способность равна вероятности того, что канал**

1) занят

2) свободен

**25. Для одноканальной СМО с отказами абсолютная пропускная способность равна интенсивности**

1) выходящего потока обслуженных заявок

2) входящего потока заявок на обслуживание

**26. В предельном режиме функционирования СМО вероятности состояний зависят**

1) только от времени функционирования системы

2) только от начального состояния системы

3) от начального состояния и времени функционирования системы

**27. Предельную вероятность состояния системы можно интерпретировать как**

1) время пребывания системы в этом состоянии.

2) среднее время пребывания системы в этом состоянии.

3) среднюю долю времени пребывания системы в этом состоянии.

**28. Задача исследования многоканальной СМО с отказами впервые была выполнена**
1) А.А. Марковым
2) А.К. Эрлангом
3) А.Н. Колмогоровым

**29. Размеченный граф состояний n-канальной СМО с отказами — это граф процесса**
1) "гибели"
2) "размножения"
3) "гибели и размножения"

**30. Приведенная интенсивность входящего потока заявок (показатель нагрузки СМО или трафик) представляет собой среднее число заявок, поступивших на вход СМО за среднее время**
1) обслуживания заявки одним каналом
2) простоя одного канала
3) простоя системы
4) полной загрузки системы

**31. Приведенная интенсивность входящего потока заявок равна**
1) интенсивности входящего потока заявок
2) интенсивности потока обслуживании
3) отношению интенсивности входящего потока к интенсивности потока обслуживании

**32. Относительная пропускная способность СМО с отказами равна вероятности того, что заявка**
1) будет обслужена 2) получит отказ

**33. Для СМО с отказами интенсивность выходящего потока обслуженных заявок равна**
1) абсолютной пропускной способности
2) относительной пропускной способности
3) приведенной интенсивности

**34. Для СМО с отказами среднее число занятых каналов — это среднее число заявок**
1) в системе
2) под обслуживанием

3) в очереди

**35. Число состояний одноканальной СМО с ограничением на длину очереди в m заявок равно**

1) m
2) m + 1
3) m + 2

**36. Для одноканальной СМО с числом мест в очереди m и единичной приведенной интенсивностью предельные вероятности состояний системы равны**

1) l/m
2) 1/(m + 1)
3) l/(m + 2)

**37.Для одноканальной СМО с числом мест в очереди m и единичной приведенной интенсивностью вероятность отказа равна**

1) l/m
2) l/(m + 1)
3) l/(m + 2)

**38. Для одноканальной СМО с ограниченным числом мест в очереди среднее число заявок под обслуживанием равно**

1) приведенной интенсивности
2) относительной пропускной способности
3) произведению приведенной интенсивности на относительную пропускную способность

**39.Для СМО с ожиданием среднее время ожидания заявки в очереди равно среднему числу заявок в очереди, деленному**

1) на интенсивность потока обслуживании заявок
2) на интенсивность входящего потока заявок
3) на приведенную интенсивность

**40. Среднее время нахождения заявки в СМО равно среднему числу заявок в системе, деленному**

1) на интенсивность потока обслуживании заявок
2) на интенсивность входящего потока заявок
3) на приведенную интенсивность

**41. Среднее время обслуживания одной заявки равно среднему числу заявок под обслуживанием, деленному**

1) на интенсивность потока обслуживании заявок

2) на интенсивность входящего потока заявок

3) на приведенную интенсивность

**42. Для одноканальной СМО с ожиданием абсолютная пропускная способность равна интенсивности**

1) потока обслуживании

2) входящего потока

3) выходящего потока

**43. Для одноканальной СМО с ожиданием относительная пропускная способность**

1) $Q > 1$

2) $Q < 1$

3) $Q = 1$

**44. Для одноканальной СМО с ожиданием среднее число заявок в системе — это среднее число заявок**

1) под обслуживанием

2) в очереди

3) в очереди и под обслуживанием

**45. Для одноканальной СМО с ожиданием интенсивность выходящего потока равна интенсивности**

1) входящего потока

2) потока обслуживании

**46.Для одноканальной СМО с ожиданием среднее число заявок под обслуживанием равно интенсивности**

1) потока обслуживании

2) входящего потока

3) приведенной

**47.Для одноканальной СМО с ожиданием предельный режим функционирования существует, если нагрузка системы**

1) меньше единицы

2) равна единице

3) больше единицы

3) равен 1

4) принимает любые значения

**50. Для n-канальной СМО с числом мест в очереди m вероятность отказа совпадает с вероятностью того, что количество заявок в системе равно**

1) m+n
2) m+n+1
3) m+n+2

## Типовые задачи по теме 9

Карточка №1.

Задачи решаются в любой программной среде.

1. Дежурный по администрации города отвечает на телефонные звонки, которые поступают с интенсивностью 40 в час. Средняя продолжительность разговора равна 2 минуты. Определить среднее число зарегистрированных звонков в течение восьми часов (считая, что звонящий повесит трубку, если телефон занят).

2. Железнодорожную станцию небольшого поселка обслуживает одна касса. В выходные дни интенсивность потока пассажиров составляет 25 человек в час. Кассир затрачивает на обслуживание пассажира в среднем 2 минуты. Определить среднее число пассажиров у кассы и среднее время, затрачиваемое пассажиром на приобретение билета.

3. На автозаправочной станции установлены 2 колонки для выдачи бензина. Около станции находится площадка на 2 автомашины для ожидания заправки. На станцию прибывает в среднем 1 машина в 3 минуты. Среднее время обслуживания 1 машины составляет 2 минуты. Определить характеристики работы автозаправочной станции как объекта СМО.

4. Врач травматического пункта круглосуточно принимает больных, поток которых составляет в среднем 3 человека в час. Первичный прием одного больного длится в

среднем 15 минут. Определить, сколько человек ждут приема, и среднее время ожидания.

5. В морской порт для разгрузки к причалу поступает в среднем 10 судов в неделю. Среднее время разгрузки одного судна – 2 суток. Известно, что приходящее судно покидает причал без разгрузки, если в очереди на разгрузку находится более 3 судов. Определить необходимое количество причалов для разгрузки и вероятность того, что судно будет разгружено.

КАРТОЧКА №2

1. Салон-парикмахерская имеет 5 мастеров. В час пик интенсивность потока клиентов равна 6 человек в час. Обслуживание одного клиента длится в среднем 40 минут. Определить среднюю длину очереди, считая ее неограниченной.
2. Заявки на телефонные переговоры в переговорный пункт поступают с интенсивностью 90 заявок в час. Считая среднюю продолжительность разговора равной 3 минутам, определить оптимальное число телефонных номеров, чтобы 90% всех заявок на переговоры были удовлетворены.
3. В ОТК работают шесть контролеров. Среднее число деталей, поступающих на проверку в ОТК в течение часа, равно 50. Среднее время проверки одной детали одним контролером составляет 5 минут. Если в очереди находится более 5 деталей, поступающая на проверку деталь остается непроверенной. Определить характеристики работы ОТК как объекта СМО.
4. Механическая мастерская завода с тремя постами (каналами) выполняет ремонт малой механизации. Поток неисправных механизмов, прибывающих в мастерскую, - пуассоновский и имеет интенсивность $\lambda$ = 2,5 механизма в

сутки, среднее время ремонта одного механизма распределено по показательном у закону и равно $\bar{t}$ = 0,5 сут. Предположим, что другой мастерской на заводе нет, и, значит, очередь механизмов перед мастерской может расти практически неограниченно.

Требуется вычислить следующие предельные значения вероятностных характеристик системы:

- вероятности состояний системы;
- среднее число заявок в очереди на обслуживание;
- среднее число находящихся в системе заявок;
- среднюю продолжительность пребывания заявки в очереди;
- среднюю продолжительность пребывания заявки в системе

5. Специализированный пост диагностики представляет собой одноканальную СМО. Число стоянок для автомобилей, ожидающих проведения диагностики, ограниченно и равно 3 [($N$ - 1) = 3]. Если все стоянки заняты, т. е. в очереди уже находится три автомобиля, то очередной автомобиль, прибывший на диагностику, в очередь на обслуживание не становится. Поток автомобилей, прибывающих на диагностику, распределен по закону Пуассона и имеет интенсивность $\lambda$= 0,85 (автомобиля в час). Время диагностики автомобиля распределено по показательному закону и в среднем равно 1,05 час.

Требуется определить вероятностные характеристики поста диагностики, работающего в стационарном режиме.

## Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен/зачет)

1. Общая задача линейного программирования. Основные теоремы. Многоугольник решений.
2. Этапы решения ЗЛП графическим методом (алгоритм решения).
3. Симплексный метод решения задачи линейного программирования. Постановка задачи. Математическая модель ЗЛП.
4. Алгоритм симплексного метода решения ЗЛП.
5. Двойственная задача к задаче планирования торговли. Алгоритм двойственного симплексного метода.
6. Целочисленное программирование. Общая формулировка задачи.
7. Графический метод решения задачи целочисленного программирования. Метод Гомори.
8. Общая постановка транспортной задачи. Алгоритм построения 1-го опорного плана.
9. Потенциалы. Алгоритм метода потенциалов.
10. Постановка задачи динамического программирования. Рекуррентные соотношения Беллмана (метод функциональных уравнений).
11. Математическая теория оптимального управления. Вариационные методы. Принцип максимума.
12. Графы и орграфы.
13. Основные понятия сетевой модели. Минимизация сети.
14. Сети Петри.
15. Формулировка задачи и характеристики СМО.
16. Функции полезности.
17. Кривые безразличия.
18. Функции спроса.
19. Уравнение Слуцкого.
20. Кривые «доход-потребление» и «цены-потребление».
21. Коэффициенты эластичности.
22. Модель Эрроу – Гурвица.

23. Модели межотраслевого баланса.
24. Общие модели развития экономики.
25. Модель Солоу.